International commission on [illegible]

BERICHTE

ÜBER DEN

MATHEMATISCHEN UNTERRICHT

IN

ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE
UNTERRICHTSKOMMISSION.

HERAUSGEGEBEN VON

E. CZUBER, R. SUPPANTSCHITSCH,
W. WIRTINGER, E. DINTZL.

WIEN 1912.

IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. UND K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Heft 1.

Heft 2.

Heft 3.

Heft 4.

Heft 5.

Heft 6.

Heft 7.

Heft 8.

a*

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.

HEFT 1.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN REALSCHULEN

VON

SCHULRAT FRANZ BERGMANN,
K. K. PROFESSOR AN DER OBERREALSCHULE IN OLMÜTZ.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN VOLKS- UND BÜRGERSCHULEN

VON

SCHULRAT KONRAD KRAUS.

MIT EINEM BEGLEITWORT VON E. CZUBER.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.

HEFT 1.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT

AN DEN

REALSCHULEN

VON

SCHULRAT FRANZ BERGMANN,
K. K. PROFESSOR AN DER OBERREALSCHULE IN OLMÜTZ.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT

AN DEN

VOLKS- UND BÜRGERSCHULEN

VON

SCHULRAT KONRAD KRAUS.

MIT EINEM BEGLEITWORT VON E. CZUBER.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Begleitwort.

Der zu Ostern 1908 in Rom abgehaltene IV. *Internationale Mathematiker-Kongreß* hat die Einsetzung einer *Internationalen Kommission* beschlossen, der die Aufgabe zugewiesen wurde, einen *vergleichenden Bericht* über den Stand des *mathematischen Unterrichtes* in allen Kulturländern auszuarbeiten.

An die Spitze des Unternehmens trat ein Zentralkomitee, bestehend aus F. Klein *(Göttingen)*, G. Greenhill *(London)* und H. Fehr *(Genf)*, dem als erste Mission der Entwurf eines Arbeitsplanes zufiel, auf den hier nicht eingegangen zu werden braucht, da er in zureichender Weise an die Öffentlichkeit gebracht worden ist.*)

Auf Einladung des Zentralkomitees entsandte die österreichische Unterrichtsverwaltung drei Mitglieder in die Internationale Kommission und betraute sie zugleich mit der Durchführung der auf Österreich entfallenden Arbeiten. Die zu diesem Zwecke mit einer Reihe von Fachgenossen eingeleiteten Verhandlungen hatten den erfreulichen Erfolg, daß nunmehr über den mathematischen Unterricht auf allen Schulgattungen, von der Volksschule bis zur Hochschule, Berichte gesichert sind.

Um den Ergebnissen dieser gemeinsamen Arbeit, von der mit Recht wertvolle und nützliche Anregungen erwartet werden dürfen, die erwünschte Verbreitung zu sichern, hat die österreichische Kommission die Einrichtung getroffen, daß die Berichte, die in zwanglosen Heften erscheinen sollen, der „Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien" und der „Zeitschrift für das Realschulwesen" kostenfrei beigeschlossen werden; überdies sollen sie auch durch den Buchhandel zugänglich gemacht werden.

*) L'Enseignement mathématique, X (1908); Zeitschrift für das Realschulwesen, XXXIV (1909); Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, XL (1909).

Die Veröffentlichung nimmt nun mit den Berichten über den mathematischen Unterricht an den Realschulen und an den Volks- und Bürgerschulen ihren Anfang. Neben den auf die einzelnen Schulgattungen bezüglichen Darstellungen sind auch Arbeiten in Aussicht genommen, die allgemeine Fragen des mathematischen Unterrichtes behandeln.

Es sei bei diesem Anlasse der Wunsch ausgesprochen, daß dem Unternehmen seitens aller Kreise, denen die Förderung des mathematischen Unterrichtes am Herzen liegt, jenes tätige Interesse entgegengebracht werden möge, das die Wurzel jeglichen Fortschritts bedeutet.

Wien, 24. Februar 1910.

E. Czuber.

Die **österreichische Unterkommission** der internationalen mathematischen Unterrichtskommission besteht aus folgenden Mitgliedern:

I. Delegierte:

Czuber Emanuel, k. k. Hofrat, o. ö. Professor der k. k. Technischen Hochschule in Wien *[Wien, XIII/1, Auhofstraße 34]*.

Wirtinger, Dr. Wilhelm, o. ö. Professor der k. k. Universität in Wien *[Wien, XVIII/1, Köhlergasse 26]*.

Suppantschitsch, Richard, k. k. Professor an der Staatsrealschule im XVIII. Wiener Bezirk *[Wien, I/1, Bräunerstraße 9]*.

II. Österreichischer Beirat:

Hočevar, Dr. Franz, o. ö. Professor der k. k. Technischen Hochschule in Graz *[Graz, Beethovenstraße 7]*.

Höfler, Dr. Alois, o. ö. Professor der k. k. Universität in Wien *[Wien, XIII/1, Onno Kloppgasse 6]*.

Müller, Dr. Emil, o. ö. Professor der k. k. Technischen Hochschule in Wien *[Wien, VI/1, Köstlergasse 7]*.

Obermayer, Adolf Edler v., Generalmajor *[Wien, VI/2, Gumpendorferstraße Nr. 13]*.

Radaković, Dr. Michael, o. ö. Professor der k. k. Universität in Czernowitz *[Czernowitz, Goethestraße 2]*.

Sobotka, Dr. Johann, o. ö. Professor an der k. k. böhmischen Karl Ferdinand-Universität in Prag *[Prag, Ferdinandskai 26]*.

Stumpf, Dr. Franz, Professor am n. ö. Landeslehrerseminar, Reichsratsabgeordneter *[Wien, VIII/1, Josefstädterstraße 36]*.

Waßmuth, Dr. Anton, o. ö. Professor der k. k. Universität in Graz *[Graz, Sparbersbachgasse 39]*.

Zaremba, Dr. Stanislaus, o. ö. Professor der Universität in Krakau *[Krakau, St. Annagasse 12]*.

Die österreichische Delegation hat außerdem noch die Mitwirkung einiger hervorragender Fachmänner gewonnen, die Berichte über die ihrem Wirkungskreise nahestehenden Unterrichtsanstalten verfassen werden.

Der mathematische Unterricht an den Realschulen.

Von Schulrat **Franz Bergmann.**

A. Ziel des Mathematikunterrichtes. Unterrichtszweige.

I. Einleitung.

Das Gründungsjahr der österreichischen Realschule ist 1851; in diesem Jahre geruhte Seine Majestät, Kaiser Franz Joseph I., die Errichtung von Realschulen in den Landeshauptstädten zu genehmigen. Aus materiellen Bedürfnissen hervorgegangen, hatten diese Schulen in erster Linie die Aufgabe, materiellen Interessen zu dienen. In ihrer Stellung zwischen den gewerblichen Sonntags- und Zeichenschulen einerseits und den Technischen Hochschulen andrerseits hatten sie einen mittleren Grad selbständiger Bildung für gewisse Berufsarten, insbesondere für die niederen Kreise der städtischen und ländlichen Gewerbe zu erzeugen (Unterrealschule), ferner die von den technischen Instituten zu gebende höchste Fachbildung in wissenschaftlicher Weise vorzubereiten (Oberrealschule). Mathematik und Geometrie standen in der Reihe der Hauptgegenstände; die Lehrziele waren in folgender Weise normiert:

Unterrealschule: Sicherheit im Zahlenrechnen; Durchübung der praktischen Rechnungsarten, welche auf das bürgerliche Leben Bezug haben; Fertigkeit in der Führung geschäftlicher Bücher. Vertrautheit mit dem Wechselrechte, den Zollvorschriften und Staatsmonopolen. — Kenntnis der geometrischen Gestalten, ihrer Beziehungen und Gesetze, soweit dies durch methodisch geleitete Anschauung erreichbar ist.

Oberrealschule: Gründliche Kenntnis und Durchübung der elementaren Mathematik und Geometrie als beweisender Wissenschaft.*)

*) Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Österreich; Dr. v. Marenzeller, Normalien für Gymnasien und Realschulen in Österreich.

Den wachsenden Anforderungen des modernen Industrielebens konnte die alte Realschule nicht lange genügen; ihre Aufgabe, den gewerblichen Klassen des Bürgertums eine zweckmäßige technische Bildung zu geben, mußte geteilt und einer Reihe neuer Lehranstalten (Fachschulen, Gewerbeschulen, Handelsakademien) übertragen werden. Die Realschule wurde ihres gewerbeschulmäßigen Charakters entkleidet; nach und nach wurde eine allgemein bildende Lehranstalt aus ihr, deren Aufgabe darin besteht, mit besonderer Berücksichtigung der naturwissenschaftlichen Disziplinen eine moderne Erziehung zu vermitteln. Diese große Veränderung blieb auf die Art der Unterrichtserteilung, speziell in der Mathematik und Geometrie, nicht ohne Einfluß. Aus dem Lehrplan wurde mit der Zeit alles sorgfältig entfernt, was nur für die gewerbliche oder technische Praxis Bedeutung hatte; jene Lehrstoffpartien dagegen, von deren Behandlung man sich einen Erfolg für die allgemeine Bildung oder wissenschaftliche Erziehung der Jugend versprach, wurden gebührend hervorgehoben.

Das Hauptmerkmal dieser Entwicklung der Realschulen bilden die Tendenzen nach Herabsetzung der Unterrichtszeit für die Mathematik, nach Einschränkung, Vereinfachung, zweckmäßiger Verteilung und Gruppierung des Lehrstoffes, verbunden mit dem Streben nach Vertiefung und Modernisierung der Unterrichtsmethode.

II. Lehrziele im allgemeinen.

Das dem Mathematikunterricht in der Realschule gestellte Gesamtziel besteht gegenwärtig in der „gründlichen Kenntnis und Durchübung der sogenannten Elementarmathematik nebst der Erfassung und Anwendung des Funktionsbegriffs“. Die Vorbereitung für jene höheren Studienrichtungen, welche auf der mathematischen Grundlage sich aufbauen, bildet die vornehmste Aufgabe dieses Unterrichtes; frei von der Rücksichtnahme auf die Bedürfnisse irgend eines bürgerlichen oder praktischen Berufes, widmet er seine ganze Kraft der Vermittlung positiver Kenntnisse und Fertigkeiten zum Zwecke der Vorbereitung für das Studium mathematischer Disziplinen an der Hochschule. Es braucht hiebei durchaus nicht an die Bedürfnisse einer speziellen, etwa der Technischen Hochschule gedacht zu werden; das mathematische Wissen des Realschülers muß auch für Fachstudien an den Universitäten und an beliebigen anderen Hochschulen ausreichend sein: der Mathematikunterricht an den Realschulen hat somit nicht für eine spezielle, sondern für die allgemeine mathematische Bildung zu sorgen. Von diesem Standpunkte gilt zunächst die Menge des bleibenden Wissens als Maßstab für die Güte dieses Unterrichtes.

Allein neben diesem materiellen besitzt der Mathematikunterricht auch ein ideales, ungleich höheres Ziel; dieses besteht in der Pflege des reinen Vorstellungslebens, in der Erziehung und Veredlung der Seele durch wissenschaftlichen Unterricht. Jeder wissenschaftliche Unterricht hat zunächst die Aufgabe, der Seele neue Vorstellungen zuzuführen und auf diese Weise den geistigen Gesichtskreis zu erweitern (materielle Bildung); in zweiter Linie ist es sein Ziel, in das Vorstellungsleben Ordnung und Gesetzmäßigkeit zu bringen, namentlich jene allgemeinen Formen festzustellen und zu pflegen, nach welchen das Denken innerhalb eines bestimmten Vorstellungskreises sich vollzieht (formale Bildung).*) Neben den Sprach- und Naturwissenschaften besitzt die Mathematik wegen ihrer formal bildenden Kraft eine hervorragende Bedeutung und es entspricht vollkommen dem Charakter der österreichischen Realschule als einer allgemein bildenden Lehranstalt, daß der Mathematikunterricht sein vornehmstes Ziel in der Schulung jener eigenartigen geistigen Tätigkeit erblickt, welche aus dem Wesen der Zahlen- und Raumvorstellungen sich entwickelt. Vom Standpunkte der wissenschaftlichen Erziehung bildet die Erfassung und Ausbildung jener Gesetze und Formen, auf welchen das mathematische Denken beruht, das Ziel des Mathematikunterrichtes.

III. Lehrziele der Unter- und Oberstufe.**)

Unter der Bezeichnung „Mathematik" wird an der siebenklassigen österreichischen Realschule die Arithmetik in engster Verbindung mit der Geometrie gelehrt. Zwar besitzt dieser Unterricht den Charakter der Zweistufigkeit im strengen Sinne dieses Begriffes nicht, denn er schreitet vielmehr organisch fort; dennoch besteht namentlich in bezug auf die Methode des Unterrichtes eine deutliche Trennung in eine untere und obere Stufe (Mittelschulenquete, E. Czuber, Seite 603 ff.).

a) Unterstufe. Bis einschließlich zur III. Klasse ist der Unterricht als eine Vorschule der Zahlen- und Raumlehre aufzufassen. In der Zahlenlehre knüpft er an die aus der Volksschule hergebrachten Kenntnisse an, um dieselben zu erweitern und zu vertiefen; neben der Vertrautheit mit den besonderen Zahlen und ihren einfachsten Eigenschaften, neben der Einsicht in die leichtesten Rechenregeln, welche an Beispielen mit übersichtlichen Zahlen zu gewinnen ist, strebt er eine ruhige Sicherheit im mechanischen Rechnen an. Er erhebt sich allmählich bis zu den Anfängen der allgemeinen Arithmetik als ab-

*) Vergl. Hermann Schiller: Formalismus; Formale Bildung (im Enzyklopädischen Handbuch der Erziehungskunde, von Dr. Josef Loos).

**) Normallehrplan der Realschulen vom 8. April 1909. Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht, Jahrgang 1909.

schließender Zusammenfassung und Darstellung des bisherigen Rechenunterrichtes (Anfänge der Buchstabenrechnung). — In der Raumlehre leitet er den Schüler zum bewußten Anschauen der Raumformen an. Unter Verwertung der von den übrigen Lehrfächern und vom gewöhnlichen Leben nahegelegten Raumvorstellungen führt er dem Schüler die planimetrischen und stereometrischen Grundgebilde vor und erklärt die einfachsten gegenseitigen Beziehungen derselben, soweit zu ihrer Erkenntnis die unmittelbare Anschauung ausreicht. Der Unterricht bezweckt zugleich auch die Gewöhnung an den sinngemäßen und sicheren Gebrauch der arithmetischen und geometrischen Kunstsprache, ohne vorzeitige Erzwingung formeller Definitionen.

In der II. und III. Klasse schließt sich an die Mathematik auch das geometrische Zeichnen an; durch dieses soll der Schüler mit dem Gebrauche des Zirkels und Lineals vertraut werden und eine gewisse manuelle Fertigkeit im Liniarzeichnen, das heißt in der zeichnerischen Durchführung geometrischer Konstruktionen erlangen.

Auf der Unterstufe ist der Unterricht in der Arithmetik, Geometrie und im geometrischen Zeichnen in jeder Klasse in der Hand eines Lehrers vereinigt. Diese Verbindung ist als ein großer Fortschritt des neuen Lehrplanes anzusehen; sie gibt dem Lehrer Gelegenheit zur Zusammenfassung innerlich verwandter Partien und zur Vereinfachung des Unterrichtes. Das geometrische Zeichnen wird in der II. und III. Klasse zwar von dem Lehrer der Mathematik gelehrt, aber getrennt klassifiziert.

b) Oberstufe. Von der IV. Klasse angefangen beginnt die obere Stufe. Als Lehrziel wird die wissenschaftliche Verknüpfung der mathematischen Einzelbegriffe und Einzelsätze (unter Verzicht auf rein deduktive Darstellungen), die gründliche Erkenntnis und Durchübung der sogenannten Elementarmathematik bezeichnet. Das Rechnen mit besonderen Zahlen geht in die allgemeine Arithmetik über und behandelt die verschiedenen Abschnitte der Algebra (Gleichungen, Potenzen und Wurzeln, Logarithmen, Reihen, Kombinationslehre und Wahrscheinlichkeitsrechnung); an die Stelle des Anschauungsunterrichtes in der Raumlehre tritt der in wissenschaftlichen Formen geführte Unterricht in der Planimetrie, Stereometrie, in der ebenen und sphärischen Trigonometrie, endlich in der analytischen Geometrie der Ebene. Neben der unmittelbaren Anschauung bildet die strenge Beweisführung oder Rechnung die Quelle der geometrischen Erkenntnis.

Das geometrische Zeichnen, welches in II. und III. in Verbindung mit der Mathematik gelehrt wurde, geht von der IV. Klasse angefangen in die darstellende Geometrie über.

Die Veränderungen, welche der gegenwärtige Lehrplan (vom 8. April 1909) gegenüber jenem vom Jahre 1899 zeigt, sind „als zeitgemäße Weiterentwicklungen im Rahmen der bisherigen Organisation der Realschulen aufzufassen, durch welche hauptsächlich die wiederholt und dringend verlangte Entlastung der Schüler herbeigeführt werden soll“ (Ministerialverordnung vom 8. April 1909). Im besonderen wird angestrebt: 1. Anpassung an die jeweilige geistige Entwicklung der Schüler. 2. Vereinfachung des Lehrganges durch nähere Verbindung innerlich zusammengehöriger Lehren, namentlich auf allen Stufen zwischen Arithmetik und Geometrie. 3. Allseitige Anpassung des mathematischen Lehrstoffes an die einschlägigen Unterrichtsfächer und an die Anwendungsgebiete des wirklichen Lebens. 4. Erfassen funktionaler Beziehungen bei allen Gelegenheiten des mathematischen Unterrichtes. 5. Pflege der räumlichen Anschauung, unterstützt durch einschlägige manuelle Tätigkeit (Anfertigung von Modellen, Messungen u. dgl.). 6. Beseitigung veralteter oder als didaktisch unfruchtbar erkannter Stoffe, Verzicht auf unbedeutende Einzelheiten, Beseitigung mancher Wiederholungen, Verschiebungen einzelner Partien im Lehrplane („Bemerkungen“ zum Normallehrplan 1909). Die gebotenen Erleichterungen beziehen sich auch auf das Aufgabenwesen. Die Zahl der Schularbeiten wurde auf drei im Semester festgesetzt (früher vier). Die Bestimmungen über die Hausübungen, welche von Stunde zu Stunde gegeben werden, blieben im wesentlichen unverändert.

IV. Unterrichtszeit.

Die der Mathematik und dem mit ihr (in den Klassen II und III) verbundenen geometrischen Zeichnen zugewiesene wöchentliche Unterrichtszeit ist aus folgender Stundenübersicht*) zu entnehmen:

Klasse	I	II	III	IV	V	VI	VII
Stundenzahl für Mathematik	3	3	3	4	4	1. Sem. 4 2. Sem. 3	5
Stundenzahl für das geom. Zeichnen	—	2	2	—	—	—	—

Die für Mathematik angesetzte Unterrichtszeit wird zwischen Arithmetik und Geometrie so geteilt, daß der Unterricht in der Raum-

*) Normallehrplan der Realschulen vom 8. April 1909.

lehre in der I. Klasse erst vier Wochen nach dem Schulanfang beginnt, von da ab bis zum Schlusse der IV. Klasse der Geometrie je eine Stunde wöchentlich, von der V. Klasse aber durchschnittlich gleichviel Stunden der Geometrie wie der Arithmetik gewidmet werden. Die folgende Tabelle zeigt in detaillierter Weise die wöchentliche Stundenverteilung für die Arithmetik, Geometrie und das geometrische Zeichnen:

<table>
<tr><th>Klasse</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th><th>IV</th><th>V</th><th>VI</th><th>VII</th></tr>
<tr><td>Arithmetik</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">1. Sem. 4
2. Sem. 3</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>Geometrie</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Geom. Zeichnen</td><td>—</td><td>2</td><td>2</td><td>—</td><td>—</td><td>—</td><td>—</td></tr>
</table>

Früher war die Einteilung des Mathematikunterrichtes eine ganz andere.*) Zur Unterstufe zählte man die Klassen I bis inklusive IV; auf der Unterstufe wurde unter Mathematik bloß das Rechnen verstanden (besondere Arithmetik in I und II, allgemeine Arithmetik in III und IV). Die Geometrie war dagegen mit dem geometrischen Zeichnen verbunden und bildete mit diesem einen eigenen, von der Mathematik gänzlich getrennten Gegenstand. Zur Oberstufe gehörten die Klassen V bis VII; hier bildete die Fortsetzung der Algebra nebst der wissenschaftlichen Behandlung der Geometrie (Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie, analytische Geometrie) den Gegenstand des Unterrichtes.

Die früheren wöchentlichen Stundenzahlen für die Arithmetik, Geometrie und das geometrische Zeichnen sind folgende:

<table>
<tr><th>Klasse</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th><th>IV</th><th>V</th><th>VI</th><th>VII</th></tr>
<tr><td>Arithmetik</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>Geometrie</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1. Sem. 2
2. Sem. 1</td></tr>
<tr><td>Geom. Zeichnen</td><td>—</td><td>1</td><td>1</td><td>1. Sem. 1
2. Sem. 2</td><td>—</td><td>—</td><td>—</td></tr>
</table>

*) Normallehrplan der Realschulen vom 1. März 1899.

Vergleicht man diese Tabelle mit jener, so ergibt sich, daß der Unterricht in der Arithmetik fast auf der ganzen Linie empfindlich verkürzt wurde. Der Stundenverlust ist namentlich in den Klassen I bis III sehr zu beklagen, denn die Sicherheit und Geläufigkeit im Zifferrechnen, im Rechnen mit Dezimalbrüchen und gemeinen Brüchen, sind für den späteren Unterricht in der Algebra von der größten Wichtigkeit. Das algebraische Rechnen ist ja zumeist nichts anderes als die Darstellung von Gesetzen, welche aus dem Rechnen mit besonderen Zahlen sich ergeben; der Algebraiker, welcher abstrakte Gedankengänge versinnlichen will, stellt dieselben in besonderen Zahlen dar. Im Zifferrechnen ruht die Anschauung, das Zifferrechnen hat für den größeren Teil der Schüler einen höheren Wert als die Kenntnis der Algebra; das Zifferrechnen der Unterstufe hätte keinesfalls geschwächt werden sollen. Fast scheint es, daß die neuere Zeit der besonderen Arithmetik nicht mehr jenes Interesse und Ausmaß der Wertschätzung entgegenbringt, welches ihr gebührt.

Der theoretische Unterricht in der Geometrie, welcher immer mit Zeitmangel schwer zu kämpfen hatte, blieb auf das bisherige Zeitminimum von einer wöchentlichen Stunde beschränkt; nur die Unterrichtszeit für das geometrische Zeichnen wurde in der II. und III. auf zwei Stunden erhöht.

V. Klassenziele.*)

Entsprechend der so knapp bemessenen Unterrichtszeit wurden auch die Lehrziele der einzelnen Klassen auf das niedrigste Maß herabgesetzt.

Erste Klasse.

Das Rechnen behandelt nur mehr die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und mit Dezimalzahlen in beschränktem, nur allmählich sich erweiterndem Zahlenbereiche, wobei neben dem Rechnen mit unbenannten Zahlen auch das Rechnen mit einnamigen Zahlen (mit vaterländischen Münzen, Maßen und Gewichten) geübt wird; es schließt mit Vorübungen im Rechnen mit gemeinen Brüchen, bei welchen diese als besondere Arten von benannten Zahlen aufgefaßt werden, so daß für die Durchführung der einfachsten Bruchrechnungen die Aufstellung besonderer Bruchregeln nicht notwendig ist.

Die Raumlehre vermittelt die Kenntnis der einfachsten individuellen Raumformen, insbesondere typischer Winkel, Figuren und Körper, und zwar zunächst durch unmittelbare Anschauung, dann durch das Nachzeichnen (im Hefte, mit Bleistift, Lineal und Zirkel), durch das

*) Normallehrplan der Realschulen vom 8. April 1909.

Nachbilden mit einfachen Anschauungsbehelfen (Modellieren mit Stäbchen und Pappendeckel), ja selbst durch die Berechnung einfachster geometrischer Formen (des Rechteckes und Quadrates, Quaders und Würfels).

Zweite Klasse.

Das Rechnen beginnt mit der Einübung der wichtigsten für die Teilbarkeit und Faktorenzerlegung, für die Bestimmung des gr. g. Maßes und kl. g. Vielfachen geltenden Regeln und geht sodann zur Entwicklung allgemeiner Gesetze für das Bruchrechnen über (Formveränderung der Brüche; Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt; Grundrechnungsarten mit gemeinen Brüchen; das Rechnen mit periodischen Dezimalbrüchen). Die Vornahme der einfachen und zusammengesetzten Schlußrechnung wird durch die Betrachtung direkt und verkehrt proportionaler Größen und durch leichte funktionale Denkübungen eingeleitet; die Schlußrechnungen werden zunächst auf leichte Aufgaben des bürgerlichen Lebens, zuletzt auch zur Lösung einfachster Zinsrechnungen angewendet.

Die Raumlehre geht von der Symmetrie ebener und körperlicher Gebilde aus und entwickelt die planimetrischen Fundamentalkonstruktionen (Halbierung der Strecke und des Winkels, das Zeichnen des rechten Winkels und der Normalen etc.) auf Grund der Symmetrie des gleichschenkligen Dreieckes. Sie wendet sich dann zur Lehre von den ebenen Figuren, zur Betrachtung der verschiedenen Arten von Dreiecken, Vierecken und Polygonen; dabei widmet sie sich hauptsächlich der Konstruktion dieser Figuren aus gegebenen Seiten und Winkeln, um die Schüler zur Einsicht in die ausreichenden Bestimmungsstücke zu führen. Die Lehre vom Kreise (Eigenschaften der Sehnen und Tangenten, der Zentri- und Peripheriewinkel etc.), bildet den Abschluß des Unterrichtes. Gleichzeitig mit der Lehre von den Dreiecken, Vierecken, regelmäßigen Polygonen und dem Kreise erfolgt auch die Betrachtung der dazu gehörigen Pyramiden und Prismen, Kegel und Zylinder sowie der Kugel (nach Erfordernis des Geographieunterrichtes), wobei insbesondere die allgemeine Einteilung dieser Körper (in gerade, schiefe, regelmäßige u. dgl.) und ihre Symmetrieeigenschaften zur Sprache kommen.

Im **geometrischen Zeichnen** beginnen die Übungen im Gebrauch der Zeichenrequisiten auf dem Reißbrette; einfache Konstruktionsaufgaben aus dem theoretischen Lehrstoffe der Raumlehre, ferner leichte, aus geraden Linien zusammengesetzte geometrische Zierformen werden mit Tusch und Feder ausgezogen. Die Zahl der in einem Semester ausgeführten Blätter ist ungefähr drei bis vier.

Dritte Klasse.

Arithmetik. Der Lehrstoff der besonderen Arithmetik schließt mit der Vornahme und Durchübung des abgekürzten Rechnens mit Dezimalzahlen ab; dieses findet sodann im geometrischen Unterrichte. bei der Berechnung der Flächen- und Rauminhalte vielfach und ungezwungen Anwendung. Indem der Schüler die Bestimmungsstücke der zu berechnenden Raumgebilde möglichst oft durch wirkliches Messen sich verschafft, ergibt sich ihm auch ein Urteil über die meist sehr beschränkte Genauigkeit der gegebenen und zu berechnenden Größen und die Vorteilhaftigkeit des abgekürzten Rechnens. Sodann wendet sich der Unterricht zu den Anfängen der allgemeinen Arithmetik als abschließender Zusammenfassung des bisherigen Rechnens; das Lehrziel besteht in der Darstellung der an besonderen Zahlen bereits erkannten Rechengesetze in Worten und Buchstaben, das heißt in der Einübung der Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen. Hiebei werden namentlich die der Algebra eigentümlichen Darstellungsformen, zum Beispiel der Gebrauch der Klammern und die Anwendung einfacher Umformungen algebraischer Ausdrücke, dann die Vornahme häufiger Proben durch Einsetzen besonderer Zahlen in Angabe und Resultat sorgfältig erklärt und geübt. Neuen Begriffen, welche auf dieser Stufe in den Denkkreis eintreten (Koeffizient, Potenz, Exponent etc.) wird selbstverständlich die größte Aufmerksamkeit zugewendet. An die Vornahme der Multiplikation schließt sich auch das Quadrieren und Kubieren des Binoms, ferner das Quadrieren und Kubieren der dekadischen Zahlen nebst den inversen Operationen des Wurzelziehens an. Aus der Verbindung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes ergeben sich Gelegenheiten zur graphischen Darstellung der vier Rechenoperationen an Strecken, der Ausdrücke $(a \pm b)$, $(a \pm b)^2$ u. s. w., ferner zur Anwendung des Quadrierens, Kubierens und Wurzelziehens auf planimetrische und stereometrische Rechnungen. Den Abschluß des Unterrichtes bildet die Entwicklung des Begriffes positiver und negativer Zahlen und die Vornahme der vier Grundrechnungsarten mit algebraischen Zahlen.

Die Raumlehre behandelt zunächst die Grundgesetze über die Flächenvergleichung und Flächenverwandlung (allgemeine Flächensätze; Flächensätze über Parallelogramme, Dreiecke, Trapeze, Vielecke, Kreise; Flächensätze über das rechtwinklige Dreieck, den Pythagoräischen Lehrsatz im geometrischen Sinne; endlich auch leichte Aufgaben über die Teilung der Figuren). Unter diesen Sätzen bietet namentlich der Flächensatz über ähnliche Dreiecke wertvolle Anregungen zum Vergleichen des Wachstums homologer Längen und Flächen. Auf dieses folgen die Berechnungen des Umfanges und Flächeninhaltes der einfachsten planimetrischen Figuren (des Recht-

eckes und Quadrates, der Dreiecke, des gleichseitigen Dreieckes und regelmäßigen Sechseckes, des Rhombus und des Trapezes, des Kreises und der wichtigsten Kreisteile); im Anschlusse werden die Berechnungen der Oberflächen und Rauminhalte der analogen Körper vorgenommen (des Quaders und Würfels, des quadratischen Prismas, der quadratischen Pyramide, des Zylinders und Kegels, der Kugel). Bei den Berechnungen der als ähnlich erkannten Figuren oder Körper wird stets der funktionale Zusammenhang zwischen dem Wachstum homologer Längen, Flächen- und Rauminhalte durch entsprechende Zeichnungen oder Modelle veranschaulicht. Unter den geometrischen Rechenaufgaben wird namentlich jenen die größte Sorgfalt zugewendet, an welchen der Pythagoräische Lehrsatz zur Veranschaulichung und Anwendung kommt (Berechnung der Diagonale im Rechtecke und Quadrate, Quader und Würfel; Berechnungen des gleichschenkligen und gleichseitigen Dreieckes; Berechnungen der Höhe einer quadratischen Pyramide u. dgl.). Die Rechnungen werden ausnahmslos auf abgekürzte Art verrichtet, die Beurteilung des anzustrebenden Genauigkeitsgrades geschieht meist auf Grund wirklichen Messens der Bestimmungsstücke. Zu jeder planimetrischen Rechenaufgabe wird eine Figur in natürlicher Größe oder in verjüngtem Maßstabe angefertigt; die durch Rechnung erhaltenen Zahlen werden mit der Zeichnung verglichen. Bei stereometrischen Rechnungen geschieht die Bestätigung des Ergebnisses auch durch Abwägen des Körpermodelles.

Im **geometrischen Zeichnen** werden die in der II. Klasse begonnenen Übungen fortgesetzt. Die geometrischen Konstruktionsaufgaben beziehen sich auf einfache oder zusammengesetzte Flächenverwandlungen; unter den geometrischen Zierformen nehmen bereits die aus Kreisen oder Bogen zusammengesetzten die erste Stelle ein (gothische Maßwerke und ähnliches).

Vierte Klasse.

Die **Arithmetik** setzt die Erläuterung der allgemeinen Operationsgesetze und ihres Zusammenhanges sowie die Übungen in der Umformung der algebraischen Ausdrücke fort und bringt dieselben zunächst bei der Auflösung leichtester Bestimmungsgleichungen ersten Grades (ohne Brüche) und den entsprechenden Proben zur Anwendung; Anlässe zur Übung des funktionalen Denkens ergeben sich hier bei dem Hinweise auf die Veränderlichkeit der Resultate bei Änderung der einzelnen Rechenelemente. Die Begriffe des Maßes und des Vielfachen, welche schon früher den Ausgangspunkt für eine nähere Betrachtung der natürlichen Zahlen, für ihre Einteilung in Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen und für die Zerlegung der letzteren in

Primfaktoren gebildet haben, führen nun zu analogen Untersuchungen algebraischer Ausdrücke. Diese werden zunächst nach ihrer Zerlegbarkeit unterschieden; die Zerlegung einfachster Ausdrücke wird nach bestimmten, an typischen Musterbeispielen erklärten Regeln vorgenommen. Daran reihen sich Bestimmungen des gr. g. Maßes und des kl. g. Vielfachen nach den Methoden der Faktorenzerlegung und Kettendivision. All dies bildet die Grundlage für eine zusammenfassende und begründende Lehre von den gemeinen Brüchen, ferner für die allgemeine Auflösung linearer Gleichungen mit einer und mit mehreren Unbekannten (hauptsächlich numerischer Gleichungen mit Brüchen, welche vor der Auflösung erst auf ihre einfachste Form gebracht werden müssen). Die Behandlung von Textgleichungen führt zur Lösung von praktisch bedeutsamen Aufgaben (über Zins-, Termin-, Mischungsrechnungen u. dgl.). Bei der Lehre von den Gleichungen wird auch die graphische Darstellung der linearen Funktion und ihre Benützung zur Auflösung von Gleichungen ersten Grades gezeigt. An die Gleichungen schließen sich die Proportionen sehr natürlich an. Den Abschluß des Unterrichtes in der Algebra bildet die Auflösung reiner quadratischer Gleichungen, soweit dies im planimetrischen Unterrichte benötigt wird.

In der **Planimetrie** bildet die Wiederholung und Vertiefung des auf der Unterstufe erworbenen Lehrstoffes unter Erläuterung der Euklidischen definierenden und beweisenden Darstellungsform an charakteristischen Beispielen den Gegenstand eines streng wissenschaftlichen Unterrichtes. Der in dieser Klasse zu behandelnde Lehrstoff reicht bis einschließlich zur Kongruenz und ihren Anwendungen. Die Lösung von Konstruktionsaufgaben wird nunmehr nach allgemeinen Methoden, darunter auch mittels Konstruktion algebraischer Ausdrücke, jedoch unter Ausschluß aller durch besondere Kunstgriffe lösbaren Aufgaben vorgenommen. Passende Rechenaufgaben schließen sich an den Lehrstoff an.

Fünfte Klasse.

Die wichtigste Änderung im Lehrplan dieser Klasse besteht in der Ausscheidung der unbestimmten Gleichungen. Die Ausschaltung dieser Lehrstoffpartie wird vielfach bedauert.*) Die unbestimmten Gleichungen werden wohl nicht für veraltet oder für didaktisch unfruchtbar gehalten; sie boten Gelegenheit, auf den funktionalen Zusammenhang zweier in einer Gleichung vorkommenden Variablen einzugehen und das Wesen des Auflösens dieser Gleichung durch eine hübsche graphische Darstellung zu veranschaulichen. Die Lehre von den unbestimmten Gleichungen, namentlich die Anwendungen derselben wurden von den Schülern stets mit besonderem Interesse

*) Siehe die Schlußbemerkung der Herausgeber Seite 60.

aufgenommen. — Der Unterricht in der Arithmetik beginnt in dieser Klasse mit der Lehre von den Potenzen und Wurzeln und übt dieselbe an ungekünstelten Beispielen ein. Dann folgt die Theorie und Auflösung quadratischer Gleichungen mit einer Unbekannten, die graphische Darstellung quadratischer Funktionen und ihre Anwendung zur Auflösung quadratischer Gleichungen; ferner die Auflösung leichtester quadratischer Gleichungen mit zwei Unbekannten, endlich die Auflösung einfachster Gleichungen höheren Grades, die sich ohne Kunstgriffe auf quadratische zurückführen lassen. Irrationale, imaginäre und komplexe Zahlen werden nur so weit betrachtet, als es für das Lösen quadratischer Gleichungen erforderlich ist. Der algebraische Unterricht schließt mit der gründlichen Vornahme der Lehre von den Logarithmen und der Einübung des logarithmischen Rechnens.

Planimetrie. Der in der IV. Klasse begonnene wissenschaftliche Unterricht in der Planimetrie wird fortgesetzt und im I. Semester abgeschlossen (Proportionalität der Strecken; Ähnlichkeit der Figuren; Flächenberechnung; Kreismessung).

Stereometrie. Dem systematischen Unterrichte in der Stereometrie (II. Semester) wurden alle jene Lehrstoffpartien abgenommen, welche bereits in der darstellenden Geometrie Behandlung gefunden haben (Lehrsätze über Lagenverhältnisse im Raume; Beschreibung und Einteilung der typischen Körperformen u. ä.); mit Rücksicht auf das Ineinandergreifen der Stereometrie und darstellenden Geometrie und zur Vermeidung zeitraubender Wiederholungen werden diese beiden Lehrfächer in steter Fühlung erhalten. Der Unterricht beginnt mit der Erklärung der körperlichen Ecke im allgemeinen, der dreiseitigen Ecke im besonderen (Polarecke), befaßt sich sodann mit den Oberflächen- und Rauminhaltsberechnungen der Prismen und Pyramiden, Zylinder und Kegel, der Rotationsflächen, der Kugel und ihrer wichtigsten Teile; er schließt mit der Betrachtung, beziehungsweise Berechnung der regelmäßigen Polyeder.

Sechste Klasse.

Arithmetik. Den Gegenstand des algebraischen Unterrichtes bilden die logarithmischen und die Exponentialgleichungen einfachster Art; ferner die arithmetischen Reihen erster Ordnung, die geometrischen Reihen und ihre Anwendungen auf die Zinseszins- und Rentenrechnung.

Die Goniometrie; die ebene und sphärische Trigonometrie. Wegen der großen Bedeutung und der vielfachen praktischen Anwendung wird der Goniometrie und Trigonometrie eine hervorragende Stellung im Lehrplane der Realschulen eingeräumt und ein großer Teil des Schuljahres zur Verfügung gestellt; ihrer Vornahme und Durchübung wird die größte Sorgfalt zuteil.

Der umfangreiche Lehrstoff gelangt in folgender Ordnung zum Vortrage: Entwicklung des Begriffs der Funktionen spitzer Winkel, graphische Darstellung derselben im Einheitskreise zum Zwecke ihrer Versinnlichung und des leichteren Einprägens ihrer Eigenschaften und gegenseitigen Beziehungen. Gewinnung der Fundamentalformeln, soweit diese unmittelbar aus dem Begriff der Winkelfunktionen oder aus ihrer graphischen Darstellung mit Hilfe des Pythagoräischen Lehrsatzes sich ergeben. Erklärung und Gebrauch der Tafel der natürlichen Werte der Winkelfunktionen und der logarithmisch-trigonometrischen Tafeln. Grundformeln für die Auflösung des rechtwinkligen Dreieckes; Berechnung des rechtwinkligen und gleichschenkligen Dreieckes, der regelmäßigen Polygone.

Erweiterung des Funktionsbegriffs auf stumpfe und erhabene Winkel, Zurückführung der Funktionen aller Winkel auf die Funktionen spitzer Winkel; Entwicklung goniometrischer Formeln für die Winkelsumme und Winkeldifferenz, für den Übergang vom ganzen Winkel auf den halben und umgekehrt, für die Umwandlung der Summen (Differenzen) von Winkelfunktionen in Produkte. Entwicklung der Grundformeln für die Auflösung des schiefwinkligen Dreieckes, Vorführung der vier Auflösungsfälle, Ableitung der trigonometrischen Formel für die Fläche, Lösung von Aufgaben aus der praktischen Geometrie. Berechnung des Viereckes, insbesonders des Parallelogramms. Zuletzt Lösungen leicht kombinierter Dreieckaufgaben.

In erweiternder Anknüpfung an die Kugel und das Dreikant werden der Begriff und die Eigenschaften des sphärischen Dreieckes sowie die Hauptformel für die Fläche desselben entwickelt. Es folgen sodann: die Formeln für die Auflösung des rechtwinkligen Dreieckes und die Vorführung aller sechs Auflösungsfälle, Anwendungen zur Lösung stereometrischer Aufgaben (Bestimmungen von Spuren- und von Neigungswinkeln gegebener Ebenen, Aufgaben über Tangentialebenen von Kegeln), dann leichte Aufgaben aus der sphärischen Astronomie.

Für das schiefwinklige sphärische Dreieck werden nur der Sinussatz und die beiden Cosinussätze entwickelt; die Auflösungsfälle werden nur soweit vorgenommen, als sie mit Hilfe dieser Sätze durchführbar sind. Die Anwendungen des schiefwinkligen Dreieckes beziehen sich auf die Lösung von Aufgaben aus der Geographie (sphärische Entfernung zweier Punkte auf der Erdkugel; Schiffahrt im größten Kreise etc.), aus der Astronomie und der Stereometrie (Bestimmungen von Rauminhalten). Bei allen diesen Anwendungen wird auf die Sicherheit im Übertragen der stereometrischen Bedingungen der Aufgabe in die von der sphärischen Trigonometrie vorausgesetzten Dreiecke ein besonderes, speziell ein größeres Gewicht gelegt als auf die gedächtnismäßige Einprägung und Beherrschung des ganzen

Formelapparates. Bei den Anwendungen wird empfohlen, die notwendigen Bestimmungsstücke durch wirkliche, wenn auch nur rohe Messungen seitens der Schüler beschaffen zu lassen.

Siebente Klasse.

Dieser Klasse fällt die Aufgabe zu, den Lehrstoff insbesondere nach der geometrischen Seite zum Abschlusse zu bringen, sodann aber behufs Befestigung des mathematischen Wissens der Schüler eine Wiederholung des gesamten Lehrstoffes der oberen Klassen im Wege der Bearbeitung entsprechend ausgewählter Aufgaben durchzuführen.

Arithmetik. Hier schreibt der Lehrplan zunächst die Elemente der Kombinationslehre vor (das Permutieren, Variieren und Kombinieren in einfachsten Fällen); sodann die Entwicklung des binomischen Lehrsatzes unter Voraussetzung ganzer und positiver Exponenten; endlich die Erklärung der Grundbegriffe und Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung, soweit dies zur Lösung der einfachsten Aufgaben aus der Lebensversicherung notwendig erscheint. Für die Behandlung dieses Lehrstoffes sollen bei Verwendung von zwei wöchentlichen Lehrstunden die ersten acht Wochen des Schuljahres ausreichend sein; von da ab wird die ganze Unterrichtszeit auf die analytische Geometrie der Ebene verwendet, welche im Lehrplane eine sehr wichtige Stellung einnimmt.

Analytische Geometrie. Der neue Lehrplan strebt das Erfassen des allgemeinen Funktionsbegriffes und die Anwendung desselben an. Gleichwohl bildet die Funktionslehre selbst keinen besonderen Abschnitt des Mathematikunterrichtes. Funktionale Beziehungen zwischen Größen werden vielmehr bei allen sich ergebenden Gelegenheiten innerhalb des Mathematikunterrichtes in den Kreis der Betrachtung einbezogen. (Siehe: Unterrichtsmethoden, Funktionslehre.) Den Abschluß und die höchste Stufe erreicht die Funktionslehre in der analytischen Geometrie. Hier wird an die bisher für einzelne Funktionen durchgeführten graphischen Darstellungen angeknüpft; das Lehrziel besteht in der Entwicklung der wichtigsten Gleichungsformen für die Gerade und für die einzelnen Arten der Kegelschnitte unter Zugrundelegung des rechtwinkligen Koordinatensystems, zum Zwecke der Untersuchung dieser Linien und ihrer gegenseitigen Beziehungen. Der geraden Linie wird hierbei die eingehendste Behandlung zuteil, denn sie bildet tatsächlich die Grundlage für alle folgenden Untersuchungen; hier gelangt zunächst die allgemeine Gleichung der Geraden in ihren verschiedenen Formen, dann die Normalgleichung zur Entwicklung. Die zu lösenden Elementaraufgaben beziehen sich zunächst auf die Aufstellung der Gleichung einer durch gegebene

Stücke bestimmten Geraden und umgekehrt auf die Konstruktion der Geraden aus der gegebenen Gleichung; ferner auf die Berechnung des Schnittpunktes und des Winkels zweier Geraden, ganz besonders aber auf die Bestimmung von Abständen mit Hilfe der Normalgleichung. Die Kegelschnittlehre beginnt mit der Entwicklung der Gleichung jeder einzelnen Kurve nach ihrer geometrischen Definition (zunächst in der einfachsten Lage zum rechtwinkligen Koordinatensystem, dann aber auch in anderen Hauptlagen) und mit der Konstruktion der Kurve aus der gegebenen Gleichung. Daran schließen sich Untersuchungen über die Beziehungen der Geraden zur Kurve: Bestimmungen der Schnittpunkte, Ableitung der Bedingung für das Berühren, Aufstellung der Tangentengleichung nach den bekannten drei Hauptbedingungen, die Bestimmung der Gleichung der Polaren für einen gegebenen Pol, der Gleichungen für konjugierte Durchmesser etc. Eine besondere Wichtigkeit kommt jenen Aufgaben zu, in welchen die Kegelschnittlinie als geometrischer Ort auftritt. Die Diskussion der allgemeinen Gleichung II. Grades, welche bereits eine größere Gewandtheit in der Handhabung der Methoden der analytischen Geometrie erfordert, wird unterlassen; dagegen kann bei der gelegentlichen Erklärung des Polarsystems auf die bemerkenswerte Tatsache hingewiesen werden, daß bei entsprechender Wahl dieses Systems alle drei Spezies in einer Gleichung zusammengefaßt werden können. Den Abschluß dieses Unterrichtes bildet die Bestimmung der Fläche der Ellipse, einzelner Ellipsenteile und des Parabelsegments; hier wie auch bei der Behandlung des Tangentenproblems können leichte Differential- und Integralrechnungen in Anwendung gebracht werden.

Über die Einführung der Anfangsgründe des Differenzierens und Integrierens in den Rahmen des elementaren Mathematikunterrichtes liegen allgemeine Erfahrungen noch nicht vor; das Urteil über den Wert und die Vorzüge des neuen Lehrplanes ist überhaupt kein abgeschlossenes. Gegenwärtig befindet sich der Unterricht im Stadium des Überganges, der neue Lehrplan wird im Schuljahr 1909/10 von der I. bis zur V. Klasse angewendet und erst in den folgenden Jahren auf die VI. und VII. Klasse ausgedehnt.

B. Methoden des Mathematikunterrichtes.

I. Methode des Unterrichtes in der Arithmetik.

Die Methode ist der Weg zum Ziele, der Lehrer ist der Führer auf diesem Wege. Je vorgeschrittener die Schüler sind, desto leichter und selbständiger finden sie sich auf dem vorgewiesenen Wege zurecht;

je zarter dagegen das Alter des Knaben, desto sorgfältiger muß die Führung sein. Der Lehrer wird daher namentlich auf den untersten Stufen der methodischen Führung seines Unterrichtes die größte Aufmerksamkeit zuzuwenden haben.

Neben den zahlreichen Werken, welche die Ausgestaltung der Unterrichtsmethode in der Mathematik behandeln, bieten dem Lehrer die im Anschlusse an den „Organisationsentwurf der österreichischen Gymnasien und Realschulen" vom Jahre 1849 (siehe Dr. v. Marenzeller, Normalien für Gymnasien und Realschulen in Österreich, I. und II. Band), ferner die mit den Lehrplänen vom Jahre 1879 und 1899 gleichzeitig ausgegebenen „Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen in Österreich" eine sehr verläßliche methodische Führung und didaktische Unterweisung.

Diese Instruktionen enthalten wertvolle Winke über den Unterricht in sämtlichen Gegenständen. In der Mathematik speziell geben sie zunächst einleitende Bemerkungen über Wesen und Ziel dieses Unterrichtes, über den Lehrplan im allgemeinen, über das Prüfen, über Haus- und Schulaufgaben, über Lehr- und Hilfsbücher; in ihrem besonderen Teile führen sie den im Lehrplan nur durch Schlagworte kurz umschriebenen Lehrstoff näher aus und geben didaktische Fingerzeige zu seiner Behandlung. Sie sind nicht als feste, unabänderliche, die Individualität des Lehrers beengende Normen gedacht; „ihre Aufgabe ist es nicht, den Unterrichtsgang ins Kleinste zu regeln oder den erprobten Lehrer in der Verwertung eigener Erfahrung zu beschränken". Sie sollen dem Lehrer, ohne seiner Selbständigkeit den wünschenswerten Spielraum zu entziehen, eine Richtschnur für sein Verfahren im Unterrichte bieten und ihn vor Umwegen oder Mißgriffen auf dem Wege zum vorgezeichneten Ziele bewahren. Gleichzeitig sollen sie den zur unmittelbaren Leitung der Lehranstalten sowie den zur Oberaufsicht Berufenen bei Ausübung ihrer Funktionen dienlich sein. (Vorbemerkung zu den Instruktionen 1879.) Auch im Jahre 1909 wurden die Grundsätze des neuen Normallehrplanes der Realschulen in besonderen „Bemerkungen" erläutert; dadurch wurden die Instruktionen vom Jahre 1899 teilweise ergänzt und abgeändert, ohne daß in den übrigen Teilen ihre Geltung im bisherigen Sinne aufgehoben worden wäre (Ministerialerlaß vom 8. April 1909).

Für die folgende Darstellung der Methoden des Mathematikunterrichtes bilden die „Instruktionen vom Jahre 1899" und die „Bemerkungen zum Normallehrplan 1909" die Grundlage.

Drei Ziele verfolgt der Rechenunterricht in der **I. Klasse:** Die sichere Kenntnis der Zahlenreihe, ein gründliches Verständnis der vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und mit Dezimalzahlen, endlich die Gewinnung einer ruhigen Sicherheit und Geläufigkeit im

Zifferrechnen; die zuverlässigste Methode hiefür besteht in der rationellen Pflege des Kopfrechnens.*)

Die Erfahrung lehrt, daß die in die Mittelschule eintretenden Knaben meist eine lückenhafte Vorstellung der Zahlenreihe besitzen; für den Rechner ist jedoch die gleichmäßige und sichere Kenntnis derselben, zum mindesten ihres ersten Hunderterkreises, unbedingt notwendig, weil das Wesen jeder Rechnungsart in einem Vorwärts- oder Rückwärtsschreiten auf der Zahlenreihe besteht. Daher wird das einfache Zählen (von Einheit zu Einheit) im ersten, zweiten, dritten .... Zehnerkreise geübt. Gezählt wird aufwärts, abwärts. Der Schüler findet Gelegenheit, die einzelnen Zahlen der Zahlenreihe gleichsam zu betasten; zugleich erkennt er, daß das Zählen im ersten Zehnerkreise für jenes in den übrigen Zehnerkreisen die Grundlage bildet, ebenso das Zählen im ersten Hunderterkreise für das in den übrigen Hunderterkreisen. Auf das einfache Zählen folgt das Zählen in Intervallen; hier nennt der Schüler nicht mehr alle, sondern nur bestimmte Zahlen der Zahlenreihe (die Zweier-, Dreierzahlen; die Vielfachen). Er erkennt, daß nicht alle Zahlen gleichwertig sind, daß es vielmehr unter ihnen hervorragende gibt, welche im Knotenpunkte mehrerer Reihen von Vielfachen stehen, mannigfaltigere Beziehungen haben und daher beim Rechnen eine wichtigere Rolle spielen als die übrigen. Durch diese Zählübungen gewinnt der Schüler eine gleichmäßige Kenntnis des ersten Hunderterkreises und zugleich der ganzen Zahlenreihe; es wird bewirkt, daß die Vorstellung des ersten Hunderterkreises rein und hochentwickelt dasteht, daß alle Zahlen desselben leicht reproduzierbar sind und die Vorstellung sich ohne Schwierigkeit von einer Zahl zur andern bewegt.

Auf die Zählübungen folgt die sorgfältige Wiedervornahme und methodische Durchübung der vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen, zum Zwecke der Richtigstellung und Festigung der aus den verschiedenen Volksschulen hergebrachten Begriffe, sowie zur Ausbildung einer entsprechenden Geläufigkeit im Zifferrechnen. Hiefür bildet wieder das auf dem Zählen beruhende Kopfrechnen den geeignetsten Weg, weil ja jede Rechnungsart auf das Zählen zurückgeführt werden kann. Der Charakter des Aufwärts- beziehungsweise Abwärtszählens ist am deutlichsten den Aufgaben der Addition und Subtraktion aufgeprägt, denn diese fordern, daß man von einer gegebenen Zahl um eine bestimmte Menge von Einheiten aufwärts

*) In der Darstellung der Methode des Kopfrechnens folgt der Berichterstatter zunächst eigenen Erfahrungen. (Vergleiche Fr. Bergmann, Die vier Grundrechnungsarten, behandelt nach der Methode des Kopfrechnens; Wien, Pichler). Wertvolle Winke enthält der Artikel: „Rechenunterricht in der Volks- und Bürgerschule“ von Konrad Kraus im Enzyklopädischen Handbuch der Erziehungskunde, von Dr. Josef Loos.

oder abwärts zähle. Die im Kopfe auszuführenden Additionsübungen werden in folgende Stufen eingeteilt:

1. Das Addieren von Einern zu Einern, und zwar innerhalb eines bestimmten Zehnerkreises, dann auch mit Überschreitung desselben (3+5, 12+7; 8+9, 16+6 etc.)

2. Das Addieren reiner Zehner zu reinen Zehnern (30+50, 60+70).

3. Das Addieren von Einern, beziehungsweise Zehnern zu einer gegebenen Zehnerzahl (14+3, 14+30; 29+9, 25+40).

4. Das Addieren der Zehnerzahlen (15+14); hier wird das Aufwärtszählen in zwei Abteilungen durchgeführt: zunächst um 10, dann um 4 Einheiten aufwärts.

Bei den Subtraktionsübungen werden die einzelnen Übungen analog angeordnet.

Das Multiplizieren ist ein Aufwärtszählen nach Vielfachen; wer 5 mit 4 multipliziert, zählt nach Fünfern viermal aufwärts, bis 20. Bei der kopfrechnerischen Durchübung der Multiplikation werden folgende Stufen eingehalten:

1. Das Multiplizieren der Einerzahlen. — Hier sind wir allerdings des faktischen Aufwärtszählens enthoben, weil in dem Einmaleins sämtliche Produkte dieser Art fertig vorkommen.

2. Das Multiplizieren eines reinen Zehners mit einer reinen Einerzahl (40×3).

3. Das Multiplizieren der Zehnerzahlen mit einer reinen Einerzahl (45×3). Die Zehnerzahl wird in reine Zehner und Einer zerlegt, mit beiden Teilen wird die Multiplikation ausgeführt. Eine Summe wird vervielfacht, wenn man ihre einzelnen Teile vervielfacht.

4. Das Multiplizieren zweier Zehnerzahlen (15×12); das Zwölffache wird aus dem Zehnfachen und dem Zweifachen zusammengesetzt.

Für die kopfrechnerische Ausführung von Multiplikationen ist es von größtem Vorteile, wenn die Schüler gewisse häufig vorkommende Zahlenreihen auswendig lernen:

12, 24, 36, 48, 60; 72, 84, 96, 108, 120 . (Zwölferzahlen).
15, 30; 45, 60; 75, 90; 105, 120; 135, 150 . (Fünfzehnerzahlen).
16, 32, 48, 64, 80; 96, 112, 128, 144, 160 . (Sechzehnerzahlen).
25, 50, 75, 100; 125, 150, 175, 200 . . (Fünfundzwanzigerzahlen).
121, 144, 169, 196, 225; 256, 289, 324, 361, 400 (Quatratzahlen).
Beispiele wie 15×14, 16×18, 25×16, 15×18 ($=15^2+15\cdot3$) etc. werden mit Leichtigkeit und fast im Augenblick gelöst, wenn der Schüler jene Zahlenreihen beherrscht; das Memorieren wird durch wiederholtes lautes Aufsagen in der Schule sehr gefördert.

Das Zählen nach Vielfachen bildet auch die Grundlage für das Dividieren. Um zu erfahren, wie oft 3 in 15 enthalten ist, zählen wir

nach Vielfachen von 3 aufwärts bis 15 (3, 6, 9, 12, 15); weil fünfmal gezählt wurde, so ist 3 in 15 fünfmal enthalten. Für die Durchführung einfacher Aufgaben genügt auch dieses Aufwärtszählen oder die Anwendung des Einmaleins; bei schwierigeren Divisionen wird die Methode des Zerlegens angewendet:

1. Zerlegung des Dividends in passende Summanden; um 45 durch 3 zu dividieren, zerlegen wir 45 in 30 und 15.

2. Zerlegung des Dividends in Faktoren; im Beispiele 750 : 25 stellen wir 750 als 75×10 dar und sagen:
$75 : 25 = 3$, daher $750 : 25 = 30$.

3. Zerlegung des Divisors in Faktoren; um 144 durch 36 zu dividieren, stellen wir 36 als 9×4 (oder 12×3) dar und sagen:
$144 : 9 = 16$, $16 : 4 = 4$.

Die Methoden des Zerlegens sind außerordentlich mannigfaltig und dankbar, sie geben Gelegenheit zu den herrlichsten kopfrechnerischen Übungen. Welch ein angeregtes Bild zeigt die Arithmetikstunde während des Kopfrechnens! Die Schüler werden lebendig, beteiligen sich mit vollem Eifer an den Übungen, haschen nach den Zahlen und führen die Operationen mit einer bewunderungswürdigen Schnelligkeit und Sicherheit aus. Der Gedankenprozeß des Rechnens ist dabei so einfach und durchsichtig; die Schüler verstehen, was sie rechnen, sie gelangen in kurzer Zeit zur Herrschaft über die Zahlen und zur Geläufigkeit im rechnerischen Denken. Selbstverständlich meidet der Lehrer beim Kopfrechnen jeden Prunk mit hochtrabenden oder verwickelten Textbeispielen, er übt vielmehr die Rechenoperationen an einfachen Zahlen und Formen ein; dafür wendet er seine Aufmerksamkeit der Übung des Zahlengedächtnisses zu, indem er am Schlusse des durchgerechneten Beispieles nicht nur die leicht zu merkenden Angaben, sondern auch die wichtigeren Zwischenresultate und das Hauptergebnis wiederholen läßt und die Schüler anleitet, die Antwort der Angabe gegenüberzustellen. Wiederholungen eines Beispieles in wenig veränderte Form erweisen sich zur Ausbildung der Übersicht und des Gedächtnisses als sehr zweckmäßig. Das Kopfrechnen wirkt erziehend.

Die schriftliche Darstellung bietet nicht mehr denselben reinen Einblick in das Wesen der vier Grundrechnungsarten, wie das Kopfrechnen. Wer die Zahlen 25 und 14 im Kopfe addiert, tut dies durch ein kontinuierliches Aufwärtszählen in zwei Abschnitten ($25+10+4$); beim Schriftrechnen wird an die Stelle des einheitlichen Aufwärtszählens ein zweimaliges und unterbrochenes gesetzt. Bei der Multiplikation wird das Vorstellen der kontinuierlichen Aufwärtsbewegung auf der Zahlenreihe noch mehr getrübt. Die Einsicht in das wahre Wesen der Grundrechnungsarten muß sich der Schüler aus dem Kopfrechnen holen; dieses soll daher im Anfange, bei der Behandlung

jener einfachsten Dinge, über welche die Schüler längst hinaus zu sein glauben, vorherrschen.

Das Anschreiben der Zahlen, das schriftliche Rechnen überhaupt, verlangt ein sorgfältiges Eingehen auf den Grundgedanken des dekadischen Zahlensystems, namentlich auf den Begriff des Stellenwertes und das Rechnen mit demselben. Die Art und Weise, wie aus zehn gleichartigen Einheiten, die als ein Ganzes aufgefaßt werden, eine neue Einheit höherer Ordnung (der Zehner) entsteht, führt zu der Erkenntnis, daß die Einer, Zehner, Hunderter . . . . , die Zehntel, Hundertstel . . . . als Einheiten verschiedener Ordnungen zu betrachten sind, daß somit beim Zählen dieser Einheiten nicht nur die Zahl, sondern auch die Art derselben angegeben werden muß. Da nun die Art dieser Einheiten, somit auch die wirkliche Bedeutung jeder Ziffer von der Stelle, an welcher sie steht, abhängig ist, so besitzt jede Ziffer neben ihrem absoluten auch noch einen von ihrer Position abhängigen Wert, den Stellenwert. So wie das Wesen der Grundrechnungsarten auf dem Zählen der Einheiten auf der Zahlenreihe beruht, so ist auch für das Rechnen mit Stellenwerten das Zählen auf der Reihe der Stellenwerte maßgebend, welches in den folgenden vier Gesetzen seinen Ausdruck findet:

a) Einer zu Einern (Zehner zu Zehnern etc.) addiert, geben wieder Einer (Zehner . . .), die allerdings bei hinreichender Menge als Zehner (Hunderter . . .) dargestellt, das heißt in Zehner (Hunderter . . .) verwandelt werden können.

b) Ein analoges Gesetz gilt auch für das Subtrahieren.

c) Durch die Multiplikation mit Einern bleibt der Stellenwert einer Zahl unverändert; durch die Multiplikation mit Zehnern, Hundertern . . . wird er um eine, beziehungsweise zwei . . . Stufen erhöht; durch die Multiplikation mit Zehnteln, Hundertsteln . . . wird er um eine, beziehungsweise zwei . . . Stufen erniedrigt.

d) Für das Dividieren der Stellenwerte wird ein analoges Gesetz angewendet.

Diese Grundgesetze werden vor allem kopfrechnerisch eingeübt; dabei veranschaulicht der Lehrer die Reihe der Stellenwerte in folgender Weise an der Tafel:

$$\ldots\ldots T, H, Z, \mathbf{E}; z, h, t \ldots\ldots$$

Die Übungen sind etwa folgende:

1. Erhöhe (erniedrige) einen bestimmten Stellenwert um eine Stufe, um zwei, drei . . . Stufen.

2. $4E \times 5E = 20E = 2Z.$

3. $5E \times 7Z = 35Z = 3H\ 5Z$ (= 350).
4. $14h \times 7z = 98t = 9h\ 8t$ (= 0·098).
5. $12E : 4E = 3E$.
6. $15E : 5Z = 3z$ (= 0·3).
7. $24z : 8z = 3E$ etc.

Dieselben Grundgesetze bilden auch die Richtschnur für das schriftliche Rechenverfahren; beim Multiplizieren für das richtige Anschreiben der einzelnen Teilprodukte, beim Dividieren für die Bestimmung des höchsten Stellenwertes im Quotienten.

```
453·2 .   ×0·3
----------
135·96
```

(2 Zehntel × 3 Zehnteln geben 6 Hundertstel; die erste Ziffer 6 des Produktes wird unter die Hundertstel des Multiplikands gesetzt.)

594·357 : 28·6 = • • •

(Hunderter durch Zehner geben Zehner; im Quotienten werden daher für die Zehner und Einer Punkte gesetzt.)

0·0028479 : 0·056 = 0·0

(Zehntausendstel durch Hundertstel geben Hundertstel: der Quotient beginnt daher mit 0·0 . . .)

Multiplikationen und Divisionen mit den Zahlen 11, 12, 15, 16, 25 führt der Schüler, welcher die entsprechenden Vielfachen schon im Kopfrechnen gelernt hat, sofort durch, ohne Teilprodukte oder Divisionsreste anzuschreiben; analog rechnet er auch mit 110, 1·2, 0·15, 2·5 etc.

```
83·64..  ×0·12
----------         (h × h = zt)
10·0368
```

4·3251 : 0·015 = 288·34 $(z : t = H)$.

Höchst anregend wirken auf die Schüler Multiplikationsbeispiele, bei welchen im Multiplikator Zwölfer, Fünfzehner u. dgl. vorkommen.

```
0·643    ×1201·5
----------
771·6...
    9645
----------
772·5645
```

(Das Zwölferprodukt rückt gegen den Multiplikand um zwei Stellen höher, denn Hunderter erhöhen beim Multiplizieren um zwei Stufen; das Fünfzehnerprodukt wird gegenüber dem Multiplikand um eine Stelle tiefer gesetzt, weil Zehntel um eine Stufe erniedrigen.)

Rechnungsvorteile. Von diesen wird zunächst jener geübt, welcher auf der Zerlegung des Multiplikators in 2 Faktoren beruht, wobei auch das Rechnen mit Stellenwerten zur Anwendung kommt;

$$34{\cdot}6 \times 4{\cdot}9 \quad (4{\cdot}9 = 7 \times 0{\cdot}7)$$

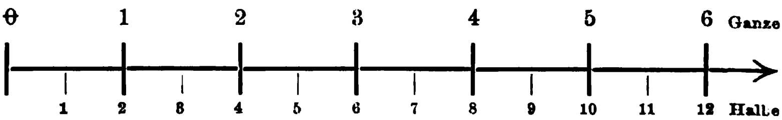
$$\underline{\quad 242{\cdot}2. \quad}$$

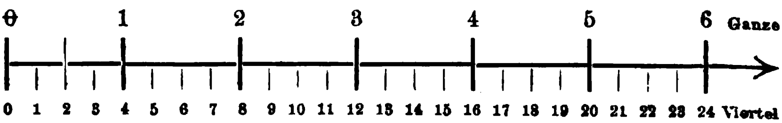
$$169{\cdot}54$$

Sodann der bekannte Einservorteil und Fünfundzwanzigervorteil, stets unter Voraussetzung wechselnder Stellenwerte. Auf diese Weise wird die schriftliche Behandlung der vier Grundrechnungsarten auf ein höheres Niveau gehoben und in die Eintönigkeit dieser Partie Abwechslung gebracht. Neben dem Rechnen mit unbenannten Zahlen wird das Rechnen mit einnamigen Zahlen gleichmäßig geübt; der Schüler wird dabei mit den Repräsentanten des metrischen Maßsystems bekannt und lernt leichte Aufgaben des praktischen Lebens durch Anwendung einfacher Schlüsse lösen. Beim Schriftrechnen wendet sich die Aufmerksamkeit des Lehrers ganz besonders der Deutlichkeit und Sauberkeit der Ziffernschrift, der übersichtlichen und korrekten Darstellung der Rechnung zu; unordentliche oder gar schleuderhafte Schrift wird nicht geduldet. Zur Förderung der Rechenfertigkeit erweisen sich angemessene Hausübungen als sehr zweckdienlich; die Aufgaben der Hausübung schließen sich unmittelbar an das in der Schule Gearbeitete an und unterscheiden sich von diesem nur durch etwas schwierigere Zahlen.

Eine bemerkenswerte Neuerung bietet der gegenwärtige Lehrplan der I. Klasse durch die „Vorübungen im Bruchrechnen"; diese werden zum größten Teil nach unmittelbarer Anschauung und zunächst wieder nach der Methode des Kopfrechnens ausgeführt.

Den Ausgangspunkt bildet die Anschauung der nach ganzen Einheiten, nach Halben und Vierteln eingeteilten Zahlenreihe; an der bildlichen Darstellung begreifen die Schüler leicht, daß man auf der Zahlenreihe nicht nur nach Ganzen, sondern auch nach Halben, Vierteln . . . vor- und rückwärtszählen kann.





An der Hand der Zeichnung wird zunächst die Bedeutung des Bruches erklärt:

1. Unter einem Bruche verstehen wir einen Teil der Einheit.

2. Wird die Einheit in zwei gleiche Teile geteilt, so heißt ein solcher Teil ein Halbes ($^1/_2$).

3. Nehmen wir von solchen Teilen mehrere (drei), so bezeichnen wir den erhaltenen Wert als drei Halbe ($^3/_2$). Ein Blick auf die Zeichnung lehrt, daß man diesen Wert auch so erhält, wenn man drei Einheiten als ein Ganzes auffaßt und in zwei gleiche Teile teilt; die Hälfte von drei Ganzen sind drei Halbe. Der Bruch zwei Drittel bedeutet daher entweder: ein Drittel, zweimal genommen, oder den dritten Teil von zwei Ganzen.

Auf Grund dieser Erklärungen und der Anschauung gewinnt der Schüler das Verständnis für das Wesen des Bruches, für die Bedeutung des Zählers und Nenners, für die Einteilung der Brüche in echte und unechte; auf Grund der Anschauung schreitet er zu den leichtesten Übungen über die Verwandlung und Formveränderung der Brüche, ohne Aufstellung besonderer Bruchregeln.

a) Bestimme den Wert von 1, 2, 3 . . . Einheiten in Halben, Vierteln . . . . ; den Wert von 4, 8, 12 . . . Vierteln in ganzen Einheiten (Verwandlung der Ganzen in Brüche und umgekehrt).

b) Bestimme den Wert von einer ganzen und einer halben Einheit in Halben, von 2 Ganzen und 3 Vierteln in Vierteln, durch direkte Anschauung der eingeteilten Zahlenreihe. (Begriff der gemischten Zahl, Verwandlung derselben in einen unechten Bruch.)

c) Bestimme den Wert von 5 Halben in Einheiten und Halben, von 9 Vierteln in Ganzen und Vierteln, wieder durch direkte Anschauung der eingeteilten Zahlenreihe. (Verwandlung des unechten Bruches in eine gemischte Zahl.)

d) Bestimme den Wert von 1, 2, 3 . . . Halben in Vierteln, Achteln . . . (Erweiterung des Bruches.)

e) Bestimme den Wert von 2 Vierteln, 6 Achteln . . . . in Halben, bezw. Vierteln. (Abkürzen des Bruches.)

f) Verwandle Halbe oder Fünftel in Zehntel; 20-tel, 25-tel, 50-tel in Hundertstel. (Verwandlung des gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch.)

Die nächsten Übungen betreffen die Durchführung der Grundrechnungsarten mit gemeinen Brüchen, soweit dies durch das Auf- und Abwärtszählen auf der Zahlenreihe erklärt werden kann; der Bruch wird stets als eine besondere Art von benannten Zahlen aufgefaßt.

I. 1 Drittel + 1 Drittel = 2 Drittel.
3 Viertel + 5 Viertel = 8 Viertel = 2 Ganze.
5 Sechstel + 4 Sechstel = 9 Sechstel (= $1^3/_6$ = $1^1/_2$).

II. 5 Drittel — 2 Drittel = 3 Drittel = 1.
9 Viertel — 3 Viertel = 6 Viertel (= $1^2/_4$ = $1^1/_2$).

III. 1 Viertel, 3 mal genommen, gibt 3 Viertel.
3 Viertel, 5 mal genommen, geben 15 Viertel (= $3^3/_4$).

IV. 3 Viertel, durch 3 geteilt, geben 1 Viertel.
6, 9 . . . Viertel, durch 3 geteilt, geben 2, 3 . . . Viertel.

V. 1 Halbes, durch 2, 3 . . . geteilt, gibt 1 Viertel, Sechstel . . .
3 Halbe, durch 2 geteilt, geben 3 Viertel.

Zusammengesetzte Übungen werden auf einfache zurückgeführt; die Erklärung eines im Rechnen üblichen Sprachgebrauches geht voran.

α) Eine Strecke mit $^3/_4$ multiplizieren heißt, von der Strecke 3 Viertel nehmen. Die Strecke wird zunächst in 4 Teile geteilt, 3 Teile werden genommen (oder das Dreifache der Strecke wird in 4 Teile geteilt). Die zusammengesetzte Rechnung zerfällt somit in eine Division durch 4 und nachherige Multiplikation mit 3 (oder in die Multiplikation mit 3 und nachherige Division durch 4).

Bei der Bestimmung des Produktes $5 \times {}^3/_4$ gibt die erste Rechnung $^5/_4$, die zweite $^{15}/_4$.

Bei der Bestimmung des Produktes $^1/_2 \times {}^3/_4$ gibt die erste Rechnung $^1/_8$, die zweite $^3/_8$.

Bei der Bestimmung des Produktes $0{\cdot}3 \times {}^2/_5$ gibt die erste Rechnung $^3/_{50}$, die zweite $^6/_{50}$.

β) Die Division zweier Brüche kann nur als eine Messung aufgefaßt werden, weil sowohl Dividend als Divisor als benannte Zahlen anzusehen sind; die Fragestellung lautet daher: Wie oft ist der Divisor im Dividend enthalten?

Im Beispiele $^3/_2 : {}^1/_2$ sagen wir: 1 Halbes ist in 3 Halben 3mal enthalten; Quotient = 3.

Im Beispiele $^8/_5 : {}^2/_5$ sagen wir: 2 Fünftel sind in 8 Fünfteln 4mal enthalten; Quotient = 4.

Das Divisionsbeispiel $^3/_2 : {}^3/_4$ verwandeln wir in $^6/_4 : {}^3/_4$; Quotient = 2.

Das Divisionsbeispiel $4 : {}^2/_3$ verwandeln wir in $^{12}/_3 : {}^2/_3$; Quotient = 6.

In der **II. Klasse** verfolgt das Rechnen zwei Ziele: die Entwicklung allgemeiner Regeln für das Bruchrechnen nebst Anwendung und gehöriger Durchübung derselben; dann die Vornahme einfacher und zusammengesetzter Schlußrechnungen.

Zur Einleitung in die Bruchrechnung werden die Begriffe der Maße und Vielfachen, namentlich des gr. g. Maßes und des kl. g. Vielfachen entwickelt; wieder leistet die Methode des Kopfrechnens die besten Dienste, denn sie allein ermöglicht es, daß die Aufmerksamkeit des Schülers ungeteilt der Betrachtung des Vorganges auf der Zahlenreihe sich widmen kann. Bei leichten Zahlen erfolgen denn auch die Bestimmungen des gr. g. Maßes und kl. g. Vielfachen ausnahmslos im Kopfe.

Die Maße von 12 sind: 2, 3, 4, 6.

Die Maße von 16 sind 2, 4, 8.

Die gemeinschaftlichen Maße von 12, 16 sind: 2, 4; das gr. g. Maß = 4.

Ebenso: Die Vielfachen von 4 sind: 4, 8, 12, 16, 20, 24 . . . .
Die Vielfachen von 6 sind: 6, 12, 18, 24 . . . .

Die gemeinschaftlichen Vielfachen von 4, 6 sind daher: 12, 24 . . .; das kl. g. Vielfache = 12.

Bei der Teilbarkeit der Zahlen und ihrer Zerlegung in Faktoren beschränkt sich der Unterricht auf einen mäßigen Zahlenkreis und auf dasjenige, was zunächst bei der Bruchrechnung verwendet wird; bei der schriftlichen Bestimmung des gr. g. Maßes und kl. g. Vielfachen wird der Methode der Zerlegung der Zahlen in ihre Primfaktoren der Vorzug gegeben.

Die Bruchrechnung selbst, dieser schwierigste Teil des Lehrstoffes der zweiten Klasse, wird mit der nochmaligen Vornahme der Begriffe des Bruches, seines Zählers und Nenners, der Einteilung der Brüche etc. eingeleitet. Die Vertiefung dieser Begriffe gelingt durch die Betrachtung des funktionalen Zusammenhanges zwischen dem Bruchwerte und dem Werte des Zählers, beziehungsweise Nenners, namentlich durch eine möglichst überzeugende Darstellung der drei Grundgesetze, daß mit dem wachsenden Zähler der Bruchwert in demselben Verhältnisse zunimmt, mit dem wachsenden Nenner dagegen abnimmt, daß somit der Wert eines Bruches ungeändert bleibt, wenn man Zähler und Nenner mit einer und derselben Zahl multipliziert (beziehungsweise durch eine und dieselbe Zahl dividiert). Aus diesen Grundgesetzen ergeben sich ungezwungen alle Regeln für die Formveränderung der Brüche, für die Verwandlung der gemeinen Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt, sowie für alle Grundoperationen mit Brüchen. Als Hauptregel gilt, daß jede Entwicklung durch das Kopfrechnen vorbereitet wird. — Bei der Vornahme der schriftlichen Addition und

Subtraktion sieht der Lehrer strenge auf die korrekte und übersichtliche Darstellung der Rechnung in dem bekannten Rechenschema. In allen Fällen, wo der gemeinsame Nenner nicht zu groß ist, wird er ausnahmslos im Kopfe gesucht (durch Aufwärtszählen nach Vielfachen des größten gegebenen Nenners); es wirkt überhaupt erfrischend, wenn der Gang einer schriftlichen Rechnung gelegentlich durch kleine Kopfrechnungen unterbrochen und dadurch beschleunigt wird. Unter den Multiplikationen und Divisionen bieten erfahrungsgemäß jene Fälle die größten Schwierigkeiten, in welchen der Multiplikator (Divisor) ein Bruch ist; hier muß nochmals, und zwar in derselben Weise, wie es in der I. Klasse geschah, die Bedeutung und der Sinn des Multiplizierens mit einem Bruche, des Dividierens durch einen Bruch veranschaulicht werden. Die Kenntnis des Maß- und Gewichtsystems, der Zeiteinteilung leisten bei der Erklärung des Bruchrechnens gute Dienste. Alle Rechnungen beschränken sich im Anfange auf leichte Zahlen; komplizierte Aufgaben mit schwierigen Zahlen werden der späteren zusammenfassenden Wiederholung und namentlich den Hausübungen vorbehalten.

Die Vornahme und gründliche Durchübung der einfachen und zusammengesetzten Schlußrechnung bildet den zweiten bedeutsamen Teil des Lehrstoffes der II. Klasse. Die Wichtigkeit dieser Partie ist evident. Denn hier wird zum ersten Male und in systematischer Ordnung das bisher nur theoretisch geübte Zifferrechnen zur Lösung von Aufgaben aus dem wirklichen Leben angewendet; überdies wird die Aufmerksamkeit des Schülers abermals auf die intensive Betrachtung von Größen gelenkt, welche voneinander in der Weise abhängig sind, daß mit dem Wachstum der einen ein gleichmäßiges (proportionales) Wachstum, beziehungsweise die proportionale Abnahme der anderen erfolgt (Begriff der gerade oder verkehrt proportionalen Größen).

Die Aufgaben der einfachen Schlußrechnung werden in folgenden drei Gruppen vorgenommen:

I. Aufgaben, welche durch den Schluß von der Einheit auf eine Mehrheit gelöst werden (1 *kg* kostet 4 K; wieviel kosten 3 *kg*?).

II. Aufgaben mit dem Schlusse von einer Mehrheit auf die Einheit (3 *kg* kosten 12 K; wieviel kostet 1 *kg*?).

III. Aufgaben, in welchen der Schluß von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit mittels der Einheit gemacht wird (3 *kg* kosten 12 K; wieviel kosten 5 *kg*?).

Bei der Behandlung dieser Grundaufgaben richtet sich die Aufmerksamkeit des Lehrers auf folgende zwei Punkte:

1. Auf das richtige und bewußte Aussprechen der Schlüsse, durch welche die Art der anzuwendenden Rechenoperationen, ob Multiplikation oder Division, festgestellt wird.

2. Auf die Vornahme der Schätzung des Rechenergebnisses.

Ad 1. Vor allem wird darauf gesehen, daß die Schüler für jede der drei Aufgabengruppen sich ein anschauliches, typisches Musterbeispiel, an welchem die Schlüsse ohne besondere Denkschwierigkeit vorgenommen werden können, gedächtnismäßig einprägen, zum Beispiel:

3 *kg* ..... 12 K
5 *kg* ..... *x* K.

Die Schlüsse zu dieser Aufgabe lauten:

Wenn 3 *kg* 12 K kosten, so kostet 1 *kg* den 3. Teil von 12 K, nämlich 4 K (die erste Rechnung ist die Division durch 3);

5 *kg* kosten 5mal soviel, nämlich 20 K (die zweite Rechnung ist die Multiplikation mit 5).

Die Lösung dieses typischen Musterbeispiels und die Einprägung der Schlüsse sind leicht; die Schwierigkeiten beginnen aber beim Übergange von den leichten Zahlen zu minder anschaulichen und hemmen in drohender Weise den Erfolg des Unterrichtes. Der Übergang muß daher mit der größten Vorsicht, durch ganz allmähliche Änderungen der Zahlen des Musterbeispieles erfolgen:

3 *kg* .... 1·2 K	0·3 *kg* .... 1·2 K	
5 „ .... *x*	5 „ .... *x*	etc.

Als letztes und höchst entwickeltes Beispiel wird etwa folgendes angesetzt:

„Wieviel kosten 54 *g*, wenn 32 *dkg* mit 12·48 K bezahlt werden?"

032· *kg* ..... 12·48 K
0·054 „ ..... *x* „

Die Schlüsse aller dieser Beispiele werden ausnahmslos nur mit den höchsten (unterstrichenen) Ziffern, und zwar ohne Rücksicht auf deren Stellenwert ausgeführt; durch die Schüsse soll ja nur die Art der anzuwendenden Rechenoperation festgestellt werden. Daher lauten die Schlüsse im letzten Beispiele genau so wie im ersten, lassen sich ohne Schwierigkeit aussprechen; der Schüler erfährt, daß die erste Rechnung eine Division durch 3,

$$(12{\cdot}48 : 0{\cdot}32 = 39 \text{ K}),$$

die zweite Rechnung die Multiplikation mit 5 ist

$$(39 \times 0{\cdot}054 = 2{\cdot}1 \text{ K}).$$

Ad 2. Die Vornahme einer Schätzung des Rechenergebnisses ist für die methodische Durchführung einer Schlußrechnung wichtig, weil sie den Schüler zur denkenden Überlegung der Aufgabe zwingt und vor groben Rechenfehlern bewahrt.

Jede Schätzung schließt sich unmittelbar an die Schlußbildung an und bietet willkommene Gelegenheit zum Rechnen mit Stellenwerten:

3 *kg* kosten 12 K.
1 *kg* kostet den 3. Teil von 12 K.

$$12 : 3 = 4,$$
$$12\,E : 3\,z = \underline{\underline{4\,Z}}.$$

1 *kg* kostet daher 40 K (4 *Z*).

5 *kg* kosten 5mal soviel als 1 *kg*.

$$4 \times 5 = 20.$$
$$4\,Z \times 5\,h = 20\,z = \underline{\underline{2\,E}}.$$

Die Schätzung ergibt 2 K; die genaue Ausrechnung 2·1 K.

Für die methodische Durchübung der Schlußrechnungen ist es unbedingt notwendig, jede Effekthascherei mit interessanten Texten zu meiden; die scheinbar einfachsten Aufgaben (mit *kg* und K, Arbeitern und Arbeitstagen etc.) sind die besten, weil sie am leichtesten von den Schülern verstanden werden. Es empfiehlt sich nicht, von einem Texte zum andern zu eilen; besser ist es, bei einem Textbeispiele längere Zeit zu bleiben und die Angaben desselben allmählich so zu ändern, daß man von einem einfachen typischen Musterbeispiele zu einem schwierigen sich erhebt. — Neben den Aufgaben mit viergliedrigem Ansatze werden auch solche mit mehrgliedrigem in den Kreis der Übungen einbezogen (zusammengesetzte Schlußrechnung); diese letzteren setzen bereits eine sichere Geläufigkeit des funktionalen Denkens voraus. — Die Schlußrechnungen werden zur Lösung einfachster Prozentrechnungen (von, auf, in 100) und Zinsrechnungen angewendet; hier wird weniger auf das Bedürfnis der kaufmännischen Praxis als auf jenes des alltäglichen Lebens Rücksicht genommen; die denkende Überlegung jeder einzelnen Aufgabe wird als Hauptbedingung eines erziehenden Unterrichtes bezeichnet.

Dritte Klasse. Das abgekürzte Rechnen mit Dezimalzahlen wurde durch den neuen Lehrplan aus der II. Klasse in die III. verlegt. Hier findet dieser Unterricht reifere Schüler vor, welche diese Art des Rechnens in der Geometrie bei den Berechnungen der Flächen und Körper anwenden und für die Beurteilung des anzustrebenden Genauigkeitsgrades ein besseres Verständnis zeigen. Als Vorbedingung für die Behandlung des abgekürzten Rechnens gilt das volle Verständnis und eine entsprechende Geläufigkeit im Rechnen mit Stellenwerten.

Die Erfahrung lehrt, daß der Unterricht in der **allgemeinen Arithmetik**, sobald derselbe unvermittelt mit der Einführung der Buchstaben an Stelle der besonderen Zahlen beginnt, in seinem späteren Verlaufe mit ganz eigenartigen Schwierigkeiten zu kämpfen hat. Die Schüler sehen zwar die Notwendigkeit und den Vorteil, gewisse Zahlen einer Rechnung mit Buchstaben zu bezeichnen, leicht ein; sie begreifen wohl, daß man Buchstabengrößen nur in der Weise addieren oder subtrahieren kann, indem man sie mit den entsprechenden Operationszeichen verbindet. Sie geben auch zu, daß man derartige Summen oder Differenzen in Klammern setzen muß, um sie gewissermaßen als höhere Einheiten kenntlich zu machen, falls mit ihnen weitere Operationen vorgenommen werden sollen. In dem Augenblicke jedoch, wo sie an die Ausführung der Rechnungen mit Klammerausdrücken schreiten sollen, verlieren sie die Einsicht; die ganze Buchstabenrechnung stößt auf unglaubliche Schwierigkeiten. Durch Drill kann man es allerdings so weit bringen, daß die Schüler den Gebrauch gewisser Regeln gleichsam mechanisch erlernen; die meisten kommen jedoch während des Rechnens mit Buchstaben entweder gar nicht oder sehr spät zum richtigen Verständnisse und zu voller Überzeugung.

Diesem Übelstande wird dadurch wirksam vorgebeugt, daß die Methode des algebraischen Rechnens, namentlich des Rechnens mit Klammerausdrücken, nicht gleich an allgemeinen, sondern zunächst an besonderen Zahlen erklärt und eingeübt wird, wodurch dieser Unterricht an Verständlichkeit und Anschaulichkeit gewinnt. Derartige Übungen können schon in der I. und II. Klasse, bei der Behandlung leicht zusammengesetzter Aufgaben über die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen, mit Dezimalzahlen und gemeinen Brüchen vorgenommen werden. Zum Beispiel: $8 \cdot 16 - 5 \cdot 2$; $8 \cdot (16 - 5 \cdot 2)$; $(8 \cdot 16 - 5) \cdot 2$; $(3^1/_2 + 2^3/_4) \cdot 5$; $(3^1/_2 - 1^2/_3) \cdot (1^3/_4 + 4^1/_4)$ etc.

Indem der Schüler diese zusammengesetzten Aufgaben in ihre einfachen Rechnungen zerlegt, überzeugt er sich leicht von dem Zweck der Klammer und von ihrer Wirkung auf die Reihenfolge der auszuführenden Operationen. Derartige Übungen im Gebrauche der Klammern sind als eine sehr gute Vorbereitung für den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik zu bezeichnen.

Nach diesen Vorübungen beginnen die Erklärungen der Grundrechnungsarten mit Buchstabengrößen, und zwar zunächst mit eingliedrigen, wobei den neuen Begriffen, die auf dieser Stufe in den Denkkreis eintreten (Koeffizient, Potenz, Exponent), die sorgfältigste Behandlung zuteil wird. Darauf folgt die Einübung der Grundrechnungsarten mit Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten; die Anschaulichkeit der Rechnung wird durch häufige Proben, namentlich durch Einsetzen besonderer Zahlen in Angabe und Resultat sehr gefördert. Das Quadrieren und Kubieren des Binoms bildet den Ausgangspunkt für

das Quadrieren und Kubieren dekadischer Zahlen und für das Ziehen der 2. und 3. Wurzel (Horner'sche Methode); diese Rechnungsarten finden in der Geometrie vielseitige Anwendung.

Nachdem auf diese Weise die Schwierigkeiten des Buchstabenrechnens überwunden sind, schreitet der Unterricht auf seiner höchsten Stufe zur Entwicklung des Begriffes der algebraischen Zahlen und zur Durchführung der Grundrechnungsarten mit solchen; die Übungen werden dabei so angeordnet, daß sie zu einer gleichzeitigen Wiederholung aller bisherigen Regeln des Buchstabenrechnens zwingen. (Vergl. A. Schülke, Aufgabensammlung aus der Arithmetik, I. Teil; Vorwort.)

Vierte Klasse. Der algebraische Unterricht baut nun auf der gewonnenen Grundlage fort und schreitet — nach einer Wiederholung der vier Grundrechnungsoperationen, bei welcher namentlich auf den Zusammenhang der Sätze eine größere Sorgfalt verwendet wird, als dies in der III. Klasse möglich war, wo die Schüler mit den Schwierigkeiten der abstrakten algebraischen Darstellungsformen zu kämpfen hatten — zur Zerlegung algebraischer Ausdrücke in Faktoren, einem höchst wichtigen Aufgabenkreise, welcher als Vorbedingung für eine gedeihliche Behandlung der Lehre vom gr. g. Maße und vom kl. g. Vielfachen angesehen wird. Das Zerlegen in Faktoren wird nach verschiedenen Methoden geübt: Durch das Herausheben eines gemeinschaftlichen Faktors, durch Zusammenfassung einzelner Glieder zu einem vollständigen Quadrat oder Kubus, nach dem Muster a^2-b^2, a^3-b^3, a^4-b^4 etc.; die höchste Stufe bilden Zerlegungen quadratischer Trinome durch die Zerlegung des mittleren Gliedes. Die praktischen Anwendungen dieser Zerlegungsmethoden werden an ungekünstelten Beispielen vorgenommen. Für die Bestimmung des gr. g. Maßes und kl. g. Vielfachen wird meist die Methode des Zerlegens, in gewissen Fällen auch die Methode der Kettendivision angewendet. Auf dieser Grundlage erfolgt zunächst eine zusammenfassende und eingehende Wiederholung der Bruchrechnung unter Voraussetzung algebraischer Brüche; sodann die Behandlung der Lehre von den Gleichungen 1. Grades mit einer und mehreren Unbekannten nebst der graphischen Darstellung der linearen Funktion und ihrer Benützung zur Auflösung der Gleichungen. Die Textgleichungen bieten bei richtiger Methode willkommene Gelegenheit, den Schüler im mathematischen Denken zu üben; unter diesen werden die Aufgaben über Zinsberechnungen, über die Termin-, Gesellschafts-, Durchschnitts- und Mischungsrechnung mit besonderer Gründlichkeit vorgenommen. Soweit der gleichzeitige Unterricht in der Planimetrie es erfordert, wird auch das Auflösen rein quadratischer Gleichungen geübt. Im unmittelbaren Anschlusse an die Gleichungen wird die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen entwickelt.

Während des algebraischen Unterrichtes wird das Zifferrechnen, namentlich die Übung des abgekürzten Rechnens und des Bruchrechnens, nie ganz außer acht gelassen, denn die mühsam erworbene Sicherheit und Geläufigkeit des numerischen Rechnens ist für viele Schüler wichtiger als die Kenntnis der Algebra. Das wirksamste Mittel, um das Zifferrechnen auf einer angemessenen Höhe zu erhalten, bilden die Hausübungen; neben den algebraischen Aufgaben werden den Schülern Beispiele aus der Arithmetik vorgelegt, die gewissenhafte Bearbeitung derselben wird kontrolliert. Die Vornahme der Gleichungen, die Anwendung der Proportionen geben reichliche Gelegenheit zur Übung des Zifferrechnens.

Fünfte, sechste, siebente Klasse. In den höheren Klassen bewegt sich der algebraische Unterricht durchaus in festen und bewährten Bahnen; methodische Neuerungen in der Behandlung einzelner Lehrstoffpartien werden durch den gegenwärtigen Lehrplan nicht eingeführt. Es wird jedoch die entschiedene Forderung erhoben, das Ausmaß des theoretischen Lehrstoffes auf das Notwendigste, die Durchübung auf ganz einfache und typische Beispiele einzuschränken; ebenso wird vor einer zu breiten Ausgestaltung der Beweise gewarnt.

Der Unterricht beginnt mit der Lehre von den Potenzen und Wurzeln und übt dieselbe an ungekünstelten Beispielen ein. Mit besonderer Sorgfalt wird die Ausdehnung des Potenz- und Wurzelbegriffs auf andere als positive und ganze Exponenten behandelt. Der Begriff der irrationalen, imaginären und komplexen Zahlen wird nur soweit genommen, als die Theorie der quadratischen Gleichungen es fordert. Im Zusammenhange damit wird auch das Ziehen der Quadratwurzel aus algebraischen Ausdrücken, ferner das Ordnen von Gleichungen mit Wurzelgrößen fleißig geübt.

Die Lehre von den quadratischen Gleichungen zerfällt in einen theoretischen und einen praktischen Teil. Die Theorie beschäftigt sich mit der Entwicklung der beiden Hauptformeln für die Auflösung quadratischer Gleichungen, mit der Erklärung der Eigenschaften ihrer Wurzeln und mit der Zerlegung quadratischer Trinome in lineare Faktoren; die praktischen Beispiele geben eine vorzügliche Gelegenheit zur Übung des algebraischen und numerischen Rechnens. Auflösungen höherer Gleichungen werden nur insoweit genommen, als sie durch leichte Zurückführung auf quadratische Formen möglich sind. Die Behandlung quadratischer Textgleichungen gibt zur Diskussion der Wurzeln und zur Ausscheidung unbrauchbarer Lösungen Gelegenheit. Von Gleichungen zweiten Grades mit 2 Unbekannten werden hauptsächlich nur jene gewählt, welche für die analytische Untersuchung der Kegelschnitte von Bedeutung sind. Neben der rechnerischen Behandlung wird auch die graphische Darstellung der quadratischen

Funktionen und ihre Anwendung zur Lösung quadratischer Gleichungen erklärt.

Der Unterricht der V. Klasse schließt mit der gründlichen Vornahme der Logarithmen, insbesondere mit der sorgfältigen Durchübung des logarithmischen Rechnens. Neben der theoretischen Vertrautheit wird hier die allseitige praktische Verwertung für das Zifferrechnen und die Sicherheit im Gebrauche der fünf- und vierstelligen Tafeln gefordert; Übungen im logarithmischen Rechnen werden von nun an bei jeder passenden Gelegenheit fortgesetzt.

In der sechsten Klasse wird der Mathematikunterricht durch die Trigonometrie beherrscht. Die Algebra schränkt sich auf ein kleineres Pensum ein; sie behandelt zunächst die einfachsten logarithmischen und Exponentialgleichungen, dann die arithmetischen und geometrischen Reihen mit den vielfältigen Anwendungen derselben in den Naturwissenschaften und in der Arithmetik (freier Fall, Wurf nach aufwärts; Verwandlung periodischer Dezimalbrüche in gemeine Brüche; Zinseszins- und Rentenrechnung).

In der siebenten Klasse sind zunächst die Elemente des Kombinierens vorgeschrieben. Die Operationen des Permutierens, Variierens und Kombinierens mit verschiedenen und mit wiederholten Elementen werden an einfachen Beispielen gezeigt; die Bestimmung der Zahl der Kombinationsformen ergibt sich aus der systematischen Gewinnung derselben. Der binomische Lehrsatz wird nur unter Voraussetzung ganzer und positiver Exponenten vorgenommen; bei der Erklärung der Eigenschaften der Binomialkoeffizienten genügt es, auf ihr symmetrisches Anwachsen gegen die Mitte und auf die sukzessive Berechnung derselben durch bloßes Summieren nach der Methode des Pascalschen Dreieckes hinzuweisen. Die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden nur in jenem Umfange behandelt, als die Lösung der einfachsten Aufgaben der Lebensversicherung es verlangt.

Funktionslehre.

Mit der graphischen Darstellung der Funktionen tritt ein neues Bildungselement in den Kreis des Mathematikunterrichtes ein. Der Funktionsbegriff hat eine große Bedeutung erlangt, er durchdringt alle Teile der Arithmetik und Geometrie, der Naturwissenschaften und der Volkswirtschaft; es ist daher als ein wesentlicher Fortschritt des neuen Lehrplanes zu bezeichnen, daß das Erfassen funktionaler Beziehungen bei allen sich darbietenden Gelegenheiten gepflegt wird, daß insbesondere die graphische Darstellung der Funktionen, welche das Verständnis mathematischer Ausdrücke und der Gleichungen so wirksam unterstützt, in den Unterricht Aufnahme findet.

Begriff der Variablen und der Funktion. Der Schüler hatte bisher Gelegenheit, zwei Kategorien von Zahlen kennen zu lernen: die beson-

deren und die allgemeinen. Beide Arten haben den Charakter von konstanten Zahlen; denn auch die allgemeinen Zahlen, welchen zwar beliebige Werte beigelegt werden können, dürfen sich während einer und derselben Rechnung nicht ändern. Sofern wir uns die endlose Reihe der Zahlen durch eine unbegrenzte Gerade (die Zahlenlinie) vorstellen, werden die besonderen Zahlen durch feste, die allgemeinen Zahlen zwar durch beliebige, jedoch während einer und derselben Rechnung unveränderliche Punkte dargestellt.

Die fortschreitenden Aufgaben der Algebra führen allmählich zur Betrachtung einer neuen Kategorie von Zahlen, der Variablen. Unter der Variablen verstehen wir eine stetig wachsende, beziehungsweise abnehmende Größe, welche ohne Unterbrechung alle Werte von $+\infty$ bis $-\infty$ annimmt. Das Hauptmerkmal der Variablen ist ihre stete Veränderlichkeit; ihre Versinnlichung geschieht durch einen Punkt, welcher allmählich und ohne Unterbrechung die ganze Zahlenlinie durchläuft.

Die Variable (x) wird in der Algebra nicht für sich allein, sondern stets in Verbindung mit anderen (konstanten) Zahlen, also in algebraischen Ausdrücken betrachtet (zum Beispiel $a x + b$), welchen sie infolge ihrer eigenen Veränderlichkeit gleichfalls einen veränderlichen Wert verleiht; es tritt daher mit dem Erscheinen einer Variablen x sofort auch ein zweiter variabler Wert y $(= a x + b)$ auf, wobei jedem besonderen Werte von x ein besonderer Wert von y zugeordnet ist. Der mathematische Kunstausdruck für die Abhängigkeit des Wertes y von x lautet: y ist eine Funktion von x; x wird als die unabhängige, y als die abhängige Variable bezeichnet; a und b heißen die Konstanten der Funktion.

Zur Veranschaulichung zugeordneter Werte von x und y bedient man sich zweier Zahlenlinien. Die Variable x wird durch die stetige Bewegung des Punktes M auf einer horizontalen Zahlenlinie X, y durch die analoge Bewegung des Punktes N auf einer vertikalen Zahlenlinie Y vorgestellt. Die Versinnlichung zugehöriger Werte von x und y geschieht nun entweder durch besondere Lagen der beiden beweglichen Punkte M und N oder durch die Angabe eines einzigen Punktes P in der Ebene, welcher jedoch so situiert ist, daß von ihm aus die Orte für M und N leicht abgeleitet werden können $(PM \perp X, PN \perp Y)$. Nachdem nun jedes einzelne Wertepaar von x und y durch einen besonderen Punkt P der Ebene versinnlicht wird, so geschieht die Darstellung sämtlicher Wertepaare durch einen geometrischen Ort in der Ebene.

Vorübungen in der graphischen Darstellung der Funktionen. Die Aufgabe der „elementaren Funktionslehre“ besteht darin, den Schüler zum Bewußtsein zu führen, daß eine Gleichung mit zwei Veränderlichen x und y als der Inbegriff einer unendlichen Mannigfaltig-

keit zusammengehöriger Wertepaare anzusehen ist; ferner in der Anleitung, besondere oder hervorragende Werte von x und y zu bestimmen. Hiezu bedient sich der Unterricht sowohl der Rechnung als auch der graphischen Darstellung. Mit dieser Pflege des funktionalen Denkens wird schon in den ersten Algebrastunden (III. Klasse) begonnen, indem man den Wert einfacher Ausdrücke ($y = x + 2$, $y = 2x$, $y = 2x + 1, \ldots$) zunächst für $x = 0, 1, 2, \ldots$, später auch für $x = -1, -2 \ldots$ berechnen läßt*). Bei der graphischen Darstellung der berechneten Funktionswerte bedient man sich entweder eines Koordinatensystems mit Zentimetereinteilung, oder auch eines Systems mit verschiedenen Maßstäben für x und y; darin trägt man die einzelnen berechneten Punkte ein und verbindet sie durch eine kontinuierliche Linie. Diese Art der graphischen Darstellung könnte unter günstigen Umständen sogar schon in der II. Klasse (bei der Behandlung der einfachen Regeldetri-Aufgaben durch Schlußrechnung) angewendet werden. Zum Beispiel: 1 Meter kostet 2 Kronen; stelle die Preise von 1, 2, 3 . . . Metern durch Zeichnung dar. — A legt in 5 Stunden 8 Kilometer zurück; stelle die in den einzelnen Stunden zurückgelegten Wege graphisch dar. — 7 Kilogramm kosten 12 Kronen; bestimme aus der graphischen Darstellung, wieviel 1, 2, 3 . . . Kilogramm kosten, wieviel Kilogramm man für 1, 2, 3 . . . Kronen erhält, etc.

Darstellung der linearen Funktion. (Von hier angefangen folgt der Verfasser den Erklärungen in den Elementen der Mathematik von Emile Borel, deutsch von Paul Stäckel; Seite 289 ff). — Nach diesen Vorübungen schreitet der Unterricht zur Untersuchung der allgemeinen linearen Funktion $y = ax + b$ und stellt fest, daß jede solche durch eine Gerade dargestellt wird (IV. Klasse). Diese Untersuchung wird am anschaulichsten an einem konkreten Beispiele ($y = 2x + 1$) in der Weise geführt, daß man zunächst die sehr leichte Funktion $y = 2x$ durch eine Gerade darstellt und diese letztere um eine Einheit nach aufwärts parallel zu sich selbst verschiebt, wodurch alle y-Werte um Eins vergrößert werden. Der Begriff der Richtungskonstanten ergibt sich als Quotient aus der Differenz der Ordinaten und Abszissen zweier Punkte. An der graphischen Darstellung der linearen Funktion wird nun das Wesen der Auflösung linearer Gleichungen leicht veranschaulicht.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist die Darstellung jener Funktionen, welche sich auf die gleichförmige Bewegung beziehen ($s = 2t$, $s = 2t + 3$, $s = ct + s_0$), wobei die Zeiten als Abszissen, die Wege als Ordinaten aufgetragen werden. Jede gleichförmige Bewegung wird durch eine gerade Linie dargestellt, deren Richtungskonstante durch

*) A. Schülke, Aufgabensammlung aus der Arithmetik, I. Teil (Vorwort).

die Geschwindigkeit der Bewegung gegeben ist; je steiler die Gerade, desto größer ist die Geschwindigkeit. Bestimmungen des zurückgelegten Weges für eine gegebene Zeit, der Zeit für einen gegebenen zurückzulegenden Weg werden sowohl rechnerisch als auch graphisch vorgenommen. Von größtem Interesse sind jene Aufgaben, in welchen zwei voneinander unabhängige Bewegungen gleichzeitig zur Betrachtung kommen und durch zwei Gerade graphisch dargestellt werden (graphische Darstellung von Eisenbahnfahrplänen etc.); aus der Zeichnung entnimmt man unmittelbar, welche Bewegung die schnellere beziehungsweise langsamere ist, den Ort und die Zeit der Begegnung, die Zeit, in welcher die beweglichen Punkte eine bestimmte Entfernung voneinander besitzen und ähnliches.

Darstellung quadratischer Funktionen. Den Ausgangspunkt bildet die Untersuchung der leichtesten Funktion $y = x^2$; sie wird so geführt, daß man eine Reihe entsprechender Werte von x und y berechnet, dieselben in einem Koordinatensysteme durch Punkte versinnlicht und letztere durch eine zusammenhängende Kurve verbindet. Derselbe Vorgang wird auch bei $y = -x^2$ eingehalten. Der Beweis, daß diese Kurven Parabeln sind, ist leicht erbracht; die Parabeln lassen sich leicht konstruieren und liefern bei Anwendung des Zentimeters als Längeneinheit ein ganz normales Bild. Bei der Darstellung anderer Funktionen ($y = 5x^2$, $y = \frac{1}{5}x^2$) wird in der Weise vorgegangen, daß man sämtliche Ordinaten der Parabel $y = x^2$ verfünffacht, beziehungsweise auf ein Fünftel verkleinert; die Form der Parabel wird dadurch allerdings abnormal und die neue Kurve setzt bereits dem genauen Zeichnen technische Schwierigkeiten entgegen, welchen jedoch am wirksamsten durch die Wahl größerer, beziehungsweise kleinerer Längeneinheiten begegnet werden kann. Das Bild der Funktion $y = x^2 + 1$ erhält man aus der Parabel $y = x^2$, indem man die letztere parallel zu sich selbst um eine Einheit nach aufwärts verschiebt, wodurch alle Ordinaten um eine Einheit vergrößert werden. Funktionen, wie $y = x^2 + 4x + 3$, werden zunächst auf die Form $y = (x + 2)^2 - 1$ gebracht; die entsprechende Kurve wird aus der Parabel $y = x^2$ durch eine doppelte, zu OX und OY parallele Verschiebung gewonnen. Die Anwendung solcher Funktionsdarstellungen bezieht sich zumeist auf die Lösung quadratischer Gleichungen, dann auf die Bestimmung des Maximums, beziehungsweise Minimums quadratischer Funktionen.

Darstellung anderer Funktionen. Die nächste Stufe der Funktionslehre beschäftigt sich mit der Untersuchung und Darstellung der Funktionen $y = \frac{1}{x}$, $= \frac{c}{x}$, $y = \log x$. Bei der Funktion $y = \frac{1}{x}$

werden für die Abszissen $x = \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}$ die entsprechenden Ordinaten eingetragen; verbindet man die erhaltenen Punkte durch eine fortlaufende Linie, so erhält man eine aus zwei unendlichen, in Bezug auf die Koordinatenachsen asymptotischen Ästen bestehende Kurve , welche den Namen Hyperbel erhält (Borel, ebenda, Seite 372). Bei der Funktion $y = \log x$ genügt die Darstellung der durch die Koordinaten $x = 10$ und $y = 1$, $y = 5$ und $y = 0·69 \ldots$, $x = 1$ und $y = 0$, $x = \frac{1}{2}$ und $y = -0·3 \ldots\ldots$, $x = \frac{1}{4}$ und $y = -0·6 \ldots$, $x = \frac{1}{10}$ und $y = -1$, $x = 0$ und $y = -\infty$ bestimmten Punkte und Verbindung durch eine Kurve, damit der Schüler einen Überblick des Verlaufes und Wachstums der Logarithmen gewinne.

Den Abschluß und die höchste Entwicklung erreicht die Funktionslehre in der **analytischen Geometrie** (siehe dort).

II. Methode des Unterrichtes in der Geometrie.*)

Arithmetik und Geometrie bilden im gegenwärtigen Lehrplan eine Unterrichtseinheit. Beide Gegenstände ergänzen einander, auf allen Stufen und in allen Klassen ist nunmehr der Unterricht in der Hand eines Lehrers vereinigt; durch die nähere Verbindung zusammengehöriger Partien soll eine Vereinfachung des Lehrganges und eine tiefere Wirkung auf den Schüler erzielt werden. Bezüglich der Unterrichtsmethode beider Gegenstände lassen sich viele Analogien feststellen. So wie die Arithmetik sich bestrebt, ihre Rechenregeln nicht etwa als Kunststückchen erscheinen zu lassen, sondern aus den Bedürfnissen und Tatsachen des wirklichen Lebens zu erklären, so führt auch die Geometrie ihre Gebilde und Formen nicht als etwas vom menschlichen Geiste Geschaffenes, sondern als etwas durch Erfahrung aus der Natur Geschöpftes vor. Demgemäß gilt im ersten geometrischen Unterrichte, der Formenlehre (I. Klasse), das Prinzip, daß jede geometrische Entwicklung von einer Körperbetrachtung auszugehen, daß die Erkenntnis der geometrischen Formen in der direkten Anschauung der Dinge zu wurzeln habe. Durch die unmittelbare Anschauung wird die Pflege des Raumvorstellens am besten gefördert; mit ihr geht auch die Übung der wissenschaftlichen Sprache der Geometrie Hand in Hand. Die Sprache ist ein ebenso bewährtes

*) In diesem Abschnitte folgt der Verfasser den Instruktionen vom Jahre 1889, den „Bemerkungen" zum Normallehrplane 1909 und eigenen Erfahrungen.

Mittel zur Pflege des Vorstellens wie die Anschauung; der Schüler wird daher sorgfältig angeleitet, jede Form, jedes Gebilde und jede Beziehung zu benennen, alle Raumformen richtig zu beschreiben und umgekehrt Vorgänge im Raume nach gegebener Beschreibung richtig vorzustellen.

Die Aufgabe des Unterrichtes ist jedoch mit der bloßen Übung des Schauens und Sprechens nicht erschöpft; die durch Anschauung gewonnenen Begriffe müssen auch mit anderen, bereits feststehenden Begriffen in Verbindung gebracht und auf diese Weise zum bleibenden Eigentum des Schülers gemacht werden. Die wirksamste Methode hierfür besteht in der Nachbildung, speziell im Nachzeichnen der Formen. Das Hauptmerkmal des Unterrichtes in der Formenlehre ruht daher in der Verbindung der Anschauungs- und Zeichenmethode. Bei der Behandlung jeder einzelnen Form werden also folgende Stufen einzuhalten sein: 1. die Anschauung am Modelle; 2. die Beschreibung und Erklärung am Modelle; 3. das Nachzeichnen, beziehungsweise Nachbilden der gelernten Form; 4. die Beschreibung und Erklärung nach der Zeichnung.

Den Ausgangspunkt des Unterrichtes bilden Übungen im Anschauen einfacher Körper (des Würfels, Zylinders, Kegels; der Kugel); an diesen erklärt der Unterricht zunächst den Begriff und die Einteilung der Raumgrößen, die verschiedenen Arten von Flächen und Linien, die Hauptlagen der Geraden und Ebenen. Die Betrachtung eines schneidenden Kantenpaares führt zur Entstehung des Winkels und zur Einteilung der Winkel nach ihrer Größe, ganz besonders zur Anschauung des rechten Winkels; die Betrachtung der Begrenzungsflächen des Körpers leitet zur Erklärung der einfachsten planimetrischen Figuren und ihrer charakteristischen Merkmale, wobei an jede Entwicklung die entsprechende Übung im Nachzeichnen sich schließt.

Für die gegenwärtigen Tendenzen des geometrischen Unterrichtes ist die innige Verbindung der Planimetrie und Stereometrie überaus charakteristisch. Nach dem neuen Lehrplane bildet die Stereometrie auf der Unterstufe (I. bis III. Klasse) nicht mehr einen von der Planimetrie streng abgesonderten Abschnitt der Raumlehre; es werden vielmehr zusammengehörige Partien der Planimetrie und Stereometrie im engsten Zusammenhange vorgenommen. In der Formenlehre gilt ja längst das Prinzip, daß jede geometrische Entwicklung von einer Körperbetrachtung auszugehen habe und es ist ganz natürlich, daß gleichartige, ebene und räumliche Formen auch nebeneinander zur Behandlung gelangen. Vom Würfel ausgehend wird somit bei der Besprechung der gegenseitigen Lage zweier Geraden das schneidende und parallele Geradenpaar mit dem kreuzenden zugleich vorgenommen; auf die Hauptlagen der Geraden folgen die Hauptlagen der Ebenen und die gegenseitigen Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen;

auf die Erklärung des ebenen Winkels folgt unmittelbar jene des Raumwinkels oder Keiles, nach der Normalstellung zweier Geraden kommt gleich die Normalstellung zweier Ebenen und die Normalstellung der Geraden zur Ebene. Die einzelnen Arten der Dreiecke und Vierecke werden mit den entsprechenden Pyramiden und Prismen, der Kreis mit dem Zylinder, dem Kegel und der Kugel fast gleichzeitig betrachtet. Neben dem Nachzeichnen der ebenen Winkel und Figuren wird ein entsprechendes Nachbilden (Modellieren) stereometrischer Grundformen mit einfachsten Anschauungsbehelfen geübt; die Schüler versinnlichen mit Stäbchen und Pappendeckeln die Geraden und Ebenen in ihren gegenseitigen Hauptstellungen und prägen sich auf diese Weise die Lagenbeziehungen gedächtnismäßig ein. Diese Art der Behandlung planimetrischer und stereometrischer Begriffe ist leicht durchführbar, denn die stereometrischen Grundformen stellen der Anschauung durchaus nicht größere Schwierigkeiten entgegen als die planimetrischen; sie führt überdies zur Vertiefung des Unterrichtes, da sie zahlreiche Analogien in der Entwicklung deutlich hervortreten läßt (die Gerade entsteht durch Bewegung des Punktes; die Ebene durch Bewegung der Geraden; der ebene Winkel entsteht durch Drehung des Halbstrahls, der räumliche Winkel durch Drehung der Halbebene; der ebene und räumliche rechte Winkel entstehen durch eine Vierteldrehung etc.). Der vor dem geometrischen Modelle stehende Schüler hat nun die volle Freiheit des Schauens; er kann jede an dem Körper sich darbietende Grundform in den Kreis seiner Betrachtung ziehen, gleichgültig, ob sie ein-, zwei- oder dreidimensional ist. Der Unterricht hat nur dafür zu sorgen, daß das Schauen ein geordnetes und bewußtes sei.

Für gewisse Grundformen, namentlich für den rechten Winkel, die Normal- und Parallelstellung der Geraden und Ebenen, für regelmäßige Figuren und Körper besitzt das Auge eine große Empfänglichkeit; die Häufigkeit ihrer Erscheinung in der Natur mag der Grund dieser psychologischen Tatsache sein. Der Schüler merkt sich wirklich diese Formen sehr leicht und erlangt bald die Fähigkeit, gegebene Gerade und Ebenen auf ihre horizontale oder vertikale Lage zu prüfen, den kleinsten Fehler in der Zeichnung paralleler Geraden, des rechten Winkels und Quadrates, die geringste Abweichung in der Normalstellung der Geraden oder Ebenen wahrzunehmen; er bringt es auch nach kurzen Übungen dahin, daß er diese wichtigen Grundformen nach der Anschauung oder aus dem Gedächtnisse nachzeichnen, beziehungsweise modellieren kann. Von der Korrektheit der Zeichnung oder der räumlichen Modellierung überzeugt er sich leicht durch das Anlegen des Zeichendreieckes, beziehungsweise durch das Anschieben des Würfels. Auf die gedächtnismäßige Aneignung dieser Formen legt der Anschauungsunterricht den höchsten Wert; denn von der

geläufigen und sicheren Vorstellung paralleler oder senkrechter Geraden und Ebenen hängt ja die gesamte Orientierung im Raume ab.

Die Anwendung des Maßstabes führt zur Einübung des metrischen Maßsystems, zur Berechnung der einfachsten Figuren und Körper.

Am Schlusse des Unterrichtes in der Formenlehre ist der Schüler so weit vorgebildet, daß er planimetrische und stereometrische Grundformen an Modellen und an den Gegenständen der Umgebung wahrnimmt und in sprachrichtigen Sätzen beschreibt; er besitzt auch eine gewisse manuelle Fertigkeit in der Handhabung des Lineals und Zirkels, Maßstabes und Transporteurs und ist imstande, parallele oder senkrechte Gerade, den Abstand paralleler Geraden, die Höhen des Dreieckes etc. durch Anwendung des Zeichendreieckes zu konstruieren. Sein Auge ist durch die stete Anleitung zum Sehen derart geübt, daß es imstande ist, gegebene Strecken oder Winkel in bezug auf ihre Größe abzuschätzen, gegebene Gerade oder Ebenen auf ihre genaue horizontale, beziehungsweise vertikale Lage zu beurteilen, die Zeichnung des rechten Winkels, des Quadrates, des gleichseitigen Dreieckes in bezug auf die Richtigkeit zu prüfen etc.

Die nächst höhere Unterrichtsstufe (II. Klasse) ist bereits dem genaueren Studium der Figuren und Körper, und zwar zunächst in Ansehung ihrer Symmetrie gewidmet. Die Gesetzmäßigkeit der meisten Figuren beruht auf ihrer Symmetrie; die Eigenschaften der Symmetrie sind überdies so sinnfällig und dem Auge so leicht erkennbar, daß der Unterricht fast ausschließlich auf die Anschauung sich stützen kann. Vor allem wird das gleichschenklige Dreieck auf seine Symmetrie geprüft; die wichtigsten Eigenschaften desselben werden aus der Symmetrie entwickelt, die bekannten Fundamentalkonstruktionen (Halbierung der Strecke etc.) werden aus der Symmetrie des gleichschenkligen und gleichseitigen Dreieckes abgeleitet. Durch ein analoges Studium der Symmetrieeigenschaften des Würfels, der quadratischen Pyramide und namentlich der Kugel (nach dem Erfordernisse des gleichzeitigen Geographieunterrichtes) soll das Verständnis dieser Körper gehoben werden. Neben den Grundgesetzen der achsialen Symmetrie werden auch jene der zentrischen Symmetrie erklärt und namentlich zur Entwicklung der Grundeigenschaften der Parallelogramme angewendet.

Das Zeichnen der Figuren nimmt auf dieser Stufe einen anderen Charakter, den des Konstruierens, an. Die geometrischen Grundformen, welche bisher als etwas Fertiges aufgefaßt und gleichsam nach dem Gesamteindrucke beurteilt wurden, werden nun zerlegt und aus ihren Bestandteilen wieder zusammengesetzt; galt die Figur vordem als etwas Gegebenes, das am Modelle anzuschauen und nachzuzeichnen war, so wird sie nun als das zu Suchende angesehen und aus ihren einzelnen Teilen wieder hergestellt, das heißt aus gegebenen Bestimmungs-

stücken konstruiert. Die Tätigkeit des Zusammensetzens geometrischer Figuren aus gegebenen Stücken wirkt auf die Seele des Schülers außerordentlich anregend, weil sie zu aufmerksamer Betrachtung der Form und zur Anwendung alles Gelernten zwingt; sie fördert die Anschauung, weckt die Kombinationskraft und das Urteil, besitzt daher einen hohen Erziehungs- und Bildungswert. Der leitende Grundsatz, daß aus eindeutigen Bestimmungsstücken nur kongruente Figuren konstruiert werden können, wird empirisch durch wiederholte Konstruktionsversuche festgestellt; mannigfache Übungen im Übertragen der Figuren haben die Aufgabe, dem Schüler Gelegenheit zur Betrachtung kongruenter Figuren zu bieten und sein Auge für die Eigenschaft der Kongruenz zu schärfen. Der Schüler soll auf diese Weise so weit vorgebildet werden, daß er sowohl an Modellen als auch in der Zeichnung kongruente Dreiecke aufzuzeigen und mit Sicherheit zu erkennen vermag. Die sichere Erkenntnis der Kongruenz durch Anschauung gilt als vollwertiger Beweis; erst wenn die Anschauung eine unsichere ist, folgt die genaue Untersuchung der Kongruenz durch Prüfung der eindeutigen Bestimmungsstücke. Zur Förderung der Einsicht in die Eindeutigkeit der Bestimmungsstücke schreibt der Lehrplan auch Vermessungen im Schulzimmer oder im Gebäude vor; der Zweck ist, daß sich der Schüler durch wirkliche Messung ausreichende Bestimmungsstücke einer Figur verschaffe und sodann dieselbe in verjüngtem Maßstabe aufs Papier übertrage.

Auf der nächsten Stufe (III. Klasse) gelangen die ebenen Figuren in Ansehung ihrer Flächeninhalte zur Betrachtung. Den Ausgangspunkt bildet der Begriff flächengleicher Figuren. Anschauliche Beispiele hiefür bieten zunächst die kongruenten Dreiecke, dann solche Figuren, welche aus kongruenten Teilen sich zusammensetzen; durch Modelle, welche die Flächengleichheit der Figuren mit Hilfe der Deckung ihrer einzelnen Teile veranschaulichen, wird das Verständnis erhöht. Die Flächensätze über Parallelogramme und Dreiecke sind ausreichend, um die einfachsten Verwandlungskonstruktionen sowie auch die Grundaufgaben über die graphischen Operationen mit Figuren zu lösen und den Pythagoräischen Lehrsatz zu entwickeln.

Die größte Sorgfalt wird der Vornahme und Durchübung der Flächenberechnung gewidmet. Die Darstellung geometrischer Gedankengänge durch arithmetische Operationen wirkt an und für sich anregend und erziehend, sie führt auch zur Erkenntnis der Wichtigkeit der Geometrie für das praktische Leben. Für die Mehrzahl der Schüler sind übrigens die elementaren Rechenaufgaben der Geometrie wegen ihrer Anschaulichkeit und Verständlichkeit lehrreicher als die abstrakten geometrischen Rechenaufgaben der Oberstufe; oberflächliche oder seichte Behandlung dieser Lehrstoffpartie würde daher den Schülern einen großen Schaden zufügen. Die Grundformeln für die Fläche des

Rechteckes und Quadrates werden durch direktes Auftragen der Maßeinheit ermittelt; die übrigen Formeln erhält man durch Anwendung zweckmäßiger Flächenverwandlungen. Die ersten Rechenaufgaben werden mit ganz leichten Zahlen vorgenommen und so gestellt, daß der Schüler an ihnen die unmittelbare Anwendung der Formel lernt; durch das allmähliche und vorsichtige Eintreten von Umkehrungen wird Gelegenheit zur Vorführung von zusammengesetzten Aufgaben gewonnen, welche für die Vertiefung des Unterrichtes von großer Bedeutung sind und die schwierigere Denkarbeit durch das höhere Interesse reichlich lohnen. Unter den zusammengesetzten Aufgaben sind namentlich jene wichtig, bei welchen der Pythagoräische Lehrsatz zur Anwendung gelangt. — Ein analoger Vorgang wird auch bei der Bestimmung der Oberflächen und Rauminhalte der Körper durch Berechnung eingehalten. Der Anfang der Volumsbestimmung wird mit jenen Körpern gemacht, bei welchen sich die Formel auf anschaulichem Wege, durch direktes Auftragen der Maßeinheit oder durch Anwendung des Cavalierischen Satzes finden läßt; die Formel für die Pyramide ergibt sich durch die bekannte Vergleichung dieses Körpers mit einem Prisma. Zylinder und Kegel werden als Grenzformen der Prismen und Pyramiden aufgefaßt. Bei der Kugel wird die Formel für die Oberfläche ohne Begründung angegeben. Mit der Berechnung der Rauminhalte werden auch Aufgaben über Gewichtsbestimmungen verbunden; die Richtigkeit des Rechenergebnisses wird auch durch tatsächliches Wägen des berechneten Körpers bestätigt.

Sollen die geometrischen Rechenaufgaben ihren erziehenden Zweck erfüllen, so müssen sie nach einem einheitlichen Plane und in festgesetzter Ordnung durchgeführt werden. Vor allem wird eine der gestellten Aufgabe entsprechende Figur angefertigt, an welcher alle durch Rechnung gewonnenen Resultate sorgfältig kontrolliert werden. Jede zusammengesetzte Aufgabe wird mit einer Zerlegung (Disposition) begonnen, aus welcher zu ersehen ist, was an erster, zweiter . . . . Stelle gerechnet werden muß, und welche Formeln zur Anwendung kommen. Mit dem Disponieren ist eine sehr anregende und lehrreiche Denkübung verbunden; hier hat der Schüler Gelegenheit, die Bedingungen der Aufgabe zu überlegen und die Reihenfolge der Rechnungen festzustellen. Erst nachdem der Plan der ganzen Aufgabe bis ins kleinste Detail ausgearbeitet ist, darf der Schüler an die arithmetische Durchführung des Beispieles schreiten. Hier wird wieder auf eine deutliche und übersichtliche Anordnung der Rechnungen strenge gesehen, ein Durcheinanderschreiben ist zu verbieten. Alle Längen, Flächen und Rauminhalte werden beim Rechnen als Dezimalzahlen mit der Benennung m (m^2, m^3) eingetragen, bei Multiplikationen und Divisionen wird ausnahmslos das abgekürzte Verfahren mit Zugrundelegung einer angemessenen Genauigkeit angewendet.

In den **höheren Klassen** hat der geometrische Unterricht die systematische Darstellung der Planimetrie und Stereometrie (IV. und V. Klasse), der ebenen und sphärischen Trigonometrie (VI. Klasse) und der analytischen Geometrie der Ebene (VII. Klasse) zur Aufgabe. Auf Grundlage der in den unteren Klassen gewonnenen Vorbildung werden die Eigenschaften der Grundgebilde, die Theorie der ebenen Polygone und des Kreises, die Lehrsätze über Proportionalität und Ähnlichkeit, endlich die Flächenvergleichung und Flächenberechnung in wissenschaftlichen Formen entwickelt; insbesondere wird die Lösung geometrischer Aufgaben durch Konstruktion und Rechnung geübt. Der Unterricht stellt sich das Ziel, dem Schüler eine gründliche Kenntnis der wichtigsten Lehrsätze zu vermitteln und ihn in den Stand zu setzen, gegebene Lehrsätze oder Aufgaben selbständig zu behandeln, beziehungsweise zu beweisen. Die Methode des Unterrichtes gründet sich nicht mehr auf die Anschauung allein, sondern auch auf den logisch geführten Beweis. Doch soll die strenge Beweisführung nur an wenigen Musterbeispielen vorgenommen werden; für die meisten anderen Sätze, welche dem Schüler mehr oder weniger selbstverständlich erscheinen, soll die einfache Hervorhebung des Beweisgrundes genügen. Auf keinen Fall darf der äußere Formalismus in der mündlichen oder schriftlichen Darstellung den Inhalt der geometrischen Wahrheit verdunkeln.

In der IV. Klasse ist die für den Geometrieunterricht bestimmte Zeit (1 Stunde wöchentlich) zu gering bemessen und für den wissenschaftlichen Unterrichtsbetrieb ganz unzureichend.

Der systematische Unterricht in der Stereometrie (V. Klasse) kann nach Behandlung der dreiseitigen Körperecke sofort an die Berechnung der Polyeder, nämlich der Prismen und Pyramiden, der Zylinder und Kegel, des Pyramiden- und Kegelstumpfs, der Rotationskörper, der Kugel und ihrer wichtigsten Teile schreiten. Bei diesen Berechnungen werden den Schülern möglichst viele und kombinierte Aufgaben vorgelegt; gelegentlich wird auch das logarithmische Rechnen geübt.

Der Unterricht in der Goniometrie und ebenen Trigonometrie (VI. Klasse) hat die altbewährte stufenweise Anordnung beibehalten. Die erste Stufe erledigt von der Goniometrie nur so viel, als für die Auflösung des rechtwinkligen Dreieckes notwendig ist. Sie erklärt den Begriff und den Zusammenhang der Winkelfunktionen für spitze Winkel, so weit dies aus den Definitionen unmittelbar hervorgeht, ferner die graphische Darstellung der Funktionen am Einheitskreise und jene Fundamentalformeln, welche sich aus dem Pythagoräischen Lehrsatze ergeben; sie macht den Schüler mit der Tafel der natürlichen Werte der Funktionen und mit den logarithmisch-trigonometrischen Tafeln vertraut. Dieser eng begrenzte Lehrstoff wird bei der Auflösung der rechtwinkligen und gleichschenkligen Dreiecke, der regelmäßigen Polygone

und zur Lösung einfachster Aufgaben aus der praktischen Geometrie angewendet. Die zweite Stufe hat die Erweiterung des Funktionsbegriffes auf die Winkel des II., III. und IV. Quadranten zum Gegenstande. Die Funktionen aller Winkel werden auf die Funktionen der spitzen Winkel zurückgeführt, die allgemeinen goniometrischen Formeln werden abgeleitet und systematisch geordnet; zugleich werden auch Regeln und Musterbeispiele für die Auflösung goniometrischer Gleichungen gegeben. Auf der dritten Stufe erfolgt die Entwicklung der Formeln für das schiefwinklige Dreieck, die Vorführung der vier Auflösungsfälle, die Entwicklung der trigonometrischen Flächenformel, Berechnung der Parallelogramme und Sehnenvierecke, Behandlung leichter zusammengesetzter Fälle, endlich Bestimmung von Höhen und Horizontalabständen.

Die sphärische Trigonometrie nimmt ihren Ausgangspunkt von der dreiseitigen Körperecke, an welcher sie den Begriff des sphärischen Winkels und Dreieckes, die Hauptformel für die Dreieckfläche, endlich die sechs Formeln für die Auflösung des rechtwinkligen sphärischen Dreieckes entwickelt. Die Anwendungen der letzteren beziehen sich auf die Auflösung des rechtwinkligen und gleichseitigen (gleichwinkligen) Dreieckes, dann auf die Behandlung einfacher Aufgaben aus der Astronomie und Stereometrie. Unter den astronomischen Aufgaben werden jene bevorzugt, welche sich auf Grund der Angaben eines gewöhnlichen guten Kalenders lösen lassen, damit der Schüler die rechnerische Ausnützung solcher Kalenderzahlen kennen lerne. Als erste Aufgabe gilt die Bestimmung der Länge und Deklination der Sonne für den Mittag eines beliebigen Tages aus den im Kalender angegebenen Zeiten für den Eintritt der Sonne in ein bestimmtes Zeichen des Tierkreises. Daran schließt sich die Berechnung der Höhe der Sonne für einen beliebigen Mittag, die Berechnung der Tageslänge, der Zeit für den Sonnenauf- und -untergang für ein bestimmtes Datum und umgekehrt die Bestimmung des Datums für eine gegebene Tageslänge, die Berechnung der Höhe und des Azimuths der Sonne für die Zeit 6^h früh, beziehungsweise abends eines gegebenen Tages, nebst passenden Aufgaben über Berechnungen der Richtung und Länge des Schattens vertikaler Stäbe u. dgl. Die stereometrischen Aufgaben beziehen sich auf die Berechnung der Neigungswinkel von Ebenen, die durch ihre Spuren gegeben sind, auf die Bestimmung von Neigungswinkeln bei Tangentialebenen des Kegels etc.

Die Aufgaben über das schiefwinklige sphärische Dreieck beschränken sich auf jene Fälle, die entweder durch unmittelbare Anwendung des Sinussatzes und der Cosinussätze, oder durch leichte Umformungen der letzteren lösbar sind. Die Anwendungen aus der Astronomie beziehen sich auf die Berechnung des Sonnenstandes für jede beliebige Tagesstunde; die stereometrischen Anwendungen be-

treffen die Berechnungen der fünf regelmäßigen Körper (Neigungswinkel, Radien der eingeschriebenen und umgeschriebenen Kugeln, Rauminhalt), die Berechnung des schiefwinkligen Parallelepipeds und der schiefen dreiseitigen Pyramide, die Reduktion eines Winkels auf den Horizont, die Bestimmung sphärischer Abstände auf der Erdkugel u. dgl.

In der **analytischen Geometrie der Ebene** werden die bisher auf synthetischem Wege erkannten Eigenschaften der geometrischen Gebilde mit Hilfe einer neuen und allgemeinen Methode begründet, welche, auf dem Prinzipe der stetigen Veränderlichkeit der Zahlen- und Raumgrößen beruhend, Beziehungen der Lage in das Gebiet der Arithmetik überträgt und die geometrischen Gebilde unabhängig von der Anschauung, lediglich durch die algebraische Rechnung untersucht. Die bisher geübten graphischen Darstellungen einzelner Funktionen haben diesem Unterrichte beträchtlich vorgearbeitet, die analytische Geometrie erscheint geradezu als eine Fortsetzung und Weiterbildung der Funktionslehre; sie kann den Kegelschnitten um so größere Aufmerksamkeit zuwenden, als die graphische Behandlung der Gleichungen II. Grades bereits Anknüpfungen hiefür geboten hat.

Den Anfang des Unterrichtes bildet die Erklärung des rechtwinkligen Koordinatensystems und die Erkenntnis, daß ein Punkt der Ebene durch ein algebraisches Zahlenpaar eindeutig bestimmt und aus dieser Angabe jederzeit konstruiert werden kann; auf dieser Grundlage werden die bekannten Fundamentalaufgaben über Punkte in der Ebene vorgenommen (Distanz zweier Punkte, Teilung der Strecke, Fläche des Dreieckes etc.). Nach dieser Einleitung geht der Unterricht zur analytischen Behandlung der geraden Linie, entwickelt für dieselbe die drei wichtigsten Gleichungsformen (die allgemeine Gleichung, die Segmentengleichung, die Normalgleichung) und zeigt die zweckmäßige Anwendung derselben. Als Hauptaufgaben gelten: Die Aufstellung der Gleichung für eine Gerade, welche durch Bestimmungsstücke oder Bedingungen gegeben ist; die Konstruktion der Geraden aus der gegebenen Gleichung; die Bestimmung des Schnittpunktes und Winkels zweier Geraden; die Entwicklung der analytischen Bedingung für das Senkrechtstehen. Ganz besondere Sorgfalt wird den Anwendungen der Normalgleichung zur Bestimmung von Abständen und Winkelhalbierenden gewidmet. Die analytische Geometrie der Geraden schließt mit der Vorführung von Aufgaben, in welchen die Gerade als geometrischer Ort auftritt. Bei der Behandlung des Kreises und der Kegelschnitte werden vor allem die einfachsten Gleichungen dieser Linien aus der geometrischen Definition abgeleitet; aus diesen werden dann andere wichtige Gleichungsformen durch Transformation hergestellt. Die Konstruktion der Kurve aus gegebener Gleichung, die Untersuchung der Beziehungen zu Geraden, die Erklärung des Tangentenproblems

und der Grundaufgaben über die Polaren werden mit aller Gründlichkeit geführt. Die Grundaufgaben über die Tangenten, die Flächenbestimmungen bei der Ellipse und Parabel wurden bisher auf elementarem Wege behandelt, nunmehr wird auch die Differential- und Integralrechnung angewendet werden; für die Einführung des höheren Kalküls war jedoch nicht so sehr das Bedürfnis des Mathematikunterrichtes als jenes der Physik maßgebend. Rücksichtlich der Behandlung dieser Rechnungsarten warnt der Lehrplan vor dem Mißverständnisse, als handle es sich um ein systematisches Differenzieren oder Integrieren auch nur aller elementaren Funktionen; vielmehr sollen nur jene Anfangsgründe genommen werden, welche schon durch den Physikunterricht vorbereitet sind und zur Vereinfachung oder Vertiefung des Lehrgangs beitragen können. — Die analytischen Untersuchungen werden fast durchwegs in rechtwinkligen Koordinaten geführt; beim Polarsystem beschränkt man sich auf die Erklärung des Prinzips und die Zusammenfassung aller drei Kegelschnitte durch eine einzige Gleichung.

III. Das Lehr- und Übungsbuch.

Der Unterricht in der Arithmetik und Geometrie wird auf Grund eines Lehrbuches erteilt, in welchem der vorgeschriebene Lehrstoff übersichtlich dargestellt und methodisch geordnet ist. Dieses Buch wird jedoch in der Lehrstunde selbst fast gar nicht benützt; die Natur des Unterrichtes fordert unbedingt, daß jeder Schüler alles das, was an der Tafel ausgeführt wird, in einem besonderen Schulhefte mitschreibe und sich darin alle Sätze und Regeln, alle Muster- und Übungsbeispiele gewissenhaft notiere. Dieses Schulheft gibt ein getreues Bild des lebendigen Unterrichtes und bildet die sicherste Grundlage für das Studium; bei der Führung dieses Heftes wird der Schüler strenge kontrolliert und zur Ordnung und Sauberkeit angeleitet.

Das Lehrbuch besitzt in den unteren Klassen mehr den Charakter eines Übungsbuches, welches neben bündigen Begriffserklärungen und knappen Regeln ein gut gewähltes und reichliches Aufgabenmaterial enthält. Auf der Oberstufe tritt die wissenschaftliche Darstellung des Lehrstoffes mehr in den Vordergrund. Hier soll das Lehrbuch eine klare Übersicht aller Begriffe, eine systematische Darstellung aller Lehrsätze in mustergültiger Form darbieten, damit es der Schüler bei eventuellen Wissenslücken zum Nachschlagen und bei zusammenfassenden Wiederholungen als praktischen Leitfaden benützen kann. Neben der Theorie muß auch das Lehrbuch der Oberstufe eine reichliche Aufgabensammlung enthalten.

IV. Hausübungen.

Um die häusliche Tätigkeit zu regeln und den Schüler zur Selbständigkeit anzuleiten, werden im Anschlusse an den behandelten Lehrstoff und nach dem Muster der in der Schule vorgenommenen Übungen von Stunde zu Stunde besondere Aufgaben zu häuslicher Bearbeitung gegeben. Ihr Umfang ist so zu bemessen, daß auch der schwächere Schüler in einer mäßigen Zeit fertig werden kann. In den unteren Klassen handelt es sich meist um die Anwendung gelernter Rechenregeln und um die Erzielung einer angemessenen Rechenfertigkeit; auf der Oberstufe wird neben dem praktischen Rechnen auch die Denkkraft der Schüler geübt. Der Stoff der Hausübungen lehnt sich unmittelbar an die Schulübungen an, die Hausübung bringt die in der Schule gearbeiteten Beispiele teils in schwierigeren Zahlen, teils in Umkehrungen zur Wiederholung; jeder Schüler findet also in seinem Schulhefte ein Muster vor und braucht nicht in einer falschen Richtung zu arbeiten. Daraus folgt, daß die Auswahl der Hausübungen eine sehr sorgfältige sein muß. Der Lehrer darf nicht irgend ein Beispiel aus dem Buche aufgeben, er wird vielmehr in den meisten Fällen passende Aufgaben selbst zusammenstellen und diktieren. Das Diktat wird durchaus nicht viel Zeit in Anspruch nehmen; nachdem es sich um bekannte, in der Schule bereits durchgearbeitete Aufgaben handelt, so genügt eine knappe Zahlenangabe oder kurze Bemerkung vollständig.

Zur Kontrolle der in ein besonderes Heft eingetragenen Hausübungen empfiehlt es sich, daß der Lehrer am Anfang der Lehrstunde die Hefte einzelner Schüler durchsieht und dabei die Anordnung der Rechnung, die Richtigkeit der Resultate, die Reinlichkeit und Ordnung der Schrift prüft. Auch ist es gut, sich in der Stunde selbst gewisse Zwischenresultate von mehreren Schülern sagen zu lassen; aus der Antwort kann man leicht ein Urteil über die Gewissenhaftigkeit der Arbeit ziehen. Die Kontrolle wird noch genauer, wenn man einen Schüler zur Tafel ruft und ihn die Hausübung mit geänderten, sehr leichten Zahlen oder in irgend einer Umkehrung arbeiten — oder wenigstens disponieren — läßt. Unter allen Umständen läßt sich der Lehrer die Hausübungen von jedem zur Tafel tretenden Examinanden vorlegen; auch wird er sämtliche Theken wenigstens einmal im Semester durchsehen. Zu fleißiger Bearbeitung der Hausübungen wird überdies der Schüler durch das Bewußtsein angespornt, daß sowohl die Aufgaben der mündlichen Prüfungen als auch jene der Schularbeiten aus dem Kreise der Hausübungen gewählt werden.

V. Modelle für den geometrischen Unterricht.

Auf der Unterstufe bildet die Anschauung die Hauptquelle der Erkenntnis und das Modell die Grundlage des Unterrichtes. Namentlich

in der Formenlehre wird alles an einem Modelle, und zwar vor allem an einem Würfel, dessen Kante ungefähr 25 *cm* lang ist, aufgezeigt. Der Würfel bildet den Ausgangspunkt des geometrischen Anschauungsunterrichtes, an ihm lassen sich die meisten und wichtigsten Begriffe und Lagenbeziehungen entwickeln; die am Würfel erkannten gegenseitigen Lagen zwischen Geraden und Ebenen werden auch noch mit Hilfe kleiner Holzstäbchen und eines rechteckig zugeschnittenen Pappendeckels versinnlicht. — Die Entstehung des ebenen Winkels wird am besten mit dem Schulzirkel, jene des Raumwinkels mit dem Klassenbuche gezeigt. — Sehr vorteilhafte Dienste leisten Holzmodelle, welche die einzelnen Arten der Dreiecke, Vierecke und Polygone, des Kreises und der Kreisteile nebst den entsprechenden Höhen, Diagonalen, Symmetralen und Halbmessern darstellen; sie sind aus dünnen Brettchen zugeschnitten und werden beim Wiederholen oder Prüfen in derselben Weise benützt, wie die stumme Karte in der Geographie. — Ferner werden verwendet: Modelle der Pyramiden und Prismen, namentlich der quadratischen, der regelmäßigen drei-, sechs- und achtseitigen (etwa in der Höhe 30 *cm*); Modelle des quadratischen Pyramidenstumpfs mit der zugehörigen Ergänzungspyramide; Modelle des Kreiszylinders und -kegels, namentlich besonderer Formen dieser Körper; das Modell des Kegelstumpfs und seines Ergänzungskegels; Modelle einer vollen Kugel, der Halbkugel, der Kugelschichte, des Kugelsegments und Kugelsektors.

Für die II. Klasse sind zunächst Draht- oder Holzmodelle notwendig, an welchen sich die Grundgesetze der ebenen und räumlichen Symmetrie veranschaulichen lassen. Diese Modelle stellen dar: zwei Punkte, zwei Strecken, zwei Dreiecke, welche in bezug auf eine Gerade oder eine Ebene symmetrisch sind; den Würfel, das quadratische Prisma, die quadratische Pyramide, durch Ebenen in symmetrische Hälften zerlegt; endlich die Kugel mit eingezeichnetem Äquator, mit Parallelkreisen und Meridianen, zur Erklärung der Symmetrie der nördlichen und südlichen, östlichen und westlichen Halbkugeln. Notwendig sind ferner Modelle aus Pappendeckel oder dünnen Brettchen, welche das Dreikant und seine Entstehung, ferner kongruente Ecken darstellen; endlich Modelle gerader und schiefer Pyramiden und Prismen, Kegel und Zylinder, sowie der fünf regelmäßigen Polyeder.

In der III. Klasse werden folgende Flächensätze und Verwandlungsaufgaben durch Modelle veranschaulicht: 1. Figuren, welche aus kongruenten Teilen sich zusammensetzen, sind flächengleich; 2. Parallelogramme mit gleichen Grundlinien und Höhen sind flächengleich; 3. das Dreieck ist die Hälfte eines Parallelogrammes mit gleicher Grundlinie und Höhe; 4. das Parallelogramm ist in ein flächengleiches Dreieck zu verwandeln; 5. das Trapez ist in ein Dreieck, in ein Parallelogramm, in ein Rechteck zu verwandeln. — Empfehlens-

wert sind ferner Modelle zur Veranschaulichung des Pythagoräischen Lehrsatzes. Für die Erklärung des metrischen Maßsystems genügt das Modell eines Quadratdezimeters (Kubikdezimeters), welches die Einteilung in cm^2 (cm^3) zeigt. Ein besonderes Modell veranschaulicht das Cavalierische Prinzip. Zur Entwicklung der Formel für den Kubikinhalt der Pyramiden ist ein Modell erforderlich, welches die Zerlegung des dreiseitigen Prismas in drei gleiche Pyramiden zeigt. Sehr gute Dienste leisten Modelle, durch welche gezeigt wird, in welchem Verhältnisse sich die Fläche des Quadrates, der Inhalt eines Würfels vergrößert, wenn die Seite, beziehungsweise Kante sich verdoppelt, verdreifacht . . . — Für die geometrischen Rechenaufgaben ist eine Serie von Flächen- und Körpermodellen nötig, aus welchen die Schüler die zur Berechnung notwendigen Bestimmungsstücke durch eigene Messung entnehmen, Modelle dieser Art werden auch zur Bestätigung der Schätzungs- und Rechnungsergebnisse durch nachträgliches Messen, beziehungsweise Wägen benützt.

In den höheren Klassen tritt begreiflicherweise die Benützung des Modelles und die Abhängigkeit des Unterrichtes von der direkten Körperanschauung allmählich zurück; neben dem Modelle wird die Konstruktion, dann die ansprechende perspektive Darstellung, zuletzt auch das projektive Bild benützt, welches die Raumform vollständig ersetzt, da aus demselben alle geometrischen Eigenschaften entweder unmittelbar oder durch leichte Konstruktion entnommen werden können. In der sphärischen Trigonometrie bedient man sich mit Vorteil eines großen Induktionsglobus, auf welchem man sphärische Dreiecke der verschiedensten Art mit Kreide zeichnen kann; für die Veranschaulichung der astronomischen Aufgaben wird man in den physikalischen Lehrmittelsammlungen jeder Anstalt die passenden Apparate vorfinden.

C. Prüfungen.

I. Die Aufnahmsprüfung.

Die erste Prüfung, welcher sich die in die Realschule eintretenden zehnjährigen Knaben zu unterziehen haben, ist die Aufnahmsprüfung. Durch sie soll die genügende Vorbildung festgestellt werden, von ihrem Ergebnis hängt die Aufnahme oder die Zurückweisung ab. Die Aufnahmsprüfung umfaßt drei Gegenstände: die Religion, die Unterrichtssprache und das Rechnen. Die Prüfung aus dem Rechnen zerfällt in einen schriftlichen und mündlichen Teil und bezieht sich auf das Zahlenanschreiben, Zahlenlesen, dann auf die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und mit leichten Dezimalzahlen. Diese Prüfung ist erfahrungsgemäß mit keinerlei Schwierigkeiten ver-

bunden; die Ängstlichkeit und Befangenheit der Schüler schwinden bald, die größte Zahl der Aufnahmsbewerber besteht die Prüfung mit einem guten Erfolge.

II. Orientierungs- und Klassifikationsprüfungen.

Die Notwendigkeit des Prüfens an den Mittelschulen ergibt sich aus den Bedürfnissen des Unterrichtes, der Erziehung und der Klassifikation (Mittelschul-Enquete, Tumlirz, S. 705 ff).

Das Hauptmerkmal der bis zum Jahre 1908/09 angewendeten Prüfungsmethode war das klassifizierende Prüfen von Stunde zu Stunde, das Prüfen nach Lektionen und das Eintragen aller Prüfungsnoten in einen amtlichen Klassenkatalog; jeder Schüler mußte in jedem Gegenstande und in jeder Konferenzperiode mindestens einmal geprüft werden. Diese Methode hat die in sie gelegten Erwartungen nicht erfüllt; sie hat das Ziel, die Schüler zu stetem Lernen anzuhalten, verfehlt, sie hinderte nicht, daß die Schüler vielfach nur ein Stückwissen sich erwarben, welches zur Grundlage weiterer Studien nicht taugte. Durch die Häufigkeit des Prüfens führte sie zur Überbürdung und zu Mißtsimmungen der Eltern gegen die Schule und die Lehrer. Das Prüfen selbst konnte nie mit der notwendigen Ruhe, es mußte stets mit Hast und Eile vorgenommen werden. Denn das Halbjahr wurde in brei Konferenzperioden derart eingeteilt, daß nach der dritten stets noch ein ansehnlicher Zeitrest für das Prüfen zweifelhafter Schüler üdrig blieb; die Konferenzperiode umfaßte daher die Zeit von etwa sechs Wochen und der Klassenkatalog besaß demgemäß vier Rubriken zur Aufnahme von drei Hauptnoten und einer Schlußnote. Es ist nun klar, daß der Lehrer in einer Klasse von 30 Schülern vollauf zu tun hatte, um selbst bei dreistündiger wöchentlicher Unterrichtszeit den neuen Lehrstoff durchzunehmen und sämtliche Schüler einmal durchzuprüfen. Es gibt aber Lehrgegenstände, welche nur über eine zwei-, ja einstündige Unterrichtszeit verfügen (siehe Geometrie in I, II, III und IV), es gibt auch Klassen von mehr als 30 Schülern. Es gibt ferner schwach begabte oder minder fleißige Schüler, deren Prüfung langsamer und schwieriger sich abwickelt, welche öfter als einmal darankommen müssen. Da war es kein Wunder, wenn der Lehrer mit nervöser Hast an das Prüfungsgeschäft ging. Das hastige Prüfen hat dem Unterrichte sehr geschadet; denn es kümmerte sich nicht um die Bedürfnisse einer planmäßigen und methodischen Wiederholung, es diente ausschließlich dem Zwecke des Notensammelns und führte zu einer gefährlichen Entartung der Prüfungspraxis. Seit der Einführung der amtlichen Klassenkataloge wollten denn auch die Klagen über zu häufiges Prüfen nicht verstummen.

In der Absicht, das Prüfen uud Klassifizieren zu vereinfachen und für den Unterricht ersprießlicher zu gestalten, hat die Unterrichts-

verwaltung durch die **Verordnung vom 11. Juni 1908 Vorschriften über eine neue Prüfungsordnung** erlassen.*) Unter den allgemeinen Prinzipien derselben heben wir folgende besonders hervor:

„Die gemeinsame Arbeit von Lehrer und Schüler ist in größerem Maße zu pflegen als bisher; das Prüfen ausschließlich zur Beurteilung der Schülerleistung ist auf das unbedingt Notwendigste zu beschränken und durch Erprobung der Schüler bei gemeinsamer Arbeit zu ersetzen."

„Das Prüfungsverfahren ist nach der Eigenart der Lehrgegenstände, ganz besonders aber nach den verschiedenen Alters- und Bildungsstufen der Schüler verschieden einzurichten. — Von den schriftlichen Arbeiten sind in Hinkunft nur die lehrplanmäßig vorgeschriebenen Schularbeiten vom Lehrer zu korrigieren und zu klassifizieren; eine höhere Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistungen gegenüber den mündlichen oder gar eine ausschließliche Berücksichtigung schriftlicher Leistungen ist unstatthaft."

„Über des Ergebnis der Konferenzen am Schlusse des ersten Semesters erhält der Schüler einen Ausweis, welcher die Noten aus allen Gegenständen und das Urteil über das Betragen, jedoch kein Urteil über den Gesamterfolg zu enthalten hat; erst am Ende des Schuljahres wird den Schülern ein Jahreszeugnis ausgefolgt, welches außer den Noten in den einzelnen Gegenständen und dem Urteil über das Betragen auch die Feststellung zu enthalten hat, inwieweit der Schüler zum Aufsteigen in die nächste Klasse geeignet ist. Von der Aufnahme einer Fleißnote wird Umgang genommen."

„Als Noten für die Leistungen in den einzelnen Gegenständen haben zu dienen: sehr gut, gut, genügend, nicht genügend; das Urteil über den Gesamterfolg hat zu lauten: „**Der Schüler ist vorzüglich geeignet (geeignet, nicht geeignet), in die nächste Klasse aufzusteigen.**"

„Wenn ein Schüler nur aus **einem** Gegenstande nicht entspricht, so ist er nicht unbedingt für nicht geeignet zu erklären. Vielmehr darf auf der Unterstufe, insoweit die Landesgesetze nicht anders bestimmen, ein Schüler, der in einem Sprachfach, **in der Mathematik oder in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen** die Note „nicht genügend" erhalten hat, aber nach Ansicht der Lehrerkonferenz die geistige Reife für die folgende Klasse besitzt, für „**im allgemeinen zum Aufsteigen geeignet**" erklärt werden, jedoch mit dem besonderen Beifügen, daß, falls er in der darauf folgenden Klasse in dem betreffenden Gegenstande wieder die Note „nicht genügend" erhalten sollte, er diese Klasse unbedingt zu wiederholen haben wird."

*) Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht, Jahrgang 1908.

Die an den Mittelschulen vorzunehmenden Prüfungen werden in Orientierungs- und Klassifikationsprüfungen unterschieden. Als den Hauptzweck der Orientierungsprüfung bezeichnen wir die Einübung des Lehrstoffes durch gemeinsame Arbeit des Lehrers mit den Schülern. Die Orientierungsprüfung soll die Möglichkeit bieten, die einzelnen Lektionen gehörig zu verarbeiten, aus verschiedenen Gesichtspunkten zu betrachten, untereinander zu verbinden und zusammenhängend zu wiederholen; durch sie soll das vorhandene Wissen befestigt und erweitert, sollen falsche Ansichten berichtigt, zurückgebliebene Schwächen oder Wissenslücken aufgedeckt und ausgefüllt werden. Der Vortrag jeder neuen Lektion soll mit einem orientierenden Überblicke des bisher Gelernten eingeleitet werden, er soll mit einer orientierenden Rekapitulation des Vorgetragenen schließen. Die Orientierungsprüfung ist ein integrierender Bestandteil des Unterrichtes; von ihr gilt das Wort: „Prüfung ist Unterricht." Die Antworten der Schüler werden dabei nicht klassifiziert; das einzige Urteil, das der Lehrer schöpft, ist die Einsicht, ob der vorgenommene Lehrstoff festsitzt oder ob er noch einer weiteren Festigung bedarf.*)

Die Klassifikationsprüfung dagegen, welche nach Abschluß einer bereits vollkommen durchgeübten Partie vorgenommen wird, soll dem Lehrer Gelegenheit bieten, den Wissensstand der Schüler genau zu erforschen, um über denselben ein sicheres Urteil abgeben zu können; charakteristisch für die Klassifikationsprüfung sind der höhere wissenschaftliche Standpunkt und Ernst, sowie die größere Verantwortlichkeit des Schülers. Insofern die Klassifikationsprüfung den Schüler zu ausdauernder Aufmerksamkeit in der Schule, zu geregelter Tätigkeit zu Hause und zu selbständiger Verarbeitung größerer Lehrstoffabschnitte zwingt, ist sie als ein vortreffliches Mittel der Charakterbildung und wissenschaftlichen Erziehung anzusehen.

In der Mathematik, wo es sich nicht bloß um die theoretische Kenntnis von Lehrsätzen, sondern auch um ihre praktische Anwendung handelt, bildet die Orientierungsprüfung die Regel; man könnte sie einfacher und deutlicher als Schulübung bezeichnen. Zu solchen gemeinsamen Schulübungen wird jede verfügbare Zeit verwendet; durch sorgfältige Vorbereitung und Einteilung wird es dem Lehrer gelingen, die notwendige Zeit zu ersparen. An die Schüler werden zunächst kurze Fragen gestellt, die sich auf die Erklärung eines Lehrsatzes oder einer Regel beziehen; dann geht es gleich an das praktische Üben. Sorgfältig gewählte und wohl geordnete, von jeder überflüssigen Schwierigkeit freie Beispiele werden gemeinsam verarbeitet; nach Vollendung eines Beispieles wird die Art der Lösung, die Disposition, die angewendete Regel wiederholt.

*) Mittelschul-Enquete, S. 705 ff.

Dieser Charakter der Orientierungsprüfung tritt namentlich beim Kopfrechnen in der I. Klasse in seiner vollen Deutlichkeit und Frische zutage. Vor den Schülern stehend, erklärt der Lehrer das erste Beispiel und rechnet es den Schülern langsam und deutlich vor; die angewendete Regel ist hier meist so natürlich und durchsichtig, daß sie von den Schülern sofort verstanden wird. Gleich darauf melden sich die Schüler zur Übung. Der Lehrer sagt zunächst die leicht zu merkenden Angaben des neuen Beispiels vor; ein Schüler beginnt zu rechnen, ein zweiter setzt fort und beendet die Rechnung, ein dritter wiederholt aus dem Gedächtnisse die Angabe, die Zwischenresultate und das Hauptergebnis, ein vierter sagt gewisse auswendig zu merkende Zahlenreihen, wenn solche bei der Aufgabe zur Anwendung kamen.

Wo immer eine Wissenslücke sich zeigt, tritt sofort die Befestigung und Wiederholung ein, unrichtige Antworten sind für den Schüler mit keinerlei Folgen verbunden und werden rasch verbessert; die Schüler korrigieren einander selbst, ein Schüler lernt vom andern. Bei diesen Übungen drängen sich die Schüler zum lauten Mitrechnen, die ganze Klasse nimmt an der gemeinsamen Arbeit den regsten Anteil. Die Übungen im Kopfrechnen sind als das Ideal der Orientierungsprüfung anzusehen. Bei der Einübung des Schriftrechnens in der I. Klasse ist der Vorgang ein ähnlicher. Ein Schüler rechnet und schreibt an der Tafel, die in der Bank sitzenden Schüler werden zum lauten Mitrechnen herangezogen. Alle arbeiten gleichmäßig schnell, die Schnelligkeit des Rechnens reguliert sich infolge der gemeinsamen Arbeit von selbst, das Aufkommen eines Fehlers ist durch die gemeinsame Arbeit Aller fast undenkbar. Die Übungsbeispiele müssen selbstverständlich so geordnet sein, daß sie sich vorsichtig und in sanfter Steigung von den einfachsten zu schwierigeren erheben und in ihrer Gesamtheit ein Muster für die Bearbeitung der Hausübungen bilden. Die Hauptsache bleibt die gemeinsame frische und anregende Arbeit, durch welche alle Schüler mitgerissen werden und die Lust am Rechnen geweckt wird.

In der geometrischen Formenlehre, wo es sich nicht nur um die Übung der Raumanschauung, sondern auch um die Erlangung einer gewissen Sprechfertigkeit handelt, ist eine andere als die gemeinsame Arbeit des Lehrers mit den Schülern gar nicht denkbar. Der Lehrer zeigt irgendeine Grundform, etwa den rechten Winkel, an dem Modelle des Würfels auf. Er beschreibt den rechten Winkel an dem Modelle, veranschaulicht denselben durch Holzstäbchen und durch die Zeichnung; er bespricht die Entstehung und die Eigenschaften dieses Winkels, sein Vorkommen an anderen Modellen und an den Körpern in der Natur. Zuletzt faßt er die Ergebnisse seiner Erklärungen in einfachen und sprachrichtigen Sätzen zusammen, läßt diese von den Schülern so oft

nachsagen, bis sie im Ohre und im Gedächtnisse haften bleiben, behandelt schließlich alles durch Umkehrungsfragen und hält dabei die Schüler zum exakten Sprechen an. Infolge dieser gemeinsamen Arbeit hebt sich nicht nur die Sprechfertigkeit, sondern mit ihr auch die Raumvorstellung und das Interesse an dem Gegenstande. Dabei findet der Lehrer Gelegenheit, um die Auffassungskraft und Regsamkeit der Schüler zu beobachten, um die begabten und besonders fleißigen von den säumigen und unfähigen zu unterscheiden; rascher als es früher durch das fortwährende lektionsweise Prüfen möglich war, orientiert er sich selbst über die geistige Qualität der ganzen Klasse. Das Urteil über die Leistungsfähigkeit der Schüler bildet sich hier tatsächlich durch gemeinsame Arbeit aus und in den meisten Fällen kann auch die definitive Klassifikation auf Grund der bei den Orientierungsprüfungen gemachten Erfahrungen vorgenommen werden. Die Orientierungsprüfung ist wirklicher Unterricht geworden.

Wenn auch der Charakter der Orientierungsprüfung auf den höheren Unterrichtsstufen derselbe bleibt, so wird doch die Mitarbeit der Schüler eine auffallend ruhigere; denn an die Stelle der vorwiegend mechanischen Übung tritt allmählich ernstes Nachdenken über logische Zusammenhänge. Den kritischen Wendepunkt bildet der Übergang von einfachen Aufgaben zu den zusammengesetzten. Der Schüler findet bald, daß zur Lösung der mathematischen Probleme nur selten eine einzige Regel ausreicht, daß in den meisten Fällen Regeln und Sätze aus vielen Gebieten herangezogen werden müssen, daß daher die Übersicht über sämtliche Regeln und die Beherrschung des ganzen Lehrstoffes für ein gedeihliches Arbeiten in der Mathematik notwendig ist. Diesen Überblick gewinnt man aber durch die Erkenntnis des inneren Zusammenhanges der Sätze und durch die Einordnung derselben in ein wissenschaftliches System, durch die genaue Unterscheidung zwischen Hauptsätzen und abgeleiteten Sätzen. Nur durch eine solche kritische Sichtung kann sich der Schüler jenen eisernen Vorrat an Wissen erwerben, ohne welchen ein Fortschritt undenkbar ist. Bei dieser schwierigen Arbeit ist die Führung des Lehrers unerläßlich. Das Ziel der Orientierungsprüfung auf der Oberstufe besteht daher neben der Durchübung einzelner Regeln hauptsächlich in der Zusammenfassung aller Sätze; bei der Lösung dieser schwierigen Aufgabe muß die Arbeit in der Schule auch durch tüchtige Hausübungen unterstützt werden.

Der Übergang zu den Klassifikationsprüfungen vollzieht sich in der Mathematik fast unmerkbar; die Orientierungsprüfungen langen allmählich an einem Sättigungspunkte an, wo die gemeinsame Arbeit aufhören und der Lehrer die Rechenschaft über das erlangte Gesamtwissen fordern darf. Zu den Klassifikationsprüfungen dürfen sich die Schüler anfangs freiwillig melden; sodann werden vorzugsweise jene Schüler gerufen, bei welchen der Lehrer kein bestimmtes, insbesondere

kein günstiges Urteil zu gewinnen in der Lage war. Die dreimal im Semester wiederkehrenden Schularbeiten gelten als allgemeine Klassifikationsprüfungen; der Stoff derselben wird durch Hausübungen vorbereitet.

III. Die Maturitätsprüfung.

Als vornehmster Zweck der Maturitätsprüfung gilt der Nachweis jener Reife und formalen Schulung des Geistes, welche zu wissenschaftlichen Studien, wie sie an der Technischen Hochschule betrieben werden, notwendige Voraussetzung ist. Hatten die Klassifikationsprüfungen den Zweck, festzustellen, in welchem Grade die Schüler einen abgeschlossenen, durchgeübten Abschnitt des Lehrstoffes beherrschen, so soll durch die Maturitätsprüfung das Wissen der Schüler im Bereiche des Gesamtlehrstoffes der Oberrealschule, also die allgemeine Bildung derselben erforscht und festgestellt werden.

Das Jahr 1869 gilt als das Einführungsjahr der Maturitätsprüfung an den österreichischen Realschulen. Durch den Ministerialerlaß vom 27. Mai 1869*) wurde gestattet, daß an sämtlichen mit dem Rechte, staatsgültige Zeugnisse auszustellen, versehenen Oberrealschulen, vom laufenden Schuljahre an bis auf weiteres stets am Schlusse des Schuljahres mit jenen Schülern des letzten Jahrganges der Oberabteilung, welche sich dazu freiwillig bereit erklären, statt der Semestralprüfungen Abgangsprüfungen unter Intervention der inspizierenden Schulräte oder deren Stellvertreter vorgenommen werden.

Bei der Abhaltung dieser Prüfungen wurde im allgemeinen nach jenen Bestimmungen, welche bezüglich der Maturitätsprüfung der Gymnasialabiturienten maßgebend waren, unter gebührender Berücksichtigung der besonderen Verhältnisse der Realschulen vorgegangen; insbesondere diente zur Richtschnur, daß von der Prüfung alles auszuscheiden sei, was eine spezielle Vorbereitung zu derselben erheischt, da ihr Zweck nur darin besteht, ein Urteil über die gesamte geistige Bildung, welche der abgehende Jüngling der Realschule an derselben gewonnen hat, zu ermöglichen (Ministerialverordnung, 27. Mai 1869).

Die Prüfung zerfiel in eine schriftliche und mündliche. Erstere bestand aus Aufsätzen in den obligaten Sprachen, aus der mathematischen Arbeit, aus Aufgaben aus der darstellenden Geometrie und aus Proben der Fertigkeit im Freihandzeichnen; die letztere erstreckte sich auf Geographie und Geschichte, Mathematik, Physik, Chemie und Naturgeschichte.

---

*) Dr. v. Marenzeller, Normalien für Gymnasien und Realschulen in Österreich, II. Band, p. 363 ff.

In einer späteren Ministerialverordnung (vom 9. Mai 1872) wurden die ersten allgemeinen Vorschriften für die Abhaltung der Maturitätsprüfungen an den Realschulen der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder gegeben. Unter den Gegenständen dieser Prüfung war selbstverständlich auch die Mathematik inbegriffen; die Prüfung zerfiel in einen schriftlichen und mündlichen Teil. Der Examinand hatte insbesondere Sicherheit und Fertigkeit im Rechnen mit besonderen und allgemeinen Zahlen einschließlich der Logarithmen, in der Auflösung von bestimmten Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten und des zweiten Grades mit einer Unbekannten, endlich Vertrautheit mit den Hauptsätzen der Arithmetik und ihrem wissenschaftlichen Zusammenhange darzutun. In den verschiedenen Teilen der elementaren Geometrie, einschließlich der analytischen Geometrie der Ebene, mußte er volles Verständnis der hauptsächlichsten Lehrsätze besitzen, mit goniometrischen Funktionen gewandt zu rechnen verstehen, Vertrautheit mit der ebenen und Bekanntschaft mit der sphärischen Trigonometrie dartun und Aufgaben zu lösen imstande sein, welche sich auf die Berechnung ebener Figuren, der Oberflächen und Rauminhalte der Körper beziehen. Bei dieser Prüfung wurde das Hauptgewicht auf die **erreichte allgemeine Bildung** gelegt; eine besondere Vorbereitung für die Prüfung wurde weder als notwendig noch als wünschenswert bezeichnet, da sie das Urteil darüber, in welchem Grade der Examinand das in der Schule dargebotene Material verarbeitet hat, nicht erleichtert, sondern eher beirrt.

Man wird zugeben, daß durch diese Bestimmungen der prüfende Lehrer vor ein schwieriges Problem gestellt wurde. Welche Form sollte einer Prüfung gegeben werden, damit durch dieselbe nicht so sehr die Menge des Wissens als die allgemeine Bildung dokumentiert werde? Der nächstliegende Gedanke, es mit so leichten oder fundamentalen Fragen und Ableitungen zu versuchen, daß tatsächlich für deren Behandlung eine besondere Vorbereitung nicht notwendig erscheine, erwies sich nicht als zweckdienlich; solche Prüfungen führten nicht zu greifbaren Ergebnissen. Erst nach vieljährigen Erfahrungen kam man zu der Erkenntnis, daß die Fähigkeit, allgemeine Lehrsätze und Regeln an konkreten Fällen praktisch anzuwenden, einen verläßlichen Maßstab für die Beurteilung der allgemeinen Bildung in der Mathematik darstelle. Durch eine neue Ministerialverordnung (vom 18. Juni 1878, mit welcher Instruktionen über einzelne Punkte des Maturitätsprüfungswesens an Gymnasien und Realschulen erlassen werden) wurde daher bestimmt, daß bei der

Prüfung aus der Mathematik nicht etwa die durch besondere Vorbereitung zu erlangende Gewandtheit und Sicherheit in der Ableitung allgemeiner Lehrsätze, sondern hauptsächlich neben der Geläufigkeit im Rechnen namentlich die Fertigkeit in der Anwendung mathematischer Sätze zur Lösung von Aufgaben, und zwar sowohl von abstrakten als auch von angewandten erwiesen werden solle.

Dieser natürliche Grundsatz, daß die Fertigkeit, angewandte Aufgaben zu zerlegen und ihre Auflösung geschickt zu disponieren, als Maßstab der mathematischen Reife und Bildung gilt, hat auf die Entwicklung des mathematischen Unterrichtes sehr günstig eingewirkt; denn er führte zur Erkenntnis eines praktischen Weges, auf welchem in der obersten Klasse die dort vorgeschriebene Wiederholung des Gesamtlehrstoffes erfolgreich durchgeführt werden kann. Man sah ein, daß es falsch wäre, für diesen Zweck die Theorie in ihrer ganzen Breite und in derselben systematischen Ordnung wie beim Vortrag, vom Anfang des Lehrbuches bis zu seinem Ende durchzunehmen, um sodann, gewappnet, an die Anwendungen zu schreiten. Hier muß vielmehr die praktische Aufgabe den Ausgangspunkt bilden und der Schüler angeleitet werden, die zu ihrer Verarbeitung notwendige Theorie zu suchen und heranzuziehen. Während beim ersten, grundlegenden Unterrichte die Theorie den Anfang, die praktische Anwendung das Ziel bildet, gilt bei der zusammenfassenden Wiederholung der umgekehrte Weg von der Anwendung zur Theorie.

Die praktische Aufgabe soll hier den Schüler zu selbständiger Wiederholung und Durchübung der passenden Regeln anleiten; sie soll gleichsam den Mittelpunkt bilden, von welchem aus das theoretische Feld strahlenförmig nach allen Richtungen durchzogen und wiederverarbeitet wird. Für derartige Zwecke mußten selbstverständlich ganz besondere Aufgaben verwendet werden, damit durch dieselben namentlich die allgemein bildende und erziehende Seite des Mathematikunterrichtes in das rechte Licht gerückt werde. Durch die unermüdliche Tätigkeit bedeutender Fachmänner und Lehrer wurden derartige Aufgaben geschaffen; jeder einzelne Lehrer beteiligte sich fleißig an dieser Arbeit und bildete sich durch Kombination ein passendes Übungsmaterial, jede einzelne Anstalt hielt darauf, für die schriftliche Reifeprüfung wohl vorbereitete, durch originelle Erfindung und Zusammenstellung ausgezeichnete Beispiele zu liefern. Von diesen Aufgaben, welche durch die Jahresberichte in die Öffentlichkeit gelangten, gingen die mannigfachsten Anregungen aus; als Gemeingut der Schule wurden sie vielfach zu Hausübungen umgeformt, für die Zwecke der mündlichen Prüfungen mit leichten Zahlenangaben ausgestattet; sie galten geradezu als eine Fortsetzung des Unterrichtes. Das war eine höchst produktive Zeit, welche dem Mathematikunterrichte wertvollen Gewinn

brachte; von diesem Standpunkte muß man gerechterweise den wohltätigen Einfluß der Maturitätsprüfung auf den Unterricht anerkennen, gleichgültig, welcher Ansicht man sonst über ihre Nützlichkeit huldigt.

Im Laufe der Jahre erfuhr allerdings dieses schöne Bild bedeutende Trübungen. Zunächst machte sich in den Kreisen der Lehrerschaft eine gewisse Mißstimmung geltend. Während nämlich die Maturitätsprüfung ursprünglich nur den einen Zweck hatte, die allgemeine Reife der Abiturienten und ihre Befähigung für das Fachstudium an den Hochschulen festzustellen, wurde sie allmählich auch zur Kontrolle für die Unterrichtsführung und für die Leistungen der einzelnen Schulen, zum Maßstabe für die Verwendung und didaktische Befähigung der Lehrer umgewandelt; neben dem Schüler wurde auch der Lehrer als der Geprüfte angesehen, „beiden sollte die Maturitätsprüfung Gelegenheit bieten, den Nachweis ihrer Pflichterfüllung zu liefern" (Ed. Martinak, Maturitätsprüfung, im Enzyklopädischen Handbuch der Erziehungskunde von Dr. Joseph Loos, II., S. 17). Aus dieser Verschiebung des Prüfungszweckes ergaben sich schwerwiegende Mißstände. „Der ganze Unterrichtsbetrieb des letzten, ja der letzten Jahre geriet in eine gewisse Hast und Unruhe; ein der ruhigen Sachlichkeit abträgliches äußeres Moment, die Rücksicht auf die Prüfung, trat zu oft in den Vordergrund, die gesunde Vertiefung in den Lehrstoff litt, an Stelle des organischen geistigen Wachsens trat zwangsweise Nahrungsaufnahme, Examenstudium, geistige Überfütterung u. dgl. Das hatte wieder zur Folge, daß der junge Mann beim Eintritte in das akademische Studium, gerade in dem entscheidungsvollen Augenblicke, da sich ihm der Zugang zu freiem Wissenschaftsbetriebe öffnet, statt des edlen leidenschaftlichen Triebes nach Erkenntnis vielfach nur müde Verdrossenheit und Lernunlust zeigte" (Ed. Martinak, ebd. S. 19 ff.).

Die öffentliche Meinung kehrte sich auf das entschiedenste gegen diese Prüfung und verlangte kategorisch ihre Abschaffung. Sie erklärte die ganze Reifeprüfung für verfehlt, unnütz und überflüssig; denn die Lehrer, welche den Schüler durch sieben Jahre täglich und stündlich zu beobachten Gelegenheit haben und ihm am Schlusse des letzten Jahres ein genügendes Abgangszeugnis erteilen, müßten doch von der allgemeinen Reife desselben hinlänglich überzeugt sein. Sie bezeichnete diese Prüfung als eine der schwierigsten überhaupt; sie tadelte es, daß die gesetzlich vorgeschriebene Dauer der Prüfung von den Prüfungskommissionen eigenmächtig und ungebührlich verlängert werde; sie erklärte ganz offen, daß die Reifeprüfung „durch die große Aufregung und Abspannung die Gesundheit schädige und die Nervosität der jungen Leute verschulde".

Es kann wohl nicht geleugnet werden, daß tatsächlich in der Durchführung der Maturitätsprüfung gewisse Härten sich entwickelten.

Der alte und einfache Grundgedanke, daß es sich nur um die erreichte allgemeine Bildung und den gewonnenen Gesichtskreis, nicht aber um Detailwissen handle, trat allmählich in Vergessenheit; es wurden zu hohe und zu spezielle Anforderungen gestellt, die Prüfung selbst erheischte eine sehr sorgfältige, ja mühsame Vorbereitung, die mit einer ungewöhnlichen Inanspruchnahme der geistigen Kräfte, namentlich des Gedächtnisses, verbunden war. Hiezu trat noch eine bedeutende Verschlechterung des Schülermaterials; infolge eines mangelhaft geregelten Berechtigungswesens drängten sich in die obersten Klassen unfähige und wenig strebsame Elemente, lediglich um das Reifezeugnis zu erwerben und sich den Zugang zum Einjährig-Freiwilligendienst, zur Post etc. zu sichern. Selbstverständlich reichten die Kräfte solcher Schüler zur Bewältigung der großen Aufgabe nicht aus; aus allen Kreisen wurden Überbürdungsklagen laut. Schließlich wurde ein vehementer Angriff nicht nur gegen die Maturitätsprüfung, sondern gegen die Schule und die Lehrer überhaupt unternommen. Bei diesem Ansturme auf alte und bewährte Institutionen vergaß man vielfach, daß für jeden Beruf, auch für den eines Realschülers, vor allem eine gewisse natürliche Veranlagung, guter Wille und sittlicher Ernst, insbesondere aber ein harmonisches Zusammenwirken zwischen Schule und Haus notwendig sind, daß Mißerfolge in der Schule gar häufig auf verfehlte häusliche Erziehung, auf die Entfremdung zwischen Vater und Sohn zurückzuführen sind.

In dem allgemeinen Widerstreit der Meinungen entschied die Unterrichtsverwaltung, die Reifeprüfung zwar beizubehalten, aber eine Anzahl von Erleichterungen zuzugestehen (Vorschriften für die Abhaltung der Reifeprüfungen an Realschulen; Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 29. Februar 1908).

Die meisten Erleichterungen beziehen sich auf die Prüfung aus der Geschichte; in der Mathematik wurde die schriftliche Prüfung abgeschafft, die neuen Forderungen wurden in folgender Weise präzisiert:

„Der Abiturient hat einen Überblick über den auf der Oberstufe behandelten mathematischen Lehrstoff durch die Vertrautheit mit den Methoden der einzelnen Gebiete bei der Lösung von Aufgaben, und zwar abstrakten wie auch angewandten anderer Wissenschaften und des praktischen Lebens zu erweisen.

Auszuschließen sind Aufgaben, welche eine nur durch ungewöhnliche Übung erlangte Gewandtheit in algebraischen Umformungen und in geometrischen Konstruktionen oder die Kenntnis vieler, bloß gedächtnismäßig festzuhaltender, namentlich praktisch belangloser Einzelheiten und Formeln verlangen.

Weiters ist Fertigkeit im Rechnen mit besonderen Zahlen und im Gebrauche der logarithmischen Tafeln besonders auch in der Hinsicht zu verlangen, daß diese Tafeln zur Vermeidung umständlichen Zifferrechnens mit Vorteil herangezogen werden."

Der Wegfall der schriftlichen Prüfung aus der Mathematik wurde von einem großen Teile der Lehrerschaft mit Befremden aufgenommen. Man fand, daß die schriftliche Prüfung, für welche dem Examinanden ein Zeitraum von vier Stunden eingeräumt war, für die Beurteilung seiner wissenschaftlichen Reife, seiner Fähigkeit des „lebendigen Verarbeitens des aufgenommenen Lehrstoffes" von ganz besonderem Werte war. Jedenfalls bietet die mündliche Prüfung, deren Dauer im Durchführungswege auf ungefähr eine Viertelstunde fixiert wurde, dem Abiturienten nicht die Möglichkeit, seine Übung im logarithmischen Rechnen oder seine Fertigkeit in der Lösung größerer logarithmisch-trigonometrischer Aufgaben darzutun.

In der neuen Verordnung (vom 29. Februar 1908; siehe Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht, Jahrgang 1908) werden gewisse, auf den Grundgedanken der Maturitätsprüfung hinweisende Bestimmungen früherer Gesetze neuerdings in Erinnerung gebracht:

„Bei der Vornahme der Prüfung ist das Hauptgewicht nicht auf einzelne Kenntnisse, sondern einzig und allein auf die erreichte allgemeine Bildung, auf den gewonnenen geistigen Gesichtskreis und auf jene formale Schulung des Geistes zu legen, welche zu wissenschaftlichen Studien an der Hochschule notwendige Vorraussetzung ist.

Diesen Grundsätzen widerspräche es direkt, wenn die Reifeprüfung in eine Reihe zusammenhangloser Einzelprüfungen aufgelöst und hiebei Forderungen gestellt würden, welche eine besondere, zumal im letzten Jahreskurse kaum zu leistende Vorbereitung bedingen. Ohne den Nachweis der Reife darf selbst minutiöses Wissen in Einzelheiten nicht von ausschlaggebender Bedeutung sein, wie umgekehrt bei erbrachtem Nachweise jener Reife auf einzelne *unwesentliche* Lücken in den positiven Details eines Gegenstandes kein entscheidendes Gewicht zu legen ist. Darum ist es von besonderer Wichtigkeit, daß zunächst schon äußerlich bei der Fragestellung alles vermieden werde, was das Bestehen der Prüfung als Sache des Zufalles erscheinen lassen könnte; ferner daß die Prüfung in jenen Gegenständen, welche am ehesten zu gedächtnismäßiger Vorbereitung Anlaß bieten, mehr die Form eines freien Kolloquiums annehme, um das Gebiet der Prüfung je nach dem Ausfalle der Antworten angemessen einschränken oder erweitern zu können, in allen Fällen aber nur auf *Wesentliches* zu erstrecken."

Die Prüfungskommission beurteilt die Reife des Examinanden nach dem Gesamteindrucke der mündlichen Prüfung, nach den Ergebnissen der schriftlichen Prüfungen und unter Würdigung der Semestral-

leistungen des letzten Schuljahres. Die Prüfungskommission kann einen Kandidaten, dessen Reife im allgemeinen nach dem Ergebnisse der Beratung feststeht, für reif erklären, auch wenn er in einem Gegenstande nicht völlig entsprochen hat. Der Beschluß über die Zuerkennung der Reife wird entweder mit Stimmeneinhelligkeit oder Stimmenmehrheit gefaßt; im ersten Falle und bei hervorragenden Leistungen kann über den Zusatz „mit Auszeichnung" abgestimmt werden. In das Reifezeugnis wird lediglich der Ausspruch der Prüfungskommission aufgenommen; von der Erteilung besonderer Prüfungsnoten aus den einzelnen Gegenständen wird ganz abgesehen. Wiederholungsprüfungen aus einem Gegenstande nach zwei Monaten finden nicht mehr statt; wird ein Kandidat für unreif erklärt, so kann er nach einem halben oder einem ganzen Jahre zur Wiederholung der Reifeprüfung zugelassen werden. Die Reifeprüfung kann nur zweimal wiederholt werden.

Bemerkung der Herausgeber zu Seite 11.

Nach der Ansicht der *Herausgeber*, die sich in diesem Punkte mit der des Herrn *Verfassers* nicht deckt, läßt sich der neue Lehrplan *sehr wohl* auch *so interpretieren*, daß die Elemente der Lehre von den linearen unbestimmten Gleichungen nicht ausgeschlossen sind und der Lehrer zu entscheiden hat, ob er darauf verzichten oder etwas von diesen Dingen bringen will, die von manchen für ein gutes Beispiel zur Übung des funktionalen Denkens gehalten werden.

Der mathematische Unterricht an den Volks- und Bürgerschulen.

Von Schulrat **Konrad Kraus.**

Erster Teil.

Gegenwärtiger Stand der Einrichtung und der Methoden des Mathematikunterrichts.

I. Kapitel. Die verschiedenen Typen der Schulen.

Nach dem Gesetze vom 14. Mai 1869, mit den durch das Gesetz vom 2. Mai 1883 getroffenen Abänderungen, gliedern sich die Volksschulen in allgemeine Volksschulen und Bürgerschulen. Die Schulpflicht beginnt mit dem vollendeten 6. und dauert bis zum vollendeten 14. Lebensjahr. Der Austritt aus der Schule darf aber nur erfolgen, wenn die Schüler die für die Volksschule vorgeschriebenen notwendigsten Kenntnisse, als: Religion, Lesen, Schreiben und Rechnen, besitzen.

Die **allgemeine Volksschule** hat zur Aufgabe, die Kinder sittlich-religiös zu erziehen, deren Geistestätigkeit zu entwickeln, sie mit den zur weiteren Ausbildung für das Leben erforderlichen Kenntnissen und Fertigkeiten auszustatten und die Grundlage für Heranbildung tüchtiger Menschen und Mitglieder des Gemeinwesens zu schaffen. Eine Trennung der Geschlechter findet im allgemeinen nicht statt, doch bestehen auch selbständige Mädchenschulen, für die jedoch dieselben Bestimmungen über Auswahl und Anordnung des Lehrstoffes gelten wie für Knabenschulen.

Die **Bürgerschule** hat eine über das Lehrziel der allgemeinen Volksschule hinausreichende Bildung, namentlich mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Gewerbetreibenden und der Landwirte zu gewähren. Sie vermittelt auch die Vorbildung für Lehrerbildungsanstalten und für jene Fachschulen, welche eine Mittelschulbildung nicht voraussetzen. Die Bürgerschule besteht aus drei

Klassen, welche sich an den fünften Jahreskurs der allgemeinen Volksschule anschließen. Ihre Schüler stehen daher im 11. bis 14. Lebensjahr. In der Bürgerschule muß durchgängig die Trennung der Geschlechter eintreten und es gelten besondere Bestimmungen für die Knaben- und Mädchenbürgerschulen.

Mit den allgemeinen Volksschulen und mit Bürgerschulen können **Lehrkurse** für die der Schulpflicht entwachsene Jugend verbunden werden. Die mit den allgemeinen Volksschulen verbundenen Lehrkurse nahmen zunächst auf gewerbliche und landwirtschaftliche Interessen Rücksicht; demzufolge fanden sie in größeren Städten und Industriezentren nur wenig Eingang. Es machte sich dadurch die doppelte Lücke geltend, daß für Knaben solche Lehrkurse fehlten, welche die der Bürgerschule zugewiesenen Aufgabe der Vorbereitung zu gewissen höheren Berufsstudien angepaßt sind, und für Mädchen solche, welche einerseits der späteren Stellung im Haus und in der Familie Rechnung tragen, andrerseits den Übergang zur weiteren Ausbildung für selbständige Berufstätigkeit zu vermitteln suchten. Nach der Ministerialverordnung vom 26. Juni 1903 sind nun mit der Bürgerschule einjährige Lehrkurse zu verbinden, welche die Aufgabe haben, die bereits erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten in praktisch verwertbarer Beziehung zu festigen und zu vertiefen, beziehungsweise zu vervollkommnen.

Es bestehen mithin in Österreich folgende Typen:

1. Die allgemeine Volksschule (Knaben- und Mädchenschulen, 6. bis 14. Lebensjahr);

2. fünfklassige Volksschulen, in welchen jeder Klasse ein Schuljahr entspricht (Knaben- und Mädchenschulen, 6. bis 11. Lebensjahr);

3. Knabenbürgerschulen und

4. Mädchenbürgerschulen (11. bis 14. Lebensjahr);

5. einjährige Lehrkurse (für Knaben oder Mädchen, 14. bis 15. Lebensjahr).

II. Kapitel. Ziel des Mathematikunterrichts. Unterrichtszweige.

I. **Allgemeine Volksschule** (Knaben- und Mädchenschulen, 6. bis 14. Lebensjahr). Zu den Lehrgegenständen gehören: Rechnen in Verbindung mit der geometrischen Formenlehre. Die Lehrpläne stellt der Minister für Kultus und Unterricht nach Einvernehmung oder auf Grund der Anträge der Landesschulbehörden fest. Die Durchführungsverordnung des Ministers zum Gesetz vom 2. Mai 1883 betraf auch den mathematischen Unterricht in folgenden Punkten: 1. In den ersten drei Schuljahren ist dem mündlichen Rechnen eine

besondere Pflege zuzuwenden. 2. Für den Unterricht in der geometrischen Formenlehre sind besondere Lehrstunden nicht zu bestimmen, sondern es ist die Kenntnis der geometrischen Linien, Flächen und Körper beim Zeichenunterricht auf den mittleren Unterrichtsstufen zu vermitteln, und die Messung sowie die Berechnung der Flächen und Körper auf den obersten Unterrichtsstufen in Verbindung mit dem Rechnen zu lehren. 3. An Schulen, wo ein besonderes Bedürfnis zumal mit Rücksicht auf die Erwerbsverhältnisse der Bevölkerung es fordert, kann neben dem Freihandzeichnen auch das Zirkelzeichnen in den Lehrplan aufgenommen werden.

Auf Grund des Gesetzes vom 2. Mai 1883 und der genannten Durchführungsverordnung wurden die Normallehrpläne für die einzelnen Kronländer von den Landesschulräten festgestellt.

Als Ziel gilt für Rechnen in Verbindung mit der geometrischen Formenlehre: Sicherheit und Fertigkeit in der mündlichen und schriftlichen Lösung praktischer Rechnungsaufgaben. Fähigkeit, Flächen und Körper einfachster Art zu messen und zu berechnen. Für Zeichnen in Verbindung mit der geometrischen Formenlehre: Übung des Augenmaßes und des Darstellungsvermögens, angewendet auf einfache Gegenstände. Kenntnis der wichtigsten geometrischen Körper und ihrer Begrenzung. — Für sechsklassige Volksschulen ist beim Rechnen noch eingesetzt: Grundzüge der einfachen Buchführung.

Die Zweige der Mathematik, die an unseren Volksschulen gelehrt werden, sind mithin:

1. Rechnen oder die Lehre von den Zahlen, welche mit Ziffern geschrieben werden (eigentliche Arithmetik). Die zugewiesene Zeit und die Ausdehnung des Lehrplanes richtet sich nach der Stufe, auf welcher jede Schule mit Rücksicht auf die Anzahl der verfügbaren Lehrkräfte steht. In den ein- bis fünfklassigen Volksschulen umfaßt der Lehrstoff die ersten vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen, Dezimalzahlen und gemeinen Brüchen. Die sechsklassige Volksschule nimmt hierzu Verhältnisse und Proportionen, Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel.

2. Geometrische Formenlehre, also Anschauungsgeometrie. Die Elemente der Planimetrie und Stereometrie werden in Verbindung mit dem Freihandzeichnen vermittelt, die Messung und Berechnung von Flächen und Körpern im Rechenunterricht behandelt. Geometrisches oder Zirkelzeichnen wird in sehr beschränktem Maße gepflegt.

3. Die angewandte Mathematik tritt als Nutzanwendung schon deshalb hervor, weil in der Volksschule die einzelnen Lehrgegenstände nicht ohne Beziehung zueinander auftreten dürfen, sondern als einheitlicher Bildungsstoff zu betrachten sind und deshalb auch in wechselseitiger Beziehung zueinander behandelt werden. Als be-

sonders wichtige Anwendungsgebiete sind Landwirtschaft und Gewerbe und für Mädchen Haushaltungsrechnungen zu berücksichtigen. Dazu treten die Grundzüge der einfachen Buchführung.

II. Fünfklassige Volksschule, in welcher jeder Klasse ein Schuljahr entspricht. Ziel. Rechnen: Sicherheit in den vier Grundrechnungsarten und in der Anwendung derselben auf die Lösung einfacher praktischer Aufgaben (für Knaben 19 Stunden, für Mädchen 16 Stunden wöchentlich). Zeichnen in Verbindung mit der geometrischen Formenlehre: Übung des Augenmaßes und des Darstellungsvermögens, angewendet auf einfache Gegenstände. Kenntnis der ebenen geradlinigen Figuren und des Kreises (für Knaben und Mädchen sieben Stunden wöchentlich).

III. Knabenbürgerschule. Zu den Lehrgegenständen der Knaben- und Mädchenbürgerschulen gehören: Rechnen in Verbindung mit einfacher Buchführung, Geometrie und geometrisches Zeichnen. Bei der Feststellung des Lehrplanes ist auf die speziellen Bedürfnisse des Schulortes und Bezirkes Rücksicht zu nehmen. Als Grundlage der Vorbereitung der besonderen Lehrpläne für die einzelnen Bürgerschulen dienen Normallehrpläne, die vom Minister für Kultus und Unterricht vorgeschrieben werden. Die neuen Normallehrpläne, gültig für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder, mit Ausnahme Galiziens, enthält die Verordnung vom 15. Juli 1907.

Danach gilt als Ziel an Knabenbürgerschulen für Rechnen in Verbindung mit einfacher Buchführung (zwölf Stunden wöchentlich): Sicherheit und Fertigkeit in den elementaren Rechenoperationen mit besonderen Zahlen. Gewandtheit in den Rechnungen des bürgerlichen Lebens und Bekanntschaft mit den Grundzügen der einfachen Buchführung unter besonderer Rücksichtnahme auf die wirtschaftlichen Bedürfnisse des Schulortes und seiner Umgebung. Für Geometrie und geometrisches Zeichnen (neun Stunden wöchentlich): Sicherheit im Erkennen, Vergleichen, Ausmessen, Berechnen und Darstellen der für das praktische Leben bedeutsamen geometrischen Gebilde. — Kenntnis der hierzu notwendigsten Lehrsätze der Geometrie. Fertigkeit im Linearzeichnen.

Zweige der Mathematik: 1. Rechnen mit besonderen Zahlen (eigentliche Arithmetik): Die ersten vier Grundoperationen mit ganzen Zahlen, Dezimalzahlen und gemeinen Brüchen, Quadrieren und Quadratwurzelziehen, Kubieren und Kubikwurzelziehen, Verhältnisse und Proportionen.

2. Rechnen mit entgegengesetzten besonderen Zahlen und, wo sich das Bedürfnis geltend macht, auch mit allgemeinen Zahlen (Buchstabenrechnung): Die ersten vier Grundrechnungsarten.

3. Algebra: Einfache Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten.

4. Angewandte Arithmetik: Anwendung der Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung, der Teil- und Mischungsrechnung auf Aufgaben aus dem Erwerbsleben. Grundzüge der einfachen Buchführung.

5. Geometrie: Die für Konstruktionen und zum Berechnen der Flächen und Körper notwendigsten Lehrsätze der Planimetrie und Stereometrie. Das Notwendigste über die Ellipse und die Parabel und je nach dem Bedürfnis der Schule auch einige andere gesetzmäßig gebildete einfach gekrümmte Linien.

6. Darstellende Geometrie: Auf Anschauung gegründete Darstellung der Körper in Grund- und Aufriß, Quer- und Längsschnitte, Netze.

7. Angewandte Geometrie: Zeichnen geometrischer Ornamente, Situationszeichnen und je nach dem Bedürfnisse der betreffenden Schule Zeichnen einfacher Objekte aus dem Bau- und Maschinenfache.

IV. Mädchenbürgerschule. Ziel für Rechnen in Verbindung mit einfacher Buchführung (neun Stunden wöchentlich): Gleichlautend mit den Knabenschulen bis auf den Zusatz: Rücksichtnahme auf die Bedürfnisse des Haushalts. Für Geometrie und geometrisches Zeichnen (drei Stunden wöchentlich): Kenntnis der für das praktische Leben bedeutsamen geometrischen Gebilde und ihrer einfachsten Beziehungen zueinander. Fähigkeit, die einfachsten Flächen und Körper zu berechnen. — Fertigkeit in der Ausführung sauberer und korrekter Zeichnungen sowie im Gebrauche des Lineals und des Zirkels.

Zweige der Mathematik: 1. Rechnen mit besonderen Zahlen (eigentliche Arithmetik): Die ersten vier Grundoperationen mit ganzen Zahlen, Dezimalzahlen und gemeinen Brüchen, Quadrieren und Quadratwurzelziehen, Verhältnisse und Proportionen.

2. Angewandte Arithmetik: Anwendung der Prozent- und Zinsrechnung und der Teil- und Mischungsrechnung auf Aufgaben aus dem bürgerlichen Leben und dem Haushalte.

3. Geometrie: Die für die einfachsten Konstruktionen und zum Berechnen der Flächen und Körper notwendigsten Lehrsätze der Planimetrie und Stereometrie. Das Wesentlichste über die Ellipse.

4. Angewandte Geometrie: Zeichnen geometrischer Ornamente unter entsprechender Berücksichtigung heimatlicher Kunstformen, insoweit sie bei den weiblichen Handarbeiten Verwendung finden. Zeichnen von Körpernetzen.

V. Einjähriger Lehrkurs. Die Lehrpläne sind im tunlichsten Anschluß des durch dieselben vermittelten Unterrichts an jenen der höheren Schulen, zu welchen die Lehrkurse den Übergang zu vermitteln haben, und unter sorgsamer Berücksichtigung der speziellen Bedürfnisse des Schulortes und des Bezirkes abzufassen. Bisher bestehen

nur provisorische Lehrpläne, die von den Landesschulräten genehmigt wurden. Alle Lehrkurse für Knaben haben den Unterricht im Rechnen mit allgemeinen Zahlen zu bieten, an den Lehrkursen für Mädchen kann, soweit es die lokalen Bedürfnisse erfordern, das Rechnen mit allgemeinen Zahlen in den Lehrplan aufgenommen werden.

Nach dem für zulässig erklärten Lehr- und Übungsbuch der allgemeinen Arithmetik für die mit Bürgerschulen verbundenen einjährigen Lehrkurse von J. Nittner (Prag, k. k. Schulbücherverlag) werden gelehrt: Die ersten sechs Grundrechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen; das Wichtigste über Teilbarkeit der Zahlen; Verhältnisse und Proportionen; Gleichungen des ersten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten, reine quadratische und kubische Gleichungen; Wiederholung der in der Bürgerschule behandelten Rechengebiete.

III. Kapitel. Prüfungen.

Nach der Schul- und Unterrichtsordnung für allgemeine Volks- und Bürgerschulen (Ministerialverordnung vom 29. September 1905) haben sich die Lehrer über die Leistungen der Schüler in jedem Vierteljahr ein abgeschlossenes Urteil zu bilden und die Klassifikation vor Ende des Vierteljahres in den Klassenkatalog einzutragen. Ob das Schulkind zum Aufsteigen reif ist, entscheidet die Lehrerkonferenz, wobei ein völlig genau bestimmtes Maß von Kenntnissen nicht als allein entscheidend in Betracht kommt.

In die erste Klasse der Bürgerschule werden diejenigen Kinder aufgenommen, die durch die Schulnachricht den Nachweis liefern, daß sie den fünften Jahreskurs einer Volksschule (vergl. II. Kapitel, II) mit genügendem Erfolge besucht haben. Wenn darin im Rechnen nach dem Durchschnitte die Note „kaum genügend“ vorkommt, kann die Aufnahme in die Bürgerschule von einer abzulegenden Aufnahmsprüfung abhängig gemacht werden.

Nach den genannten Vorschriften besteht an Volks- und Bürgerschulen kein eigentliches, zeitraubendes Klassifikationsprüfen. In der Schule besteht die Wiederholung hauptsächlich in Übungen, in gemeinsamer Arbeit des Lehrers und der Schüler, wobei die Leistungen der letzteren beobachtet und bei der Klassifikation entsprechend berücksichtigt werden. Sie sollen im allgemeinen am Anfange der Unterrichtstunde vorgenommen werden und dem Lehrer die Erprobung geben, ob der durchgenommene Lehrstoff richtig aufgefaßt und verarbeitet wurde, wobei jene Teile hervorgehoben werden, an die bei der Fortsetzung des Unterrichts anzuknüpfen ist. Sie kann mündlich oder schriftlich durchgeführt werden. In letzterem Falle arbeiten

dann die Schüler selbständig in ihren Heften und der Lehrer verfolgt und leitet den Gang der Arbeit.

Für Bürgerschulen sind lehrplanmäßig schriftliche Arbeiten, und zwar monatlich je eine Haus- und Schularbeit festgesetzt; doch bleibt es den Schulbehörden überlassen, an Stelle der Hausarbeiten die Einführung öfter wiederkehrender häuslicher Übungen (wie in der Volksschule) zu genehmigen, die der Klassenkorrektur zu unterziehen sind.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

a) **Methoden.** „Eine bestimmte Lehrmethode wird für keinen Lehrgegenstand vorgeschrieben. Der Lehrer hat sich die von Wissenschaft und Praxis anerkannten und von der Bezirkslehrerkonferenz angenommenen Methoden anzueignen."

Das Ziel des Unterrichts (vergleiche Kapitel II) weist deutlich auf die erste Aufgabe desselben hin: Er soll eine Vorbereitung für das bürgerliche Leben sein. Dieser Zweck wird als der materiale bezeichnet und ihm verdankt der mathematische Unterricht ursprünglich die Einführung in die Schule. Es war die Zeit des mechanischen Regelrechnens, der Unterricht war ein Abrichten, der nur das Gedächtnis des Lernenden ausbildete. Bei dieser mechanischen oder dogmatischen Methode konnte aber der Unterricht den Anforderungen des Lebens nur unvollständig gerecht werden, da die gelernten Regeln unmöglich für alle Fälle des Lebens passen konnten. Das Leben verlangt nicht bloß Fertigkeit, sondern auch Einsicht und Verständnis und vor allem rasche Beurteilung und richtiges Schließen. Dadurch erhält unser Unterricht als formalen Zweck die zweite Aufgabe: Er soll ein Mittel geistiger Bildung sein. Das Rechnen sei ein Denken und mache denken. Da die Mathematik nur auf wenigen Erfahrungserkenntnissen beruht, sonst aber unmittelbar in den Gesetzen des Denkens begründet ist und somit die Anlage dazu sich im jugendlichen Geiste schon vorfindet, so kann es dem Unterrichte nur obliegen, diese Anlage zweckmäßig zu pflegen und auszubilden. Solche Überlegungen führten zur beweisführenden (begründenden) Methode, durch welche die Schüler angeleitet wurden, die Lehrsätze und Regeln aus schon bekannten Sätzen zu finden. Es fragt sich nun, ob die beiden erwähnten Aufgaben unseres Unterrichts nicht einem einzigen, obersten Zwecke untergeordnet sind. Die Schule ist in erster Linie Erziehungsanstalt. Soll der Unterricht ein Mittel der Erziehung sein, so hat er sein Ziel nicht im Wissen, sondern im Wollen des Zöglings zu suchen. Das Bindeglied zwischen Wissen und Wollen ist aber das Interesse und der Unterricht hat die besondere Aufgabe, das Interesse des Schülers zu wecken und ihn dadurch zu befähigen, Kenntnisse

selbständig zu erwerben. Der Schüler soll für jede ihm vorkommende Aufgabe die Lösung selbständig finden. Der einzige zu diesem Ziele führende Weg ist dann die entwickelnde oder heuristische Methode.

1. Rechnen. Da jeder bildende methodische Unterricht einen Stufengang im allgemeinen verlangt, für die mathematischen Unterrichtszweige aber besonders fester Zusammenhang, übersichtliche Anordnung und sichere Begründung unerläßliche Eigenschaften sind, ist die Wahl der Methode wesentlich durch den gesetzlich eingeführten Lehrplan bedingt. Dieser schreibt für die Unterstufe (1. und 2. Schuljahr) das grundlegende Rechnen im Zahlenraume 1 bis 10, bis 15 oder 20 und bis 100 vor. Innerhalb dieser Gebiete soll der Schüler in allen Arten der Zahlenbildung geübt werden, soweit sie dem Grade seiner geistigen Fähigkeiten entsprechen. Während nun bei der Behandlung des Zahlenraumes über 100 hinaus in den wesentlichsten Punkten Übereinstimmung herrscht, fehlt sie bei der Behandlung der drei ersten Zahlenkreise. Aus dem Wirrsal der Rechenmethoden, die wir heute besitzen, treten besonders drei Hauptrichtungen schärfer hervor.

Der älteste Weg ging vom Zählprinzip aus: „Die Grundlage alles Rechnens ist das Zählen.“ Ihn hielten die beiden Altmeister des Rechenunterrichtes in Österreich J. Strehl (gest. 1862) und F. v. Močnik (gest. 1892) ein. Letzterer verließ (1869) die Zählmethode und führte die monographische Methode A. W. Grubes im ersten Schuljahr ein (Erstes Rechenbuch für Volksschulen, Wien, Schulbücherverlag). Durch ihn erhielt diese Methode große Verbreitung in Österreich, denn auch andere Schulmänner, wie J. Nagel (Aufgaben für das Rechnen, 1. Heft, Wien, Tempsky), J. Ambros-F. Kopetzky (Rechenbuch für Volksschulen, 1. Heft, Wien, Pichler) und K. Streng (Rechenfibel, Wien, Schulbücherverlag) schlossen sich ihr an. Sie steht noch gegenwärtig bei vielen in hohem Ansehen und das trotz ungünstiger Urteile über dieselbe und trotz offener Bekenntnisse über Mißerfolge mit ihr.

Auf das Fehlerhafte des Prinzips weist schon der Umstand hin, daß die genannten Methodiker die allseitige Zahlbehandlung auf die ersten zwei Zehner und später J. Gauby (Erstes Rechenbuch für Volksschulen, Wien, Schulbücherverlag) auf den ersten Zehner beschränkten.

Für die Behandlung des Zahlenraumes bis 100 wählte F. v. Močnik (2. Rechenbuch für Volksschulen, Wien, Schulbücherverlag) die Operationszahlenmethode, wonach der Zahlenraum stückweise erweitert und im Zahlenraum bis 20 mit der Zahl 2, bis 30 mit der Zahl 3 und so fort operiert wird. Das Bestechende liegt in der allmählichen Erweiterung des Zahlenraumes und in der Übersicht-

lichkeit der Aufeinanderfolge der einzelnen Operationen. Deshalb ist es begreiflich, daß auch andere Methodiker, wie J. Nagel (Aufgaben für das Rechnen, 2. Heft, Wien, Tempsky), J. Armbros-F. Kopetzky (Rechenbuch für Volksschulen, 2. Heft, Wien, Pichler), P. Pape-K. Decker (Sammlung von Rechenaufgaben, 1. Heft, Wien, Manz), P. Legerer (Rechenbuch, 2. Teil, Wien, Schulbücherverlag) und K. Streng-K. Wintersperger (Übungsbuch für das Rechnen, 1. Teil, Wien, Pichler) mit einigen Änderungen die Methode annahmen.

Der erste, der sich gegen die zwei herrschenden Methoden wandte, war (1878) H. Braeutigam (Methodik des Rechenunterrichts, Wien, Pichler), dessen Zählmethode ein eigenartiges Gepräge dadurch erhielt, daß er als einziges Lehrmittel Tillichs Rechenkasten benützte. Die Mängel der monographischen Methode führten dann auch andere Schulmänner zu einem vermittelnden Verfahren, wobei die Zahl nicht mehr als Individuum, sondern als Endpunkt der Zahlenreihe von Eins angefangen erscheint. Dies tun K. Kraus-M. Habernal (1. Rechenbuch, Wien, Schulbücherverlag), K. Streng-K. Wintersperger (Übungsbuch für das Rechnen, 1. Teil, Wien, Pichler), J. Breier (Rechenbuch für das erste Schuljahr, Wien, Manz) und P. Legerer (Rechenbuch, 1. Teil, Wien, Schulbücherverlag). Bedeuteten auch diese Bücher einen wesentlichen Fortschritt, so konnte man sich doch nicht verhehlen, daß es notwendig ist, entschieden mit den bisherigen Methoden zu brechen. Das Verdienst, diesen letzten Schritt getan zu haben, gebührt neben J. Nagel (Erstes und zweites Rechenbuch, Wien, Tempsky, 1899 und 1901) A. Kollitsch (Močniks Rechenunterricht in der Volksschule, 7. Auflage, Wien, Tempsky, 1903), indem sie die reine Zählmethode (Erweiterung des Zahlenraums, paarweises Auftreten der Rechenoperationen) einführten. Denselben Standpunkt vertreten jetzt auch J. Gauby (2. Rechenbuch, Wien, Schulbücherverlag), H. Kolar (Rechenstoffe, 1. Teil, Wien, Schulbücherverlag) und K. Kraus-M. Habernal (1. Rechenbuch, Ausgabe B, Wien, Schulbücherverlag).

Auf der Unterstufe der Volksschule ist man also im Begriffe, von der monographischen Methode und der Operationszahlenmethode wieder zu der alten verachteten Zählmethode, welche den Stoff nach den Grundrechnungsarten ordnet, überzugehen. Die Mittel- und Oberstufe (auch Bürgerschule) hatten stets die Zählmethode beibehalten. Eine Umgestaltung des Hergebrachten wurde erst durch die Einführung der Dezimalrechnung bedingt. Nach dem Lehrplane mußte sie vor dem Rechnen mit gemeinen Brüchen behandelt werden. Man stellte sie nun als eine Erweiterung des Zahlensystems dar und wollte mit ihnen nach den gleichen Gesetzen rechnen wie mit ganzen Zahlen. Da sie aber doch Brüche blieben, konnte dies nur durch Verwendung mechanischer Regeln geschehen. Um das zu vermeiden, führten

K. Kraus-M. Habernal (3., 4. und 5. Rechenbuch, Wien, Schulbücherverlag) die Dezimalen im engsten Anschluß an die dezimalen Münzen, Maße und Gewichte ein und behandelten sie stets in Verbindung mit ihnen. Die Not führte also zur Sachrechenmethode, die nun auch auf das Rechnen mit ganzen und gebrochenen Zahlen ausgedehnt wurde. Das Leben kennt kein Rechnen mit abstrakten Zahlen, alles Rechnen ist Sachrechnen. Während daher früher zuerst mit unbenannten und dann mit benannten Zahlen in angewandten Aufgaben gerechnet wurde, tritt bei der Sachrechenmethode die angewandte Aufgabe an die Spitze, zur Vertiefung treten Beispiele mit benannten Zahlen und zur vollen Beherrschung solche mit unbenannten Zahlen auf. Sind auf diese Art die Grundrechnungsarten erledigt, so treten die bürgerlichen Rechnungsarten (Aufgaben des Verkehrs), geordnet nach Sachgebieten, auf. Das Neue liegt dann nicht mehr in der rechnerischen Schwierigkeit, sondern in den Sachverhältnissen, zu deren Beherrschung und richtigen Beurteilung man nur durch zusammenhängende Vorführung gelangt. Vollständig durchgeführt wurde die Methode von K. Streng-K. Wintersperger (Übungsbuch für das Rechnen, 2., 3., 4. und 5. Teil und Ergänzungsheft, Wien, Pichler).

2. Geometrie. Die Unterstufe bedarf keinen eigentlichen geometrischen Unterricht. Durch die Übungen im Anschauungs-, Schreib- und Zeichenunterricht erhalten die Schüler mehr oder weniger reine Vorstellungen von den Raumelementen ohne Hilfe irgend welcher Definitionen. Auf der Mittelstufe ist die geometrische Formenlehre mit dem Freihandzeichnen verbunden, da beide die Aufgabe haben, das Raumanschauungsvermögen zu üben. Dadurch ist auch die angewandte Methode bestimmt, die man als Beobachtungs- und Anschauungsmethode bezeichnen kann. Auf der Oberstufe der Volksschule ist die Verbindung mit dem Rechnen hergestellt, wodurch auch im wesentlichen die Methode bedingt ist. K. Kraus (Methodik des Unterrichtes in der Geometrie, Wien, Pichler) vertritt die Anordnung und Behandlung nach sachlich-geometrischen Aufgaben.

In der Bürgerschule ist die Geometrie mit dem geometrischen Zeichnen verbunden. Die Anwendung der heuristischen Methode steht mit dem Aufbau des Lehrstoffes im innigsten Zusammenhange. In letzterer Hinsicht waren bisher zwei Methoden in Verwendung. Die synthetische Methode geht vom Punkt aus, gelangt zur Linie und Fläche und schließt mit dem Körper. Ihre Vertreter sind F. v. Močnik-H. Halbgebauer (Geometrie für Knabenbürgerschulen, Wien, Tempsky), F. Napravnik (Geometrie für Knabenbürgerschulen, Wien, Pichler), F. Wortner (Geometrie für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky) und J. Jahne-H. Barbisch (Geometrie für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Manz). Nach der analytischen Methode wird von der Betrachtung einzelner Körper aus-

gegangen und erst dann zu den besonderen Eigenschaften der an ihnen betrachteten Figuren übergegangen. Einen solchen Vorgang halten ein E. Kleinschmidt (Geometrie für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Hölder), F. Napravnik (Geometrie für Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky) und F. v. Močnik-E. Wenghart (Geometrische Formenlehre für Mädchenbürgerschulen, Wien Tempsky).

Man bemerkt, daß die analytische Methode vornehmlich an Mädchenschulen verwendet wird und daß derselbe Methodiker für Knabenschulen die synthetische, für Mädchenschulen die analytische Methode vertritt. Der Grund liegt in der Verbindung der Geometrie mit dem geometrischen Zeichnen, die sich leichter nach der synthetischen Methode herstellen läßt, und im geltenden Lehrplan, in welchem das Ornamentzeichnen zu sehr betont wird. Einen ganz anderen Vorgang empfiehlt J. Pfau (Raumlehre an Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Pichler), indem er ähnlich wie nach der Sachrechenmethode für den geometrischen Unterricht eine Ordnung nach Sachgebieten verlangt. Nach dieser Richtung hin liegt der Fortschritt der Methodik.

b) Lehrmittel, mathematische Modelle. 1. Rechnen. Die Entwicklung der Zahlgrößen und Zahlenverhältnisse hat auf allen Stufen von der Anschauung auszugehen. Die Anschauungsmittel haben den Zweck, das Rechnen zu erleichtern. Für die Veranschaulichung der Zahlen über 10 braucht man unbedingt künstliche Anschauungsmittel. Wir verwenden körperliche und graphische.

Am häufigsten wird der russische Rechenapparat mit 10, 20 und 100 Kugeln gebraucht. Daneben wird Tillichs Rechenkasten mit 100 Prismen, die durch ringsumlaufende Teilungsstriche die einzelnen Würfel unterscheiden lassen, verwendet. Für die Hand der Schüler dienen die Posner-Langerschen Rechenstäbe in kleinerer Ausführung. Auch der Apparat von Scheliwsky besteht aus 100 Holzwürfeln. Am bequemsten stellen sich die Stabbündel zu 10 und 100 Einheiten, die sich auch noch für den Zahlenraum bis 1000 verwenden lassen. Von den graphischen Anschauungsmitteln wurden früher stark die Zahlbilder verwendet. Jetzt beschränkt sich ihre Anwendung auf den Zahlenraum bis 10 und 20, wenn er nach der monographischen Methode behandelt wird. Symbolische Anschauungsmittel, bei welchen durch einen Körper oder ein Zeichen eine Menge Einheiten dargestellt werden soll, sind als für den Unterricht wertlos nur selten im Gebrauch.

Die weiteren Lehrmittel sind Anschauungsmittel für die rechnerischen Sachgebiete. Für das Geld dienen Münzen, Papiergeld, Brief- und Stempelmarken. Die Maß- und Gewichtseinheiten werden nicht bloß vorgeführt, sondern es wird mit ihnen gemessen und gewogen. Dadurch ist die Verbindung mit dem geometrischen und physikalischen Unterricht hergestellt.

2. Geometrie. Die früher allein gebräuchliche Wandtafel- und Kreidemethode wird jetzt immer mehr und mehr durch die Verwendung von Stabmodellen (Schmiege), Flachmodellen (aus verschiedenfarbigem Karton oder Blech) und Körpermodellen (Voll- und Hohlmodelle aus Pappe, Holz oder Blech) beschränkt. Bei der Entwicklung der geometrischen Ornamente verwendet man farbige Papierausschnitte und Wandtafeln. Für die Projektionslehre sind außer den Projektionstafeln und Körpermodellen die Wildtschen Stäbchen im Gebrauch. Zum Bau- und Maschinenzeichnen dienen Modelle von Holzverbindungen, Dachstühle, Gewölbe u. a. Beim Feldmessen finden nur die einfachsten Geräte und Instrumente (Meßstäbe und Meßlatten, Schrotwage, Lot, Winkelkreuz) Verwendung.

c) **Verwendung von Lehrbüchern.** In der Volksschule werden nur methodisch angelegte Aufgabensammlungen benützt (vergl. dieses Kapitel, *a)* 1).

Die Bürgerschule verwendet besondere Lehrbücher für Rechnen und solche für Geometrie. Sie teilen sich in zwei Gruppen. Wir haben Lehrbücher, die dem Schüler zur Übersicht, häuslichen Wiederholung und Anwendung dienen sollen, also methodisch angelegte Lehrbücher mit Aufgabensammlung und bloße Aufgabensammlungen. Lern- oder Textbücher, die nur den gedächtnismäßig anzueignenden Stoff enthalten, sind nicht eingeführt.

In die erste Gruppe gehören außer den schon angeführten Lehrbüchern für Geometrie (vergl. dieses Kapitel, *a)* 2) die folgenden: F. v. Močnik, H. Halbgebauer, R. Neumann (Rechenbuch für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky), J. Nagel (Rechenbuch für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky), P. Legerer (Rechenbuch für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Schulbücherverlag), J. Nittner (Lehr- und Übungsbuch der allgemeinen Arithmetik für einjährige Lehrkurse, Wien, Schulbücherverlag), F. Hauptmann (Rechenbuch für Knabenbürgerschulen, Wien, Schulbücherverlag) und F. Villicus-E. Schiebel (Rechenbuch für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Pichler).

Von reinen Aufgabensammlungen sind nur J. Ambros-F. Kopetzky (Rechenbuch für Bürgerschulen, Wien, Pichler) und J. Nagel (Aufgaben für Knaben- oder Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky) in Verwendung.

d) **Theoretische Übungen.** Sie beschränken sich auf die Einübung des vorgeschriebenen Lehrstoffs, treten auch manchmal zu stark auf gegenüber den Anwendungen auf die Verhältnisse des bürgerlichen Lebens. Die Beispiele aus den angewandten Naturwissenschaften sind je nach der Art der Schule verschieden. Die Oberstufe der Volksschule und die Bürgerschule landwirtschaftlicher Richtung betonten die Anwendung des Rechnens und der

Geometrie auf die Landwirtschaft (Feld-, Wiesen- und Waldwirtschaft, Viehzucht), während die Bürgerschule auch die Anwendungen auf Mechanik, Wärmelehre und Optik berücksichtigt.

e) **Praktische Arbeiten.** Sie beschränken sich in der Volksschule und in den meisten Bürgerschulen auf Herstellung der einfachsten Körperformen mit Hilfe der Netze. Nur an wenigen Schulen wird Unterricht im Modellieren und Handfertigkeitsunterricht erteilt, die sich in den Dienst des geometrischen Unterrichts stellen. Dagegen sollen nach den neuen Lehrplänen an den Knabenbürgerschulen Übungen im genauen Messen von Längen, Dicken und Höhlungen, praktische Übungen im Feldmessen (Abstecken und Ausmessen einfacher Figuren im Freien), im Aufnehmen und Zeichnen einfacher gewerblicher Objekte vorgenommen werden.

V. Kapitel. Ausbildung der Lehramtskandidaten.

Die Heranbildung der nötigen Lehrkräfte erfolgt in nach dem Geschlechte der Zöglinge gesonderten Lehrerbildungsanstalten (vergl. Bericht über Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten). Das Zeugnis der Reife befähigt zur provisorischen Anstellung als Unterlehrer oder Lehrer. Zur definitiven Anstellung an Volksschulen ist das Lehrbefähigungszeugnis für allgemeine Volksschulen erforderlich, welches nach einer mindestens zweijährigen zufriedenstellenden Verwendung im praktischen Schuldienste durch die Lehrbefähigungsprüfung erworben werden kann. Zur definitiven Anstellung an Bürgerschulen ist das Lehrbefähigungszeugnis für Bürgerschulen erforderlich, welches nach einer mindestens dreijährigen vollkommen befriedigenden Verwendung an Volksschulen durch Ablegung einer besonderen Prüfung erworben wird. (Näheres im Bericht über Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.)

Zweiter Teil.

Die modernen Tendenzen des Mathematikunterrichts.

I. Kapitel. Die modernen Anschauungen über die Einrichtung der Schulen.

a) Über Reformen im Stadium der Beratung ist seit der Herausgabe der neuen Lehrpläne für Bürgerschulen nichts zu berichten, obwohl eine Durchsicht der Lehrpläne für die Volksschulen seitens der Lehrerschaft als notwendig erkannt und gewünscht wird.

b) Neue Schultypen. Die jüngste Type, die einjährigen Lehrkurse an Bürgerschulen, hat wenig Boden gefunden. Sie hat bisher nur den Zweck, die Lücke zwischen der Bürgerschule und

einigen höheren Lehranstalten auszufüllen. Die neueren Bestrebungen zielen nun dahin, sie zur Ausgestaltung der Bürgerschule zu benutzen. Darnach soll eine vierklassige Bürgerschule (10. bis 14. Lebensjahr) geschaffen werden, um den bürgerlichen Schichten eine bessere Schulbildung zu gewährleisten. Parallel damit läuft eine zweite Strömung, welche die vierklassige Bürgerschule als gemeinsame Untermittelschule ausgestalten will.

c) Der Frage der Koedukation der beiden Geschlechter betreffs der Volks- und Bürgerschule wurde bisher nicht näher getreten.

II. Kapitel. Die modernen Anschauungen über das Ziel des Unterrichts und die Unterrichtszweige.

a) Ziel des Unterrichts. Für die Volksschule wird eine Erweiterung des Zieles dahin angestrebt, daß nicht bloß die Kenntnis der wichtigsten geometrischen Körper und ihrer Begrenzung sowie die Fähigkeit, sie zu messen und zu berechnen, verlangt wird, sondern auch die Darstellung der Körper und Flächen.

Die Erweiterung des Zieles der Bürgerschule hängt wesentlich von der Klassenzahl derselben ab. Die Notwendigkeit der Erweiterung durch das Rechnen mit allgemeinen Zahlen wird auch im neuen Lehrplane (1907) zugestanden.

b) Neue Zweige und Kapitel, die an Stelle anderer treten sollen.

Auszuscheidende Kapitel. Das Rechnen mit gemeinen Brüchen hat für das Leben nicht mehr die große Bedeutung wie früher. Man hat erkannt, daß für dasselbe nur solche Brüche in Verwendung kommen, deren Nenner aus wenigen kleinen Primfaktoren bestehen, und daß sie ohne sogenannte „Bruchregeln“ als besondere Art benannter Zahlen zu behandeln sind. Mit den Bruchregeln entfallen dann auch die Bruchstücke aus der Zahlentheorie, die man bisher herkömmlich in der Schule vornahm (Kennzeichen der Teilbarkeit, gemeinsame Maße und Vielfache). — Eine wesentlich verschiedene Stellung und Bedeutung sollen die Verhältnisse und Proportionen erhalten. Sie sollen nur mehr in Verhältnisrechnungen, wie Teilregel und Mischungsrechnung, aber nicht mehr zur Lösung von Aufgaben der Schlußrechnung verwendet werden. — Ganz ausgeschieden sollte der Kettensatz werden, der seine Bedeutung selbst in kaufmännischen Kreisen verloren hat.

Neue Zweige im Rechnen. Durch die Lösung der Aufgaben über gerade und umgekehrt proportionale Größen mittels der einfachen oder zusammengesetzten Schlußrechnung wird schon Veranlassung zu funktionalem Denken gegeben. Auf der Oberstufe und Bürger-

schule kann dann auch die Untersuchung empirischer Funktionen gepflegt werden. Durch die Ausscheidung der Proportionen, des Kettensatzes und vieler gekünstelter Aufgaben wird eine Erweiterung der politischen Arithmetik durch stärkere Betonnung des Versicherungswesens, des Scheckverkehrs u. a. ermöglicht.

Neue Zweige in der Geometrie. Die graphische Darstellung empirischer Funktionen zwingt zu einer engeren Verbindung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes. Um letzteren zu vertiefen, muß vor allem seine Verbindung mit dem Freihandzeichnen gelöst und das Zirkelzeichnen kräftiger betont werden. Die in der Bürgerschule bestehende Trennung von Planimetrie und Steroometrie würde beseitigt, wenn die Elemente der darstellenden Geometrie als Projektionszeichnen, verbunden mit Herstellung der Körperformen, schon von der ersten Klasse an eingeführt werden. Gelingt es endlich, den einjährigen Lehrkurs organisch der Bürgerschule anzugliedern, so ließe sich anschließend an die praktischen Übungen im Feldmessen die Dreiecksberechnung mit den natürlichen goniometrischen Funktionen einführen.

III. Kapitel. Prüfungen.

Es waren Vorschläge aufgetaucht, auch für die Volks- und Bürgerschule eine Art Reifeprüfung als Abgangsprüfung einzuführen. Die üblen Erfahrungen aber, die man an den höheren Schulen darüber gesammelt hat, unterdrückten sie. Gegenwärtig wird daher keine Änderung der Prüfungen geplant; im Gegenteil wurden die höheren Schulen veranlaßt, ihre Prüfungsart mehr dem Vorgange an Volks- und Bürgerschulen anzupassen.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

a) Methode. Die anschaulich-heuristische Methode wird allgemein als die einzig richtige erkannt, wenn das Anschauungsprinzip mit dem Zählprinzip zum „anschaulichen Zählen“ verbunden wird.

Der Forderung Pestalozzis: „Selbsttätigkeit allein schafft Bildung, nicht bloß gedächtnismäßiges Lernen“, sucht man dadurch gerecht zu werden, daß man dem Selbstfinden der Schüler die Wege ebnet, indem sie angeleitet werden, sich die ersten Zahlvorstellungen und Rechenergebnisse durch zeichnerische Darstellung selbst zu bilden (K. Kraus- M. Habernal, Erstes Rechenbuch, Ausgabe *B*, Wien, Schulbücherverlag). Ob diese Anschauungsmethode sich auch auf den oberen Stufen bewähren wird, muß die Zukunft lehren. Doch steht außer Frage, daß auch der geometrische Unterricht auf der Mittelstufe gewinnen und noch mehr auf der Oberstufe wesentliche Vorteile erlangen würde, wenn damit der Darstellungs-

unterricht verbunden wird. Der Ausbau der Sachrechenmethode wird weniger in möglichst vielen Beispielen aus dem ökonomischen und kaufmännischen Leben gesucht, als darin, daß durch sie die Kräfte der Schüler so weit gestärkt werden, daß sie sich leichter in die Verhältnisse des Lebens finden können.

b) Beziehungen zwischen den Zweigen der Mathematik. Für die Volksschule sollte namentlich auf der Mittelstufe die Anschauungsgeometrie mehr vom Freihandzeichen getrennt und dafür enger an das Rechnen angeschlossen werden, wodurch die Einführung des geometrischen Zeichnens erleichtert würde.

In der Bürgerschule macht sich der Nachteil geltend, daß bei dem bestehenden Fachlehrersystem nicht selten Rechnen und Geometrie getrennt sind und ziemlich unabhängig voneinander betrieben werden. Die Reformvorschläge bewegen sich dahin, beide Zweige, wenn nicht als einen Lehrgegenstand zu behandeln, doch in die Hände eines Lehrers zu legen. Dann könnte der bisherige systematische Gang in der Geometrie und auch deren Teilung in Planimetrie und Stereometrie aufgegeben werden.

c) Beziehungen zwischen der Mathematik und andern Wissensgebieten. Als solche kommen Zeichnen, Naturwissenschaften und ihre Anwendung und endlich Aufgaben des täglichen Lebens in Betracht.

1. Zeichnen. Wie schon mehrmals erwähnt, ist auf der Mittelstufe der Volksschule die geometrische Formenlehre mit dem (künstlerischen) Freihandzeichnen verbunden. Bei dem früheren Unterrichtsbetrieb des letzteren als Zeichnen geometrischer Ornamente litt vor allem die Pflege der Raumanschauung und die Geometrie wurde reine Liniengeometrie. Der moderne Betrieb des Zeichenunterrichts, das Gegenstandszeichnen, verlangt zwar den Zusammenhang mit der Natur, kann aber dem Anfänger nur die richtige Linien- und Flächenanschauung vermitteln, weshalb für die Darstellung lauter flache Gegenstände gewählt werden, deren Tiefenausdehnung so gering ist, daß sie den anderen gegenüber zurücktritt. Der geometrische Anschauungsunterricht verlangt aber die Auffassung der Formen an den Körpern. Er hat also unabhängig vom freien Zeichnen mit der Betrachtung der Körper einzusetzen.

Auf der Oberstufe der Volksschule und in der Bürgerschule ist die Geometrie sachgemäß mit dem geometrischen und technischen Zeichnen verbunden. Aber auch mit dem künstlerischen Zeichnen, sobald es perspektivisches Zeichnen ist, bestehen Berührungspunkte, die für beide Unterrichtszweige von Wichtigkeit sind. Der Darstellungsunterricht in der Geometrie würde wesentlich gewinnen, wenn von der Parallelperspektive ausgegangen würde und dann erst das zentralperspektivische Zeichnen einsetzen würde.

2. Angewandte Naturwissenschaften. Als solche kommt für unsere Schulgattung nur die Landwirtschaftslehre in Betracht, da mechanische und chemische Technologie den Schülern im allgemeinen zu fern liegen. Die Anwendungen des Rechnens beschränkten sich bisher auf Betriebskosten, Erträge, Kostenvorschläge und landwirtschaftliche Buchführung. Durch die Einführung der Feldmeßübungen wird jetzt die Bürgerschule landwirtschaftlicher Richtung auch beim Zeichnen der Situationspläne Entwässerungsanlagen u. a. berücksichtigen können.

3. Zweige der Naturwissenschaften. Die Beziehungen zu Chemie und Biologie sind auf dieser Unterrichtsstufe zu geringfügig. Die Physik verlangte bisher vom Rechnen die Begriffe Verhältnis und Proportion, von der Geometrie die Messung von Winkeln, die Begriffe Kongruenz und Ähnlichkeit, die Ausmessung von Flächen und Körpern. In engere Beziehung zu Rechnen und Geometrie wird sie treten, wenn es gelingt, auf der Oberstufe oder wenigstens in der Bürgerschule praktische physikalische Arbeiten einzuführen. In der Hauptsache würden sie in Messungen und Wägungen bestehen, führten also zu Rechnungen und geometrischen Zeichnungen.

Die Geographie verlangt als Heimatkunde die vorzeitige Einführung der Flächenmaße, unterstützt uns aber dafür durch anschauliche Einführung der Ähnlichkeitslehre beim Zeichnen der Pläne von Schulzimmer und Schulhaus. Auf der Oberstufe bieten auch die einfachsten astronomischen Beobachtungen hinreichende Gelegenheit zur Verwertung der Lehren von den Winkeln, dem Kreise und der Kugel.

4. Probleme des täglichen Lebens. Unsere Zeit stellt an die Volksschule auch die Anforderung, einfache volkswirtschaftliche Belehrungen zu geben, die den Blick des Schülers auf die Tätigkeit in der Gemeinde und im Staate lenken. Es kann sich hier nicht um vollständige Volkswirtschaftslehre handeln, für welche Schüler der Volkschule kein Verständnis haben, sondern Erörterungen und Übungen über Angebot und Nachfrage, über Kredit und Borgen, Kapital und Zinsen, über Steuern (Kataster und Grundbuch), deren Notwendigkeit und Verwendung, über Spar- und Darlehenkassen, über die mannigfaltigen Versicherungen.

d) Übungen und praktische Anwendungen; Modelle und Instrumente. Hier gelten noch die Bemerkungen, die im 1. Teil, IV. Kapitel *b)*, angeführt wurden.

e) Gebrauch von Lehrbüchern. Es ist der Frage näher zu treten, ob die Lehrbücher so wie bisher nur der Wiederholung und Einübung (als Aufgabensammlung) dienen sollen oder ob sie damit nicht einen weiteren Zweck verbinden könnten, den Unterricht anziehender und lebensvoller zu gestalten, ohne ihm seinen ernsten

Charakter zu nehmen. Einmal könnte dies geschehen durch Berücksichtigung der Geschichte der Mathematik. Auf der Oberstufe der Volksschule und in der Bürgerschule würde das Interesse der Schüler mächtig erregt werden, wenn ihnen z. B. die Erfindung der Dezimalzahlen durch Stevin und die Bestrebungen der Gelehrten zur Einführung der dezimal geteilten Münzen, Maße und Gewichte als Lebensbild vorgeführt würde. Noch mehr Gelegenheit zu solchen geschichtlichen Bildern bietet die Geometrie.

Ein weiteres Mittel, den Unterricht anziehend zu machen, geben Aufgaben, die nicht aus bloßen Nützlichkeitsgründen gestellt werden, sondern in die Form von Rätseln gekleidet sind. Es sind dies algebraische Aufgaben, die durch Schlüsse gelöst werden, wie sie uns von den Griechen überliefert sind und wie sie zum Teil noch in unserem Volke leben. Dazu treten solche Zahl- und Anordnungsprobleme, die als „mathematische Unterhaltungen“ gelten. Die Schüler gewinnen dadurch die Einsicht, daß die Mathematik nicht bloß den Broterwerb erleichtert, sondern auch das Leben verschönert.

Das Vorurteil, welches gegen die Mathematik besteht, hat seinen Grund einmal darin, daß an die Schüler Anforderungen in geistiger Beziehung gestellt werden, denen nur einige unter ihnen entsprechen können. Während sich dieser Übelstand mehr an den höheren Schulen geltend macht, trägt die Volks- und Bürgerschule zu einem solchen Vorurteil bei, wenn sie in ihrem Unterricht dem Mechanismus und Formelkram einen zu weiten Spielraum gewährt. Geht nun dem Gedächtnis des im Leben stehenden die Regel verloren, so steht er hilflos da und ist nicht imstande, den Mechanismus zu finden. Hier hätte der Volksunterricht (Volkshochschulen kennen wir nicht) einzugreifen. Die Mathematik dürfte dabei nicht systematisch auftreten, sondern die Hörer hätten selbst den Gang des Unterrichts zu bestimmen, welche Lücken ihres mathematischen Könnens sie auf Grund ihrer Erfahrungen im Leben fühlen und beseitigen wollen. Dabei wäre nicht ausgeschlossen, ihr Interesse für gewisse Kapitel der politischen Arithmetik (Versicherungen, Renten, Lotterien u. a.) und der praktischen Geometrie (Grundbuch- und Grundsteuerangelegenheiten, Zusammenlegung von Grundstücken u. a.) anzuregen. Endlich wäre nicht zu vergessen, daß im Volke auch Vorliebe für rein theoretische Betrachtungen vorhanden ist, die gelegentlich benützt werden kann.

Literatur.

a) Methodik. J. Ambros, Methodisch-praktisches Handbuch für den Volksschulunterricht, 6 Bände, 2. und 3. Auflage, Wien, Pichler. — H. Braeutigam, Methodik des Rechenunterrichtes, Wien, Pichler (1878), 2. Auflage, 1896. — J. Breier, Das Rechnen im

ersten Schuljahre, Wien, Manz, 1908. — E. Fitzga, Die leitenden Grundsätze der natürlichen Methode für den Elementarunterricht in Rechnen und Geometrie, Wien, Manz, 1897. — E. Fitzga, Die natürliche Methode des Rechenunterrichtes in der Volks- und Bürgerschule, Wien, Perles, 1898. — S. Fleckinger, Methodik des Unterrichts in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen, Wien, Hölder, 1888. — J. Gartner, Methodik des Rechenunterrichts, Wien, Hölder, 1887. — F. Hanl, Das Rechnen der Kleinen, Wien, Pichler. — J. Hofer, Methodik des Rechenunterrichts, Wien, Pichler (1883), 3. Auflage, 1896. — K. Kraus, Methodik des Unterrichts in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen, Wien, Pichler (1895), 2. Auflage, 1906. — K. Kraus- M. Habernal, Anleitung zum Gebrauch der Rechenbücher, 2 Teile, Wien, Schulbücherverlag (1902), 2. Auflage, 1908. — A. Lauer, Die wissenschaftlichen Grundlagen des ersten Rechenunterrichts, Wien, Fromme, 1905. — P. Legerer, Das Rechnen in der Volks- und Bürgerschule, Wien, Schulbücherverlag, 1904. — F. v. Močnik, Der Rechenunterricht in der Volksschule, Wien, Tempsky, 7. Auflage, bearbeitet von A. Kollitsch, 1903. — F. v. Močnik, Die geometrische Formenlehre in der Volksschule, Wien, Tempsky (1875), 3. Auflage, 1880. — J. Nagel, Das Rechnen im Zahlenraume 1 bis 10 und 1 bis 100, 2 Teile, Wien, Tempsky, 1902. — R. Niedergesäß, Leitfaden der speziellen Methodik für den Unterricht in der Elementarklasse, Wien, Pichler, 1881. — J. Pfau. Die Raumlehre. Entwürfe und ausgeführte Stundenbilder, Wien, Pichler, 1908. — W. Richter, Die Elementarklasse, Komotau, Benker, 1908. — K. Schubert, Das Flachmodell beim Unterricht in der geometrischen Formenlehre, Wien. Pichler, 1879. — J. Strehl, Methodik der Rechenkunst, Wien, Sallmayer (1845), 4. Auflage bearbeitet von K. Schubert, 1868. — K. Streng- J. Zuckersdorfer, Praktische Anleitung zur Behandlung des Rechenunterrichtes in der Volksschule, 2 Bände, Wien, Pichler, 3. Auflage, 1908.

b) Rechenbücher für Volksschulen. J. Ambros- F. Kopetzky, Rechenbuch für Volksschulen, 5 Hefte, 12. bis 15. Auflage, Wien, Pichler. — J. Breier, Rechenbuch für das erste Schuljahr, Wien, Manz, 1908. — J. Gauby, 1. und 2. Rechenbuch für Volksschulen, Wien, Schulbücherverlag, 1900. — K. Kraus- M. Habernal, Erstes Rechenbuch, 1901; Ausgabe B, Das Rechnen in Verbindung mit zeichnerischer Darstellung, 1909, Wien, Schulbücherverlag. — P. Legerer, Rechenbuch für Volksschulen, 3 Teile, Wien, Schulbücherverlag, 1903. — F. v. Močnik, 1. bis 5. Rechenbuch für Volksschulen; 2. bis 5. Rechenbuch, bearbeitet von K. Kraus und M. Habernal, Wien, Schulbücherverlag. — J. Nagel, Aufgaben für das mündliche und schriftliche Rechnen, 6 Hefte, 3. bis 13. Auflage, Wien, Tempsky. — J. Nagel, 1. und 2. Rechenbuch, Wien, Tempsky,

1901. — P. Pape, Sammlung von Rechenaufgaben für Volksschulen, 4 Hefte, 5. bis 7. Auflage bearbeitet von K. Decker, Wien, Manz. — K. Streng- K. Wintersperger, Übungsbuch für das Rechnen in Volksschulen, 6 Hefte, Wien, Pichler, 1905.

c) Lehrbücher für Bürgerschulen. J. Ambros- F. Kopetzky, Rechenbuch, 3 Hefte, Wien, Pichler. — J. Jahne- H. Barbisch, Leitfaden der Geometrie und des geometrischen Zeichnens, 3 Stufen, Wien, Manz. — E. Kleinschmidt, Leitfaden der Geometrie und des geometrischen Zeichnens, 3 Teile, Wien, Hölder. — P. Legerer, Rechenbuch, 3 Teile, Wien, Schulbücherverlag. — F. v. Močnik, Rechenbuch, 3 Teile, bearbeitet von H. Halbgebauer und R. Neumann; Geometrie und geometrisches Zeichnen, 3 Hefte, bearbeitet von H. Halbgebauer; Geometrische Formenlehre, bearbeitet von E. Wenghart; Wien, Tempsky. — J. Nagel, Rechenbuch, 3 Teile, Wien, Tempsky. — F. Napravnik, Geometrie und geometrisches Zeichnen, für Knabenbürgerschulen, Wien, Pichler; für Mädchenbürgerschulen, Wien, Tempsky. — J. Nittner, Lehr- und Übungsbuch der allgemeinen Arithmetik, Prag, Schulbücherverlag. — P. Pape, Sammlung von Rechenaufgaben, 3 Hefte, bearbeitet von K. Decker, Wien, Manz. — F. Villicus- E. Schiebel, Rechenbuch, 3 Teile, Wien, Pichler. — F. Wortner, Geometrie und geometrisches Zeichnen, 3 Teile, Wien, Tempsky.

Inhalt.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 2.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT
AN DEN
BILDUNGSANSTALTEN
FÜR
LEHRER UND LEHRERINNEN

VON

DR. THEODOR KONRATH,
PROFESSOR AM K. K. ZIVIL-MÄDCHENPENSIONAT IN WIEN.

DER MATHEMATISCHE UND PHYSIKALISCHE UNTERRICHT
AN DEN HÖHEREN
HANDELSSCHULEN

VON

PROFESSOR MYRON DOLINSKI, WIEN.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT
AN DER HÖHEREN
FORSTLEHRANSTALT REICHSTADT

VON

PROFESSOR MILOS ADAMIČKA, REICHSTADT.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an den Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen.

Von Dr. **Theodor Konrath,** Professor am k. k. Zivil-Mädchenpensionat in Wien.

Erster Teil.

Gegenwärtiger Stand der Einrichtung und der Methoden des Mathematikunterrichts an den Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten sowie den Fortbildungskursen für Lehrer und Lehrerinnen.

I. Kapitel. Gesetzliche Bestimmungen über die Aufgabe und Einrichtung der Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen.

Nach der Ministerialverordnung vom 31. Juli 1886*) besteht die Aufgabe der Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten „in der Heranbildung solcher Lehrkräfte, welche nach ihrem allgemeinen und beruflichen Wissen und Können geeignet sind, den Anforderungen des Reichsvolksschulgesetzes zu entsprechen". Die Lehrerbildungsanstalt hat demnach im Gegensatze zur Mittelschule eine zweifache Aufgabe zu lösen: die einer allgemeinen Bildungsanstalt und gleichzeitig die Aufgabe einer Berufsschule.

Diese Bildungsanstalten bestehen aus vier Jahrgängen, einer Übungsschule (fünfklassige Volksschule), welche der praktischen Ausbildung der Zöglinge zu dienen hat, und nach Umständen auch aus einer Vorbereitungsklasse.

Diese einzelnen Teile bilden zusammen einen Schulorganismus mit einheitlicher Leitung.

*) Organisationsstatut der Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen an öffentlichen Volksschulen in Österreich. *Verordnung des k. k. Unterrichtsministeriums vom 31. Juli 1886,* Z. 6031.

Zur Aufnahme in den ersten Jahrgang ist neben der entsprechenden Vorbildung das zurückgelegte 15. Lebensjahr erforderlich.

Die Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten sind entweder vom Staate errichtete Schulen oder Privatanstalten, welche dann unter staatlicher Aufsicht stehen.

Nach dem Jahrbuche des höheren Unterrichtswesens von 1910 gibt es in Österreich 56 Staats- und 10 Privat-Lehrerbildungsanstalten, denen 19 Staats- und 55 Privat-Lehrerinnenbildungsanstalten gegenüberstehen. Während somit bei den Lehrerbildungsanstalten das Verhältnis zwischen Staats- und Privatschulen ein angemessenes ist, kann man dies bei den Lehrerinnenbildungsanstalten keineswegs behaupten, was als eine traurige Erscheinung bezeichnet werden muß.

Außer den genannten Bildungsanstalten besitzen wir in Österreich noch Lehrkurse für die Ausbildung der Lehrer und Lehrerinnen. Es sind dies:

1. Die Bürgerschullehrkurse. Diese werden nach Bedarf mit Genehmigung des Unterrichtsministers an einzelnen Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten abgehalten und haben nach dem Organisationsstatut von 1886 „eine weitere Ausbildung für den Volksschullehrberuf insbesondere in Lehrgegenständen der Bürgerschulen zu vermitteln".

Jeder vollständige Bürgerschulkurs umfaßt sämtliche Gegenstände, welche einer Fachgruppe bei den Lehrbefähigungsprüfungen für das Lehramt an Bürgerschulen angehören. Diese Kurse sind von einjähriger Dauer und können daran Hörer und Hörerinnen gleichzeitig teilnehmen. Zur Aufnahme ist der Nachweis der erlangten Lehrbefähigung für allgemeine Volksschulen oder mindestens der mit gutem Erfolg an einer Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalt abgelegten Reifeprüfung erforderlich. Die Bürgerschullehrkurse unterstehen den für die Lehrerbildungsanstalten bestellten Schulaufsichtsorganen.

2. Die Lehrerakademie am Pädagogium in Wien*), welche vom Lande Niederösterreich erhalten wird und „der beruflichen Ausbildung und Fortbildung der Lehrerschaft" (insbesondere für Wien und Niederösterreich) zu dienen hat.

Zu diesem Zwecke gliedert sich die Lehrerakademie:

a) in einen einjährigen Ausbildungskurs für Kandidaten (Kandidatinnen) des Lehramtes von Volksschulen, welche nach der Reifeprüfung bereits ein Jahr praktisch gewirkt und die

---

*) Statut der Lehrerakademie am Pädagogium in Wien. Genehmigt mit Erlaß des k. k. *niederösterreichischen Landesschulrates* vom 22. August 1905, Z. 2091/3.

Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volksschulen noch nicht abgelegt haben oder welche mit gutem Erfolge mindestens durch zwei Jahre an öffentlichen Volksschulen im Lehrdienste in Verwendung sind;

b) in einen zweijährigen und nach Fachgruppen gegliederten Kurs zur Ausbildung von Bürgerschullehrern(-lehrerinnen);

c) in die Fortbildungskurse von verschiedener Dauer, welche nach Bedarf errichtet werden und „das Studium einzelner Disziplinen bis zu den wissenschaftlichen Grundlagen hin verfolgen sollen".

II. Kapitel. Ziel des Mathematikunterrichts. Unterrichtszweige.

A. Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.

Als Ziel des Unterrichts in der Mathematik, welche an Lehrerbildungsanstalten die Bezeichnung „Mathematik und geometrisches Zeichnen", an Lehrerinnenbildungsanstalten aber „Arithmetik und geometrische Formenlehre" führt, gibt das Organisationsstatut an: „Verständnis der arithmetischen Operationen mit besonderen und allgemeinen Zahlen sowie der Lehre von den Gleichungen ersten Grades. Fertigkeit im Kopfrechnen und in den bürgerlichen Rechnungen mit klarer Einsicht in das Verfahren. Grundzüge der einfachen Buchführung. Verständnis der wichtigsten Lehren der Planimetrie und Stereometrie; entsprechende Geübtheit in der Lösung von Konstruktionsaufgaben. Elemente des Feldmessens. Hauptsächlich ist das Verständnis der Operationen mit besonderen Zahlen anzustreben, das Rechnen mit allgemeinen Zahlen ist nur in Hinblick auf diesen Zweck zu pflegen."

An den Lehrerinnenbildungsanstalten entfallen Konstruktionsaufgaben und Feldmeßübungen, daher die Bezeichnung „Arithmetik und geometrische Formenlehre".

Im III. und IV. Jahrgang schließt sich die spezielle Methodik des betreffenden Lehrgegenstandes an. In der Mathematik umfaßt die spezielle Methodik „die Behandlung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes auf den verschiedenen Unterrichtsstufen nach den für die allgemeinen Volksschulen des betreffenden Landes vorgeschriebenen Lehrplänen, wobei die Zöglinge auch mit den bewährtesten methodischen Schriften bekannt zu machen sind."

Es werden an den Lehrerbildungsanstalten folgende Zweige der Mathematik gelehrt:

1. Arithmetik der besonderen und allgemeinen Zahlen.
2. Lehre von den Gleichungen ersten Grades.

3. Angewandtes Rechnen: Prozent- und Zinsrechnung. Teilungs- und Mischungsrechnung. Münz-, Wechsel- und Effektenrechnung. Einfache Buchführung.

4. Ebene und räumliche Geometrie, verbunden mit geometrischem Zeichnen.

5. Angewandte Geometrie: Feldmessen.

6. Spezielle Methodik und Schulpraxis.

Der Unterricht in der Arithmetik beginnt mit der Zahl und ihrer Darstellung, behandelt sodann die vier Grundrechnungsarten mit allgemeinen und dekadischen sowie gebrochenen Zahlen und leitet allmählich zu den Gleichungen mit einer Unbekannten hinüber. Daran schließt sich die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, worauf die Potenzen und Wurzeln folgen. Hierauf setzt die politische Arithmetik mit den Aufgaben des Verkehrs ein. Den Abschluß des Lehrstoffes bilden die Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten. Gleichzeitig gelangen die Grundzüge der Buchhaltung zur Besprechung.

In der Geometrie findet noch eine scharfe Trennung von Planimetrie und Stereometrie statt. Die Stoffeinteilung ist die übliche: Gerade, Kreis, Winkel. Eigenschaften der geradlinigen Figuren. Messung und Vergleichung geradlinig begrenzter Flächen. Proportionalität und Ähnlichkeit der geradlinigen Figuren. Der Kreis. Die wichtigsten Eigenschaften der Ellipse, Hyperbel und Parabel.

Den Ausgangspunkt in der Stereometrie bilden Gerade und Ebene im Raume, an die sich die verschiedenen Körper: Prisma und Zylinder, Pyramide und Kegel, Polyeder und Kugel anschließen. Als Anwendung in der Praxis wird das Feldmessen, verbunden mit einfachen Planzeichnungen, herangezogen.

Die spezielle Methodik knüpft an die Elementarklasse an und hat alles das zu berücksichtigen, was dem mathematischen Unterricht in der Volksschule in methodischer Hinsicht eigen ist, wie: die Auswahl, Gliederung und Behandlung des Lehrstoffes für jede Unterrichtsstufe, Kenntnis und Gebrauch der Lern- und Lehrmittel, Anleitung zum richtigen Gebrauch von Aufgabensammlungen und Hilfsbüchern, Bekanntmachung mit den wichtigsten methodischen Schriften.

An die spezielle Methodik reiht sich im vierten Jahrgang die Schulpraxis an. Diese besteht:

a) in vorbereitenden Besprechungen;

b) in praktischen Übungen der Zöglinge in der Übungsschule;

c) in nachfolgenden Besprechungen.

In der vorbereitenden Besprechung wird der Plan für die praktischen Übungen auf eine Woche festgesetzt, wobei jedem Zöglinge Gelegenheit geboten werden soll, auf verschiedenen Stufen und in allen Gegenständen sich praktisch zu betätigen. „Bei den praktischen

Übungen ist als Grundsatz festzuhalten, daß die Zahl derselben in der Unterrichtssprache und im Rechnen die Zahl der Lehrübungen in den übrigen Unterrichtsgegenständen weitaus überrage.*)

Die Probelektionen bilden den Gegenstand einer am Schlusse der Woche abzuhaltenden eingehenden Besprechung.

Die Beziehungen der Mathematik zur Physik treten in den Aufgaben zutage, welche als Anwendung der Schlußrechnung, den Gleichungen und geometrischen Volumsberechnungen in den mathematischen Unterricht hineingetragen werden und in der Lösung von Übungsbeispielen physikalischen Inhaltes bestehen.

Die der Mathematik eingeräumte Stundenzahl verteilt sich folgendermaßen auf die einzelnen Jahrgänge der Lehrer-(Lehrerinnen-) bildungsanstalten:

I. 4 (3) + II. 3 (3) + III. 2 (2) + IV. 2 (1) = 11 (9) Stunden.

Die Stundenzahl ist bei der Wichtigkeit und Stoffülle des Gegenstandes entschieden zu gering bemessen und steht einem gedeihlichen Wirken oft direkt hindernd entgegen. Die Lehrerinnenbildungsanstalten sind natürlich noch schlechter gestellt, obwohl hier nur die Konstruktionsübungen und das Feldmessen entfallen.

Einzig dastehend dürfte wohl die Tatsache sein, daß im vierten Jahrgang der Lehrerinnenbildungsanstalt in einer wöchentlichen Stunde die Methodik des Volksschulunterrichtes gelehrt und außerdem der gesamte Lehrstoff wiederholt und eingeübt werden soll. Daß dies einfach ein Ding der Unmöglichkeit ist, braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden.

B. Bürgerschullehrkurse.**)

Bei Feststellung der Lehrziele und Auswahl des Lehrstoffes wird auf die in den Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten gewonnene Bildung Rücksicht genommen. Die erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten sind den Anforderungen bei der Lehrbefähigungsprüfung für Bürgerschulen entsprechend zu erweitern. Ein besonderes Gewicht ist auf die methodische Unterweisung in der Unterrichtserteilung zu legen. Das Lehrziel und die Unterrichtszweige in den Bürgerschullehrkursen sind durch die Anforderungen gegeben, welche bei den Lehrbefähigungsprüfungen für Bürgerschulen gestellt werden. Die Bestimmungen für Mathematik lauten: „Eingehende Kenntnis sämtlicher arithmetischen Operationen und deren Begründung sowie der wichtigsten Lehrsätze der Algebra, soweit dieselben zur Be-

*) Organisationsstatut, § 18.

**) Verordnung des k. k. Unterrichtsministeriums vom 31. Juli 1886, Z. 6032.

gründung der arithmetischen Operationen notwendig sind. Gewandtheit in den Rechnungsfällen des bürgerlichen Lebens. Kenntnis der einfachen Buchführung. Bekanntschaft mit den wichtigeren Lehrsätzen der Planimetrie, Stereometrie und ebenen Trigonometrie mit besonderer Berücksichtigung ihrer praktischen Anwendung."

Bei den Prüfungen der Kandidatinnen entfällt die Trigonometrie.

C. Lehrerakademie.

1. **Volksschulkurs.** Gegenstand bildet die Methodik des Rechenunterrichtes der Volksschule. Diese wird behandelt „in Musterauftritten der Übungsschullehrer und darauffolgender theoretischer Begründung ihres Verfahrens, in Probeauftritten der Hörer mit anschließenden Besprechungen, in Referaten über wichtige Punkte der speziellen Methodik oder über hervorragende methodische Schriften".

2. **Bürgerschulkurs.** Bei der Festsetzung der Lehrziele sind die Bestimmungen der Ministerialverordnung von 1886 und deren Handhabung durch die jeweilige Prüfungskommission für allgemeine Volks- und Bürgerschulen in Berücksichtigung gezogen. Die Unterrichtszweige sind demnach: Allgemeine und besondere Arithmetik. Algebra. Politische Arithmetik. Wahrscheinlichkeitsrechnung. Planimetrie und Stereometrie mit Einschluß der ebenen Trigonometrie.

3. **Fortbildungskurse.** Dieselben umfassen Vorlesungen aus Elementarmathematik und über die Grundlehren der Differential- und Integralrechnung und verfolgen den Zweck, dem freien Bildungsinteresse der Lehrerschaft tunlichst entgegenzukommen.

III. Kapitel. Prüfungen.

1. Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalt.

Wir können bekanntlich zwei Hauptformen der Prüfung unterscheiden. Die erste Form betrifft das für den Schüler stets zu gewärtigende Einzelexamen, welches auf Grund von Leistungen einen Schluß auf die Leistungsfähigkeit des Schülers gestatten soll. Die Art des Prüfens ist in gewissem Sinne individuell und darum wird auch der Wert der Prüfungen überhaupt so ganz verschieden beurteilt. So kann man häufig die Beobachtung machen, daß beim Prüfen das „Notengeben" als Endzweck vorherrscht oder daß es in einem bloß wiederholenden Abfragen des Lehrstoffes besteht. Ein solches Prüfen ist zu verwerfen. Wenn aber die Prüfung aus der Form des strengen Examens heraustritt und die eines freien Kolloquiums annimmt, wenn dabei ferner nicht einfach der Lehrstoff in Aufgaben wiederholt, sondern neue Fragen aufgerollt und besprochen werden, dann wird das

Prüfen einen Teil der ganzen Unterrichtsmethode bilden und dem Lehrer bietet sich ein klares Bild der Leistungsfähigkeit seiner Schüler.

Anders liegen die Verhältnisse bei der zweiten Form der Prüfung. Hier ist Umfang und Inhalt durch gesetzliche Vorschriften genau geregelt und der dieser Prüfung sich unterziehende Schüler ist sich vorher genau bewußt, wann und in welchem Stoffausmaße er geprüft wird. Es sind dies an der Lehrer-(Lehrerinnen)-bildungsanstalt:

a) die Aufnahmsprüfung;

b) die Reifeprüfung.

a) Die Aufnahme in den ersten Jahrgang wird auf Grund einer vorhergehenden Prüfung vorgenommen. Dabei handelt es sich „vor allem um eine tüchtige Vorbereitung in der Unterrichtssprache und im Rechnen" (§ 8). Diese kann in den eigens errichteten Vorbereitungsklassen, in Volks- und Bürgerschulen oder auf eine andere Weise erworben werden. Im Rechnen ist sowohl eine schriftliche wie auch eine mündliche Prüfung abzuhalten. Zweck der Prüfung ist, unfähige Elemente von vornherein auszuschließen und bei großem Andrang eine geeignete Auswahl zu ermöglichen. Beides wird nicht immer erreicht.

b) Nach Beendigung der Studien werden die Zöglinge einer unter Vorsitz eines Abgeordneten der Landesschulbehörde abzuhaltenden strengen Prüfung aus sämtlichen Gegenständen unterzogen und erhalten, wenn sie den vorschriftsmäßigen Anforderungen entsprechen, ein Zeugnis der Reife. Durch die Reifeprüfung hat der Zögling darzutun, ob er im wesentlichen das Lehrziel der Lehrerbildungsanstalt erreicht hat. Zur Ablegung der Prüfung ist das zurückgelegte 19. Lebensjahr erforderlich. Dieselbe besteht aus einem schriftlichen, praktischen und mündlichen Teil. Die schriftliche Arbeit aus der Mathematik, deren Aufgaben über Vorschlag des betreffenden Fachlehrers vom vorgesetzten Landesschulinspektor ausgewählt werden, umfaßt einen Zeitraum von 4 Stunden.

Zur Erprobung der erworbenen methodischen Geschicklichkeit haben die Examinanden in der Übungsschule praktische Übungen abzuhalten. Die Aufgaben für diese praktische Prüfung sind dem Examinanden einen Tag vorher einzuhändigen.

Die mündliche Prüfung erstreckt sich auf das betreffende Lehrfach innerhalb der durch den Lehrplan bestimmten Grenzen und kann der Examinand bei durchschnittlich „lobenswerten" Jahresleistungen von der Ablegung der mündlichen Prüfung befreit werden. Doch ist jeder Zögling aus mindestens zwei Gegenständen zu prüfen. Das Zeugnis der Reife befähigt zur provisorischen Anstellung als Lehrer (Lehrerin) an Volksschulen.

2. Die Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volksschulen.*)

Nach mindestens zweijähriger, zufriedenstellender Verwendung im Schuldienste nach bestandener Reifeprüfung hat sich der Kandidat einer zweiten Prüfung zu unterziehen: der Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volksschulen.

Die Aufgabe dieser ihrem Charakter nach praktischen Prüfung besteht in der Feststellung, ob der Kandidat genügende Reife des Urteils und Beherrschung des Volksschullehrstoffes besitzt, um sein verantwortungsvolles Amt zum Wohle der Schule ausüben zu können. Zur Vornahme der Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volks- und Bürgerschulen, welche zweimal im Jahre stattfindet, werden an allen Orten, wo staatliche Lehrer- oder Lehrerinnenbildungsanstalten sind, eigene Prüfungskommissionen eingesetzt.

In der Mathematik hat der Kandidat den Nachweis zu erbringen, daß er mit der methodischen Behandlung des Rechenunterrichtes in der allgemeinen Volksschule vertraut ist und den Volksschullehrstoff beherrscht. Die Prüfung gliedert sich in eine schriftliche, in eine mündliche und in eine Lehrprobe.

Bei der schriftlichen Prüfung hat der Kandidat drei Aufgaben aus Rechnen und geometrischer Formenlehre mit den in der Volksschule zu Gebote stehenden Mitteln zu lösen.

Die mündliche Prüfung ist auf Grund der für den Lehrgebrauch an den Volksschulen als zulässig erklärten Lehrbücher und Lehrmittel vorzunehmen und erstreckt sich auf die spezielle Methodik des Rechenunterrichtes.

Die Lehrprobe wird in einer allgemeinen Volksschule abgehalten und der zu behandelnde Gegenstand dem Kandidaten einen Tag vorher bekanntgegeben. Hat der Kandidat in allen Prüfungsgegenständen und bei der Lehrprobe entsprochen, so wird ihm die Lehrbefähigung für allgemeine Volksschulen durch ein Zeugnis zuerkannt.

3. Die Lehrbefähigungsprüfung für Bürgerschulen.

Kandidaten, welche sich dieser Prüfung unterziehen und damit die Lehrbefähigung für Bürgerschulen erwerben wollen, haben außer dem Lehrbefähigungszeugnis für allgemeine Volksschulen den Nachweis über eine mindestens dreijährige, befriedigende Verwendung an Volksschulen oder anderen Lehranstalten zu erbringen. Die einzelnen Unterrichtsgegenstände sind zu nachstehenden Gruppen vereinigt:

---

*) Min. Vrd. vom 31. Juli 1886, Z. 6033.

1. Die sprachlich-historische Fachgruppe.

2. Die naturwissenschaftliche Fachgruppe: Naturgeschichte, Naturlehre und Mathematik oder geometrisches Zeichnen.

3. Die mathematisch-technische Fachgruppe: Mathematik, Freihandzeichnen und geometrisches Zeichnen oder Naturlehre.

Jeder Kandidat hat sich für eine dieser drei Gruppen zu entscheiden. Der Prüfungsvorgang ist dem der Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volksschulen analog und es gliedert sich auch hier die Prüfung in eine schriftliche, in eine mündliche und in die Lehrprobe. Der Kandidat hat bei der Lehrbefähigungsprüfung für Bürgerschulen den Nachweis zu liefern, daß er in der von ihm gewählten Fachgruppe das der pädagogisch-didaktischen Aufgabe der Bürgerschule*) entsprechende Wissen und Können besitzt. Bezüglich der Anforderungen aus der Mathematik vergleiche Kapitel II.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

A. Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.

1. Die Unterrichtsmethode ist an den Lehrerbildungsanstalten naturgemäß besonders ausgebildet. Dies hat schon in der ganzen Aufgabe und dem Ziel, welches diese Schulen verfolgen, seine Begründung. Deshalb enthält auch das Organisationsstatut (§ 49) entsprechende methodische Weisungen: „Bei der Auswahl des Lehrstoffes in den einzelnen Unterrichtsgegenständen ist die besondere Aufgabe der Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten genau zu beachten.

In formaler Beziehung soll der Unterricht ein Muster desjenigen sein, welchen die Zöglinge als Lehrer später zu erteilen haben werden. Insbesondere hat der Lehrer auf die richtige methodische Behandlung des Unterrichtes ganz besonderen Fleiß zu verwenden und auf den inneren Zusammenhang verwandter Gegenstände zu achten. Rein vortragsmäßiges Unterrichten sowie mechanisches Auswendiglernen ist durchaus zu vermeiden.

Beim Unterricht ist derart vorzugehen, daß sich der Lehrer mit seinen Zöglingen in fortgehenden unterrichtlichen Kontakt setze, die Schüler zum Mitdenken und Mitarbeiten veranlasse, eine möglichst selbständige Reproduktion des Unterrichtes seitens der Zöglinge anstrebe und jede Unterrichtsstunde nicht bloß zu einer Lehrstunde, sondern zu einer Lernstunde gestalte. Der Lehrer hat den besprochenen Unterrichtsstoff gegen das Ende der Unterrichtsstunde übersichtlich zusammenfassen zu lassen und jede Wiederholung als Gesamtunterricht zu behandeln.

---

*) Vgl. den *Bericht über Bürgerschulen* (Schulrat K. Kraus).

Bei jedem Unterrichte ist auf korrekten Gedankenausdruck und auf dialektfreies Sprechen ein besonderes Augenmerk zu richten. Verstöße gegen die Sprache sind in jedem einzelnen Falle zurückzuweisen".

Diese methodischen Bemerkungen sind Richtlinien für die Art der Unterrichtserteilung an den Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten. Das angegebene Ziel kann in der Mathematik demnach nur durch die induktiv-genetische Methode erreicht werden. Bei Behandlung der einzelnen Stoffgebiete wird auf ihren allgemeinen Bildungswert, die Anwendung im praktischen Leben und die Bedürfnisse der Volksschule Rücksicht zu nehmen sein. Es wird daher den sogenannten Aufgaben des Verkehrs (bürgerliche Rechnungsarten, Sozialarithmetik, Buchführung) eine große Bedeutung zugemessen. In der Geometrie werden an den Lehrerbildungsanstalten Konstruktionsübungen, parallele und orthogonale Projektion der geometrischen Körper und Feldmeßübungen herangezogen.

An den Lehrerinnenbildungsanstalten haben diese Gebiete zu entfallen, offenbar weil sich sonst auch bei den Mädchen das räumliche Anschauungsvermögen entwickeln könnte.

2. Als Lehrmittel kommen in Verwendung: Lineal, Winkel, Zirkel, Transporteur, Flachmodelle, Drahtmodelle, Körpermodelle und die entsprechenden Hilfsmittel zur Feldmessung. Pappmodelle werden häufig von den Zöglingen selbst hergestellt, was sehr zur Stärkung der Raumanschauung beiträgt.

3. Lehrbücher und Aufgabensammlungen. Für die Mathematik an den Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten gibt es nur zwei Lehrbücher:

1. Močnik, Lehrbuch der Arithmetik und Geometrie.
2. K. Kraus, Grundriß der Arithmetik und Geometrie.

Beide Bücher behandeln den Lehrstoff ausführlich und enthalten eine Sammlung von Aufgaben. Für das Lehrbuch von Močnik existieren verschiedene Bearbeiter, die diesem ein mehr oder minder modernes Gepräge zu geben versuchen.

Den modernen Bestrebungen vollkommen angepaßt ist der Grundriß von Kraus. Das Lehrbuch ist nach der genetisch-induktiven Methode abgefaßt und geht bei der Behandlung des Lehrstoffes von einer Erfahrungstatsache oder einer Aufgabe des praktischen Lebens aus. Die Beispiele der Aufgabensammlung, welche das Lehrbuch enthält, sind gleichfalls dem Leben entnommen und wird dabei auch die Physik nach Möglichkeit berücksichtigt. Historische Bemerkungen, an zahlreichen Stellen eingestreut, tragen zur Hebung des Interesses und zur Belebung des Unterrichtes bei.

Vielfach im Gebrauch ist ferner von Dr. K. Rosenberg, Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik und aus

der Geometrie (2 Bände). Diese Aufgabensammlung vermag gleichsfalls in jeder Hinsicht den Bedürfnissen der Schule zu entsprechen.

Dem Lehrbuch kommt im Unterricht große Bedeutung zu. Es soll für die unterrichtliche Behandlung des Lehrstoffes vorbildlich sein, während die Aufgabensammlung meistens die Grundlage für die Übungen bilden wird.

B. Lehrerakademie.

Das Statut der Lehrerakademie in Wien gibt bezüglich der Unterrichtsmethode folgende Weisungen:

Der ganze Unterricht soll bei den Hörern für die Aufgaben ihres Berufes ein nachhaltiges Interesse und damit Berufsliebe und Lehrfreudigkeit zu erzeugen suchen, indem er Wert und Bedeutung des Erziehungswerkes für den einzelnen erschließt, aber auch darüber hinaus Verständnis und Würdigung des volkstümlichen Lehrgutes anbahnt, als dessen Hüterin die Volksschule bestellt ist.

Der Unterricht darf sich zu diesem Zwecke nicht damit begnügen, ein richtiges Lehrverfahren (didaktische Technik) zu vermitteln, sondern soll auch die Aufmerksamkeit der Hörer auf die Fragen des Lehrganges und des Lehrplanes richten, so daß sie für didaktische Formgebung und Organisation des Bildungsinhaltes im ganzen Verständnis gewinnen. Sämtliche Gegenstände müssen in methodischer Übereinstimmung und innerem Zusammenhange gelehrt werden.

Ein rein dozierendes Verfahren ist nur in den Fortbildungskursen zulässig.

V. Kapitel. Ausbildung der Lehramtskandidaten für die Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.

Das Organisationsstatut enthält eigentümlicherweise keine direkten Bestimmungen darüber, welche Nachweise von den Schulbehörden für die Befähigung zum Lehrberuf gefordert werden. Während bei anderen gleichwertigen Schulgattungen die volle Mittelschulbefähigung verlangt wird, läßt das Sattut diese Frage offen. Nur an einer einzigen Stelle des § 7, der von der Errichtung der Privat-Lehrerbildungsanstalten handelt, findet sich folgender Satz:

„Als Direktoren und Lehrer (Lehrerinnen) können nur solche Personen Verwendung finden, die ihre volle Befähigung, die Lehramtszöglinge auszubilden, dargelegt haben. Hierfür ist mindestens der Nachweis eines Lehrbefähigungszeugnisses für Bürgerschulen und einer dreijährigen praktischen Verwendung im Schuldienste erforderlich. Ausnahmen kann der Unterrichtsminister in Fällen bewilligen, wo eine entsprechende Lehrbefähigung in anderer Weise vollkommen nachgewiesen ist.“

Obwohl die Hauptlehrer der Lehrerbildungsanstalten an Rang und Gehalt den Mittelschullehrern vollkommen gleichgestellt sind, ist zu ihrer Anstellung demnach keine akademische Bildung notwendig.

Die obigen Bestimmungen wurden anfangs so gehandhabt, daß an den Lehrerbildungsanstalten die Lehrer mit Mittelschulbefähigung in überwiegender Mehrzahl vertreten waren. Namentlich zur Zeit des sogenannten Supplentenelends ist eine große Zahl von Mittelschullehrern an die Lehrerbildungsanstalten gekommen.

Dieses Verhältnis hat sich im Laufe der Zeit zugunsten der Bürgerschulbefähigung verschoben und es gibt bereits staatliche Lehrerbildungsanstalten, wo vom Direktor angefangen kein akademisch gebildeter Professor mehr im Lehrkörper vertreten ist. Heute beträgt die Zahl der Akademiker an den k. k. Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten nur mehr 47 %.*)

Zieht man in Betracht, daß die mathematischen Anforderungen bei der Lehrbefähigungsprüfung für Bürgerschulen nicht einmal das Wissen eines absolvierten Mittelschülers erreichen (es fehlt zum Beispiel die ganze analytische Geometrie), so wird man zugeben müssen, daß auf diese Weise das Niveau der Lehrerbildung immer mehr herabgedrückt wird, während andrerseits wieder gerade die aus der Lehrerbildungsanstalt hervorgegangenen Lehrer stets größere Forderungen stellen und immer höheren Zielen (Universität) zustreben.**) Bevor die Reform nicht bei der Lehrbefähigung der Hauptlehrer einsetzt, ist eine Hebung der Lehrerbildung undenkbar, denn „der Lehrer ist die Schule".

Zweiter Teil.

Die modernen Tendenzen des Mathematikunterrichts an den Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen.

I. Kapitel. Die modernen Anschauungen über die Einrichtung der Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.

Darüber, daß die Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten in der bestehenden Form den gesteigerten Zeitanforderungen nicht mehr zu genügen vermögen und daher eine baldige Reform dringend geboten erscheint, sind sich alle maßgebenden Faktoren einig. Anders verhält es sich freilich mit der Frage, auf welche Weise diese Reform am besten durchgeführt werden soll.

---

*) Jahrbuch des höheren Unterrichtswesens in Österreich 1910.

**) Vergleiche die Bemerkung Seite 27!

In den Verhandlungsberichten des II. österreichischen Lehrerbildnertages in Wien vom Jahre 1906 wurde den modernen Anschauungen folgendermaßen Ausdruck verliehen*):

„Die gegenwärtige Lehrerbildung wird einstimmig als unzureichend und eine Hebung der allgemeinen und fachlichen Bildung der Lehramtszöglinge als unabweislich und unaufschiebbar erklärt. Ferner wird erklärt, daß eine erhöhte, den Zeit- und Kulturverhältnissen Rechnung tragende Lehrerbildung im Rahmen der gegenwärtig geltenden gesetzlichen Bestimmungen undurchführbar ist.

Es wird daher an die hohe Unterrichtsverwaltung und an die kompetenten gesetzgebenden Körperschaften das dringende Ansuchen gestellt, die Lehrerbildung im Sinne einer fortschrittlichen gründlichen Ausbildung der Lehramtszöglinge durch ein eigenes Gesetz zu regeln, welches die bisherigen auf die Lehrerbildung Bezug habenden gesetzlichen Bestimmungen außer Kraft zu setzen und folgende Gesichtspunkte zu berücksichtigen hätte:

1. Die Bildungsdauer sei mindestens auf 5 Jahre zu verlängern, und zwar durch Anfügung eines fünften aufsteigenden Jahrganges. Das Eintrittsalter bleibe wie bisher das 15. Lebensjahr.

2. Die Lehrerbildungsanstalt sei so auszugestalten, daß sie einen neuen Typus einer modernen, sich den Bedürfnissen der Zeit anschmiegenden Mittelschule bilde, ohne jedoch von ihrer ureigensten Bestimmung der Lehrerbildung abzukommen. **)

Es sei ferner in einer einzuberufenden Enquete von Lehrerbildnern aus sämtlichen Kronländern das ganze die Reorganisation der Lehrerbildungsanstalten betreffende Material zu formulieren und dem Ministerium zu unterbreiten".

Dies waren die einhelligen Beschlüsse des Lehrerbildnertages von 1906. Seither ist nichts weiter geschehen.

Eine Reform hätte namentlich in dem Sinne zu erfolgen, daß die allgemeine Bildung von der Berufsbildung zu trennen und erstere so auszugestalten wäre, daß sie dem künftigen Lehrer (Lehrerin) eine feste Grundlage für seine berufliche und wissenschaftliche Weiterbildung zu gewähren vermag. Die Berufsbildung hätte erst im V. Jahrgang nach Abschluß der allgemeinen Bildung einzusetzen und dieser oberste Jahrgang wäre ausschließlich der pädagogischen und methodischen Fachbildung zu widmen.

Einzelne Lehrer (Lehrerinnen) bildungsanstalten Wiens haben angeblich im Rahmen des bestehenden Gesetzes der Forderung

*) Bericht über die Verhandlungen des II. österreichischen Lehrerbildnertages 1906, S. 28 ff.

**) Referat von J. Lorz, *Grundsätze und Dauer der Lehrerbildung*. S. 14 ff.

nach Trennung der allgemeinen Bildung von der Berufsbildung gerecht zu werden versucht. Es wird die Vorbereitungsklasse obligatorisch eingeführt, in dieser der Lehrstoff des bisherigen I. Jahrganges behandelt und so fortgeführt, daß alsdann im III. (IV.) Jahrgang die allgemeine Bildung zum Abschluß gelangt und der IV. (eigentlich V.) Jahrgang nur mehr der pädagogischen und methodischen Ausbildung allein dienen kann.

Dieser Ausweg, der eigentlich nichts anderes als eine Umgehung der bestehenden Gesetze bedeutet, kann aber keineswegs als die anzustrebende Reform einer erhöhten Lehrerbildung bezeichnet werden. Im Gegenteil wird durch das Anschieben des V. Jahrganges nach unten in wissenschaftlicher Hinsicht das Lehrziel noch tiefer herabgedrückt, da der Bildungsgang um ein Jahr früher (14. Lebensjahr) einsetzt.

Die methodische Behandlung der einzelnen Unterrichtsgegenstände im obersten Jahrgang wird an diesen Schulen den Lehrern an der Übungsschule (Volksschule) übertragen. Dagegen, daß die berufliche Ausbildung dem bisherigen Fachlehrer entrissen und einem Übungsschullehrer übergeben werde, kann nicht energisch genug Einspruch erhoben werden. Nur derjenige kann berufen sein, die methodische Behandlung eines Faches zu lehren, der als Fachlehrer den Lehrstoff von einem höheren Standpunkte aus zu betrachten in der Lage ist und ohne Vorurteil die verschiedenen Methoden auf ihren Unterrichtswert einzuschätzen vermag. Es können somit die im obigen Sinne durchgeführten Reformen nicht als Fortschritt bezeichnet werden. Vielmehr scheinen die bereits gemachten Erfahrungen den Befürchtungen recht zu geben, die dahin gehen, daß die Zöglinge in dem praktischen Jahrgang mit Pädagogik und Methodik geradezu übersättigt werden und die Erfolge hinter den Erwartungen zurückbleiben.

Es macht sich daher das Bedürfnis geltend, im obersten Jahrgang die wissenschaftliche Bildung nicht vollständig fallen zu lassen, sondern, darauf aufbauend, das Lehrgebäude des Volksschulunterrichtes zu gründen und dabei gleichzeitig eine Vertiefung des bisherigen Lehrstoffes anzustreben. Diese hätte vorzugsweise in den beiden wichtigsten Gebieten des Volksschulunterrichts, der Unterrichtssprache und Mathematik, zu erfolgen.

Es wird sich dabei in der Mathematik insbesondere um Fragen handeln, die mit dem Unterricht in der Volksschule in einem gewissen Zusammenhang stehen (Geschichte der Mathematik, Philosophische Grundlagen des mathematischen Denkens u. a.).

Wollte man daher die methodische Unterweisung dem Übungsschullehrer übergeben, so würde dies einen Aufbau ausschließen und jegliche Vertiefung verhindern. Die Lehrerbildungsanstalt würde auf

diese Weise zur methodischen Drillschule herabgedrückt, statt die Zöglinge zu selbständigem Urteil und freier Kritik zu erziehen.

Die Lehrerinnenbildungsanstalten sollen sich bis auf einige Abänderungen in den Fertigkeiten von den Lehrerbildungsanstalten in keiner Weise unterscheiden.

Die Koedukation der beiden Geschlechter wäre auf dieser Stufe weder wünschenswert noch zu empfehlen.

II. Kapitel. Die modernen Anschauungen über das Ziel des Mathematikunterrichts und die Unterrichtszweige.

Die Lehrer-(Lehrerinnen)-bildungsanstalt hat nicht allein die Aufgabe, dem Zögling eine wissenschaftliche Begründung und ein tieferes Verständnis für das zu vermitteln, was er als künftiger Lehrer den Kindern der Volksschule in elementarer Weise zu bieten hat, sondern sie soll ihm auch für sein späteres Fortkommen ein solches Wissen mitgeben, daß er durch selbständiges Studium fern von der Schule sich weiterzubilden vermag.

Die Reform der Lehrer-(Lehrerinnen)-bildungsanstalten wird daher nicht nur eine Sichtung des mathematischen Lehrstoffes notwendig machen, sondern es wird auch die Frage herantreten, welche mathematischen Unterrichtszweige neu in den Lehrplan aufzunehmen seien.

Im Interesse einer gedeihlichen Fortentwicklung ist es vor allem notwendig, daß die wöchentliche Stundenzahl in der Mathematik jene Höhe erreiche, wie sie fast ganz im ersten Organisationsentwurf für Lehrerbildungsanstalten von 1874 enthalten war: I. (4), II. (4), III. (4) und IV. Jahrgang (3) Wochenstunden an Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten. Es wird hier noch besonders betont, daß beide Schulen gleiche Stundenzahl und denselben Lehrplan und den gemeinsamen Titel „Mathematik" erhalten sollen. Für den V. Jahrgang, welcher hauptsächlich die Methodik und Geschichte der Volksschulmathematik zu enthalten hätte, wären zwei Wochenstunden anzusetzen.

Der Wegfall der Methodik in den 4 allgemeinen Bildungsjahren bei gleichzeitiger Stundenerhöhung gestattet, die mathematische Ausbildung der Zöglinge entsprechend zu erweitern. Diese hätte sich namentlich auf die folgenden Stoffgebiete zu erstrecken*):

1. Die Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten.

2. Die Logarithmen.

*) Vergl. Th. Konrath, *Mathematik an d. L.-B.-A. Verhandlungsbericht 3 des II. Lehrerbildnertages*, S. 147 ff.

3. Die arithmetische und die geometrische Reihe.
4. Die Grundzüge der ebenen Trigonometrie.
5. Die Elemente der Projektionslehre.
6. Graphische Darstellung der Funktionen im Koordinatensystem.

Bei den Forderungen 1—4 handelt es sich lediglich um die Wiedergewinnung dessen, was bereits im Lehrplan der Lehrerbildungsanstalten von 1874 bis 1886 vorhanden war*) und bezeichnenderweise erst durch das Organisationsstatut vom Jahre 1886 wieder genommen wurde.

Die Einführung in die Elemente der Projektionslehre hätte im engsten Anschluß an die Stereometrie zu erfolgen und als Mittel zur Stärkung der räumlichen Anschauung zu dienen. Dadurch, daß sich aus der projektiven Darstellung die geometrischen Eigenschaften der Raumgebilde genau feststellen lassen, vermag das projektive Bild den Körper zu ersetzen und den Zögling zur Selbstherstellung der Raumformen zu befähigen. Die Projektionslehre wäre hauptsächlich nach der Seite der Anwendungen zu behandeln.

Die graphische Darstellung von Funktionen im Koordinatensystem soll ein gewisses Erfassen des Funktionsbegriffes schon vom Beginn des mathematischen Unterrichts an ermöglichen. Die frühzeitige Behandlung der Funktion im Schaubild trägt sehr zur Belebung des Unterrichtes bei und bahnt zugleich ein Verständnis für die analytische Geometrie an.

Während einzelne Zweige der Mathematik einer Erweiterung bedürfen, können in anderen Gebieten nicht unbedeutende Vereinfachungen erzielt werden.

So soll namentlich die formale Buchstabenrechnung (die vier Grundrechnungsarten, Brüche, Potenzen und Wurzeln) auf die einfachsten und später zu brauchenden Formen eingeschränkt werden.

Die Lehre von den Gleichungen werde zugleich mit den einzelnen Rechenoperationen eingeführt, alles Gekünstelte werde vermieden und dafür mögen Fälle von wirklich praktischer Bedeutung herangezogen werden.

Die Lehre von den Proportionen wäre noch mehr zu kürzen und hätte ihre Anwendung bei den Schlußrechnungen zu entfallen.

An Stelle der bisherigen breiten Darstellung der sogenannten Aufgaben des bürgerlichen Lebens hätten wirkliche Aufgaben aus dem Leben zu treten, die in einfacher und lebenswahrer Darstellung als Schlußrechnungen in den Unterricht einzufügen wären.

---

*) Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 19. Juli 1870, Z. 7033.

Die kaufmännische Buchführung wäre auf das Notwendigste einzuschränken.

In der Geometrie hätten Sätze rein formaler Natur zu entfallen und könnte durch innige Verknüpfung der ebenen Geometrie mit der Raumlehre eine wesentliche Vereinfachung erzielt werden.

Die Mathematik soll in ihren Anwendungen neben anderen Wissenszweigen vielfach die Physik berücksichtigen und den Schüler dadurch in stand setzen, die Formeln nicht als tote mathematische Gebilde zu betrachten, sondern Geist und Leben in sie hineinzutragen. Dann wird der Unterricht auch der Forderung nach „Erziehung zum funktionalen Denken" gerecht werden.

III. Kapitel. Prüfungen.

1. Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalt.

Bei einer zeitgemäßen Prüfungsreform an den Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten wird es sich hauptsächlich um eine entsprechende Übertragung der neuen Prüfungsbestimmungen handeln, welche für die Mittelschulen erlassen worden sind.*) Demnach ist dem gemeinsamen Arbeiten von Lehrer und Schülern ein erhöhtes Augenmerk zuzuwenden, die Klassifikationsprüfung auf das Notwendigste zu beschränken und durch Orientierungsprüfungen zu ersetzen, wozu möglichst viele Zöglinge heranzuziehen sind. Die Prüfung selbst soll mehr die Form eines Kolloquiums annehmen, wobei jedoch dem Zögling Gelegenheit geboten werden soll, in freiem Gedankenausdruck seine Kenntnisse zu erweisen. Die Zahl der mathematischen Schularbeiten ist auf drei im Semester herabzusetzen, außerdem sind statt der bisherigen wöchentlichen Hausarbeiten kurze Hausübungen von einer Lehrstunde zur andern zu geben.

Die Reifeprüfung.**)

Die Durchführung der Reform der Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten bedingt eine Änderung der Bestimmungen für die Reifeprüfung. Ganz umgehen läßt sich die Reifeprüfung an den Lehrerbildungsanstalten schon deshalb nicht, weil sie hier ähnlich den Staatsprüfungen den Charakter einer Befähigungsprüfung hat und das System der Prüfung immerhin die gerechteste Form der Auslese für das Amt vorstellt.

Die geplante Trennung der allgemeinen Bildung von der Berufsbildung, macht auch eine Teilung der Reifeprüfung in eine

*) Verordnung des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht vom 11. Juli 1908, Z. 26.651.

**) Verhandlungsberichte des Lehrerbildnertages 1906, S. 94 f.

theoretische und eine praktische Prüfung notwendig. Diese beiden Prüfungen sind zeitlich durch ein Jahr von einander zu trennen.

Der theoretische Teil der Reifeprüfung ist am Schluß des IV. Jahrganges, also nach Beendigung des allgemeinen Bildungsganges, abzulegen und gliedert sich in einen schriftlichen und mündlichen Teil.

a) Die schriftliche Prüfung hat in je einer Klausurarbeit aus der Unterrichtssprache und aus der Mathematik zu bestehen.

b) Bei der mündlichen Prüfung sind sämtliche Zöglinge aus der Unterrichtssprache und aus der Mathematik zu prüfen. Aus den übrigen Gegenständen kann eine Befreiung eintreten, wenn sich aus den Leistungen der vier letzten Semester eine ganz bestimmte Durchschnittsnote ergibt.

Im übrigen sind die bisherigen Prüfungsvorschriften entsprechend anzuwenden.

Das Bestehen der theoretischen Prüfung berechtigt zum Aufsteigen in den V. Jahrgang, in welchem die Berufsausbildung des Zöglings einsetzt.

Dieser oberste Jahrgang schließt mit der praktischen Prüfung ab. Diese besteht aus einer schriftlichen und einer mündlichen Prüfung sowie aus einer Lehrprobe.

a) Die schriftliche Prüfung erstreckt sich auf eine Klausurarbeit aus Pädagogik sowie aus der speziellen Methodik des Sprach- und des Rechenunterrichtes.

b) Die mündliche Prüfung umfaßt die Pädagogik, die Somatologie und Hygiene und die methodische Behandlung des gesamten Volksschullehrstoffes. Bei gleichmäßigen Jahresleistungen kann in einzelnen Fächern eine Befreiung von der Prüfung eintreten.

c) Bei der Lehrprobe werden ebenfalls die bisherigen Prüfungsbestimmungen sinngemäß anzuwenden sein.

Diese zweite Prüfung bildet den Schlußstein der „Reifeprüfung" und damit den Abschluß der Lehrerbildungsanstalt. Sie befähigt zur provisorischen Anstellung im Volksschullehrdienste.

Mittelschulabiturienten hätten nur die praktische Prüfung abzulegen.

2. Die Lehrbefähigungsprüfung für allgemeine Volksschulen.

Die Prüfungsvorschrift von 1886 entspricht im großen und ganzen auch den heutigen Anforderungen und handelt es sich bei sinngemäßer Anwendung derselben um die Feststellung, ob der Kandidat sich während seiner zweijährigen Probezeit ein derartig gefestigtes Wissen und Können erworben habe, daß ihm ein ständiges Lehramt an allgemeinen Volksschulen anvertraut werden kann.

3. Die Prüfung für das Lehramt an Bürgerschulen.

Zur Lehrbefähigungsprüfung an Bürgerschulen ist vor allem eine gründliche Fachausbildung notwendig. Daher müssen in der Mathematik unbedingt höhere Anforderungen als bisher gestellt werden, und zwar so, daß mindestens der Wissensstoff eines absolvierten Mittelschülers erreicht werde, wie dies bereits in der Phsyik der Fall ist. Ferner sei der Prüfungsstoff für Kandidatinnen derselbe wie für Kandidaten.

Die Heranbildung zur Prüfung erfolgte bisher privat oder an Bürgerschullehrkursen (niederösterreichische Lehrerakademie).

Auf dem Lehrerbildnertag (1906) wurde hierfür die Errichtung besonderer Staatsanstalten (k. k. Lehrerakademien) mit einjähriger Unterrichtsdauer gefordert. *)

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

a) Methodische Behandlung des mathematischen Unterrichtsstoffes.

Der mathematische Unterricht an den Lehrer- (Lehrerinnen-) bildungsanstalten hat seiner ganzen Aufgabe gemäß möglichst anschaulich vorzugehen, ohne aber den festgegliederten Aufbau der Mathematik zu vernachlässigen. Überall ist eine klare Begriffsbildung anzustreben, die auf ein tieferes Erfassen des mathematischen Lehrstoffes hinarbeiten soll. Die Unterrichtsmethode wird im allgemeinen induktiv-genetisch sein, wenngleich an geeigneten Stellen einer Deduktion nicht aus dem Wege gegangen werden soll. Bei Behandlung der einzelnen Unterrichtszweige der Mathematik ist auf ihre Anwendungen in der Praxis oder in anderen Wissensgebieten hinzuweisen und sind diese in Form von angewandten Beispielen möglichst heranzuziehen.

Der mathematische Unterricht im 1. Jahrgang beginnt mit der besonderen und allgemeinen Arithmetik, welche einerseits auf die notwendige Sicherheit im Zahlenrechnen, andrerseits auf einen klaren Einblick in den Zusammenhang der Operationen hinarbeiten soll. Deshalb werden die Gleichungen in Verbindung mit den einzelnen Rechenoperationen zu behandeln sein, wie dies heute bereits vielfach geschieht.

Durch eine geometrische Darstellung der verschiedenen Rechengesetze und Heranziehung der Flächen- und Körperberechnungen wird eine Verbindung von Arithmetik mit Geometrie hergestellt werden können. Bereits auf dieser Stufe soll mit der graphischen Darstellung von einfachen Funktionen und der Auf-

*) Verhandlungsbericht S. 197 f.

lösung der Gleichungen im Schaubilde begonnen werdeu. Bei den Textgleichungen sollen wirklich lebenswahre Aufgaben geboten und mit dem bisherigen System von reinen Schulbeispielen endgültig gebrochen werden. In diesem Schuljahre sollen auch die Schlußrechnungen und ihre Anwendung auf die bürgerlichen Rechnungsarten gepflegt werden.

In der Geometrie wird ein wesentlicher Fortschritt in der Vereinigung der ebenen mit der räumlichen Geometrie zu erblicken sein, wodurch eine erhöhte Pflege der Raumanschauung angebahnt werden kann. Der Körper bilde die Grundform, an der die geometrischen Begriffe abgeleitet und die Eigenschaften der einzelnen Raumgebilde untersucht werden. Anschauen, Zeichnen, Schätzen. Messen und Berechnen sollen den Unterricht durchdringen und Leben in ihn hineinbringen. Die Wirklichkeit soll jederzeit in der Theorie und auf dem Gebiete der Anwendungen auch in den geometrisehen Unterricht mit eingeflochten werden.

Der I. Jahrgang hätte neben der Einführung in die Geometrie und den Haupteigenschaften der geradlinigen Figuren die Kongruenz und Flächenberechnung geradliniger Figuren sowie die Rauminhaltsbestimmung an Würfel und Prisma. Zu der Arithmetik sollen möglichst viel Berührungspunkte aufgedeckt werden.

Die Lehre von den Potenzen und Wurzeln und damit die irrationalen und imaginären Zahlen gelangen im II. Jahrgang zur Darstellung. Hier werden auch streng logische Erwägungen notwendig sein und einen breiteren Raum einnehmen. Die Wurzeln sind zweckmäßig vom Standpunkt der Potenz zu betrachten. Den vielen Aufgaben rein formaler Natur, wie sie sich auf diesem Gebiete massenhaft in den Lehrbüchern vorfinden, wird man aus dem Wege gehen und dafür lieber auf ein tieferes Verständnis dieser Rechenoperationen dringen.

Die quadratischen Gleichungen werden dem Schüler erst die Doppelwertigkeit der Quadratwurzel und die imaginären Zahlen zum Verständnis bringen. Durch Übungen im Ergänzen auf ein vollständiges Quadrat kann bereits im I. Jahrgang vorgearbeitet werden. Graphische Darstellungen werden eine tiefere Auffassung der Gleichungen ermöglichen. Für die angewandten Aufgaben gilt auch hier, daß man nur Wirklichkeitsmathematik betreibe.

Die Geometrie bringt die Proportionalität und Ähnlichkeit, den Pythagoräischen Lehrsatz und die Kreislehre. Die Veranschaulichung und Anwendung an räumlichen Gebilden führt zum Zylinder, Pyramide. Kegel und Kugel.

Im Anschluß an die geometrischen Lehren werden Konstruktionsübungen stattfinden, wobei auch die einfachen Körper zur Darstellung gelangen sollen. Das Einfachste über Ellipse, Hyperbel und Parabel schließt den geometrischen Lehrstoff des II. Jahrganges ab

Bei den Kegelschnittslehren soll durch ihre algebraische Darstellung eine Beziehung zur Algebra hergestellt werden.

Im III. Jahrgang werden, anknüpfend an die Potenzlehre, die Logarithmen eingeführt, die dem Zögling einfach als ein Rechnen in den Potenzexponenten von Potenzen gleicher Basis 10 erscheinen sollen. Für die meisten Rechnungen genügen vierstellige Logarithmen. Die graphische Darstellung ist hier ebenfalls auszunützen. Als Gebiet der Anwendungen erscheint die Zinseszinsrechnung und die Rentenrechnung, welche die Behandlung der geometrischen Reihe notwendig macht. Die geometrische Reihe wird direkt an dem Problem der Rentenrechnung einzuführen sein. Der Begriff der Reihe wird sodann erweitert, auf die unendliche Reihe ausgedehnt und der „Grenzwert" betrachtet. Mit der Zinseszins- und Rentenrechnung können in der Form von Aufgaben einschlägige Gebiete der politischen Arithmetik zur Erörterung gelangen. Bei dieser Gelegenheit kann auch die einfache, kaufmännische Buchführung sowie die Wechsel und Effektenrechnung an praktischen Beispielen durchgenommen werden.

Die Geometrie bringt in diesem Jahrgang die Stereometrie in Verbindung mit der Projektionslehre zum Abschluß. Gleichzeitig werden die Grundlehren der ebenen Trigonometrie an der Hand von praktischen Aufgaben eingeführt. Den Ausgangspunkt für die Winkelfunktionen überhaupt bildet die Ähnlichkeit der Dreiecke. Direkte Messungen werden die graphische Darstellung der Winkelfunktionen ermöglichen und einen Vergleich mit den trigonometrischen Tabellen gestatten. Die Goniometrie ist der Hauptsache nach entbehrlich. Bei den trigonometrischen Rechnungen genügt es vollkommen, wenn auf Minuten genau gerechnet wird. Die vielseitige Anwendung der Trigonometrie auf die Geographie, Astronomie, Mechanik, Optik usw. ist insbesondere auf praktische Aufgaben der Feldmessung auszudehnen, wobei die Schüler selbst mit einfachen Meßinstrumenten im Freien Messungen vornehmen und darüber Planzeichnungen anfertigen sollen.

Dabei sollen sich die Zöglinge die einfachen Hilfsmittel zur Feldmessung zum Teil selbst herstellen. Durch ein derartiges Heranziehen der Zöglinge zur Selbsttätigkeit wird das Interesse am Gegenstande und das Verständnis für die theoretische Grundlage in hohem Maße gesteigert.

Der IV. Jahrgang umfaßt die Wiederholung, Einübung und Vertiefung des gesamten Lehrstoffes der Mathematik. Hier könnten auch die Elemente der analytischen Geometrie eine entsprechende Berücksichtigung finden.

b) Beziehungen zwischen den verschiedenen Zweigen der Mathematik.

Der moderne mathematische Unterricht soll eine Vereinigung der einzelnen Gebiete der Mathematik zu einem einheitlichen Ganzen anstreben und daher zwischen Arithmetik, Algebra, ebener Geometrie, Stereometrie und Trigonometrie eine möglichst innige Wechselbeziehung herstellen. Dies kann geschehen durch Vereinigung der ebenen mit der räumlichen Geometrie, Veranschaulichung arithmetischer Gesetze durch geometrische Begriffe, graphische Darstellung der Funktionen, Berechnungen in der Geometrie u. a. Die Einführung in die Trigonometrie soll allmählich erfolgen und frühzeitig darauf vorbereitet werden. Ausgehend von der Ähnlichkeit sollen vorerst gewisse Begriffe wie *sin* und *tg* mit den natürlichen Winkelfunktionen eingeführt und praktische Feldmeßübungen vorgenommen werden. Später wäre erst die Erweiterung der Trigonometrie unter Heranziehung der logarithmischen Tabellen vorzunehmen. So würde die Trigonometrie als kein eigener Zweig der Geometrie, sondern auf das engste mit ihr verwoben erscheinen.

Aufgabe des Lehrers wird es sein, die Beziehungen zwischen den einzelnen Gebieten der Mathematik nicht nur aufzudecken, sondern unter stetem Hinweis darauf in Theorie und Praxis auf eine Beseitigung der noch bestehenden Schranken hinzuarbeiten.

Namentlich dürfte es angezeigt sein, auch im Stundenplan die Trennung von Arithmetik und Geometrie fallen zu lassen. Es soll nur mehr Mathematikstunden geben, wo alle Zweige behandelt werden können.

c) Beziehungen zwischen der Mathematik und anderen Wissensgebieten.

1. Zeichnen. Der mathematische Unterricht wird in dem Sinne Berührungspunkte mit dem Zeichnen aufweisen, als es sich im geometrischen Unterricht auch um die zeichnerische Darstellung der Gebilde handelt. An den Lehrer- (Lehrerinnen-) bildungsanstalten hat dies in erhöhtem Maße der Fall zu sein, weil hier das geometrische Zeichnen und die Projektionslehre unmittelbar mit der Geometrie zu verbinden sein wird. Eine Anknüpfung zum künstlerischen Zeichnen liefert das perspektivische Zeichnen, die Ähnlichkeitslehre und die Symmetrie. Die Forderung des Lehrplanes nach Anfertigung von Situationsplänen ergibt weitere Berührungspunkte zum Zeichnen.

2. Naturwissenschaften. Während in der Chemie Verhältnisse und Proportionen eine Brücke zur Mathematik bilden, zieht die Physik wohl fast alle Gebiete der Mathematik in ihren Bereich und es

erscheint in hohem Grade wertvoll, diese Beziehungen zwischen Mathematik und Physik zu festigen. Am lebendigsten und nachhaltigsten kann dies durch praktische Schülerübungen geschehen, wobei Messen und Berechnen Hand in Hand mit physikalischen Problemen gehen. Auch graphische Darstellungen können hier vermittelnd eingreifen.

Zur Geographie ergeben sich Beziehungen bei den Längen- und Flächenmaßen, der Winkelmessung, den Verhältnissen und der Ähnlichkeit, bei der Kugel und in der Trigonometrie sowie bei den Feldmeßübungen und den Planzeichnungen. Diese Anwendungen können sich auch auf die Astronomie erstrecken.

3. Philosophie. Die Mathematik stellt eine Reihe von Fragen psychologischer, erkenntnistheoretischer und didaktischer Natur, die im V. Jahrgang zur Beantwortung gelangen könnten. Es betreffen diese Fragen zumeist die Grundlagen der Mathematik (z. B. Zahl- und Raumvorstellungen) oder die Didaktik des mathematischen Unterrichts und würde ihre Erörterung für den Lehramtszögling nicht nur eine Vertiefung der mathematischen Bildung, sondern auch eine allgemeine pädagogische Ausbildung bedeuten.

4. Probleme des täglichen Lebens. Die vielseitigen Beziehungen der Mathematik zum täglichen Leben treten entweder als selbständige Probleme der politischen Arithmetik auf oder gelangen in angewandten Aufgaben zum Ausdruck. Es werden dabei auch Fragen aus der Volkswirtschaftslehre zu streifen sein und etwa folgende Gebiete herangezogen werden: Geld und Münzwesen; Wechsel und Effekten; Zins, Zinseszins, Renten, Amortisation; kaufmännische Buchführung; Versicherungswesen; Spar- und Darlehenkassen; Steuerwesen. Hier ist vor allem Sorge zu tragen, daß die im Unterricht besprochenen Verhältnisse und Aufgaben der Wirklichkeit nicht allein ziffernmäßig, sondern auch in der ganzen Art der Problemstellung entsprechen. Dabei hat man sich vor dem Eingehen in allzuviel Einzelheiten zu hüten, damit nicht eine Zersplitterung eintrete und man das mathematische Unterrichtsziel nicht aus dem Auge verliere.

5. Geschichte der Mathematik. Der Geschichte der Mathematik kommt im Unterricht eine doppelte Bedeutung zu:

a) Historische Bemerkungen beleben den Unterricht und erregen in hohem Grade das Interesse der Zöglinge.

b) Die Geschichte mathematischer Probleme bringt eine Vertiefung des Unterrichts mit sich, weil sie dem Schüler die Mittel und Wege zeigt, auf denen die Forscher allmählich zu den mathematischen Begriffen, Bezeichnungen und Gesetzen gelangten, welche heute die Grundlage unseres Wissens bilden.

In den 4 Jahrgängen der Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten sollen wie bisher an den entsprechenden Stellen geschichtliche Bemerkungen in den Unterricht eingestreut werden, während im V. Jahrgang die Geschichte derjenigen Zweige der Mathematik in zusammenhängender Darstellung zu behandeln wäre, welche im mathematischen Unterricht an der Volksschule (Bürgerschule) eine Rolle spielen.

Hiezu wären noch Aufgaben aus alten Rechenbüchern zu zählen, welche, wenn sie ab und zu gestellt werden, gleichfalls zur Belebung des Unterrichts beitragen.

d) Übungen und praktische Anwendungen.

Hier wird es sich besonders darum handeln, die Zöglinge möglichst zu praktischen Arbeiten, wie Herstellung von Flach- und Körpermodellen, einfachen Meßinstrumenten u. dgl. anzuregen und auch tatsächlich heranzuziehen.

Gerade für den zukünftigen Lehrer werden praktische Arbeiten nicht allein nützlich, sondern geradezu notwendig sein. Die beste Gelegenheit dazu könnten wiederum physikalische Schulübungen bieten, wo durch Wägen, Messen und Berechnen, graphische Darstellungen auf karriertem Papier usw. die mathematischen Begriffe praktisch zur Anwendung gelangen und das approximative Rechnen und Schätzen sowie der Gebrauch des Rechenschiebers geübt werden können. Durch Meßübungen im Freien wird dem Zögling die Bedeutung der Geometrie im wahren Sinne des Wortes klar gemacht.

Vgl. auch I. Teil, IV. Kap.

e) Lehrbücher.

Gute Lehrbücher sind wohl am besten geeignet, neuen Ideen siegreich zum Durchbruch zu verhelfen. Deshalb soll das Lehrbuch kein bloßes Übungsbuch sein, sondern auch die methodische Behandlung des Unterrichtsgegenstandes, verbunden mit einer Aufgabensammlung in klarer und übersichtlicher Darstellung zum Ausdruck bringen. Dabei soll die Geschichte der Mathematik entsprechende Berücksichtigung finden.

Auf diese Weise wird das Buch wirklich ein Lehrbuch und dem Lehramtszögling auch späterhin ein Berater sein können.

V. Kapitel. Ausbildung der Lehrkräfte.

Ein Fortschritt im Unterricht kann nur möglich sein, wenn auch die Lehrer entsprechend ausgebildet werden. So fehlt zum wirksamen Ausbau der Lehrerbildungsanstalten die gesetzliche Festlegung der

Forderung nach einer höheren Lehrbefähigung der die allgemeine Bildung der Zöglinge vermittelnden Lehrkräfte. Namentlich muß für das Verhältnis der Akademiker und Bürgerschullehrer eine ziffernmäßige Grenze festgesetzt werden, über die nicht hinausgegangen werden darf. „In den Kreisen der Lehrer ertönt gleichzeitig mit dem Rufe nach Hebung der allgemeinen Lehrerbildung sozusagen in einem Atem der Ruf nach förmlicher Ausschließung der Mittelschullehrer von den Lehrerbildungsanstalten. Die Hauptschuld an den jetzt herrschenden Zuständen trägt die seit längerer Zeit geübte Praxis bei der Ernennung der Hauptlehrer." *)

Die Anstellung von Bürgerschullehrern zu Hauptlehrern kann eine Ausnahme bilden, soll aber nicht zur Regel werden, es sei denn, daß die Lehrerbildungsanstalten in wissenschaftlicher Hinsicht den Bürgerschulen gleichwertig erklärt würden. Sonst ist es wohl undenkbar, daß eine Prüfung, die zur Anstellung als Bürgerschulehrer genügt, für die Lehrbefähigung an Lehrer-(Lehrerinnen-)bildungsanstalten hinreicht.

Auf dem II. Lehrerbildnertag wurde von F. Wiechowski ein eingehendes Referat über die Ausbildung der Lehrkräfte erstattet, dessen wesentliche Leitsätze folgende sind:**)

1. Die Lehraufgabe der Hauptlehrer erfordert bei Festhaltung des Grundsatzes, daß die wissenschaftliche und methodische Ausbildung der Zöglinge in der Hand des betreffenden Fachlehrers vereinigt bleibe, sowohl eine gründliche wissenschaftliche Bildung als auch eine allseitige pädagogisch didaktische Schulung.

2. Die Befähigung zur Ausübung des Lehramtes an Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten wird durch die mit Erfolg abgelegte Hauptlehrerprüfung erworben.

3. Zu dieser Prüfung werden geprüfte Bürgerschullehrer und Mittelschullehrer mit voller Approbation zugelassen.

a) Die Bürgerschullehrer haben in ihrem Gesuche um Zulassung zur Prüfung nachzuweisen, daß sie mindestens vier Semester die für die von ihnen gewählte Fachgruppe in Betracht kommenden Vorlesungen an einer Hochschule besucht haben.

b) Die Mittelschullehrer haben nachzuweisen, daß sie wenigstens ein Jahr dem Unterrichte an der Übungsschule einer Lehrer- oder Lehrerinnenbildungsanstalt auf allen Stufen und in allen Klassen hospitando und in Verbindung mit selbständigen Lehrübungen beigewohnt haben (Seminarjahr).

---

*) Landesschulinspektor J. Lorz, *Verhandlungsbericht* S. 16 ff.
**) Verhandlungsbericht S. 39 ff.

4. Die Hauptlehrerprüfung ist vor einer besonderen Prüfungskommission für das Lehramt an Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten abzulegen, welche sich zusammensetzt aus Hochschulprofessoren, Direktoren und verdienten Hauptlehrern von Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten.

5. Die wissenschaftlichen Prüfungsgegenstände sind zu Fachgruppen zusammengefaßt. Mathematik bildet mit Naturlehre zusammen eine Gruppe.

6. *a)* Die Prüfung der Kandidaten mit seminaristisch-akademischer Vorbildung (geprüfte Bürgerschullehrer) beschränkt sich auf den Nachweis der erlangten wissenschaftlichen Befähigung zur Erteilung des Unterrichtes in der gewählten Fachgruppe, entsprechend den Anforderungen der Prüfungsvorschrift für das Lehramt an Mittelschulen.

b) Die Prüfung der nur akademisch vorgebildeten Kandidaten (voll approbierte Mittelschullehrer) ist eine ausschließlich pädagogisch-didaktische und umfaßt allgemeine Pädagogik und Didaktik, spezielle Methodik der Gegenstände der gewählten Fachgruppe, und zwar in dem Ausmaße der Vorschrift über die Lehrbefähigung für allgemeine Volks- und Bürgerschulen.

7. Die Prüfung ist bei beiden Gruppen von Kandidaten sowohl schriftlich (Haus- und Klausurarbeiten) als auch mündlich. Bei den seminaristisch-akademisch vorgebildeten Kandidaten ist aus jedem Gegenstande der gewählten Fachgruppe eine schriftliche Haus- und Klausurarbeit vorzulegen. Bei den Kandidaten mit nur akademischer Vorbildung ist die mündliche Prüfung zweiteilig, theoretisch und praktisch (Probeauftritt).

Die obigen Vorschläge, deren Annahme seinerzeit einstimmig erfolgte, würden die Frage der Ausbildung der Lehrkräfte in befriedigender Weise lösen. Erst dann könnte die Lehrerbildungsanstalt auf jene Höhe gebracht werden, die ihr vermöge ihrer Stellung als Bildungsanstalt für die Erzieher der Jugend zukommt.

Literatur.

Organisationsstatut der Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen an den öffentlichen Volksschulen in Österreich. Wien, Pichler (1886).

Vorschrift über die Lehrbefähigungsprüfungen für allgemeine Volks- und Bürgerschulen. Statut der Bürgerschullehrkurse. Wien, Pichler (1891).

Statut der Lehrerakademie in Wien. Selbstverlag, 1905.

Bericht über die Verhandlungen des II. österr. Lehrerbildnertages. Wien, Tempsky 1906.

Österreichische Zeitschrift für Lehrerbildung *(K. Tundirz).* Wien, Tempsky, 1909, I. Jahrgang.

Enzyklopädisches Handbuch der Erziehungskunde (J. Loos). 2 Bände. Wien, Pichler 1908.

Lehrbücher für Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten:

F. v. Močnik, Lehrbuch der Arithmetik *(A. Behacker).* Wien, F. Tempsky.

F. v. Močnik, Lehrbuch der Geometrie. Wien, Tempsky.

K. Kraus, Grundriß der Arithmetik. 4. Auflage. Wien, A. Pichler.

K. Kraus, Grundriß der Geometrie. 4. Auflage. Wien, A. Pichler.

K. Rosenberg, Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra. 5. Auflage. Wien, Hölder.

K. Rosenberg, Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie, 5. Auflage. Wien, Hölder.

Ein Verzeichnis der Lehrbücher an Volks- und Bürgerschulen und die Literatur aus der Methodik des Volksschulunterrichts ist in dem Bericht über den mathematischen Unterricht an Volks- und Bürgerschulen (K. Kraus) enthalten.

Bemerkung zu Seite 12.

In einer Massenversammlung des Wiener Lehrervereines vom 19. Mai 1910 wurde folgende Resolution einstimmig angenommen:

„Der Wiener Lehrerverein weist neuerdings und eindringlich auf die Notwendigkeit einer gründlichen Reform der Lehrerbildung hin und knüpft an diesen Hinweis die Forderung, Regierung und Gesetzgebung mögen im Interesse der Volksbildung endlich darangehen, die Dauer der Lehrerbildung auf fünf Jahre zu erweitern, den Stoff für das Studium den Lehrerbildungsanstalten so zu bemessen, daß den Absolventen das Recht zusteht, an der Universität als ordentliche Hörer Aufnahme zu finden, als Lehrerbildner sind Männer von erwiesener Tüchtigkeit zu berufen und endlich die gesetzliche Bestimmung zu erfüllen, die die Lehrerbildung ausschließlich dem Staate vorbehält“.

Der mathematische und physikalische Unterricht an den höheren Handelsschulen.

Von Professor **Myron Dolinski**, Wien.

I. Historische Übersicht.

Die Handelsschulen können in Österreich keineswegs wie die Gymnasien auf eine ehrwürdige Geschichte Anspruch machen. Bis gegen die Mitte des vorigen Jahrhunderts steht die Geschichte des kaufmännischen Unterrichtes in einem gewissen Zusammenhange mit der Geschichte der Realschulen. Die älteste Schule, an der vorwiegend die realen Fächer unterrichtet wurden, ist die k. k. Real-Handlungs-Akademie in Wien, die am 11. Juni 1770 unter der Regierung der Kaiserin Maria Theresia, der unvergeßlichen Schöpferin höherer Fachschulen, mit 22 Schülern eröffnet wurde. Diese Akademie hatte den Zweck, die aufgenommenen Schüler, die im Alter von 15 bis 20 Jahren standen, „zu Diensten für Großhändler, Wechsler, Fabrikanten, Staatsbuchhaltungen und Gutsbesitzer“ binnen 2 Jahren heranzubilden; außerdem hatte man im Auge die Heranbildung „geschickter Kommerzialkünstler sowie herrschaftlicher Wirtschafts- und Finanzbeamter“.

Der Unterricht wurde teils theoretisch, teils praktisch erteilt. Als Unterrichtsgegenstände, von welchen die meisten noch heute an den Handelsschulen gelehrt werden, erscheinen

im I. Jahrgange:

Arithmetik, Vernunft- und Sittenlehre, deutsche Sprachlehre und Still, Geographie, Schreiben und Zeichnen,

im II. Jahrgange:

Rechnen, praktische Handlungswissenschaften, Natur- und Zivilrecht, Geometrie, Mechanik, Physik, doppelte Buchhaltung, Stil, Handelsgeographie, französische und italienische Sprache, Schreiben und Zeichnen.

Die Real-Handlungs-Akademie hatte trotz der Erfüllung der an ihre Errichtung geknüpften Erwartungen keinen dauernden Bestand, sie verlor im Jahre 1805 mit der Reorganisation des gesamten Unterrichtswesens ihre selbständige Stellung als Fachschule und es entstand unter dem Namen „Real-Akademie" die erste Realschule Österreichs.

Die Real-Akademie hatte die Bestimmung, Jünglinge auszubilden, welche sich den „höheren Künsten, dem Handel, dem Wechselgeschäfte, den herrschaftlichen und staatswirtschaftlichen Ämtern und den Buchhaltungen" widmen wollten. Die rein fachlichen Gegenstände wurden auf ein Minimum der Lehrzeit herabgesetzt und kamen nur im letzten Jahre der aus drei Jahrgängen bestehenden Realschule vor, während die beiden vorausgehenden Jahrgänge der allgemeinen Volksschulbildung gewidmet waren.

Der letztere Umstand im Vereine mit dem furchtbaren Darniederliegen von Handel und Gewerbe infolge des im Jahre 1811 erfolgten Staatsbankerotts erleichterte ungemein die neue Organisation, welche die Wiener Realschule allerdings erst im Jahre 1815 erhielt. Die bestehende k. k. Realakademie und das k. k. Fabriks-Produkten-Kabinett wurden mit dem neuerrichteten polytechnischen Institute vereinigt. Die beiden ersten Jahrgänge der Realschule bildeten die allgemeine Vorbereitungsklasse „des polytechnischen Institutes", der dritte Jahrgang der bisherigen Realschule wurde zu der zweiten kommerziellen Abteilung erweitert. Mit dieser Einrichtung wollte man dem Kaufmanne gründliche technologische, dem Techniker dagegen kommerzielle Kenntnisse beibringen. Solche kommerzielle Abteilungen bestanden außer in Wien noch an den polytechnischen Instituten zu Krakau und Lemberg. All die Erwartungen, die man an die kommerzielle Abteilung geknüpft hatte, daß sie den erhofften Einfluß in jenen Kreisen üben werde, für welche sie bestimmt war, blieben unerfüllt. Um den vielgearteten Ansprüchen des Handelsstandes nachzukommen, welcher je nach seinen Bedürfnissen verschieden ausgebildete Kräfte verlangt, entstanden im Jahre 1840 die Geyersche, später Patzeltsche Handelsschule als Privatunternehmen, 1842 die k. k. Handels- und nautische Akademie in Triest, die aus der alten Navigationsschule hervorging, und im Jahre 1848 die Gremialhandelsschule, gegründet von dem Gremium der Wiener Kaufleute.

Diese Anstalten genügten den Bedürfnissen der damaligen Zeit; aber die vollständige Umgestaltung des wirtschaftlichen Lebens nach dem Jahre 1848 hatte zur Folge, daß an die Ausbildung der Kaufleute ganz andere Anforderungen gestellt wurden als bisher.

Diese Erwägung war in den Kreisen der intelligenten Kaufmannschaft maßgebend für den Plan, höhere Handelsschulen zu errichten. So entstanden in kurzer Zeit die Handelsakademien in Prag (1856),

Pest (1857) und in Wien (1858). An diese reihte sich dann die Gründung einer Akademie für Handel und Gewerbe in Graz (1863), der böhmischen Handelsakademie in Prag (1872), der Handelsakademien in Linz, Chrudim und Krakau (1888) u. s. f., so daß gegenwärtig 25 höhere Handelsschulen bestehen, von denen 13 die deutsche, 7 die böhmische, 3 (darunter die *„scuola superiore di commercio“)* die italienische und 2 die polnische Unterrichtssprache haben.

Die Lehrpläne dieser höheren Handelsschulen waren bis zum Jahre 1902 ebensowenig einheitlich gestaltet wie die Lehrpläne ähnlicher Schulen in anderen Ländern Europas. Mit der Einführung des neuen noch jetzt geltenden Lehrplanes wurde das Handelsschulwesen in den Kreis legislativer und administrativer Berücksichtigung von seiten des Staates gezogen und es eröffnete sich eine neue segensreiche Ära seiner geschichtlichen Entwicklung.

II. Zweck der höheren Handelsschulen und Organisation des Unterrichtes an denselben.

Die höheren Handelsschulen haben die Aufgabe, Jünglinge, welche sich dem Handelsstande oder anderen, demselben verwandten Berufszweigen widmen wollen, eine umfassende Fachbildung zu gewähren, zugleich aber auch ihr allgemeines Wissen in einer ihrer künftigen Lebensstellung entsprechenden Richtung zu fördern und zu erweitern.

Die Schulen bestehen aus vier Jahrgängen, von denen der I. Jahrgang speziell an der Wiener Handelsakademie den Namen „Vorbereitungsjahrgang“ trägt.

Was die Aufnahme der Schüler in den I. Jahrgang betrifft, so wird nur bezüglich des Alters die allgemeine Bedingung gestellt, daß die Schüler das 14. Lebensjahr zurückgelegt haben oder in dem betreffenden Kalenderjahre vollenden. Bezüglich der Vorstudien ist jedoch bei der Aufnahme in den I. Jahrgang leider kein einheitlicher Vorgang wahrzunehmen.

Während einige Anstalten Schüler, welche die 4. Klasse eines Gymnasiums oder einer Realschule mit erster Fortgangsklasse absolviert haben, in den I. Jahrgang aufnehmen, gestatten andere die Aufnahme solcher Schüler auch in den II. Jahrgang, wenn sie nur aus wenigstens drei der nachbenannten Fächer mindestens die Note *gut,* beziehungsweise nach der früheren Klassifikation die Note befriedigend ausweisen, und zwar bei Gymnasiasten in der Unterrichtssprache, Latein, Griechisch, Geographie und Geschichte, Mathematik und Physik, bei Realschülern in der Unterrichtssprache, Französisch, Geographie, Geschichte, Arithmetik, Geometrie, Physik und Chemie.

Warum man gerade Schüler, die zum Beispiel in den Sprachen und in der Geographie oder Geschichte die Note gut, in den übrigen Gegenständen aber nur genügend erhalten, für befähigt hält, direkt in den II. Jahrgang aufgenommen zu werden, während man solche Schüler, die zum Beispiel nur in der Mathematik und Physik die Note gut, in den übrigen Gegenständen jedoch bloß genügend erhalten, in den I. Jahrgang aufnimmt, ist um so unverständlicher, als jene Schüler, die direkt in den II. Jahrgang kommen, auf den Unterricht in der Geometrie und Physik, welche Gegenstände nur im I. Jahrgang gelehrt werden, gänzlich verzichten müssen.

Und so tragen auch die höheren Handelsschulen dazu bei, daß die große Mehrzahl der jungen Männer, die später im öffentlichen Leben leitende Stellen einnehmen sollen, unter den herrschenden Verhältnissen immer noch keine ausreichende naturwissenschaftliche Bildung für ein allseitiges Verständnis der Kultur unserer Zeit mitbekommen.

Eine noch größere Divergenz ist bei der Aufnahme der Bürgerschüler zu beobachten. Manche Anstalten nehmen Schüler, welche die 3. Klasse einer Bürgerschule absolviert haben und in den Gegenständen: Unterrichtssprache, Geographie und Rechnen mindestens die Note *befriedigend* aufweisen, ohne weiteres in den I. Jahrgang auf, andere dagegen, darunter alle vom Staate erhaltenen, machen die Aufnahme in den I. Jahrgang noch von einer Prüfung abhängig, der sich die Absolventen einer Bürgerschule aus der Unterrichtssprache und der Arithmetik zu unterziehen haben.

Die Gleichstellung der absolvierten Bürgerschüler mit Schülern, die die 4. Klasse eines Gymnasiums oder einer Realschule beendet haben, hat zur Folge, daß an vielen Anstalten im I. Jahrgange kein einheitlich vorgebildetes Schülermaterial vorhanden ist, was natürlich speziell auf den Unterricht in den mathematischen Disziplinen und der Physik sehr hemmend wirkt. Der Unterschied in dem Auffassungsvermögen der Bürgerschüler und der Untermittelschüler wird wohl in den späteren Jahrgängen zum Teil vermindert, jedoch niemals aufgehoben.

Für den Mathematikunterricht der 4 Jahrgänge der höheren Handelsschulen Österreichs schreibt der amtliche Normallehrplan vom Jahre 1902 folgendes Lehrziel vor:

Der mathematische Unterricht an den Handelsschulen hat zwei Momente zu berücksichtigen. Im Hinblicke auf die Bestimmung, eine höhere allgemeine Bildung mit besonderer Berücksichtigung der kommerziellen Disziplinen zu vermitteln, kommt der Mathematik vornehmlich die wichtige Aufgabe zu, an der Ausbildung des Denkvermögens mitzuwirken. Weil ferner die kaufmännische und die politische Arithmetik angewandte Mathematik sind, so hat der mathematische

Unterricht auch eine Summe bleibenden Wissens und Könnens zu vermitteln, beziehungsweise für das gründliche Verständnis der beiden gedachten Gegenstände vorzubereiten.

Bei der Auswahl des Lehrstoffes aus dem weiten Gebiete der Mathematik wurden einerseits solche Teile aufgenommen, welchen anerkannt ein hoher Bildungswert zukommt; andrerseits ist auf die speziellen Bedürfnisse der Praxis und auf die Erfordernisse Bedacht genommen worden, welche ein erfolgreicher Betrieb der Fachstudien zur Voraussetzung hat.

Die Erreichung dieses Doppelzieles wird durch ein möglichst inniges Zusammengehen bei der Erteilung des mathematischen und des Unterrichtes im kaufmännischen Rechnen wesentlich erleichtert. Der theoretische Unterricht muß von Beispielen und Aufgaben fortlaufend begleitet sein. Sache der Aufgaben muß es sein, den Gegenstand mit der Praxis in Zusammenhang zu bringen, den Schülern einerseits die Überzeugung beizubringen, daß es sich bei der Mathematik nicht um eine Spekulation, sondern um die Erwerbung von Kenntnissen handelt, von welchen nützlicher Gebrauch gemacht werden kann, und ihnen andrerseits zu zeigen, wie jede kaufmännische Rechnung auf einem mathematischen Prinzip beruht. Umgekehrt darf beim Unterrichte aus der kaufmännischen Arithmetik nicht das mechanische Einlernen von Rechnungsvorschriften Platz greifen, deren mathematische Begründung nicht in der klarsten Wese vorangegangen ist.

Jene speziellen kaufmännischen Rechnungen, welche auf algebraischem Wege einfacher zu lösen sind, wurden im Lehrplan von der kaufmännischen Arithmetik ausgeschieden und in die Algebra aufgenommen.

Behufs Erreichung dieses Lehrzieles sind für die Algebra und politische Arithmetik in allen 4 Jahrgängen durchwegs je 2 Stunden festgesetzt, wobei auf die politische Arithmetik im 2. Semester des III. Jahrganges und im IV. Jahrgange je 2 Stunden wöchentlich entfallen, während für die kaufmännische Arithmetik in den ersten 3 Jahrgängen je 3 und im IV. Jahrgange 2 Stunden in der Woche bestimmt sind; im ganzen sind mithin die Algebra und politische Arithmetik mit 8 und die kaufmännische Arithmetik mit 11 Wochenstunden bedacht. Scheidet man von der allgemeinen und politischen Arithmetik letztere aus, so verbleiben für die Algebra nunmehr 5 Wochenstunden. Zu diesen 5 Arithmetikstunden kommen noch 2 Geometriestunden in der Woche, so daß sich dadurch für die Mathematik die Zahl der Wochenstunden von 5 auf 7 erhöht.

In der Geometrie schreibt der amtliche Lehrplan vom Jahre 1902 als Lehrziel vor: *Kenntnis der wichtigsten Lehren aus der Planimetrie und Stereometrie.*

Die kurze Zeit, welche an einer Handelsschule dem geometrischen Unterrichte gewidmet werden kann, soll dazu benützt werden, um die Schüler im logischen Denken weiter auszubilden und zu festigen und um das Abstraktionsvermögen derselben weiter zu entwickeln. Dabei sollen aber jene geometrischen Berechnungen in den Vordergrund treten, welche im Handel wichtige Dienste leisten können.

Zu diesem Zwecke wird im Anschlusse an den Lehrstoff der unteren Klassen der Mittelschule, bezw. der Bürgerschule eine ergänzende und erweiternde Wiederholung der Planimetrie und der Stereometrie vorgenommen, wobei unter Anknüpfung an bekannte Begriffe getrachtet werden muß, im weiteren Verlaufe des Unterrichtes sich immer mehr und mehr der wissenschaftlichen Methode zu nähern. Großes Gewicht wird der Anwendung der Lehrsätze auf die Lösung von Aufgaben beizulegen sein, welche die Selbständigkeit des Schülers in höherem Maße anzuregen imstande sind.

Die Flächen- und Körperberechnung ist auf einfache, im Handel am häufigsten vorkommende Formen zu beschränken, die Berechnung der Volumina sofort auf die Gewichtsbestimmung auszudehnen. (Gewichtsbestimmung von Balken, Ballen, Flüssigkeiten in Fässern, von Waggonladungen usw.)

Ein näherer mehr oder minder bindender Lehrplan wird mit Rücksicht auf die Kürze der Zeit und auf das wechselnde Schülermaterial nicht vorgeschrieben, es bleibt dem Ermessen des Lehrers überlassen, die richtige Wahl des Stoffes im Sinne der vorangehenden Grundsätze zu treffen.

Mit 2 Wochenstunden läßt sich dieser Lehrstoff der Geometrie in dem vorgeschriebenen Umfange wenn überhaupt so doch nur sehr schwer bewältigen. Da muß entschieden eine Vermehrung der Stundenzahl platzgreifen und weiters auch eine Erweiterung des Lehrstoffes. Die Grundbegriffe der Trigonometrie sollten keineswegs vermißt werden.

Wenn man bedenkt, daß die Aufgabe der Mathematik an den höheren Handelsschulen, abgesehen von der wesentlich utilitarischen Färbung, darin besteht, die formale Schulung von Schülern mit so mannigfaltiger Vorbildung in logischem Denken durchzuführen, so ist diese Zahl von 7 und, wenn man noch die politische Arithmetik dazurechnet, von 10 Wochenstunden viel zu gering, als daß man im allgemeinen mit Sicherheit annehmen könnte, dieses Ziel in einer so knapp bemessenen Zeit zu erreichen.

Daher erscheint der Mathematikunterricht sehr reformbedürftig.

Die Anwendung der Mathematik auf die Physik ist naturgemäß an den höheren Handelsschulen auf das äußerste Minimum beschränkt. Die Physik wird nur im I. Jahrgange mit 4 wöchentlichen Stunden unterrichtet. Der amtliche Normallehrplan gibt für die Physik als Lehrziel

an: ***Kenntnis der rücksichtlich ihrer praktischen Anwendungen wichtigsten Naturerscheinungen, vermittelt durch Beobachtungen in der Natur und durch Versuche.***

Auf dieser Stufe hat der physikalische Unterricht in erster Linie das Verständnis der in den Dienst der Menschheit überhaupt und der Industrie im besonderen gestellten Naturkräfte anzustreben. In dieser Richtung wird es daher Aufgabe des Lehrers sein, alle neuesten Erscheinungen von besonderer praktischer Wichtigkeit in den Kreis der Behandlung zu ziehen. Weiters soll aber der Unterricht in der Physik auch die formale Bildung des Geistes fördern. Dadurch, daß der Schüler angeleitet wird, Tatsachen genau festzustellen, dieselben gehörig zu verknüpfen und aus ihnen wichtige Schlüsse zu ziehen, die in den allgemeinen Naturgesetzen ihren Ausdruck finden, soll er dahin gebracht werden, auch sonst in allen Dingen nach Klarheit zu streben, seine Gedanken zu ordnen und logisch zu verbinden. Nebenbei soll aber der physikalische Unterricht den jugendlichen Geist an die Notwendigkeit der Urteilsbegründung und an Unabhängigkeit von vorgefaßten Meinungen gewöhnen.

Das Experiment soll, wo immer es angeht, den Ausgangspunkt zur Gewinnung der Grundtatsachen und ihrer Gesetze bilden. Selbstverständlich sollen die Experimente einfach, überzeugend und für alle Schüler wahrnembar sein.

Dieses ideale Lehrziel ließe sich nur dann voll erreichen, wenn der Physikunterricht in einen höheren Jahrgang verlegt werden könnte. Absolvierten Bürgerschülern im I. Jahrgange, wo sie vom logischen Denken noch keine Ahnung haben, in der erwähnten Art Physikunterricht zu erteilen, stellt an den Lehrer bezüglich seiner Leistungsfähigkeit und Berufsfreudigkeit die höchsten Anforderungen.

Das folgende Schema zeigt die Zahl der Unterrichtsstunden und die in Kürze zusammengefaßte Verteilung des Lehrstoffes für die allgemeine und politische Arithmetik, kaufmännische Arithmetik, Geometrie und Physik.

III. Prüfungen.

Das Prüfungsverfahren an den höheren Handelsschulen ist derart eingerichtet, daß jeder Schüler eines Jahrganges in der allgemeinen und politischen Arithmetik, in der kaufmännischen Arithmetik und in der Physik im Durchschnitte 3 bis 4mal, in der Geometrie dagegen 2 bis 3mal im Semester zur mündlichen Prüfung gelangt. Außerdem werden während eines Semesters in der allgemeinen und politischen Arithmetik 3 und in der kaufmännischen Arithmetik 4 Schularbeiten gegeben.

	I. Jahrgang	II. Jahrgang	III. Jahrgang	IV. Jahrgang
Allgemeine und politische Arithmetik	Wöchentlich 2 Stunden. Buchstabenrechnen: Die vier Spezies, Maße, Vielfache, Brüche, Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten, Verhältnisse, Proportionen.	Wöchentlich 2 Stunden. Potenzen, Wurzeln, Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten, Logarithmen.	Wöchentlich 2 Stunden. Exponentialgleichungen, Progressionen, Zinseszinsen- und Zeitrentenrechnungen, Amortisation, von Anlehen.	Wöchentlich 2 Stunden. Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leibrenten- und Todesfallversicherungen für einfache und verbundene Leben.
Kaufmännische Arithmetik	Wöchentlich 3 Stunden. Wiederholung der 4 Grundrechnungsoperationen, Abgekürzte Multiplikationen und Division, Zerfällungsmethode, Schlußrechnung, Kettensatz, Prozent- und Promillerechnung, Einfache Warenrechnung.	Wöchentlich 3 Stunden. Zinsenrechnung von Einlagen bei Sparkassen und Postsparkassa, Diskontrechnung, Terminrechnung, Kontokorrentrechnung mit einfachem Zinsfuße, Devisen- und Effektenrechnungen für Wien, Konsignationsfakturen und Verkaufsrechnungen, Einfache Bezugskalkulationen.	Wöchentlich 3 Stunden. Gold- und Silberrechnungen, Münzrechnungen, Gold- und Silberimport, Devisen- und Effektenrechnungen auf auswärtigen Plätzen, Indirekte Wechselreduktion, Effektenemission, Kurs, Zu- und Abschlag der Effekten, Kontokorrentrechnung mit doppeltem und wechselndem Zinsfuße, Zusammengesetzte Warenkalkulation.	Wöchentlich 2 Stunden. Überseeische Warenkalkulation, Nettopoints auf auswärtigen Plätzen, Devisen-, Effekten-, Valuten- und Reportarbitragen.
Geometrie	Wöchentlich 2 Stunden. Planimetrie und Stereometrie, ohne weitere Detailangabe.	—	—	—
Physik	Wöchentlich 4 Stunden. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Wärme: Wärmemessung, Änderung des Aggregatzustandes, Fortpflanzung, Wärmeäquivalent, Wärmequellen. Magnetismus: Natürliche und künstliche Magnete, ihre Stärke und Anwendung, Erdmagnetismus. Elektrizität: Reibungselektrizität, Elektrischer Strom, Stärke und Wirkung desselben, Elektromagnetismus, Induktion, Anwendung. Akustik: Entstehung des Schalles, Klang, Ton, Tonhöhe, Tonleiter, Die wichtigsten Schallerreger. Optik: Fortpflanzung, Reflexion, Brechung und Zerlegung des Lichtes, Auge und optische Instrumente, Interferenz und Polarisation. Mechanik: Gesetze des Gleichgewichtes, Schwerpunkt, Widerstände, Einfache Maschinen und deren Anwendung, Freier Fall, Wurf, Pendel, Zentralbewegung, Stoß, Gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes, Boden- und Seitendruck, Kommunikationsgefäß, Archimedisches Gesetz, Aräometer, Ausflußgeschwindigkeit und Ausflußmenge, Luftdruck und dessen Anwendung, Mariottesches und Gay-Lussacsches Gesetz, Diffusion, Absorption und Endosmose, Bewegung gasförmiger Körper, Anwendungen.	—	—	—

Nicht unerwähnt darf bleiben, daß man in der Mathematik und in der Physik sowie bei der Darstellung eines neuen Lehrstoffes die ganze Klasse durch einzelne an sie gerichtete Fragen zur Mittätigkeit heranzieht und auch beim Prüfen dasselbe Verfahren beobachtet. Am Schlusse eines jeden Semesters — an manchen Anstalten am Schlusse eines jeden Jahres — erhält jeder ordentliche Schüler ein Zeugnis über sein sittliches Verhalten, seinen Fleiß und seinen Fortgang in den einzelnen Gegenständen.

Denjenigen Schülern, welche den IV. Jahrgang mit gutem Erfolge absolviert haben, werden eigene Abgangszeugnisse ausgestellt. Eine besondere Entlassungsprüfung, ähnlich wie bei den Mittelschulen die Maturitätsprüfung, wird an den Handelsschulen nicht abgehalten.

IV. Unterrichtsmethoden.

Hier muß gleich eingangs mit Genugtuung hervorgehoben werden, daß dem Lehrer ziemlich viel Freiheit in der Behandlung des vorgeschriebenen Stoffes gelassen ist, nur muß er in seinen Gegenständen mit der Klasse das Lehrziel des Schuljahres erreichen. Die Methode, die er zur Erreichung dieses Zieles anwendet, ist durchaus die genetische oder besser gesagt, die heuristische. Der Lehrer läßt nämlich die Schüler das Neue durch geschickt gestellte Fragen, so weit es geht, selber finden.

Was die an den höheren Handelsschulen mit deutscher Unterrichtssprache in Verwendung stehenden mathematischen Lehrbücher anlangt, so gibt es deren sehr wenige. Die Anordnung des Stoffes ist bei allen systematisch mit methodischem Einschlag.

Die Verfasser dieser Schulbücher sind oder waren ausschließlich Lehrer der höheren Handelsschulen.

Es werden gegenwärtig an deutschen Handelsschulen folgende Lehrbücher verwendet:

a) In der allgemeinen und politischen Arithmetik:

1. Th. Schneller, Lehrbuch der Algebra und politischen Arithmetik. *Wien* (Fromme) 1905.

2. G. Rothbaum, Lehrbuch der Algebra und politischen Arithmetik. *Wien* (Hölder) 1906.

3. M. Dolinski, Algebra und politische Arithmetik, 2. Auflage. *Wien* (Fromme) 1910.

b) In der Geometrie:

1. Th. Schneller, Lehrbuch der Geometrie. *Wien* (Fromme) 1907.

c) In der kaufmännischen Arithmetik:

1. J. K. Kreibig, Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik. 4. Auflage. *Wien* (Hölder) 1908.

d) In der Physik:

1. J. Richter, Lehrbuch der Physik. *Wien* (Hölder) 1895.
2. M. Dolinski, Lehrbuch der Physik. *Wien* (Fromme) 1910.

Zu erwähnen wäre noch, daß fast überall die 7stelligen Logarithmentafeln von L. Schrön und an manchen Anstalten die Sonndorferschen Hilfstafeln verwendet werden.

V. Ausbildung der Lehramtskandidaten.

Die Ausbildung der Lehrer für die Mathematik und Physik bildet ein Problem, das bis jetzt noch nicht allgemein gelöst wurde. Der Mathematik- und Physiklehrer soll einerseits seine Gegenstände beherrschen und soll andrerseits auch das praktische Gebiet genau kennen, auf das die Anstalt vorbereitet; welche Vorbildung soll nun vom Lehrer verlangt werden? Man findet für diese Fächer an einigen Anstalten Lehrer, welche die Befähigung haben, Mathematik und Physik an den oberen Klassen einer Mittelschule zu lehren, an anderen Anstalten dagegen Lehrer, welche die Befähigung nur für die unteren Klassen einer Mittelschule besitzen; ja es gibt auch allerdings nur vereinzelt stehende Anstalten, an denen zum Beispiel die allgemeine und politische Arithmethik von Lehrern vorgetragen wird, die nur die Befähigung haben, kaufmännische Fächer zu lehren.

Die beste Lösung dieser Lehrerbildungsfrage wäre wohl dadurch gegeben, daß man für die Mathematik und Physik nur solche Lehrer anstellte, welche die Befähigung erlangt haben, diese Gegenstände an den oberen Klassen einer Mittelschule zu lehren. Denn die genauere Kenntnis dessen, was dem Handelsschüler in seinem künftigen Berufe besondere Vorteile bieten könnte, läßt sich immer noch leichter nachholen als die genauere Kenntnis der Theorie. Nur ein Lehrer von weitem wissenschaftlichen Blick kann einen ersprießlichen mathematischen und physikalischen Unterricht erteilen.

Die Prüfungsordnung vom Jahre 1907 gibt offizielle Vorschriften, welche die Anforderungen in bezug auf die Vorbildung und die fachliche Qualifikation der Kandidaten für alle an den höheren Handelsschulen zu lehrenden Fächer genau feststellen.

So wird zum Beispiel von den Kandidaten für die Zulassung zur Prüfung aus der kaufmännischen Arithmetik gefordert:

Die Absolvierung der unteren 4 Klassen einer Mittelschule (Untergymnasium, Unterrealschule (Unterrealgymnasium) sowie einer vollständigen höheren Handelsschule (Handelsakademie) oder die Ablegung der Reifeprüfung an einer inländischen Mittelschule (Gymnasium, Realschule) und Absolvierung eines Abiturientenkurses an einer Handelsakademie, dessen Organisation vom k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht genehmigt ist, oder der allge-

meinen Abteilung der Exportakademie des k. k. österreichischen Handelsmuseums und außerdem von allen Kandidaten eine zweijährige befriedigende Kontorpraxis, und zwar womöglich sowohl im Warengroßhandel an einem größeren Handelsplatze als auch in Bankgeschäfte sowie endlich **die Absolvierung des vom Ministerium für Kultus und Unterricht vorgeschriebenen zweijährigen Hochschulstudiums.**

Die Kandidaten haben durch Meldungsbücher, beziehungsweise Meldungsbogen, den Nachweis zu erbringen, daß sie 4 Semester lang Fachstudien über die Haupt- und Nebengegenstände ihrer Gruppe — darunter auch über *Mathematik* und *politische Arithmetik* — betrieben und außerdem Vorlesungen über *Philosophie, Pädagogik* und *Literaturgeschichte* mit günstigem Erfolge besucht haben. Dieser günstige Erfolg ist durch Kolloquienzeugnisse über Kollegien im Gesamtausmaße von mindestens je 3 Stunden aus dem Gebiete der erwähnten drei Disziplinen zu erbringen.

Diese Prüfungsordnung bestimmt auch, daß Lehramtskandidaten oder Lehrer der Mittelschulen, welche die Approbation für Mathematik als Hauptfach an Mittelschulen erlangt haben, zur Erlangung der Lehrbefähigung an höheren Handelsschulen eine Ergänzungsprüfung aus der kaufmännischen Arithmetik oder aus der politischen Arithmetik ablegen können.

Wie man sieht, hat die Unterrichtsverwaltung bezüglich der Ausbildung der Lehrer für die kaufmännische Arithmetik, welche bis dahin noch vieles zu wünschen übrig ließ, einen gewaltigen Schritt nach vorwärts getan, indem sie die Zulassung der Kandidaten zur Lehramtsprüfung aus den kaufmännischen Fächern von der Absolvierung eines zweijährigen Hochschulstudiums abhängig macht. Denn die notwendigste Forderung für jegliche Ausbildungsfrage der Lehrer ist zweifellos die, „daß der Lehrer einer bestimmten Unterrichtsstufe, um wirklich über seinem Stoff zu stehen, gerade noch den Betrieb der nächst höheren Stufe gründlich mitstudieren muß“.

VI. Reformvorschläge, betreffend den mathematischen und physikalischen Unterricht.

Sollen die Vorschläge für die Reorganisation des mathematischen und physikalischen Unterrichtes keine reinen Idealkonstruktionen sein, so muß vor allem die unerläßliche Bedingung erfüllt werden, daß in den I. Jahrgang nur Schüler Aufnahme finden, die entweder die 4. Klasse eines Gymnasiums, einer Realschule oder eines Realgymnasiums mit 1. Fortgangsklasse beendigt, oder jene Bürgerschüler, die einen an die Handelsschule organisch angeschlossenen Vorbereitungskurs mit gutem Erfolge absolviert haben. Dadurch würde

das Mißverhältnis in der Gleichstellung der absolvierten Untermittelschüler mit Schülern, welche die 3. Klasse einer Bürgerschule beendigt haben, zum Teil behoben sein. In diesem Vorbereitungskurse, der aus einem Jahrgange zu bestehen hätte, sollten nur allgemein bildende Gegenstände, darunter die deutsche Sprache, französische Sprache, Geographie und Geschichte, Mathematik, Physik und Naturgeschichte gelehrt werden.

Die moderne, alle Schulgattungen umfassende Unterrichtsreformbewegung gebietet auch den Handelsschulen, eine erneuerte Umbildung der Schulmathematik vorzunehmen, natürlich nur im Rahmen der unserer Jugend gegebenen Fassungskraft, ohne daß dabei das mathematische Pensum vermehrt oder auch nur erschwert wird.

Als neuer Begriff ist der Begriff der Funktion und seine Verwendung in den verschiedenen Gebieten möglichst früh aufzunehmen. Er ist in geometrischer Fassung in den Mittelpunkt des Unterrichtes zu rücken.

Dadurch könnte vielen Gebieten der allgemeinen Arithmetik die steife Darstellung genommen werden, z. B. der Lehre von den Proportionen und den Gleichungen u. dgl. Auch ist auf die graphische Darstellung funktionaler Abhängigkeiten einzugehen; sie wird heute im Wirtschafts- und sozialen Leben schon vielseitig benutzt, es sei nur an die Abhängigkeit von Alter und Sterblichkeit oder an den graphischen Kurszettel hingewiesen.

Anschließend daran ist unbedingt die Forderung zu stellen, daß jener Teil der kaufmännischen Arithmetik, der noch nicht von spezifisch kaufmännischem Einschlag ist, an die allgemeine Arithmetik angegliedert werde, um dadurch die Schüler zu hindern, diesen Gegenstand allzufrüh gedächtnismäßig zu behandeln. Diese Überweisung entlastet wesentlich die kaufmännische Arithmetik.

Dementsprechend sind auch die Lehrstunden für die allgemeine Arithmetik zumindest in den ersten Jährgängen zu vermehren.

Was die *Geometrie* anlangt, so sind neben der Erweiterung des derzeitigen Lehrzieles, den modernen Anschauungen entsprechend, vor allem die Elemente der *Trigonometrie* aufzunehmen. Zu Rechnungen hätte man sich der goniometrischen Tafeln zu bedienen, welche von 10 zu 10 Minuten fortschreiten und außerdem Interpolationstafeln für das Fortschreiten von Minute zu Minute besitzen. Die Aufnahme der Grundlehren der Trigonometrie würde es auch erlauben, gewisse Sätze aus der Physik, hauptsächlich aus der Optik, präziser zu fassen, was speziell diesen Kapiteln nur von Vorteil wäre.

Auch ist unbedingt eine *Verbindung* der *Geometrie* mit dem *Arithmetikunterricht* anzustreben.

Da das abgekürzte Rechnen im kaufmännischen Beruf eine bedeutende Rolle spielt, so ist diesem Gebiete eine gebührende Sorgfalt

zu widmen; es würde sich daher die Einführung in den Gebrauch des *logarithmischen Rechenschiebers* sowie die Erklärung einer *Rechenmaschine* empfehlen.

Was im allgemeinen die Beziehung der Mathematik zu den anderen Wissensgebieten betrifft, so ist zu wünschen, daß diese, natürlich mit Rücksicht auf das Können der Schüler, so vielgestaltig wie nur möglich sei, um auf diese Weise dem weitverbreiteten Vorurteil von der „unnützen Mathematik" zu steuern.

Besondes empfehlenswert wären die Berührungspunkte zu untersuchen, welche die Mathematik außer mit der kaufmännischen Arithmetik mit den anderen kaufmännischen Disziplinen, z. B. mit der Buchhaltung hat.

Was die Lehrerausbildung betrifft, so wäre sie in der Weise zu erweitern, daß der künftige Lehrer an Handelsschulen als Hörer der Mathematik auch Gelegenheit hätte, sich in jene Gebiete der Mathematik zu vertiefen, welche dann später sein Betätigungsfeld bilden. In diesem Sinne wäre auch bei der Besetzung der Lehrstellen an höheren Handelsschulen auf jene Kandidaten besondere Rücksicht zu nehmen, die sich während ihrer Studienzeit an der Hochschule für das eigentliche Stoffgebiet der von ihnen in Aussicht genommenen praktischen Betätigung mehr interessiert haben.

Der mathematische Unterricht an der höheren Forstlehranstalt Reichstadt.

Von Professor **Miloš Adamička**, Reichstadt.

Erster Teil.

Gegenwärtiger Stand der Einrichtung und der Methoden des Mathematikunterrichtes.

I. Kapitel.

1. Typus, Ziel, Aufnahmsbedingungen und Gliederung der Unterrichtsmaterie.

Die höhere Forstlehranstalt zu Reichstadt ist eine forstliche Mittelschule und wurde im Jahre 1855 vom Böhmischen Forstvereine als „Forstschule" in Weißwasser gegründet und im Jahre 1862 von einem Verein der Waldbesitzer Böhmen (Forstschulverein) in die Erhaltung übernommen, wobei der Titel „Forstschule" in „Forstlehranstalt" umgeändert wurde. Nach mehrfachen Reorganisationen wurde im Jahre 1895 der früher zweijährige Kursus auf einen dreijährigen verlängert und die Bezeichnung „höhere Forstlehranstalt" gewählt. Sie ist eine private, mit dem Öffentlichkeitsrechte ausgestattete Anstalt, befugt staatsgültige Zeugnisse auszustellen.

Das Ziel der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt besteht darin, entsprechend vorgebildete Anwärter für den Forstverwaltungsdienst mit einer auf wissenschaftlicher Grundlage fundierten forstlichen Fachbildung auszustatten, die sie befähigt, nach dreijähriger praktischer Verwendung die höhere Staatsprüfung für Forstwirte abzulegen und tüchtige Forstverwalter zu werden.

Bewerber um die Aufnahme in den I. Jahrgang haben unter anderem nachzuweisen:

a) Die Ablegung der V. Klasse eines öffentlichen oder mit dem Öffentlichkeitsrechte ausgestatteten Obergymnasiums, bezw. einer

solchen Oberrealschule mit einem Zeugnisse I. Klasse. Für diese Absolventen ist die Ablegung einer Vorpraxis nicht vorgeschrieben; oder die Absolvierung der IV. Gymnasial- oder Realschulklasse mit einem Zeugnisse I. Klasse und einem befriedigenden Erfolge in der Mathematik und eine einjährige Forstpraxis unter Leitung eines staatlich geprüften Forstwirtes. Absolventen der IV. Mittelschulklasse, die in der Mathematik (Arithmetik und Algebra) bloß einen genügenden Erfolg nachweisen, können eine Aufnahmsprüfung aus Arithmetik und Algebra bei der Forstlehranstalt ablegen und im Falle entsprechenden Erfolges aufgenommen werden.

b) Die Vollendung des 16. Lebensjahres.

Die unmittelbare Aufnahme in den II. Jahrgang wird solchen Bewerbern zugestanden, die den letzten Jahrgang einer vollständigen allgemeinen oder im Range gleichstehenden fachlichen Mittelschule mit einem entsprechenden Maturitätszeugnisse absolviert und eine Aufnahmsprüfung über den Unterrichtsstoff des I. Jahrganges abgelegt haben.

Zu Vorstehendem wäre zu bemerken, daß viele der Studierenden eine höhere als die verlangte Mindestvorbildung besitzen und auch älter als mit 16 Jahren in die Anstalt eintreten.

Die Unterrichtsmaterie gliedert sich in

I. Grundlegende Fächer:
- *a)* naturwissenschaftlicher Richtung;
- *b)* mathematischer Richtung;
- *c)* nationalökonomischer Richtung.

II. Angewandte Fächer:
- *a)* eigentlich forstliche Fächer;
- *b)* forstliche Hilfsfächer.

Den Rahmen für den Unterricht gibt ein allgemeiner und spezieller Lehrplan.

2. Einteilung der forstlichen Schulen in Österreich und ihre Beziehungen zueinander.

Die Einrichtung des forstlichen Unterrichtswesens in Österreich ist folgende:

a) Für die Vorbereitung zum Staatsforstverwaltungsdienst besteht die nach der im Jahre 1875 erfolgten Aufhebung der Forstakademie Mariabrunn errichtete forstliche Sektion der Hochschule für Bodenkultur. Die Dauer des Unterrichtes beträgt 4 Jahre; die Aufnahmsbedingungen für ordentliche Hörer sind das Reifezeugnis einer vollständigen Mittelschule. Siehe den Bericht über diese.

b) Forstliche Mittelschulen (höhere Forstlehranstalten) haben den Bedarf des größeren Privatwaldbesitzes an entsprechend vorgebildeten Verwaltungsorganen zu decken. Gegenwärtig bestehen in Österreich folgende forstliche Mittelschulen: Mährisch-Weißkirchen (Mähren), Reichstadt und Pisek (Böhmen), Bruck a. d. Mur (Steiermark), Lemberg (Galizien). Die Unterrichtsdauer umfaßt in Pisek 2, in den übrigen Anstalten 3 Jahre. Die Aufnahmsbedingungen betreffs der Vorbildung sind im großen ganzen die für die Reichstädter Anstalt oben angeführten.

c) Niedere forstliche Schulen (Waldbauschulen, Försterschulen, Forstschulen) haben zur Aufgabe die Heranbildung von Organen für den Forstschutz- und technischen Hilfsdienst, u. zw. die privaten Anstalten vorwiegend mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der kleinen Privatforste, in denen derartig vorgebildetes Personal öfters auch gleichzeitig den ganzen Betriebsdienst zu besorgen hat. Zu diesem Typus der Schulen sind zu zählen: die von Staatsforstverwaltung errichteten k. k. Försterschulen zu Hall (Tirol), Gußwerk (Steiermark), Bolechow (Galizien) und Idria (Krain); ferner die privaten Schulen zu Mährisch-Weißkirchen (Mähren), Eger, Budweis und Pisek (Böhmen) und Waidhofen a. d. Thaya (Niederösterreich), schließlich eine Landeswaldbauschule in Jamnitz (Mähren). An diesen Anstalten ist der Kursus ein- bis zweijährig. Als Vorbildung für die Aufnahme wird im allgemeinen die Absolvierung einer Bürgerschule verlangt.

Von einer engeren Beziehung der angeführten Typen der bestehenden forstlichen Schulen kann nicht gesprochen werden, jeder Typus besteht für sich und die Absolvierung einer Stufe berechtigt nicht zum Aufsteigen in die nächst höhere Stufe. Nur in Pisek kann der mit mindestens „gutem“ Erfolge absolvierte „Försterschüler“ in die dortige „höhere Forstlehranstalt“ aufgenommen werden, selbst dann, wenn er die für die direkte Aufnahme in die höhere Abteilung verlangte Vorbildung von 6 Gymnasial- oder Realschulklassen nicht besitzt.

II. Kapitel. Ziel des Mathematik-Unterrichtes und Unterrichtszweige.

An der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt werden folgende Zweige der Mathematik gelehrt:

a) Arithmetik und Algebra mit Einschluß der Zinseszins- und Rentenrechnung;

b) Geometrie.

ad *a)*. Das Unterrichtsziel in der Arithmetik und Algebra besteht in der Festigung der Studierenden in den an der allgemeinen Mittelschule erworbenen Kenntnissen und in ihrer Weiterbildung in einem solchen Maße, daß die Studierenden dem Unterrichte in den mathematisch-angewandten Fächern — insbesondere: Holzmeßkunde, Forsteinrichtung, Waldwertrechnung und Geodäsie — mit vollem Verständnis zu folgen und die in der forstlichen Praxis vorkommenden rechnerischen Aufgaben gewandt auszuführen vermögen.

Der Stoff gliedert sich in zwei Teile, von denen der I. Teil: Die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division mit besonderen und allgemeinen, ganzen und gebrochenen Zahlen, das Zerlegen in Primfaktoren, die Verhältnisse und Proportionen, die einfache und zusammengesetzte Durchschnittsrechnung, die Gesellschaftsrechnung oder Teilregel und das Potenzieren umfaßt und im Wintersemester des I. Jahrganges mit 4 wöchentlichen Unterrichtsstunden durchgenommen wird. Der II. Teil umfaßt: Das Radizieren und Logarithmieren, die Gleichungen ersten und zweiten Grades und Exponentialgleichungen, die Progressionen und die Fundamentalaufgaben der Zinseszins- und Rentenrechnung; er wird im Sommersemester desselben Jahrganges mit 3 wöchentlichen Unterrichtsstunden durchgenommen. Die im I. Jahrgange gelehrten Fundamentalaufgaben der Zinseszins- und Rentenrechnung werden sodann im III. Jahrgange als integrierender Teil der Waldwertrechnung wiederholt und der Vortrag sodann auf die ganze Materie dieses speziellen Mathematikzweiges ausgedehnt. Es gelangen hierbei zur Erklärung: Die einfache Verzinsung, die Zinseszinsrechnung und die Berechnung von Werten der verschiedenen aufhörenden und ewigen Renten. Dieser letztere Stoff gelangt durch etwa 5 Wochen in 3 wöchentlichen Stunden zum Unterrichte.

ad *b)* Das Unterrichtsziel in der Geometrie besteht in der Vermittlung der als Grundlage für den Unterricht in der Geodäsie, Holzmeßkunde und Baukunde nötigen Kenntnisse der Planimetrie, ebenen Trigonometrie und Stereometrie sowie gewisser Elementarkenntnisse in der analytischen Geometrie, so daß die Studierenden dem Unterrichte in den erstgenannten Fächern mit vollem Verständnisse zu folgen vermögen und befähigt werden, die einschlägigen Aufgaben in der forstlichen Praxis gewandt zu lösen.

Der im Hinblicke auf das angeführte Lehrziel sorgfältig ausgewählte Stoff gliedert sich ebenfalls in zwei Teile, von denen der erste die Planimetrie und Goniometrie behandelt und im Sommersemester des I. Jahrganges durchgenommen wird, der zweite die eigentliche ebene Trigonometrie, gewisse Elemente der analytischen Geometrie und die Stereometrie umfaßt und im Wintersemester des II. Jahrganges zum Unterrichte gelangt. Zahl der wöchentlichen

Unterrichtsstunden: 3 im Sommersemester und 4 im Wintersemester.

Der Unterrichtsstoff umfaßt in der

1. Planimetrie: Die wichtigsten Lehrsätze über gerade Linien und Winkel, über das Dreieck, Viereck, Polygon, den Kreis und die Ellipse, Begriff und Konstruktion der Parabel und Hyperbel.

2. Trigonometrie: Die wichtigsten Sätze der Goniometrie, die Anwendung der trigonometrischen Tafeln, dann die eigentliche Trigonometrie, d. i. die Auflösung und Flächenberechnung von Drei-, Vier- und Vielecken.

3. Analytischen Geometrie: Begriff der rechtwinkligen Koordinaten; Abstand zweier durch ihre Koordinaten bestimmter Punkte; Flächeninhalt von Dreiecken und Polygonen, deren Eckpunkte durch ihre Koordinaten bestimmt sind; Begriff der Polarkoordinaten: Transformation der Koordinaten; Gleichungen zwischen zwei Variablen: Beispiele zur analytischen Untersuchung der einzelnen Linien.

4. Stereometrie: Die Lehrsätze über gerade Linien und Ebenen im Raume, über Körper, über die Oberflächen- und Kubikinhaltberechnung der Körper im allgemeinen und speziell der dem Baumstamme zugrunde liegenden Körperformen (Paraboloid, Neiloid).

III. Kapitel. Prüfungen.

Das Prüfungswesen ist an der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt durch ein Prüfungsnormale geregelt, dessen Bestimmungen wie folgt lauten:

Zur Erprobung der Studienerfolge sind 3 Arten von Prüfungen eingeführt:

1. Die Repetitionen während des Semesters;
2. die Semestralschlußprüfungen;
3. das Abgangsexamen.

ad 1. Die Repetitionen während des Semesters haben den doppelten Zweck: Die Unterrichtsmaterie laufend zu rekapitulieren und sodann die Eleven zu eifrigem und verständigem Mitstudium anzuhalten. Sie bestehen aus möglichst häufigen mündlichen Wiederholungen in den Unterrichtsstunden, wobei auch auf ordentliche mündliche Ausdrucksweise der Eleven hinzuwirken ist, und aus periodischen, angesagten schriftlichen Schulaufgaben, wovon je nach der Größe der Unterrichtsmaterie 1 bis höchstens 4 in jedem Gegenstande und Semester nach einem Terminplane abgehalten werden. Zwei Monate nach Beginn jedes Semesters beruft der Direktor eine Lehrerkonferenz zur Aussprache über die bisherigen Studienerfolge der Eleven ein und setzt die Eltern bei schlechtem Studienerfolge ihrer Kinder hiervon in Kenntnis. Es entspricht der Bedeutung der Repetitionen, daß die Ergebnisse nicht bloß für die allgemeine Fleißzensur,

sondern auch für die Semestralzensuren wesentlich mitbestimmend sind.

ad 2. Die Semestralschlußprüfungen erstrecken sich auf die gesamte Lehrmaterie des abgelaufenen Semesters und ermöglichen dem Lehrer ein abschließendes Urteil über die Studienerfolge der Studierenden in den während der genannten Periode vorgetragenen Fächern. Diese Prüfungen bilden im Zusammenhange mit den Ergebnissen der Repetitionen die Grundlage für die Zensierung der Studienerfolge in den Semestralzeugnissen. Die Semestralschlußprüfungen finden in den letzten Tagen jedes Semesters statt und werden von den einzelnen Fachlehrern, nach Tunlichkeit im Beisein des Direktors, mündlich abgehalten.

Vom siebenten Tage vor Beginn der Prüfungsperiode entfällt der Nachmittagsunterricht, am letzten Tage auch der Vormittagsunterricht. Während der Periode dieser Prüfungen ruht der Vortrags- und Übungsunterricht überhaupt.

ad 3. Das Abgangsexamen wird mit den Studierenden nach Absolvierung des III. Jahrganges in den letzten Tagen des Monates Juli vorgenommen und erstreckt sich auf die forstlich angewandten Fächer und die Geodäsie. Bei der Abgangsprüfung soll der Abiturient ein abgerundetes und übersichtliches fachliches Wissen und Verständnis nachweisen. Auf Klarheit und Reife der Auffassung und des Ausdruckes wird mehr Wert gelegt als auf eingelerntes Detailwissen.

Von der näheren Wiedergabe der dieses Schlußexamen betreffenden Bestimmungen wird hier Abstand genommen, da die Mathematik als Grundwissenschaft nicht Gegenstand der Abgangsprüfung ist.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

Der Unterricht in der Arithmetik und Algebra beginnt mit den rechnerischen Elementaraufgaben. Er besteht in den theoretischen Vorträgen und besonders in praktischen Rechnungsübungen im Lehrsaale und zu Hause. Jede neue Materie wird zuerst vom Lehrer auf Grund eines besonders hierfür ausgewählten Beispieles theoretisch und praktisch erklärt, sodann werden mannigfaltige andere Beispiele von den Studierenden auf der Tafel ausgerechnet. Der Lehrer findet hierbei öfters Gelegenheit, den bereits durchgenommenen Stoff zu wiederholen und durch stete Fühlungnahme mit den Studierenden sich über die individuelle Fähigkeit und Begabung jedes einzelnen zu orientieren, damit er dann in der Folge gerade mit den schwächsten Studierenden sich am meisten beschäftigen kann. Um den Unterricht anziehender zu gestalten, werden soviel wie möglich dem allgemein praktischen und besonders dem forstwirtschaftlichen Berufsleben angepaßte Beispiele gewählt und erörtert.

Die Hausaufgaben werden zweimal wöchentlich dem Lehrer abgegeben, sodann unter die Schüler zur Korrektur verteilt, derart, daß jeder Schüler die Aufgabe eines anderen durchzugehen hat, und sodann vom Lehrer revidiert.

Der Unterricht in der Geometrie besteht in theoretischen Vorträgen und in der Einübung rechnerischer und konstruktiver Aufgaben. Die theoretische Ableitung wird auf das zum Verständnis nötige Maß beschränkt und der praktisch-angewandte Teil besonders berücksichtigt. Außerdem erhalten die Studierenden alle 8 bis 14 Tage einmal eine häusliche Konstruktionsaufgabe.

Was nun die zum Unterrichte benutzten Lehrbücher betrifft, so besteht an der höheren Forstlehranstalt zu Reichstadt kein eigentlicher Lehrbücherzwang, da der Lehrer seine Vorträge dem Ziele gemäß selbst zusammenstellt und der Vortrag beim Unterrichte so eingerichtet ist, daß jeder Hörer vollständige Notizhefte führt.

Bei der Zusammenstellung der Vorträge aus Arithmetik und Algebra sowie aus Geometrie wurden vornehmlich benutzt: Močnik, Dr. Franz Ritter von: Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen der Mittelschulen, Prag; von demselben Autor: Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen, Prag.

Als Hilfsbuch bei logarithmischem Rechnen werden den Studierenden zur Anschaffung empfohlen die von Karl v. Ott herausgegebenen Tafeln der Logarithmen für Mittelschulen.

An Büchern, die Sammlungen von Aufgaben enthalten, werden benutzt:

Heis, Dr. Eduard: Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra. Dieses Werk wird den Studierenden für die Dauer des Unterrichtes von der Anstalt als Handbuch zur Verfügung gestellt.

Vom Lehrer selbst werden außerdem folgende Werke in größerem Maßstabe benutzt:

Salomon Josef, Sammlung von Formeln, Aufgaben und Beispielen aus der Arithmetik und Algebra; Wien 1834. Schindler Karl, Mathematische Aufgaben nebst ihren Lösungen zum Gebrauche auf Forst-, Berg-, landwirtschaftlichen und anderen technischen Akademien; Wien 1865. Kleyers Enzyklopädie der gesamten mathematischen, technischen und exakten Naturwissenschaften; Stuttgart.

V. Kapitel. Ausbildung der Lehramtskandidaten.

Die Befähigungsprüfungen für Kandidaten forstwirtschaftlicher Lehrerstellen an Waldbauschulen und mittleren forstwirtschaftlichen Schulen sind durch die provisorische Verordnung des Ackerbaumini-

steriums im Einvernehmen mit dem Ministerium für Kultus und Unterricht vom 28. Februar 1879 geregelt.

Gemäß dieser Verordnung werden alljährlich in Wien vor einer vom Ackerbauministerium im Einvernehmen mit dem Ministerium für Kultus und Unterricht bestimmten Kommission Prüfungen abgehalten. Der Kandidat, welcher zur Prüfung zugelassen werden will, hat seinem Gesuche folgende Dokumente beizulegen:

a) Behufs der Befähigungsprüfungen für Waldbauschulen:

Den Nachweis, daß der Prüfungswerber mindestens mit einem Zeugnis erster Klasse ein Untergymnasium oder Unterrealschule, dann eine mitllere forstwirtschaftliche Schule absolviert, ferner daß er sich mit der Praxis der Forstwirtschaft durch nicht weniger als zwei Jahre vertraut gemacht hat.

b) Zur Befähigungsprüfung für mittlere forstwirtschaftliche Schulen:

Den Nachweis, daß der Kandidat die Maturitätsprüfung einer allgemeinen Mittelschule abgelegt, sechs (jetzt acht) Semester als ordentlicher Hörer an der k. k. Hochschule für Bodenkultur in Wien zugebracht und mindestens die für die Zulassung zur Diplomsprüfung vorgeschriebenen Fächer frequentiert hat. Ferner hat der Kandidat auch darzutun, daß er sich mit der Praxis der Forstwirtschaft durch mindestens 2 Jahre vertraut gemacht hat.

Die Prüfungen sind teils schriftliche, teils mündliche; die ersteren teilen sich in häusliche und Klausurarbeiten.

Lehrer, welche bloß für Mathematikunterricht befähigt sind, sind wohl an keiner forstlichen Mittelschule. In den meisten Fällen erteilt diesen Unterricht ein Lehrer, welcher gleichzeitig auch die auf mathematischer Grundlage aufbauenden angewandten Fächer der forstlichen Richtung oder die Ingenieurfächer unterrichtet. Außerdem sind an den forstlichen Mittelschulen vielfach für gewisse grundlegende Fächer auch solche Lehrkräfte angestellt, welche den Bildungsgang von Lehrern an allgemeinen Mittelschulen durchgemacht und die für dieselben vorgeschriebenen Lehramtsprüfungen abgelegt haben.

Zweiter Teil.

Moderne Tendenzen des Mathematikunterrichtes.

Das Wesen des Fachstudiums an einer forstlichen Mittelschule bringt es mit sich, daß das Ziel des Unterrichtes auf die angewandten forstlichen und Ingenieurfächer gerichtet ist. Wenn auch hierbei die Mathematik — als Grundwissenschaft — eine nicht zu unterschätzende Rolle spielt, da sie, wie auch die übrigen Grundfächer, das richtige Verständnis der Fachgegenstände ermöglicht, so fällt ihr doch eine

andere Bedeutung zu, als es auf dem allgemeinen Mittelschulen und den Hochschulen der Fall ist, wo die Mathematik mit ihren Zweigen mehr in allgemeiner Weise und nicht ausschließlich mit Rücksicht auf praktische Zwecke gelehrt wird. Bei forstlichem Studium wird die Mathematik als Mittel zum Zwecke angesehen. Der rein theoretische Vortrag muß infolge des durchzunehmenden umfangreichen Stoffes und des verhältnismäßig kurzen Zeitraumes, der der Mathematik im Rahmen des bestehenden allgemeinen Lehrplanes zugewiesen ist, auf das unumgänglich notwendige beschränkt und der Schwerpunkt auf die Lösungen mathematischer Aufgaben in verschiedener und besonders in forstlicher Richtung verlegt werden, falls der Schüler von den Theoremen fruchtbaren Nutzen ziehen will. Daß dabei denjenigen Kapiteln, welche in den Fachgegenständen und auch in der forstlichen Praxis am meisten gebraucht werden, eine erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt wird, ist selbstverständlich.

Die Forstlehranstalt zu Reichstadt hat sich den fortschrittlichen Anforderungen der Zeit und den fühlbar werdenden Bedürfnissen der forstlichen Praxis durch fortgesetzte größere und kleinere Reorganisationen stets angepaßt und wünschenswerte Änderungen in Einrichtung und Lehrplan zum Zwecke der Erreichung ihres auf modernen Anschauungen beruhenden Zieles jeweilig durchgeführt. Es ist nicht ausgeschlossen, daß in Zukunft der heute bestehende dreijährige Kursus der höheren Forstlehranstalten auf vier Jahre ausgestattet werden wird, wodurch — ohne wesentliche Erweiterung des Unterrichtsstoffes — eine noch gründlichere Durchbildung der Studierenden ermöglicht sein würde.

Inhalt.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.

HEFT 3.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN GYMNASIEN.

VON

DR. ERWIN DINTZL,

PROFESSOR AM K. K. ERZHERZOG RAINER-GYMNASIUM IN WIEN.

WIEN 1910.

IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an den Gymnasien.

Von Dr. **Erwin Dintzl.**

I. Allgemeiner Teil.

1. Die äußere Stellung der Mathematik als Unterrichtsgegenstand am österreichischen Gymnasium.

Aus dem großen Komplex von Fragen, welche die Organisation des Gymnasialunterrichtes *im allgemeinen* betreffen, hebe ich an dieser Stelle bloß jene heraus, welche mir für das Verständnis der den mathematischen Unterricht betreffenden Bemerkungen notwendig erscheinen.[1])

Einteilung in Klassen; Unter- und Obergymnasium. Das österreichische Gymnasium ist in acht Klassen gegliedert, von denen je vier auf das Unter- beziehungsweise Obergymnasium entfallen. Zu dieser Unterscheidung in eine Unter- und Oberstufe haben eine Reihe von Gründen sowohl praktischer als auch didaktischer Natur geführt. Die Gründe der letztgenannten Art werden im zweiten Abschnitte näher erörtert.[2])

---

1) Eine Orientierung in den wichtigsten hiehergehörigen Fragen gewährt Höflers Referat in dem enzyklopädischen Handbuche (vgl. den Anhang dieses Berichtes, Literaturverzeichnis, IV, Höfler, 1), wo auch auf die einschlägige Literatur verwiesen wird.

2) Über die Art dieser Gründe und über deren gegenwärtige Bewertung vgl. überdies die aus Anlaß der Mittelschulenquete im Jahre 1908 von E. Czuber und A. Höfler erstatteten Referate (Thema 3: Soll die bestehende Zweistufigkeit im Unterrichte einiger Disziplinen fallen gelassen oder in Würdigung der pädagogischen Momente beibehalten, aber in einer von der bisherigen abweichenden Art durchgeführt werden?) sowie die sich daran anschließende Diskussion. (Siehe das Literaturverzeichnis, I, 12; Seite 603 bis 605 und Seite 381—446).

Alter der Schüler. In einem Mindestalter von 10 Jahren, in der Regel mit $10^1/_2$ bis 11 Jahren, tritt der Knabe in die erste Klasse des Gymnasiums ein, um dasselbe nach Absolvierung der acht Klassen und nach Ablegung der Reifeprüfung in einem Durchschnittsalter von 19·7 Jahren[1]) zu verlassen.

Allgemeine Stundenübersicht. Zahl der mathematischen Lehrstunden. Es ist diesem Bericht im Anhange eine kurze Stundenübersicht beigefügt, aus der man nicht bloß entnehmen kann, welche Gegenstände gegenwärtig im Gymnasium gelehrt werden, sondern auch, in welcher Art sich die auf jedes Fach entfallende Unterrichtszeit auf die einzelnen Klassen verteilt.

Die Eigenart des Gymnasiums liegt in einer intensiven Pflege der antiken Sprachen und der Muttersprache, welche Fächer zusammengenommen über mehr als die Hälfte aller Unterrichtsstunden verfügen. Doch wurde bereits im Organisationsentwurfe vom Jahre 1849, welcher für den Aufbau des Gymnasiums in seinen Grundzügen bis auf den heutigen Tag richtunggebend blieb, der Bildungswert der realistischen Fächer anerkannt[2]) und Mathematik, Naturgeschichte und Physik[3]) unter die obligaten Unterrichtsgegenstände aufgenommen.

Um zunächst das im gegenwärtigen Stundenausmaße äußerlich zutage tretende Verhältnis zwischen philologisch-historischen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern genau festzustellen, bilde ich folgende Gruppen von Einzelfächern:[4])

I. Philologisch-historische Gruppe: Unterrichtssprache, Latein, Griechisch, Geschichte.

II. Mathematisch-naturwissenschaftliche Gruppe: Geographie, Mathematik, Naturgeschichte, Physik und Chemie.

Für diese beiden Gruppen ergibt sich folgende Stundenverteilung, welche auch in Prozenten der Gesamtstundenzahl (224) ausgedrückt ist:

I. Gruppe	121 Stunden	oder	54 Prozent,
II. „	56 „		„ 25 „

---

[1]) Diese Ziffer ist das Ergebnis einer von der k. k. statistischen Zentralkommission für das Schuljahr 1907/08 durchgeführten Berechnung (vgl. hiezu G. Junge: Der neue österreichische Lehrplan für Mathematik; Pädagogisches Archiv, 1910, Seite 167).

[2]) Vgl. den dritten Abschnitt dieses Berichtes, Seite 20.

[3]) Damals galt Geographie noch nicht als Naturwissenschaft und war mit Geschichte zu einem Unterrichtsfache vereinigt.

[4]) Die Fächer: Religion, philosophische Propädeutik, Schreiben und Turnen, die sich in keine der genannten Gruppen einordnen lassen, werden hierbei nicht berücksichtigt.

Unter den Fächern der zweiten Gruppe nimmt in bezug auf das Stundenausmaß die Mathematik mit 23 wöchentlichen Stunden (das sind 10·3 Prozent der Gesamtstundenzahl) die oberste Stelle ein, und zwar verteilen sich dieselben auf die acht Klassen in folgender Weise:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Summe
3	3	3	3	3	3	3	2	23

Es wird in Fachkreisen wiederholt darüber geklagt, daß die für die Mathematik zur Verfügung stehende Zeit zu gering bemessen sei, um das Lehrziel, welches dem mathematischen Unterrichte durch den Lehrplan gesteckt wird, vollauf zu erreichen. Man hat ferner auf den Mißstand hingewiesen, welcher aus der Aufteilung der drei wöchentlichen Stunden auf Arithmetik und Geometrie entstehen kann; weil nämlich, abgesehen von einigen wenigen Wochen am Beginn der ersten Klasse, Arithmetik- und Geometriestunden in der Regel miteinander abwechseln sollen, so geschieht es nur zu häufig, daß zum Beispiel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Geometriestunden fast eine volle Woche vergeht.

Bei der Mittelschulreform des Jahres 1909 hat man die auf eine teilweise Vermehrung der mathematischen Unterrichtsstunden abzielenden Wünsche nicht erfüllt, vielmehr der Mathematik in der fünften Klasse eine Stunde genommen, so daß gegen früher eine Reduktion der Gesamtstundenzahl von 24 auf 23 wöchentliche Mathematikstunden eingetreten ist.

Es ist nicht ohne Interesse, in dieser Hinsicht Vergleiche mit ähnlich organisierten Schulen anderer Länder, insbesondere mit den neunklassigen preußischen Gymnasien anzustellen. Bei den letzteren findet man folgende Verhältnisse:

I. Gruppe . . . 162½ Stunden oder 56·8 Prozent,
II. „ . . . 65½ „ „ 22·9 „ [1])

Demnach enfallen in den preußischen Gymnasien auf die Fächer der zweiten Gruppe in Wirklichkeit zwar mehr Unterrichtsstunden als in den österreichischen Gymnasien, dagegen ist in diesen das relative Stundenmaß für die realistischen Fächer um mehr als 2 Prozent günstiger. Der erstgenannte Umstand findet zum großen Teil seine

[1]) Den Zahlen liegt die in den offiziellen „Lehrplänen und Lehraufgaben für die höheren Schulen in Preußen von 1901“ (Buchhandlung des Waisenhauses Halle a. S.) enthaltene Stundenübersicht zugrunde, und zwar wurde in der ersten Gruppe auch Französisch, welches in Preußen Pflichtgegenstand ist, sowie in der Gesamtstundenzahl (286) die Stunden für Turnen, da es verbindlich ist, mitgezählt.

Erklärung darin, daß die preußischen Gymnasien nicht acht, sondern neun Klassen besitzen und überdies jede einzelne Klasse mit einer höheren Gesamtstundenzahl bedacht ist. Was den zweiten Umstand anbelangt, so muß man berücksichtigen, daß in Preußen zwar die Naturwissenschaften mit einer auffallend geringen Stundenzahl bedacht sind (insgesamt 18 Stunden pro Woche), dagegen die Zahl der Mathematikstunden eine bedeutend größere ist als an den österreichischen Gymnasien; dieselbe beträgt nämlich für jede der neun Klassen:

VI	V	IV	U. III	O. III	U. II	O. II	U. I	O. I	Summe
4	4	4	3	3	4	4	4	4	34

Trotzdem wird in den Kreisen der preußischen Kollegen die Einschnürung der mathematischen Stunden in den beiden Tertien als ein bedauerlicher Mißstand bezeichnet.[1])

Eine für das österreichische Mittelschulwesen charakteristische Eigentümlichkeit besteht darin, daß sich sämtliche Mittelschultypen in bezug auf das Stundenausmaß für Mathematik, wenn man von der darstellenden Geometrie absieht, voneinander gar nicht oder nur sehr wenig unterscheiden. So hat zum Beispiel das Realgymnasium die gleiche Zahl von 23 wöchentlichen mathematischen Lehrstunden, während in der Realschule 25 $^1/_2$ wöchentliche Stunden auf Mathematik entfallen. Damit hängt auch, wie im dritten Abschnitte näher ausgeführt wird, der Umstand zusammen, daß im mathematischen Lehrziele die genannten Typen nur ganz geringe Unterschiede aufweisen.

Prüfungswesen (Aufnahms- und Reifeprüfung).[2]) Beim Eintritt ins Gymnasium hat sich der Knabe einer Aufnahmsprüfung (I, 5)[3]) zu unterziehen, welche aus einem schriftlichen und einem mündlichen Teil besteht. Man fordert bei derselben ein gewisses Maß von Sicherheit im Anschreiben und Aussprechen von Zahlen

---

1) Vgl. Klein und Schimmack, der mathematische Unterricht an den höheren Schulen, Seite 33 (Teubner, Leipzig 1907).

2) Es finden in diesem Referate nur einige Fragen des Prüfungswesens eine Besprechung, weil dasselbe in dem Referate über den mathematischen Unterricht an den Realschulen eingehend besprochen wurde.

3) Dieses wie jedes folgende in Klammern befindliche Zitat bezieht sich auf das diesem Referate im Anhange beigefügte Literaturverzeichnis, und zwar derart, daß die beiden Ziffern die Unterabteilungen dieses Literaturverzeichnisses angeben, in welchen das zitierte Werk mit seinem vollen Titel angeführt ist; die hie und da noch beigefügten Seitenzahlen beziehen sich auf das zitierte Werk selbst.

sowie Fertigkeit in den vier Grundoperationen mit ganzen Zahlen.[1]) Der Erfolg dieser Prüfung ist im allgemeinen sehr günstig, eine Auslese vollzieht sich erst im Laufe der ersten Monate des Schuljahres.

Den Abschluß der Gymnasialstudien bildet die Reifeprüfung (I, 9), deren wichtigste Bedeutung darin liegt, daß ein günstiger Erfolg derselben zum Besuche einer Universität als ordentlicher Hörer berechtigt.

Die Prüfungskommission besteht aus dem Landesschulinspektor oder dessen Stellvertreter als Vorsitzenden, dem Direktor der Anstalt sowie aus sämtlichen Lehrern der obligaten Unterrichtsfächer in der achten Klasse. Zu prüfen hat in jedem Gegenstand der denselben in der obersten Klasse vortragende Lehrer.

War bis vor wenigen Jahren noch die Reifeprüfung der Schrecken vieler, so wurde ihr durch die Neuregelung des Jahres 1908 jegliche Härte genommen. Man hat Erleichterungen geschaffen, indem man einige Disziplinen aus der Reihe der Prüfungsgegenstände entfernt hat, so zum Beispiel die Physik. Auch in der Prüfung aus Mathematik trat eine Änderung in dem Sinne ein, daß die schriftliche Prüfung fallen gelassen wurde, was von vielen Fachlehrern der Mathematik lebhaft bedauert wird. Diese Maßregel hat, wenn man sich überhaupt auf den Standpunkt stellt, daß der Reifeprüfung ein größerer Wert beizumessen sei, sicherlich die eine gute Folge, daß man die Lehrstunden in der achten Klasse ungestört der Wiederholung und Vertiefung des mathematischen Wissens widmen kann, während früher ein großer Teil dieser wertvollen Zeit der speziellen Vorbereitung auf die schriftliche Prüfung geopfert werden mußte. Andrerseits ist aber nicht zu leugnen, daß in der kurzen Zeit der mündlichen Prüfung (höchstens 15 Minuten) kein sicheres Urteil über die Reife des Schülers gewonnen werden kann. Gerade aus einer schriftlichen Prüfung, bei der dem Kandidaten Zeit zur Überlegung gegeben ist, läßt sich aus der Art und Weise, wie er ein größeres Problem in Angriff nimmt und durchführt, ein sicheres Urteil über das Maß seiner mathematischen Fähigkeiten gewinnen, während die mündliche Prüfung höchstens zeigen kann, in welchem Umfange der Kandidat den Mechanismus des numerischen und algebraischen Rechnens beherrscht.

Lehrbefähigung der Mathematiklehrer. Gegenwärtig wird der mathematische Unterricht an allen Gymnasien in sämtlichen Klassen

---

[1]) In Mähren hat sich allmählich der Modus herausgebildet, bei der Aufnahmsprüfung aus dem Rechnen in die erste Klasse nicht nur die Rechenfertigkeit, sondern auch das Denkvermögen der Schüler durch einfache eingekleidete Aufgaben (Schlußrechnungen) unter besonderer Berücksichtigung des metrischen Maß- und Gewichtssystems zu erproben. Die hierbei gemachten Erfahrungen sind recht günstig.

von Lehrern geleitet, welche an einer Universität akademische Studien betrieben, sich am Abschlusse derselben einer wissenschaftlichen Prüfung vor einer eigens zu diesem Zwecke vom Ministerium für Kultus und Unterricht (in verschiedenen Universitätsstädten des Reiches) eingesetzten Kommission unterzogen und für irgendeine zulässige Fachgruppe die Lehrbefähigung erworben haben.

Für den künftigen Mathematiklehrer am Gymnasium kamen bisher in erster Linie die folgenden Gruppen in Betracht (I, 6):

1. Mathematik und Physik als Hauptfächer (Lehrbefähigung für das ganze Gymnasium),

2. Naturgeschichte als Hauptfach in Verbindung mit Mathematik und Physik als Nebenfächer (Lehrbefähigung für das Untergymnasium). [1])

Mit wenigen Ausnahmen [2]) wird der mathematische Unterricht in den vier obersten Klassen von Lehrern geleitet, welche für Mathematik und Physik als Hauptfächer geprüft sind.

Bedeutend komplizierter und wenig befriedigend liegen dagegen die Verhältnisse in den unteren Klassen (I bis IV). Ich habe daraufhin die Jahresberichte der drei letzten Schuljahre (1906/07, 1907/08, 1908/09) [3]) fast sämtlicher österreichischen Gymnasien durchgesehen und aus dem Jahrbuche des höheren Unterrichtswesens (Siehe Literaturverzeichnis, IV.) die auf die Lehrbefähigung bezüglichen Daten entnommen. Für die Gymnasien von Böhmen und Wien teile ich im folgenden die Ergebnisse dieser Untersuchung mit.

Hierbei werden die Gymnasien in solche mit keiner oder nur einer Parallelklasse (A) und in solche mit zwei oder mehr Parallelklassen (B) eingeteilt; ebenso werden für Böhmen die Anstalten mit deutscher (d) und böhmischer (b) Unterrichtssprache gesondert in Betracht gezogen. Je vier untereinander stehende Ziffern geben in Prozenten an, wie viele Humanisten (für Sprachfächer oder Geschichte geprüft), Freihandzeichner (für Freihandzeichnen als Hauptfach und geometrisches Zeichnen als Nebenfach geprüft), Naturhistoriker (für

---

[1]) Ausführlicher wird dieses Thema im Anschlusse an die Heranbildung der Lehramtskandidaten an der Hochschule in den Referaten über die Hochschulen behandelt. Siehe ferner die in Geltung befindlichen Prüfungsvorschriften (I, 6).

[2]) Dieselben erklären sich zumeist dadurch, daß der Mathematiklehrer infolge unvorhergesehener Ereignisse, wie zum Beispiel Krankheit, vorübergehend an der Ausübung seines Berufes gehindert ist und kein entsprechender Ersatz gefunden werden konnte.

[3]) Ich wählte mit Absicht diese Jahrgänge, in denen die Zahl der für Mathematik geprüften Lehramtskandidaten eine so große war, daß damit der tatsächliche Bedarf mehr als gedeckt war und bereits über die Überfüllung in diesem Berufszweige geklagt wurde.

Mathematik als Nebenfach geprüft), oder endlich Mathematiker (für Mathematik als Hauptfach geprüft) in der betreffenden Klasse den mathematischen Unterricht erteilten.

Böhmen.

	Fachgruppe	I		II		III		IV	
		d	b	d	b	d	b	d	b
A	Sprachen und Geschichte	32½	27	23	3	10½	0	7	0
	Zeichnen	7½	1	1	7	4	0	3	0
	Naturgeschichte	41	39	59	58	56½	61	61	53
	Mathematik	**19**	**33**	**17**	**32**	**29**	**39**	**29**	**47**
B	Sprachen und Geschichte	47½	1½	18	0	0	0	0	0
	Zeichnen	0	9½	0	3	0	0	0	0
	Naturgeschichte	47½	50	29	47	29	24	20	11
	Mathematik	**5**	**39**	**53**	**50**	**71**	**76**	**80**	**89**

Wien.

	Fachgruppe	I	II	III	IV
A	Sprachen und Geschichte	5	6	0	0
	Zeichnen	0	0	0	0
	Naturgeschichte	67	50	33	27
	Mathematik	**28**	**44**	**67**	**73**
B	Sprachen und Geschichte	3	4	0	0
	Zeichnen	0	0	0	0
	Naturgeschichte	46	45	29	14
	Mathematik	**51**	**51**	**71**	**86**

2. Die Lehrpläne aus den Jahren 1900 und 1909.

Der Organisationsentwurf vom Jahre 1849 hatte für den mathematischen Unterricht am Gymnasium die Grundlagen geschaffen, an

welchen in der Folge bis zum Jahre 1909 nur wenige tiefergehende Änderungen vorgenommen wurden. So hatte man im Jahre 1855 der achten Klasse, welche dem O. E. gemäß eines mathematischen Unterrichtes entbehrte, eine wöchentliche Stunde zum Zwecke der Wiederholung zugewiesen. Nachdem sich dieselbe noch als zu gering gezeigt hatte, vermehrte man im Jahre 1870 diese Zahl um 1, so daß zwei wöchentliche Stunden für die Wiederholung in der achten Klasse zur Verfügung standen. Das Jahr 1884 brachte ausführliche Lehrpläne und Instruktionen mit genauen, ins Detail gehenden methodischen und stofflichen Bemerkungen. Im besonderen wurde durch diesen Lehrplan die Nebenaufgabe des Untergymnasiums, für gewisse praktische Berufszweige vorzubereiten, auf das Unentbehrliche eingeschränkt, um der wesentlichen Aufgabe, die geistige Fähigkeit der Schüler für die wissenschaftliche Aufgabe des Obergymnasiums zu entwickeln, die nötige Förderung zu geben.

Zuletzt erfuhr der mathematische Lehrplan im Jahre 1899 eine Änderung, sei es im Sinne von Verschiebungen einzelner Lehrstoffpartien (z. B. Verlegung des abgekürzten Rechnens aus der zweiten in die dritte Klasse) oder in Form von Erleichterungen (z. B. Beseitigung der Kettenbrüche).

Da im darauffolgenden Jahre 1900 eine Neuauflage des Lehrplanes und der Instruktionen für den gesamten Unterricht veranstaltet wurde, worin auch die letztgenannte Änderung des mathematischen Lehrplanes Aufnahme fand, so soll in der Folge stets von diesem als vom Lehrplane 1900 gesprochen werden.

Durch die Reformen der letzten Jahre erfuhr jedoch der mathematische Unterricht wesentliche Umwandlungen, weniger vielleicht hinsichtlich der Lehrstoffmaterie und deren Verteilung auf die einzelnen Klassen als insbesondere in der Lehrmethode. Da diese Reformierung des Lehrplanes auf die künftige Gestaltung des mathematischen Unterrichtes einen wichtigen Einfluß ausüben wird, so ist es von Bedeutung, die hauptsächlichsten Eigentümlichkeiten des alten (1900) und des neuen Lehrplanes (1909) einander gegenüberzustellen. Dies soll in folgender Form geschehen:

Lehrplan 1900.	Lehrplan 1909.
1. Zweistufigkeit: Propädeutischer Unterricht auf der vierjährigen Unterstufe; sogenannter wissenschaftlicher Betrieb auf der vierjährigen Oberstufe.	1. Dreistufigkeit: Propädeutischer Unterricht auf der dreijährigen Unterstufe; Übergang zu einem mehr systematischen Unterrichte auf der zweijährigen Mittelstufe; systematischer Unterricht auf der dreijährigen Oberstufe.

2. Stärkere Betonung des logischen Elementes, insbesondere auf der Oberstufe.	2. Schärfere Hervorhebung des anschaulichen Momentes im gesamten Unterrichte.
3. Einführung des Funktionsbegriffes lediglich im Unterrichte der siebente Klasse als Vorbereitung für die analytische Geometrie.	3. Durchdringung des ganzen Lehrstoffes mit dem Funktionsbegriff.
4. Bei der Behandlung von Problemen, denen genau genommen differentiale Vorstellungen zugrunde liegen, sollen nur sogenannte elementare Methoden in Anwendung kommen; der Differentialquotient als solcher soll also vermieden werden.	4. Besprechung des Begriffes des Differentialquotienten (einschließlich der hierfür üblichen wissenschaftlichen Bezeichnungen) der einfachsten im Unterrichte behandelten Funktionen in geometrisch-anschaulicher Weise.

Diese in Schlagworten gekennzeichneten hauptsächlichsten Merkmale der beiden Lehrpläne sollen nun eine nähere Besprechung finden.

1. Die Zweistufigkeit des früheren Lehrplanes stammt nicht etwa erst aus dem Jahre 1900, man begegnet derselben bereits im Organisationsentwurfe vom Jahre 1849, welcher sie in folgender Weise charakterisiert:

„Das Untergymnasium bereitet auf das Obergymnasium vor; es hat aber, indem es jeden seiner Lehrgegenstände zu einem relativen Abschlusse führt und mehrere davon in vorherrschend populärer Weise und praktischer Richtung behandelt, ein in sich abgeschlossenes Ganzes von allgemeiner Bildung zu erteilen, welches für eine größere Zahl von Lebensverhältnissen erwünscht und ausreichend ist und zugleich auch als Vorbereitung für die Oberrealschulen und weiter für die technischen Institute zu dienen vermag.

Das Obergymnasium setzt diesen Unterricht in mehr wissenschaftlicher Weise fort und ist die spezielle Vorbereitungsschule der Universität." (I, 1; § 5).[1]

Die Gründe praktischer Natur, welche der Organisationsentwurf anführt, sind allerdings im Laufe der Jahre in den Hintergrund getreten,[2] denn heute setzt der größere Teil derjenigen, welche das Untergymnasium mit Erfolg beendet haben, die Studien im Obergymnasium fort oder versucht es zum mindesten.

Dagegen sind die Gründe didaktischer Natur, welche für die Einführung der Zweistufigkeit bestimmend waren, noch immer in

---

1) Man vergleiche überdies die Vorbemerkungen zum O. E. (I, 1; § 3).
2) Siehe Czuber (IV, 2).

voller Geltung. Es ist eben psychologisch tief begründet, die „Bildungsstufen des eigentlichen Knaben und des heranreifenden Jünglings zu unterscheiden".

Innerhalb der mathematischen Disziplin kam die Zweistufigkeit besonders in der Geometrie zum Ausdrucke. Von der I. bis einschließlich der IV. Klasse schrieb der Lehrplan einen rein propädeutischen Unterricht vor. In der V. Klasse sollte die Planimetrie nach dem Vorgange Euklids unter Voranstellung von Axiomen in einer „den wissenschaftlichen Anforderungen entsprechenden Weise" aufgebaut werden.

Nicht unerwähnt möge bleiben, daß gerade ob dieses Prinzipes der Zweistufigkeit der österreichische Lehrplan bis in die jüngste Zeit auch außerhalb Österreichs vielfach Anerkennung gefunden hat. So sagt unter anderen Klein: „Der österreichische Lehrplan ist überhaupt durch die Abstufung, welche er für alle Fächer des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes durchzuführen weiß, wie auch die eingehenden, ersichtlich von fachkundigster Hand herrührenden methodischen Bemerkungen sehr beachtenswert".[1]

Vor zwei Jahren wurde dieses Thema der Zweistufigkeit auf der vom Ministerium für Kultus und Unterricht veranstalteten Mittelschulenquête eingehend erörtert. Die Mehrzahl der Redner, welche zu diesem Thema das Wort ergriffen, insbesondere Czuber und Höfler, welche als Referenten eingehende Berichte über diesen Gegenstand erstatteten, stimmten darin überein, daß die im Unterrichte einzelner Disziplinen bestehende Zweistufigkeit beizubehalten sei (I, 12; Seite 381 bis 446 und Seite 603 bis 615).

Hinsichtlich der Mathematik sprach sich Höfler im Sinne der „Prager Vorschläge" (Höfler, IV, 2) für eine Dreistufigkeit aus. Es möge nämlich der Übergang vom propädeutischen zum mehr systematischen Unterrichte der Oberstufe nicht plötzlich, sondern nur allmählich geschehen.

Der neue Lehrplan hat diesen Vorschlägen in der Tat Rechnung getragen und drei Stufen eingeführt, welche folgendermaßen gekennzeichnet sind:

Unterstufe.

Lehrziel: Vorschule der Zahlenlehre bis einschließlich zu den Anfängen der Buchstabenrechnung als zusammenfassender Darstellung der Rechengesetze.

Vorschule der Raumlehre in durchgängiger Verbindung planimetrischer und einfachster stereometrischer Vorstellungen und

[1]) Klein-Schimmack, Seite 53.

Betätigungen. Verwertung und Durchbildung der von den übrigen Schulfächern (Geographie, Naturgeschichte u. s. w.) und vom gewöhnlichen Leben nahegelegten Raumvorstellungen.

Gewöhnung an den sinngemäßen und sicheren Gebrauch der arithmetischen und geometrischen Kunstsprache (ohne vorzeitige Erzwingung formeller Definitionen).

Mittelstufe.

Lehrziel: Allgemeine Arithmetik der ersten und zweiten Operationsstufe. Potenzen und Wurzeln.

Planimetrie und Stereometrie.

Anbahnung des Sinnes für die wissenschaftliche Verknüpfung mathematischer Einzelbegriffe und Einzelsätze in Arithmetik und Geometrie unter Verzicht auf rein deduktive Darstellung.

Oberstufe.

Abschluß der sogenannten elementaren Mathematik samt Erfassen und Anwenden des Funktionsbegriffes.

Am stärksten sind demnach die beiden Lehrpläne auf der Mittelstufe voneinander verschieden. Dies kommt noch deutlicher zum Ausdrucke, wenn man die methodischen Bemerkungen über den Unterricht in der Arithmetik miteinander vergleicht (Lehrplan 1900, I, 8; Seite 199—200, und Lehrplan 1909, I, 11; Seite 24):

Lehrplan 1900.

„Der wissenschaftliche Unterricht in der allgemeinen Arithmetik, von deren Methoden Gebrauch gemacht werden soll, um schon bekannte Regeln für das Rechnen mit besonderen Zahlen zu begründen und neue abzuleiten, beginnt mit der systematischen Entwicklung der vier Grundoperationen und der Erweiterung des Zahlenbegriffes durch die Einführung der negativen und gebrochenen Zahlen."

„Es soll ferner, wenn nicht schon hier, so gelegentlich der

Lehrplan 1909.

„Der arithmetische Unterricht der vierten und fünften Klasse verzichtet vor allem auf die sogenannte wissenschaftliche Einleitung in die Arithmetik. Vollen didaktischen Ersatz hiefür bietet der Einblick in den Zusammenhang der Operationen beim Lösen von Bestimmungsgleichungen, wenn dieses zuerst durch Rückgang auf die inversen Operationen und erst späterhin durch das mechanische Transponieren erfolgt."

„Das Verständnis für den allseitigen logischen Zusammenhang

Wiederholung in der achten Klasse gezeigt werden, daß die gesamten Sätze über Addition und Multiplikation der Zahlen in diesem Gebiete sowie über ihre inversen Operationen und die durch die vier Grundoperationen gebildeten Verbindungen sich aus drei Grundgesetzen ergeben:

1. dem assoziativen, 2. dem kommutativen und 3. dem distributiven.

Dem Schüler, der diese Gesetze vollständig erfaßt hat, wird die Erweiterung des Zahlengebietes auf Grund des Prinzipes der Permanenz der Rechengesetze nicht schwer fallen."

arithmetischer Begriffe und Gesetze erschließt sich dem Schüler viel sicherer und zugleich leichter aus solchen Anwendungen als durch verfrühte Abstraktionen."

Während also der frühere Lehrplan die Grundoperationen und deren Gesetze zuerst in logisch einwandfreier Weise entwickelt und erst nachher auf die Auflösung von Gleichungen angewendet wissen will, schreibt der neue Lehrplan nur Verwendung von Gleichungen vor. Hier spielt überdies bereits das eingangs erwähnte

2. Moment, in welchem die beiden Lehrpläne sich unterscheiden, eine Rolle. Der Lehrplan vom Jahre 1900 verlangt zwar auf der Unterstufe einen rein propädeutischen Unterricht, dagegen läßt er auf der Oberstufe das logische Element stark hervortreten. Der neue Lehrplan betont aber auch noch auf der Oberstufe das anschauliche Moment in Verbindung mit der Anwendung. Da diese wichtige Frage im vierten Abschnitt eingehend besprochen wird, so kann ich mich hier ganz kurz fassen und will bloß auf die Behandlung der Stereometrie auf der Oberstufe verweisen, bei welcher der neue Lehrplan eine gründliche Änderung im eben erwähnten Sinne fordert.

3. Der neue Lehrplan trug auch den modernen Reformbestrebungen Rechnung, indem er den Funktionsbegriff auf einer relativ sehr frühen Stufe einführt und von da an immer wieder in den verschiedensten Formen behandelt.

Man würde dem alten Lehrplan unrecht tun, wenn man behaupten wollte, er hätte des doch so wichtigen Funktionsbegriffes keine Erwähnung getan. Wir finden in demselben sogar eine Reihe darauf bezüglicher sehr guter Bemerkungen, und zwar im Lehrstoff der siebenten Klasse, wo es sich um die Anfangsgründe der analytischen Geometrie handelt. Es heißt dort:

„Es muß die Einführung der Begriffe veränderlicher und konstanter Zahlen, abhängiger und unabhängiger Veränderlichen an geeigneten Beispielen klar gemacht werden."

„Man sorge dafür, daß durch eine Reihe systematisch geordneter Übungen der erste Grundgedanke, daß im allgemeinen jeder Gleichung zwischen zwei Variablen ein geometrischer Ort entspricht, festes Eigentum des Schülers werde. Eine entsprechende graphische Darstellung des Verlaufes der Werte goniometrischer Funktionen wird die Vorstellungen der Schüler in zweckmäßiger Weise fördern."

„Um die Allgemeinheit dieser Methode deutlich hervortreten zu lassen, bringe man noch das eine oder andere physikalische Gesetz zur graphischen Darstellung und berücksichtige auch empirische Funktionen, z. B. durch Darstellung der Mortalitäts- oder Temperaturkurven."

Dies ist aber allerdings die einzige Stelle, wo der Lehrplan vom Jahre 1900 den Funktionsbegriff erwähnt. Ganz anders verhält es sich in dieser Beziehung mit dem neuen Lehrplan. Der Funktionsbegriff soll nach dessen Leitmotiven nicht etwa an einer einzigen Stelle mehr oder minder äußerlich eingefügt oder gar erst am Schlusse des gesamten Unterrichtes in Form eines besonderen Kapitels angehängt werden, sondern den ganzen Lehrstoff durchdringen; das funktionale Denken soll die Seele des gesamten mathematischen Unterrichtes sein. Dies führt naturgemäß dazu, die Anbahnung der Schulung im funktionalen Denken so früh wie möglich eintreten zu lassen. Schon auf der Unterstufe wird entsprechend dem neuen Lehrplane das funktionale Denken in ganz primitiver Form geübt, ohne daß man spezielle Funktionen näher studiert. Auf der Mittelstufe erfolgt die erste Untersuchung einer besonderen, nämlich der linearen Funktion, woran sich auf der Oberstufe eine Behandlung der einfachsten algebraischen und transzendenten Funktionen anschließt, und zwar — wie der Lehrplan ausdrücklich verlangt — auf graphischem Wege.

4. Die Beschäftigung mit solchen Funktionen, beziehungsweise Kurven führt mit Notwendigkeit auf den Begriff des Differentialquotienten, welcher geometrisch als Richtungskoeffizient der Tangente eingeführt wird. Der neue Lehrplan warnt gleichzeitig vor einem systematischen Differenzieren und sei es auch nur der elementaren Funktionen. „Vielmehr wird auch künftig nur dort, wo schon im bisherigen Unterricht in der Mathematik und Physik von differentialen Vorstellungen tatsächlich Gebrauch gemacht worden war, fortan durch Verwendung der in der wissenschaftlichen Mathematik hierfür gebräuchlichen Bezeichnung „Differentialquotient" das Gemeinsame jener Vorstellungen dem Schüler zu deutlichem Bewußtsein zu bringen sein,

so daß die erzielte Vertiefung des Unterrichtes auch zu einer Vereinfachung führt."

Bisher hat man differentiale Methoden nur in versteckter Weise (z. B. bei der Behandlung der Begriffe: Kurventangente, Geschwindigkeit u. ä.) benützt und durch besondere, sogenannte elementare Methoden (z. B. Schellbachsches Verfahren zur Lösung von Maxima- und Minima-Aufgaben) ersetzt. Der offene Gebrauch der Begriffe Differentialquotient oder gar Integral war natürlich strengstens verpönt.

Außer diesen vier besonders markanten Merkmalen der beiden Lehrpläne sind noch eine Reihe anderer zu erwähnen.

So sind unter anderem im Lehrstoff selbst durch die Neubearbeitung des Lehrplanes einige Veränderungen eingetreten. Nebst dem bereits erwähnten Wegfall der sogenannten wissenschaftlichen Einleitung in die allgemeine Arithmetik hat die Theorie der Gleichungen, und zwar insbesondere die der höheren algebraischen und transzendenten Gleichungen, eine starke Reduktion erfahren.

Die diophantischen Gleichungen fallen anscheinend dem neuen Lehrplan gemäß völlig weg, so daß von der Zahlentheorie bloß die einfachsten Sätze aus der Lehre von der Teilbarkeit übrigbleiben.[1])

Dafür wurden neuerdings die Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung eingeführt.

Eine unmittelbare Folge der Dreistufigkeit ist die Verschiebung einzelner Materien, die sich nunmehr in etwas geänderter Form auf die Klassen verteilen. Der rein propädeutische Unterricht erstreckt sich jetzt nur mehr auf die ersten drei Jahre. In der vierten Klasse geht man allmählich zu einem mehr systematischen Unterrichte über, und zwar sowohl in Arithmetik (die vier Grundoperationen) als auch in Geometrie (Planimetrie). Stereometrie wird in der fünften, Trigonometrie in der sechsten, analytische Geometrie in der siebenten Klasse gelehrt. Früher mußte derselbe eben erwähnte Lehrstoff in den vier obersten Klassen (also erst von der fünften an) durchgenommen werden. Darin ist gegen früher insofern ein Fortschritt zu verzeichnen, daß nunmehr für Trigonometrie und analytische Geometrie, welche der alte Lehrplan hauptsächlich der siebenten Klasse zuwies, je ein volles Jahr zur Verfügung steht (natürlich nebst dem diesen Klassen zugewiesenen arithmetischen Stoffe).

---

[1]) Manche Mathematiker sind freilich der Meinung, daß die diophantischen Gleichungen ersten Grades sich in den Abschnitt über „Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten" einreihen ließen, so daß ihrer Behandlung im Unterrichte nichts im Wege stünde. (Vergl. das Referat über Realschulen, Seite 60.)

Der neue Lehrplan strebt ferner eine nähere Verbindung zwischen Arithmetik und Geometrie an und zwar auf allen Stufen. Er geht dabei jedoch nicht so weit, wie Kleins Vorschläge, nach denen Arithmetik und Geometrie, nachdem sie zuerst als zwei getrennte, dort und da durch Querstreben miteinander verbundene Grundpfeiler aufgebaut werden, in den obersten Klassen in dem Funktionsbegriff als der zentralen Idee zusammenfließen sollen. [1])

Auch die Anwendungsgebiete sollen intensiver gepflegt werden als dies bisher der Fall war! (vgl. den 17. Abschnitt!)

Endlich verlangt der neue Lehrplan auch manuelle Tätigkeit. Es hat zwar bisher Lehrer genug gegeben, welche im Unterrichte das zeichnerische Moment nicht vernachlässigt, sich nicht bloß mit einer flüchtigen Skizze begnügt, sondern präzise Zeichnungen gefordert haben. Heute legt man eben noch mehr Nachdruck darauf und will die manuelle Tätigkeit nach mannigfachen Richtungen erweitern. Der Schüler soll selbst Modelle anfertigen. Er soll womöglich durch eigenes Messen die Bestimmungsstücke für die zu lösende Aufgabe beschaffen oder durch nachträgliches Messen (und Wägen) die durch Rechnung gefundenen Resultate bestätigen.

Man hat dem früheren Lehrplan von verschiedenen Seiten als Vorzug nachgerühmt, daß seine Instruktionen sehr ausführlich gehalten sind. Bei der Abfassung des neuen Lehrplanes ist man von diesem Grundsatze abgewichen und hat den einzelnen, in Form von Schlagworten charakterisierten Lehrplänen nur kurze Erläuterungen der Grundsätze und Lehrziele beigegeben. Die Bemerkungen sollen zwar — den Intentionen des neuen Lehrplanes gemäß — die alten Instruktionen nicht ersetzen, sondern, wo es nötig war, abändern, beziehungsweise ergänzen. Doch sind auch diese Stellen sehr knapp und allgemein gehalten.

Hierbei waren wohl vornehmlich zweierlei Gründe bestimmend. Einerseits wollte man den auf der Mittelschulenquete von verschiedenen Seiten ausgesprochenen Wünschen entgegenkommen und die Selbständigkeit der Lehrer nicht schmälern; denn trotz aller einschränkenden Bemerkungen bekommen die im Verordnungsblatte veröffentlichten Instruktionen sehr leicht den Charakter von amtlichen methodischen Anweisungen. Man hielt ausführliche Instruktionen auch deshalb für entbehrlich, weil es ja an methodisch-didaktischen Werken hervorragender Fach- und Schulmänner nicht fehle (I, 12; Seite 555—556). Andrerseits mußte der Lehrplan auch darauf Rücksicht nehmen, daß gerade seine modernen Tendenzen (insbesondere in Hinsicht auf das funktionale Denken) noch nicht so tief in die Unterrichtspraxis eingedrungen sind, daß von einer allseitig anerkannten einheitlichen

---

[1]) Klein-Schimmack, Seite 38 und 128

Methode die Rede sein kann. Freilich kann nicht verschwiegen werden, daß der neue Lehrplan, offenbar in der guten Absicht, möglichst allgemein zu bleiben, an manchen Stellen nicht völlig klare und präzise Forderungen aufstellt (z. B. hinsichtlich des Unterrichtes auf der Mittelstufe).

Eine Eigentümlichkeit des alten Lehrplanes hat der neue unverändert übernommen, das ist die Wiederholung des gesamten Lehrstoffes in der achten Klasse. Man hatte bisher davon nicht vollen Gebrauch machen können, da gewöhnlich von der siebenten Klasse her ein kleiner Rest an Lehrstoff zur Aufarbeitung übrig blieb. Aber auch dann, als man an die Wiederholung des Lehrstoffes ging, wurde die Freude an diesen Stunden, um welche wir von der Realschule oft beneidet wurden, durch die betrübende Wahrnehmung beeinträchtigt, daß die Schüler den Rechenkalkül sehr schlecht beherrschen und darum bei der Lösung eines Problems weniger mit der Auffassung als vornehmlich mit rein technischen Schwierigkeiten zu kämpfen haben. Der neue Lehrplan soll hierin durch eine günstigere Verteilung des Lehrstoffes in den oberen Klassen und durch eine Vertiefung des ganzen mathematischen Unterrichtes eine Besserung bringen, welcher in der achten Klasse in Rück- und Ausblicken ausklingen soll, für die entsprechend dem vorwiegend humanistischen Charakter der gymnasialen Bildung geschichtliche und philosophische Gesichtspunkte in erster Linie maßgebend sind. Ob der künftige Unterricht dieses Ziel wirklich erreichen wird, ist eine Frage, welche ich im gegenwärtigen Augenblicke nicht zu entscheiden wage.

3. Die gegenwärtigen Ziele des mathematischen Unterrichtes.

Das elementarste Lehrziel eines jeden mathematischen Unterrichtes ist die Erlangung einer gewissen Fertigkeit und Sicherheit im numerischen Rechnen. Es soll der Hauptsache nach schon auf der Unterstufe erreicht werden. Nun wird freilich von berufener Seite nach wie vor darüber Klage geführt, daß die Mehrzahl der Gymnasiasten sehr schlechte Rechner sind. Wo liegen die Ursachen dieser Erscheinung? Horcht man auf die in den Kreisen der Mathematiklehrer hierüber ausgesprochenen Meinungen, so begegnet man den verschiedensten Ansichten. Die einen wälzen einen Teil der Schuld auf die Volksschule, welche nicht immer jenes Maß von Fertigkeit im Rechnen vermittle, das als sichere Basis für den Gymnasialunterricht gelten könne. Andere vertreten die Anschauung, der bisherige mathematische Unterricht der untersten Klassen werde vielfach von Lehrern geleitet, welche zwar durchweg akademische Bildung genossen haben, aber — sei es ihrer fachlichen Ausbildung, sei es ihrer Neigung nach —

diesem Teile des Unterrichtes ferne stehen. Sehr weit verbreitet ist endlich die Ansicht, daß die insbesondere in den untersten Klassen zur Verfügung stehende Zeit von drei wöchentlichen Lehrstunden (auf Rechnen und Geometrie gleichmäßig verteilt) nicht ausreichend sei, um das genannte Lehrziel auch wirklich zu erreichen.

Nicht wesentlich anders steht es mit der Entwicklung des Raumsinnes, welche man gleichfalls als wichtiges Lehrziel bezeichnet. Der Schüler soll in den Stand gesetzt werden, Geschautes richtig aufzufassen, einfache Körperformen zeichnerisch wiederzugeben, beziehungsweise aus der Zeichnung die derselben zugrunde liegende Raumform wiederzuerkennen. Daraus resultiert für den gesamten Unterricht, vor allem natürlich für den der Unterstufe, eine intensive Pflege des räumlichen Anschauungsvermögens, welche nicht bloß im Betrachten und Messen wirklicher Körper, sondern vor allem in der zeichnerischen Darstellung bestehen soll. Man kann dem bisherigen Geometrieunterrichte leider den Vorwurf nicht ersparen, daß er in dieser Hinsicht viel gesündigt hat.

Man darf aber andrerseits auch nicht vergessen, daß ein auf eine so breite Grundlage gestellter Unterricht nicht wenig Zeit in Anspruch nimmt, soll von einer gründlichen, ehrlichen Arbeit die Rede sein.

Zu diesen beiden, ihrem Werte nach wenigstens theoretisch längst anerkannten Zielen gesellt sich in neuerer Zeit ein bisher unbekanntes Lehrziel, welches der neue Lehrplan mit den Worten kennzeichnet: „Erfassen und Anwenden des Funktionsbegriffes (einschließlich der Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung)".

Der Begriff der veränderlichen Größe war zwar den Schülern bisher kein gänzlich fremder; gelegentlich wurde auch die eine oder andere Funktion besprochen. Der Funktionsbegriff war aber nicht organisch in den Unterricht eingearbeitet. Heute fordert man, daß das funktionale Denken die Grundlage des gesamten mathematischen Unterrichtes bilde und sieht eines der wichtigsten Ziele eines guten mathematischen Unterrichtes darin, daß der Schüler die sich ihm in der Wirklichkeit darbietenden einfachsten funktionalen Abhängigkeiten ohne Schwierigkeiten erkennen könne. Mit einer solchen starken Betonung des funktionalen Denkens hängt aufs engste die Frage zusammen, ob und inwieweit die Infinitesimalrechnung in das Lehrziel einbezogen werden solle. Man war einst der Meinung, das Gymnasium habe lediglich die sogenannte Elementarmathematik zu lehren, während die höhere Mathematik, zu welcher man die Infinitesimalrechnung zählte, der Hochschule vorbehalten bleiben möge. Als man aber erkannte, daß sich zwischen elementarer und höherer Mathematik keine scharfe Grenze ziehen lasse, daß man bereits in der sogenannten Elementarmathematik, die man bisher am Gymnasium betrieben hatte, versteckte Differentiationen und Integra-

tionen vorgenommen habe, trat ein Umschwung der Meinung in dem Sinne ein, daß wenigstens dem Begriffe des Differentialquotienten und seiner Bestimmung für die einfachsten Funktionen in offener Weise mit den wissenschaftlichen Bezeichnungen Eingang in die Schulmathematik zu verschaffen sei. Inwieweit der moderne Unterricht tatsächlich bezüglich dieser Ausbildung des funktionalen Denkens das Lehrziel, welches er sich gesteckt hat, erreicht, darüber läßt sich im gegenwärtigen Zeitpunkte kein abschließendes Urteil abgeben, da in dieser Hinsicht noch zu wenig Unterrichtserfahrungen vorliegen.

Eine wichtige Forderung, welche man an den modernen mathematischen Unterricht stellt, ist ferner eine größere Anpassung an das wirkliche Leben als bisher; also einerseits eine starke Berücksichtigung der Anwendungen im mathematischen Unterricht, andererseits eine engere Verbindung mit den übrigen Naturwissenschaften, sofern die Beziehungen derselben mit der Mathematik von Wert für deren Entwicklung sowie für das Verständnis ihrer Gesetze sind. In einem steten Kontakt der Mathematik mit der Wirklichkeit liegt ja der Lebensnerv derselben als Wissenschaft. Darum muß auch der Unterricht diesen wertvollen Beziehungen in entsprechender Weise Rechnung tragen.

Man hat lange Zeit dieses Moment vom Standpunkte der sogenannten Allgemeinbildung aus gering geschätzt und den Wert des mathematischen Unterrichtes vornehmlich in der logischen Verstandesbildung erblickt, welche das Studium mit mathematischen Problemen in hohem Maße überliefere. Die Mathematik wird als „eine Propädeutik für die Beschäftigung mit der Wissenschaft überhaupt, als Denkschule, als Anwendung der Logik nicht bloß zur Bearbeitung der Denkinhalte sondern zur Erarbeitung von Erkenntnissen bezeichnet“.[1]) Tatsache ist, daß gerade um dieser Eigentümlichkeit Willen die Mathematik als Bildungselement schon zu einer Zeit anerkannt wurde, wo von einer ähnlichen Wertschätzung der Naturwissenschaften nicht einmal annähernd die Rede war.

Aber diese einseitige Betonung des formal-bildenden Wertes der Mathematik barg nur zu sehr die Gefahr in sich, daß der mathematische Unterricht allmählich erstarren und nicht bloß hinter der sich stetig entwickelnden Wissenschaft weit zurückbleiben, sondern sich auch immer mehr der Wirklichkeit entfremden könnte. Vor dieser Gefahr rechtzeitig gewarnt zu haben, ist einer der wertvollsten Erfolge der jüngsten Reformbewegung. Allerdings wurde hiebei von extremer Seite weit übers Ziel hinausgeschossen und es mag augenblicklich vielleicht den Anschein haben, als ob insbesondere die logische Schulung als zu gering geschätzt wird. In dem Maße aber,

---

[1]) Willmann, Didaktik, 2. Bd., Seite 139.

als die Gegensätze, welche heute noch hie und da heftig aneinanderprallen, sich mildern werden, werden wir uns immer mehr jenem mathematischen Unterrichtsideale nähern, in welchem jedem der genannten Ziele die ihm gebührende Würdigung zuteil wird.

Ich glaube hiemit jene Ziele gekennzeichnet zu haben, welche gegenwärtig als die wichtigsten des mathematischen Unterrichtes gelten. Bei der Betrachtung derselben drängte sich dort und da bereits die Frage auf, ob wir diese Ziele im heutigen Gymnasialunterricht auch wirklich insgesamt erstreben sollen und können.

Insbesondere wurde der Klagen gedacht, daß zu den hohen Zielen, welche sich der moderne mathematische Unterricht im Gymnasium gesteckt habe, die Zahl der mathematischen Lehrstunden in argem Mißverhältnis stehe. Dieselbe ist nämlich nicht nur seit vielen Jahren unverändert geblieben, man hatte der Mathematik im neuen Lehrplan sogar eine Stunde genommen und dies damit begründet, daß der Lehrstoff einige Reduktionen erfahren habe. So falle z. B. die sogenannte wissenschaftliche Arithmetik weg, ferner sei die Lehre von den Gleichungen, insbesondere jener gekünstelten Gleichungen höheren Grades, zu deren Auflösung gewisse Spitzfindigkeiten nötig sind, stark beschnitten und ähnliches mehr. Demgegenüber hat man aber mit Recht behauptet, daß, wenn auch der alte Gymnasialunterricht in dieser Hinsicht viel gesündigt hat, die Verhältnisse doch nicht so arg lagen, daß durch den Wegfall einiger Partien plötzlich genügend Zeit für eine gründliche Durcharbeitung der neuen Ideen gewonnen wurde.

Aber man will heute noch mehr als früher, der Unterricht soll dem Schüler auch eine tiefere Erkenntnis der Mathematik und ihrer Anwendungen vermitteln. Wenn bisher so manchem die im Gymnasium gelehrte Mathematik ein verschlossenes Buch war, vor dessen Geheimnissen er entweder ein Gefühl von Bangigkeit oder — was noch häufiger der Fall war — Abscheu empfand, so lag — abgesehen von gewissen methodischen Mängeln und der zu geringen Berührung mit der Wirklichkeit — nicht zum geringsten Teile die Schuld darin, daß der Lehrer von einer steten Hast immer vorwärts und vorwärts getrieben wurde, ohne bei irgend einem noch so interessanten Abschnitte länger verweilen zu können. Der beste Ausweg blieb noch immer der, die Theorie möglichst kurz zu behandeln, Beweise zwar strenge zu entwickeln, aber mehr um sich selbst die Beruhigung zu geben, die gebrauchten Sätze und Formeln auch wirklich bewiesen zu haben. Umso größeren Wert legte man dem formalistischen Übungsmateriale bei, wodurch dem Schüler allmählich ganz von selbst die Bedeutung der zur Anwendung kommenden Sätze klar werden sollte. Beim Vortrage bildete sich natürlich unwillkürlich der Zustand

heraus, daß der Schüler zwar Schritt für Schritt die einzelnen Teile des Beweises verfolgen und verstehen konnte; aber in das Wesen des Beweises einzugehen, klar zu begreifen, warum man gerade so und nicht anders beweist, das ist bei der gegenwärtig zur Verfügung stehenden Zeit ganz unmöglich, wenn nicht etwa ein Kapitel auf Kosten des andern übermäßig bevorzugt wird.

Es ist nicht wahr, daß — wie oft behauptet wird — die mathematische Denkweise so ganz anders sei, wie die der übrigen Disziplinen. Es gibt freilich in der Mathematik gekünstelte Methoden genug und dieselben erhalten sich in der Schulmathematik oft länger als gut ist, aber man ersetze sie durch natürlichere, die wir ja in den meisten Fällen besitzen und gebe uns genügende Zeit zu deren Entwicklung, dann werden jene übertriebenen Ansichten von der einseitigen mathematischen Begabung verschwinden, es werden dann für immer die Klagen verstummen, daß gerade in den obersten Klassen den Schülern die Mathematik fast unüberwindliche Schwierigkeiten bereite, so daß sogar von nicht zu unterschätzender Seite die Forderung erhoben wurde, die Mathematik in der VII. und VIII. Klasse gänzlich abzuschaffen.

Auf der andern Seite stehen wir Mathematiker keineswegs auf dem einseitigen Standpunkte, nur die Mathematik sei die allein zu bevorzugende Wissenschaft und dulde neben sich höchstens die Naturwissenschaften. Wir leugnen nicht die hohe Bedeutung der humanistischen Bildung, ist doch die Mehrzahl der heute an den Mittelschulen wirkenden Lehrer der Mathematik aus dem humanistischen Gymnasium hervorgegangen. Wir erkennen endlich vollauf die Forderungen der jüngsten Zeit an, welche in einer harmonischen Ausbildung des Geistes und des Körpers gipfeln und wollen nicht den Jungen einzig und allein an die Schulbank oder an den Arbeitstisch fesseln.

Wo ist nun der Weg, welcher aus diesem Dilemma herausführt? Diese Frage drängt unwillkürlich dazu, für einige Augenblicke über die engen Grenzen dieses Referates hinauszugehen und einen kurzen Blick in die Gesamtorganisation unseres Mittelschulwesens zu tun.

Bisher galt das von Staat und Gesellschaft bevorzugte Gymnasium als die beste Mittelschule. Dem Organisationsentwurf gemäß ist dasselbe auf dem Prinzipe der harmonischen Bildung aufgebaut, welches auch in der Mathematik und in den Naturwissenschaften ein dem Humanismus gleichwertiges Bildungselement erkennt. Der Organisationsentwurf ist zwar diesem Prinzip in der Stundenverteilung nicht vollauf treu geblieben, indem er den humanistischen Fächern ein bedeutendes Übergewicht verschaffte. Andrerseits darf man aber nicht vergessen, daß zu der Zeit, als der Organisationsentwurf entstand, das ist also um die Mitte des 19. Jahrhunderts insbesondere die Naturwissenschaften erst inmitten ihrer gewaltigen Entwicklung standen. Es

bedurfte immerhin Zeit, bis die neuen Ideen befruchtend auf den Unterricht einwirkten und man konnte nicht verlangen, daß in einem Stadium, wo die Wissenschaft sich noch in einen Gärungsprozesse befindet, die Methode im Unterrichte schon soweit gefestigt sein soll, daß sie brauchbar ist. Seitdem ist aber vieles anders geworden, es haben sich die Mathematik und die Naturwissenschaften eine angesehene Stellung in der Welt der Denker erworben und — was wir hier nicht vergessen dürfen — auch Unterrichtsmethoden geschaffen.

Man hat dieser wachsenden Bedeutung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen und den daraus resultierenden Forderungen hinsichtlich des Unterrichtes teilweise Rechnung getragen. Um dem Gymnasium den Vorwurf der Weltfremdheit, der einseitigen Bevorzugung der Antike zu nehmen, hat man der Naturgeschichte wahlfrei eine Stunde gegeben, ebenso die Physik in der siebenten Klasse um eine volle, in der achten Klasse um eine halbe Stunde (im II. Semester vier statt drei) bereichert, man gestattete wahlfrei den Unterricht in der darstellenden Geometrie u. ä. Man hat aber dadurch erst die dringendsten Wünsche der Naturwissenschaftler befriedigt. Und schon tauchen auf der andern Seite, nämlich im Publikum, Klagen der Überbürdung auf.

Nach dieser Richtung hin darf also der Ausweg nicht gesucht werden. Nun stehen gegenwärtig vor allem zwei Reformideen im Vordergrund des Interesses.

Die eine besteht darin, das Mittelschulwesen auf dem Prinzipe der spezifischen Allgemeinbildung aufzubauen — um ein von Klein geprägtes Wort zu gebrauchen.[1]) Der Grundgedanke ist, mehrere Typen allgemein bildender Unterrichtsgänge von verschiedenem spezifischen Charakter aufzustellen, welche mit voller Gleichberechtigung ausgestattet sind, also etwa das Gymnasium (mit spezifisch humanistischer Bildung), die Realschule (mit spezifisch mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung) und Zwischentypen, welche ein Mittelding zwischen Gymnasium und Realschule bilden.

In diesem Sinne scheint sich gemäß den Reformen der Jahre 1908 und 1909 das österreichische Mittelschulwesen gegenwärtig entwickeln zu wollen. Man hat wenigstens den allerersten Schritt getan und neben den bereits bestehenden achtklassigen Gymnasien und siebenklassigen Realschulen zwei neue Typen geschaffen, von denen das achtklassige Realgymnasium am lebensfähigsten zu sein scheint. Da dieselben vornehmlich durch Umwandlung bestehender Gymnasien gebildet werden, verlieren allmählich die Gymnasien das numerische Übergewicht, welches sie bisher im österreichischen Mittelschulwesen besaßen.

---

[1]) Vergleiche Klein-Schimmack, Seite 96 und Seite 146.

Man ist aber noch weit davon entfernt, darin die endgültige ideale Lösung zu erblicken — wenigstens vom Standpunkte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer aus. Denn wir besitzen z. B. noch immer keine Anstalt, in welcher die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer sowohl äußerlich (in der Stundenzahl) als auch ihrem Lehrziele nach eine ähnliche Stellung einnehmen wie im Gymnasium die humanistischen Fächer; auch an den neuen Realgymnasien ist das Verhältnis zwischen der philologisch-historischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächergruppe stark zu gunsten der ersteren verschoben (in der Stundenzahl: 111 : 66). Und doch böte sich gerade heute die beste Gelegenheit, um die in Wort und Schrift so oft betonte Anerkennung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Bildung als ein dem humanistischen gleichwertiges Bildungselement in die Tat umzusetzen.

Die letzte Reform hat daran festgehalten, für alle Typen in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen die gleichen Ziele aufzustellen mit nur geringer Differenzierung. Darin liegt ein innerer Widerspruch mit dem Prinzipe der spezifischen Allgemeinbildung, welches stets eine bestimmte Gruppe von Fächern hervorhebt, deren intensivere Pflege dem Charakter der Anstalt ihr spezifisches Gepräge verleiht. Demgemäß müßte sich eine künftige Reform vor allem mit den Realschulen und den Realgymnasien beschäftigen. Ist sie dort zur Zufriedenheit der Realisten ausgefallen, dann kann sich das Gymnasium mit einem geringeren Lehrziele im mathematischen Unterrichte begnügen.[1])

Die andere Richtung einer Schulreform will ich nur ganz kurz berühren. Sie besteht bekanntlich darin, den Unterbau möglichst einheitlich, also eingliedrig zu gestalten und darauf einen mehrfach (3—4) gegabelten Oberbau mit starker Spezialisierung in den einzelnen Abteilungen aufzusetzen. Viele sehen in einen solchem Aufbau die Schule der Zukunft. Doch gehen hierüber die Meinungen noch sehr auseinander. Für uns Mathematiker kann nur ein solcher Vorschlag diskutabel sein, in welchem die volle Gleichberechtigung mathe-

---

[1]) Es fehlt allerdings unter den Lehrern der Mathematik nicht an Stimmen für die Erhaltung des gleichen mathematischen Lehrzieles in allen Mittelschultypen. In diesem Sinne hat sich z. B. der Verein „Prager Mittelschule“ ausgesprochen, indem er die Forderung aufstellt, daß das Gymnasium trotz der geringeren Stundenzahl seinen Schülern nichts von den „allgemein bildenden Grundlagen des mathematischen Denkens vorenthalten solle, nach denen sich die Auswahl des Lehrstoffes und ihre methodische Darbietung richtet.“ Dieses Prinzip liegt auch den „Prager Vorschlägen“ zugrunde. [Vergleiche Höfler, IV, 2.]

matisch-naturwissenschaftlicher und philologisch-historischer Bildung nach jeder Richtung hin zum Ausdrucke gebracht wird.

4. Allgemeine methodische Bemerkungen.

Aus der großen Menge von methodischen Problemen des Unterrichtes will ich hier vor allem eine Frage herausgreifen, welche in jüngster Zeit sehr lebhaft diskutiert wurde, nämlich: in welchen Stufen des Unterrichtes die Methode desselben das logische oder das anschauliche Moment stärker berücksichtigen solle. Sehr häufig werden Logik und Anschauung in einen scharfen Gegensatz zu einander gebracht. Die einen behaupten, „die zwingende Schlußform gehöre zum Wesen der mathematischen Wissenschaften, welche als solche völlig zerstört wird, sobald man ein Mehr oder Minder von Strenge zulassen will.“[1]) Andere wieder erblicken in der Anschauung das wesentlichste und für alle Stufen des Unterrichtes ausschlaggebendste Moment. Es treten zwar gegenwärtig die letzteren publizistisch stärker hervor, trotzdem darf man sich nicht der Täuschung hingeben, als ob es bereits zu einem vollen Ausgleiche gekommen sei.

Manchmal prallen die Meinungen in diesen Dingen sogar noch sehr stark aneinander, und zwar besonders heftig, wenn in Verbindung damit von dem Werte oder Nichtwerte des Formalen in der Mathematik die Rede ist. Es lohnt sich darum, der Bedeutung dieses Wortes tiefer nachzugehen, um so mehr als aus demselben leider ein gefährliches Schlagwort geworden ist, welches bereits über den engeren Kreis der Mathematiker ins große Publikum gedrungen ist und dort oft ganz falsche Vorstellungen erweckt.

Weit verbreitet ist zum Beispiel die Meinung, es sei dem formalen Bildungswerte ein inhaltlicher (gegenständlicher, sachlicher, realer) gegenüberzustellen. (Höfler, IV, 5; Seite 15). Der neue Lehrplan schließt sich dieser Auffassung an, indem er die Forderung aufstellt, daß „der äußere Formalismus auf keinen Fall in der mündlichen und schriftlichen Darstellung geometrischer Wahrheiten ihren Inhalt und Erkenntnisgrund verdunkeln dürfe“. Er rechnet hiezu alle gekünstelten Gleichungen oder komplizierten Dreieckskonstruktionen oder endlich die allzu häufigen schematischen Darstellungen der Beweise planimetrischer Sätze.

Daß ein solcher Formalismus niedrig zu bewerten ist, wird wohl niemand ernstlich bezweifeln. Es ist dies aber keineswegs die allgemein herrschende Auffassung; dieselbe wird insbesondere nicht von

---

[1]) E. Study; Brief an A. Schülke, abgedruckt in dem Aufsatze von A. Schülke: Umkehr oder Fortschritt (Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 1909; Seite 65 bis 74).

der mathematischen Wissenschaft geteilt, wo man sehr häufig entweder die formalen Methoden geradezu mit denen der Arithmetik und reinen Analysis (z. B. Weierstraßsche Richtung in der Funktionentheorie) identifiziert oder — wie z. B. in der modernen Axiomatik — „Formalismus" im Sinne von strengster Logik gebraucht.

Es scheint mir, als ob die Verwirrung, welche in der verschiedenartigen Verwendung dieses Begriffes herrscht, vornehmlich dadurch entstanden ist, daß zwei Fragen durcheinander geworfen werden, welche nicht völlig identisch sind, das ist einerseits die Frage, inwieweit das logische oder das anschauliche Moment in den Methoden vorherrschen soll, und andrerseits, wie sich das gegenseitige Verhältnis von Arithmetik und Geometrie gestalten solle.

Daß sich diese beiden Fragen nicht völlig decken, sieht man ja schon daraus, daß sich die Geometrie ebensogut der Logik zum Aufbaue ihres Systems bedient, wie auf der anderen Seite die Arithmetik der Anschauung nicht entbehren kann, insbesondere wenn man im Sinne von Poincaré unter Anschauung nicht bloß die Berufung auf die Sinne und die Einbildungskraft oder die Verallgemeinerung durch Induktion, welche den experimentellen Wissenschaften sozusagen nachgebildet ist, sondern auch die mathematische Induktion (z. B. der Schluß von n auf $n+1$) — die Intuition der reinen Zahl — versteht. [1])

Auf eine solche Basis wollen wir die folgenden Erörterungen über die Methoden des mathematischen Unterrichtes stellen und in erster Linie untersuchen, welche Rollen derselbe der **Logik** wie der **Anschauung** zuteilt.

Auf der Unterstufe des Unterrichtes lassen wir uns ausschließlich von der Anschauung leiten, wobei Anschauung in der gewöhnlichen Bedeutung des Wortes genommen wird, welche die „Intuition der reinen Zahl" nicht einbezieht. Wir werden nicht mit einer abstrakten Definition des Kreises oder eines regelmäßigen n-Eckes beginnen, sondern uns damit begnügen, wenn der Schüler einen Kreis aus seinem Halbmesser oder ein spezielles regelmäßiges Sechs- oder Achteck zeichnen kann. Wir werden auch sicherlich nicht die negativen Zahlen zum ersten Male im Unterrichte derart einführen wollen, daß wir sie etwa als Differenzen, deren Minuend kleiner als der Subtrahend ist, definieren, sondern wir erinnern vielmehr an die Thermometerskala und ähnliches und nehmen die geometrische Anschauung mittels der Zahlenlinie zu Hilfe. Wir entwickeln die Rechengesetze gewissermaßen experimentell, indem wir zuerst zahlreiche besondere Beispiele durch-

---

[1]) H. Poincaré: Der Wert der Wissenschaft, I. Teil, 1. Kapitel: Anschauung und Logik in der Mathematik. (Deutsche Übersetzung; Teubner, Leipzig 1906.)

rechnen und aus ihnen die Gesetze herauslesen lassen. Diese Auffassung, welche übrigens in den Lehrplänen schon seit langem, wenigstens als Prinzip, aufgestellt wurde, wird heute von der überwiegenden Mehrheit der Mathematiker geteilt. Ob damit auch alle, welche den Unterricht in den untersten Klassen zu erteilen haben, diese Grundsätze zur wirklichen Ausführung bringen, ist eine Frage, welche ich nicht entschieden bejahen will.

Weniger geklärt sind die Ansichten über die Methode der Mittel- und Oberstufe. Man glaubte bisher, den Weisungen gemäß ein den Prinzipien der Wissenschaft entsprechendes Gebäude auch im Unterrichte aufführen zu sollen, so wie man in der Geometrie die Euklidsche Systematik wegen ihrer logischen Strenge bevorzugte. Ein solches Verfahren barg nur zu sehr die Gefahr in sich, die Strenge auf die Spitze zu treiben. Vielleicht erinnert sich mancher Lehrer besonders von den ersten Jahren seiner Lehrtätigkeit her, daß er den Arithmetikunterricht in der fünften Klasse ungefähr mit den Worten einleitete: „Bisher habt ihr zwar mit besonderen und allgemeinen Zahlen rechnen gelernt, von heute ab will ich euch erst beweisen, daß ihr auch wirklich so rechnen dürft"; und nun begann er mit einer wirklichen oder vermeintlichen logisch strengen Entwicklung der Grundoperationen und des Zahlbegriffes, welche wochenlang die Schüler quälte und zu deren abstrakten Inhalt das entsprechende Übungsmaterial mit seiner oft lächerlichen Einfachheit in merkwürdigem Kontraste stand.

Die überwiegende Mehrheit der Lehrer hat sich glücklicherweise von solchen Verirrungen freigehalten und einen Mittelweg eingeschlagen, beiläufig von der Art, wie ich ihn in den einzelnen Kapiteln des besonderen Teiles schildere. Die hiebei zur Anwendung gelangenden Methoden waren zwar nicht immer einwandfrei, aber ich glaube die herrschende Stimmung richtig wiedergegeben zu haben, wenn ich behaupte, daß man heute einen gerechten Ausgleich zwischen Logik und Anschauung innerhalb der Unterrichtsmethoden anstrebt, was ja auch vollkommen der Natur der Sache entspricht. Denn in einem Alter von 14 bis 15 Jahren ist im Knaben außer einem stark ausgeprägten Tatendrange doch auch schon die Lust zur Kritik erwacht.

Wir können darum im Unterrichte der Mittelstufe mit Axiomen und Definitionen beginnen, weil ja die wichtigsten Grundbegriffe und Grundsätze dem Schüler schon von der Unterstufe her aus der Anschauung geläufig sind. Freilich in der Frage, inwieweit veraltete Definitionen durch neue, dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft entsprechendere Definitionen zu ersetzen sind, oder in welcher Form ein System von Axiomen aufzustellen sei, fand ich noch wenig Klarheit. Ich will nur einen Versuch erwähnen, welcher in allerjüngster Zeit in dieser Hinsicht unternommen wurde und dessen Tendenz

dahin gerichtet ist, „die Axiome als Ausdrücke von Erfahrungstatsachen und nicht als Vereinbarungen aufzustellen und gleichzeitig unter Verzicht auf die gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome die Zahl derselben zu vermehren." (Suppantschitsch, II.)[1])

Hinsichtlich der dem weiteren Aufbau der einzelnen Disziplinen zugrundeliegenden Methoden herrscht im allgemeinen größere Klarheit und Einheitlichkeit in den Ansichten der Fachkollegen und ich verweise diesbezüglich auf den besonderen Teil, in welchem diese Fragen im einzelnen ausführlicher behandelt werden.

Es erübrigt noch, die zweite Frage, betreffend das Verhältnis zwischen Arithmetik und Geometrie im Unterrichte, zu behandeln. Bisher wurden entschieden die arithmetisch-analytischen Methoden bevorzugt; man hütete sich ängstlich davor, in der Arithmetik geometrische Vorstellungen zu Hilfe zu nehmen und berücksichtigte andrerseits in der Geometrie zu sehr das rechnerische Moment. Heute strebt man nicht bloß eine gerechtere Verteilung, sondern auch eine engere Verbindung von Arithmetik und Geometrie an.

Der arithmetische Unterricht bedient sich z. B. zahlreicher geometrischer Vorstellungen, beginnend von der Einführung in die allgemeine Arithmetik bis hinauf zu den Grundbegriffen der Infinitesimalrechnung. Die graphischen Methoden sollen zur angenäherten Berechnung der Wurzeln von Gleichungen herangezogen werden und der Funktionsbegriff soll sogar vornehmlich in geometrischer Form behandelt werden.

Freilich will es mich bedünken, daß die gegenwärtig übliche Behandlung der Funktionen nicht immer eine geometrische im strengen Sinne des Wortes genannt werden kann — selbst dort, wo sie sich scheinbar der Geometrie bedient. Wenn wir z. B. die quadratische Funktion graphisch als Parabel darstellen, so ist diese Kurve vorläufig nichts anderes als das Bild einer algebraisch definierten funktionalen Abhängigkeit. Daran wird auch nicht viel geändert, wenn man das algebraische Gesetz mit geometrischen Eigenschaften der betreffenden Kurve identifiziert. — Hier kommen also im Grunde ausschließlich arithmetische oder analytische Methoden zur Anwendung, welche sich bloß zum Zwecke einer plastischeren Darstellung der Veranschaulichung mittels Kurven bedienen.

Anders steht es mit denjenigen Funktionen, welche, wie z. B. der Sinus oder der Kosinus, von vornherein geometrisch definiert sind und wo eine analytische Behandlung im Unterrichte nicht am Platze ist.

---

[1]) Analoge Versuche sind in Frankreich unter anderm von Ch. Méray (Nouveaux éléments de géométrie; Dijon 1906 — 3. ed.) unternommen worden (vergl. hierüber F. Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, II. Teil, Geometrie, Seite 475—476. Teubner, Leipzig 1909).

Geometrisch verfährt man z. B. wenn man den Differentialquotienten der logarithmischen Funktion aus dem ihrer inversen Funktion mittels des Spiegelungsprinzipes bestimmt.[1]) Ebenso unterläßt man es wohl, den Begriff der Stetigkeit arithmetisch strenge zu definieren und begnügt sich für die erste Einführung mit dem Hinweise auf den kontinuierlichen Verlauf stetiger Kurven.

Besonders deutlich kommt der Unterschied zwischen analytischen und geometrischen Methoden dort zum Vorschein, wo beiden dasselbe Substrat zugrunde liegt, wie es z. B. bei der Lehre von den Kegelschnittslinien der Fall ist.

Der gegenwärtige Unterricht bevorzugt ausschließlich die analytische Behandlung, während die synthetische Behandlung stark in den Hintergrund gedrängt wird. Zweifellos sind Strömungen vorhanden, welche auch der synthetischen Geometrie mit ihren modernen Methoden Eingang in den Unterricht der Mittelschule verschaffen wollen. Sie haben aber noch keine konkreten Vorschläge gezeitigt, über welche ich berichten könnte. Oder sollte diese Frage etwa zu jenen zählen, wo sich der mathematische Unterricht an Gymnasien ein niedrigeres Ziel setzt wie der an den anderen Mittelschultypen?

II. Besonderer Teil.

A. Arithmetik und Algebra.

5. Der Rechenunterricht auf der Unterstufe.

Während die bisher in den mittleren und oberen Klassen übliche Unterrichtsmethode in den letzten Jahren vielen und heftigen Angriffen ausgesetzt war, schien der Unterricht der untersten Klassen wenig reformbedürftig zu sein. In der Tat begegnet man hinsichtlich der wichtigsten prinzipiellen Fragen, welche Stoff und Methode dieses Teiles des mathematischen Unterrichtes betreffen, in Fachkreisen nur geringen Meinungsverschiedenheiten.

„Der arithmetische Unterricht muß an die einfachsten Begriffe und Rechenoperationen anknüpfen, welche dem Schüler von der Volksschule her geläufig sind und dieselben allmählich erweitern“ (Lehrplan 1900).

Die Dezimalzahlen, welche durch das moderne Maß- und Gewichtssystem eine wichtige Bedeutung erlangt haben, sind nach

---

[1]) R. Schimmack, „Über die Gestaltung des mathematischen Unterrichtes im Sinne der neueren Reformideen“. (Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 1908, Seite 513–527.)

dem Positionssystem als eine Fortsetzung des dekadischen Zahlensystems mittels Einheiten niederer Ordnung einzuführen und erst später als Dezimalbrüche aufzufassen. Demnach sind zuerst die Dezimalzahlen und nachher die gemeinen Brüche zu behandeln.[1])

Die Verwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine und umgekehrt, sowie die Lehre von den periodischen Dezimalbrüchen werden daher erst nach der Bruchlehre durchgenommen.

Dasselbe gilt vom abgekürzten Rechnen (vergl. den 9. Abschnitt), welches Kapitel seinerzeit dem Lehrstoff der II. Klasse zugeteilt war, aber bereits durch den Lehrplan vom Jahre 1900 der III. Klasse zugewiesen wurde.

Bevor die Rechnungsregeln für Brüche entwickelt werden, muß natürlich ein kurzer Exkurs über die Teilbarkeit (Maße und Vielfache, Zerlegung in Primfaktoren) vorangehen.

Daß man bei der Ableitung einer Rechnungsregel vom Besonderen zum Allgemeinen zu gehen, aus einfachen konkreten Zahlenbeispielen allmählich die allgemeine Regel herauszupräparieren hat, ist ein so alter und allseitig anerkannter Grundsatz, daß derselbe hier nicht erst einer Erörterung bedarf. „Ebenso sind formgerechte Definitionen mathematischer Begriffe auf der Unterstufe durchwegs entbehrlich" (Lehrplan 1909).

Strittig ist dagegen die Frage, ob Verhältnisse und Proportionen auf der Unterstufe behandelt werden sollen oder nicht. Für die Beseitigung dieses Kapitels auf der Unterstufe spricht der Umstand, daß dort, wo dasselbe Anwendung findet, d. i. bei der Lösung der Aufgaben der Regeldetri, es gar nicht des schweren Apparates einer Proportion bedarf, weil die Schlußrechnung alles viel einfacher, kürzer und durchsichtiger leistet (Höfler, IV, 5; Seite 87).

Der Einfluß der neueren Reformideen auf diesen Teil des Unterrichtes macht sich bloß nach folgenden zwei Richtungen hin geltend.

Einerseits wendet man sich heute gegen die Aufgaben formalistischer Natur, welche bloß zur Einübung des Rechenkalküls dienen.

Das Rechnen mit unbenannten Zahlen soll möglichst eingeschränkt werden und an seine Stelle die eingekleidete Aufgabe treten. Die in dieser Hinsicht manchmal ausgesprochenen extremen Ansichten dürften jedoch nur geteilte Aufnahme finden.

---

1) In den Vorschlägen des mathematischen Sonderausschusses der Wiener Vereine „Mittelschule" und „Realschule" ist die Bemerkung enthalten: „Es werde gestattet, die gemeinen Brüche vor den Dezimalbrüchen zu behandeln". (Zeitschrift „Österreichische Mittelschule", 1905, Seite 299.) Diese Bemerkung läßt allerdings darauf schließen, daß in diesem Punkte manche Fachkollegen einer der oben erwähnten entgegengesetzten Meinung sind, doch dürften dieselben eine kleine Minderheit bilden.

Andrerseits soll auch auf der Unterstufe das funktionale Denken geübt werden. Es ist ja klar, daß es sich hierbei keineswegs um ein eingehendes Studium irgend welcher bestimmter Funktionen oder bereits um die Einführung von Koordinaten zur graphischen Darstellung von Funktionen handeln kann. Der Schüler soll vielmehr lediglich erkennen, daß Größen von einander abhängen können, daß sich die eine Größe ändert, wenn man der andern verschiedene Werte beilegt. Er soll selbst an Beispielen sehen, daß z. B. eine Differenz kleiner wird, wenn man den Subtrahend vergrößert, daß ein Bruch zunimmt, wenn der Nenner abnimmt u. ä. Die Frage nach der Art, wie dieses Wachstum (beziehungsweise Abnehmen) vor sich geht, oder gar die Frage nach dem genauen Charakter der betreffenden Funktion bleibt selbstverständlich einer höheren Stufe vorbehalten.

Über die Beschaffenheit des Aufgabenmaterials, insbesondere der Beispiele aus dem praktischen Leben (z. B. Anwendungen der Schlußrechnung, Prozentrechnungen u. ä.) vergleiche man den 17. Abschnitt.

Hat der Schüler schon bei früheren vereinzelten Gelegenheiten, z. B. bei der Berechnung von Zinsen, den Wert der Größenbezeichnung mittels Buchstaben, die Darstellung eines Gesetzes oder einer Formel kennen gelernt, so soll er in der dritten Klasse in die Anfänge der Buchstabenrechnung (die vier Grundoperationen und deren wichtigste Rechengesetze in allgemeinen Zahlen, Gebrauch der Klammern) eingeführt werden. Der erste Schritt muß natürlich mit großer Vorsicht gemacht werden; man geht daher stets von besonderen Zahlenbeispielen aus und kristallisiert aus diesen die Rechengesetze heraus, man zieht in ausgiebigem Maße die Anschauung (Zahlenlinie, gleichförmige Bewegung) heran und legt einen großen Wert auf das Substituieren besonderer (ganzer oder gebrochener) Zahlen in algebraische Ausdrücke, indem man häufig Proben für allgemeine Rechnungen mittels Einsetzen besonderer Zahlen in Angabe und Resultat durchrechnen läßt.

Die negativen Zahlen und das Rechnen mit diesen werden lediglich aus der Anschauung (Thermometer- und Höhenskala, Zahlenlinie etc.) heraus abgeleitet.

Der Rechenunterricht der III. Klasse dient hiermit dem doppelten Zweck, sowohl eine abschließende Zusammenfassung des bisherigen Rechenunterrichtes zu geben, als auch eine Vorbereitung und Unterstützung des eigentlichen arithmetischen Unterrichtes der folgenden Klasse zu sein (Wallentin, IV, 2; Seite 46—47).

Ich kann mich wohl mit diesen kurzen, den Rechenunterricht der Unterstufe charakterisierenden Bemerkungen begnügen, und zwar um so mehr, als ja gerade über diesen Gegenstand eine reiche Literatur existiert. Es enthalten nicht bloß die Lehrpläne, vor allem jene aus

den Jahren 1884 und 1900. über diesen Teil des Unterrichtes ausführliche methodische Bemerkungen, man findet dieses Thema auch in den bekannten didaktischen Handbüchern ausführlich behandelt, von denen ich hier im besonderen Höflers Didaktik nennen will, weil dieselbe viele auf die österreichischen Gymnasien bezügliche Bemerkungen enthält. Endlich verweise ich auf die zahlreichen, im Gebrauch stehenden Lehrbücher, welche natürlich auf dieser Stufe weniger der theoretischen Behandlung des Stoffes als ihrem Aufgabenmateriale nach beurteilt werden müssen. (Vergl. das Referat von Ph. Freud[1]) über die Lehrbücher).[2])

6. Die arithmetischen Grundoperationen der ersten, zweiten und dritten Stufe und der Zahlbegriff.

Auf eine erste Einführung in die allgemeine Arithmetik, welche auf der Unterstufe vorgenommen wurde und mehr auf der Anschauung fußte, sollte dem früheren Lehrplane entsprechend in der V. Klasse eine systematische Entwicklung der Grundoperationen mittels wissenschaftlicher Methode folgen. Wer sich nun allzusehr an den Buchstaben des Lehrplanes klammerte und diesen Unterricht in erster Linie mit voller wissenschaftlicher Strenge durchzuführen suchte, mochte zwar die eine Befriedigung besitzen, die Forderungen der Wissenschaft erfüllt zu haben, aber er konnte sich auch nicht der Erkenntnis entziehen, daß er dadurch in Konflikt mit den Grundlehren einer vernünftigen Didaktik kam, indem die Schüler unter den Abstraktionen eines solchen Unterrichtes stark zu leiden hatten. Andere verfielen wieder in das entgegengesetzte Extrem; sie gingen allgemeineren Erörterungen gänzlich aus dem Wege und suchten die mangelnde Systematik durch reichliches Übungsmaterial zu ersetzen, wobei zum Unterschiede gegen den Unterricht der früheren Klasse die umzuformenden algebraischen Ausdrücke kompliziertere Gestalt erhielten. Zwischen diesen beiden Extremen bewegte sich auf mittlerer Linie ein Unterricht, welcher wohl der gebräuchlichste war und welchen ich im folgenden kurz schildern will.

Für die Addition galt die Definition: „Unter der Summe zweier Zahlen versteht man jene Zahl, welche soviele Einheiten enthält, wie die beiden Zahlen zusammengenommen.“ Daran fügte man die beiden Axiome der Kommutation und Assoziation.

---

[1]) Dieses Referat wird im Herbst 1910 erscheinen. *(Anmerkung der Herausgeber).*

[2]) Vgl. außerdem das Referat von Bergmann, betreffend den mathematischen Unterricht an Realschulen, welches gerade in diesem Teile sehr ausführliche methodische Bemerkungen enthält, die sich ebenso auf den Unterricht an Gymnasien beziehen lassen.

Die Subtraktion wurde als inverse Operation eingeführt. Darnach ist die Differenz zweier Zahlen jene Zahl, welche zum Subtrahend addiert, den Minuend gibt.

Mittels dieser Definition und den vorangegangenen Axiomen wurden die sogenannten Rechengesetze der Addition und Subtraktion abgeleitet, die sich zu folgendem Schema vereinigen lassen:

$$(a+b)+c=(a+c)+b=a+(b+c)$$
$$(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c)$$
$$(a-b)+c=(a+c)-b=a-(b-c)$$
$$(a-b)-c=(a-c)-b=a-(b+c).$$

Analog ging man bei der Multiplikation und Division vor, wo zunächst als neues Axiom dasjenige der Distributivität hinzugefügt werden mußte. Entsprechend den eben erwähnten Rechengesetzen der Addition und Subtraktion stellte man die analogen Gesetze für die Operationen zweiter Stufe auf, wobei man häufig auf eine strenge Beweisführung verzichtete und sich mit dem bloßen Hinweis auf die Analogie mit den Rechengesetzen der ersten Stufe begnügte.

Das Potenzieren wurde als direkte Rechenoperation dritter Stufe eingeführt und zunächst für ganzzahlige Exponenten die vier Rechengesetze:

$$a^m . a^n = a^{m+n};\quad a^m : a^n = a^{m-n};\quad a^m . b^m = (a.b)^m;\quad a^m : b^m = (a:b)^m$$

aufgestellt.

Aus

$$b^m = a$$

erhielt man durch Umkehrung die beiden neuen Operationen des Radizierens ($b = \sqrt[m]{a}$) und des Logarithmierens ($m = {}^b\log a$).

Für die Wurzeln führte man bald die symbolische Darstellung als Potenzen mit gebrochenen Exponenten ein und rechnete später fast ausschließlich mit diesen Symbolen. Insbesondere suchte man an der Hand zahlreicher algebraischer Beispiele das Verständnis des Schülers für die Gesetze des Potenzierens und Radizierens klarzulegen, die in der nicht ganz präzisen Form zusammen gefaßt werden können: Um an Potenzen (mit derselben Basis) irgend eine Rechenoperation auszuführen, genügt es, an den Exponenten die entsprechende Operation nächst niederer Stufe vorzunehmen.

Nach einer solchen Behandlung des Potenz- und Wurzelbegriffes war es nicht schwer, sobald man zu den Logarithmen überging, den Schülern klar zu machen, daß das Rechnen mit Logarithmen nichts anderes sei als ein Rechnen mit Potenzexponenten, welche zu einer und derselben Basis gehören.

Hand in Hand mit der Entwicklung der Rechenoperationen ging die des Zahlbegriffes. Die Grundlage der Addition bildeten die positiven ganzen Zahlen, welche mit Zuhilfenahme der Zahlenlinie als diskrete geordnete Menge eingeführt werden. Man unterließ es, an dieser Stelle philosophische Exkurse über den Zahlbegriff anzustellen und begnügte sich mit den, den Schülern von früher her geläufigen Vorstellungen über die Zahlen.

Die Erweiterung des Zahlbegriffes geschah mittels des von Hankel formulierten Prinzipes der Permanenz der formalen Rechengesetze. Man kam auf diese Weise zunächst zur Null ($0 = a - a$) und zu den negativen Zahlen (Differenzen, deren Minuend Null ist, $0 - a$).

Die Rechengesetze für die negativen Zahlen wurden mittels dieser Definition und des Permanenzprinzipes aufgestellt.

Die Betrachtung der Gleichung

$$a \cdot x = b$$

gab Veranlassung zur Erweiterung des Zahlengebietes durch die gebrochenen Zahlen.

Was die irrationalen Zahlen betrifft, so ging man von besonderen Beispielen, wie $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ und ähnlichen aus und definierte sodann allgemein die irrationale Zahl als Grenze einer Reihe von unendlich vielen rationalen Zahlen, welche, ohne einen bestimmten endlichen Wert zu überschreiten, stets größer, beziehungsweise kleiner werden. Hierbei zog man für die Darstellung der Zahlen die dezimale Schreibweise vor.

Zu den komplexen Zahlen wurde man durch die Gleichung

$$x^2 = -1$$

geführt und wendete dieselben vornehmlich auf die Auflösung quadratischer Gleichungen (mit negativer Diskriminante) an.

Es sei endlich noch erwähnt, daß die negativen Zahlen im Anschlusse an die Subtraktion, die Brüche nach der Division, die irrationalen und imaginären Zahlen anknüpfend an die Lehre von den Wurzeln eingeführt wurden.

Trotz aller scheinbaren strengen Systematik hielt ein so gearteter Unterricht doch nicht einer scharfen Kritik stand. Es entsprachen die Bezeichnungen nicht immer den in der Wissenschaft üblichen (z. B. relative oder algebraische Zahlen für positive und negative ganze Zahlen). Man unterschied nicht überall zwischen Definitionen und Lehrsätzen, die sich aus den vorangegangenen Sätzen deduzieren lassen (z. B. Multiplikation zweier negativer Zahlen). Ferner wurde das Prinzip der Erhaltung der Rechengesetze vielfach in mißverständlicher Weise angewendet und man berücksichtigte

zu wenig, daß „dasselbe kein Beweisgrund, sondern nur die durch Zweckmäßigkeitsgründe veranlaßte Aufforderung sei, das Rechnen mit den verschiedenen Zahlenarten soweit als möglich nach einheitlichen Gesetzen zu regeln. Man müßte vielmehr die Grundsätze bei jeder Erweiterung des Zahlbegriffes in bezug auf ihre Gültigkeit prüfen und finde, daß sie dann keineswegs einleuchtend sind, ja in vereinzelten Fällen sogar ihre Geltung verlieren" (Hočevar, IV, 1).

Bei den Operationen der dritten Stufe wurde besonders die Frage nach der Eindeutigkeit der Umkehrung nicht präzise erledigt. Ebenso verzichtete der Unterricht in einzelnen Fällen auf eine Begründung des Rechnens mit irrationalen und komplexen Zahlen und gab sich mit einer kurzen Angabe der Rechenregeln zufrieden.

Dagegen wurden die Rechengesetze an der Hand zahlreicher Übungsbeispiele eingeübt. In der Umformung algebraischer Ausdrücke wurde häufig zu viel des Guten geleistet.

Das Rechnen mit besonderen Zahlen trat hierbei stark in den Hintergrund. Eine große Rolle spielte im Übungsmateriale das Rationalmachen der Nenner von Brüchen mit irrationalen oder imaginären Nennern. Natürlich durfte auch das Quadrat- und Kubikwurzelziehen aus komplizierten algebraischen Ausdrücken nicht fehlen.

Gegen einen solchen Unterricht erhob man insbesondere die folgenden zwei Einwände:

Erstens entspreche die dem Unterrichte zugrunde liegende vermeintliche Systematik nicht mehr dem heutigen Stande der Wissenschaft. Was vor etwa 40 Jahren als strenge galt, ist es nicht mehr in der jetzigen Zeit, wo die Mengenlehre und eine verfeinerte Systematik die Auffassung der Grundbegriffe mächtig beeinflussen.

Zweitens mute die bisherige Methode im Arithmetikunterricht dem Schüler zu frühe schwierige Abstraktionen zu und vermeide es ängstlich, an die Anschauung zu appellieren.

Was den ersten dieser Einwände anlangt, so wird es natürlich keinem vernünftigen Lehrer einfallen, selbst wenn ihm die moderne Axiomatik noch so lieb geworden ist, diese in den Unterricht zu verpflanzen, er wird es um so weniger tun, als der neue Lehrplan diesen Teil des arithmetischen Lehrstoffes in eine um ein Jahr jüngere Altersstufe verlegt, wo also die Schüler ein Alter von kaum 14 Jahren besitzen.

Andrerseits muß zugegeben werden, daß zwischen dem Arithmetikunterrichte der Unterstufe und jenem der Mittelstufe methodisch ein Unterschied in der Richtung gemacht werden muß, daß der letztere das logische Moment in stärkerer Weise betone, als es auf der Unterstufe geschehen ist, ohne aber hierbei in die Fehler des bisherigen Unterrichtes zu verfallen.

Die Verfasser der neuen offiziellen Lehrpläne denken sich diese Einführung in die Grundoperationen an der Hand von Bestimmungsgleichungen in der Art vorgenommen, daß diese zuerst durch den Rückgang auf die inversen Operationen und erst später durch das mechanische Transponieren gelöst werden. Es sind dies dieselben Leitmotive, welche in den Prager Vorschlägen aufgestellt[1]) und von Höfler in seiner Didaktik (Vgl. IV. 5; Seite 180) von neuem befürwortet werden. Daneben sollen auch jetzt noch zahlreiche geometrische Veranschaulichungen die Rechengesetze illustrieren.

Unter den neueren im Detail ausgeführten Versuchen, soweit sie mir bisher bekannt sind, kann man zweierlei Tendenzen unterscheiden. Die eine Richtung ist bestrebt, ein bescheidenes Maß von Strenge beizubehalten und die Zahl der Lehrsätze möglichst zu verringern (Jakob, II.). Andere wieder lassen sich fast ausschließlich von der Anschauung leiten, etwa in der Form, wie es Behrendsen und Götting in ihrem Lehrbuche[2]) tun.

Auch die Lehre von den Logarithmen sucht man heute in anderer Weise als bisher zu behandeln. Ich erwähne z. B. die von den meisten französischen Lehrbüchern verwendete Definition auf Grund von Vergleichungen arithmetischer und geometrischer Reihen, welche nicht bloß historisch die erste ist, sondern auch im Hinblicke auf die praktische Verwertbarkeit der Logarithmen Beachtung verdient.[3]) Andrerseits führt die moderne Tendenz, den arithmetischen Stoff mit dem Funktionsbegriff zu verweben, zu Definitionen der Logarithmen auf Grund der Untersuchung der logarithmischen Funktion, worüber im 15. Abschnitt ausführlicher berichtet wird.

7. Die algebraischen Probleme des Unterrichtes.

Teilbarkeit. Im Anschlusse an die für besondere Zahlen entwickelten Teilbarkeitssätze bespricht man auf der Mittelstufe das Euklidsche Verfahren für ganze ganzzahlige Funktionen. Ein völliges

---

[1]) „Vielmehr sind die Sätze der theoretischen Arithmetik als wissenschaftliche Zusammenfassung dessen zu behandeln, was bereits lebendig im Bewußtsein vorhanden ist. Dementsprechend ist auch die Einführung der negativen Zahlen durch Beispiele aus der Praxis zu bewirken, die Darstellung auf der Zahlenlinie als die anschauliche Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnis zu behandeln, so daß die Rechnungsregeln mit den relativen Größen als naturgemäße Erweiterung der Operationen an den absoluten erscheinen." (Prager Vorschläge, Seite 155.)

[2]) Behrendsen und Götting; Lehrbuch der Mathematik nach modernen Grundsätzen *A* Unterstufe (Teubner-Leipzig 1909). Dessen Methode ist allerdings nicht unmittelbar im Unterricht der österreichischen Gymnasien anwendbar, weil demselben vornehmlich die preußischen Lehrpläne zugrunde liegen, welche bekanntlich keine Abstufungen kennen.

[3]) Siehe z. B. E. Borel, Algèbre (Deutsche Ausgabe besorgt von P. Stäckel; Teubner-Leipzig 1908.)

Verständnis für diese Methode, insbesondere in dem Falle, wo im Laufe der Kettendivision zur Vermeidung von Brüchen einzelne Glieder mit Faktoren multipliziert oder durch solche dividiert werden, konnte bisher nur durch viele Übungsbeispiele erzielt werden. Heute muß man sich mit ein paar einfachen Beispielen begnügen und reicht damit auch vollkommen aus; denn dort, wodies es Verfahren Anwendung finden kann, — z. B. bei der Bestimmung des gemeinsamen Nenners von Brüchen mit algebraischen Nennern oder bei der Vereinfachung von Brüchen, deren Zähler und Nenner algebraische Ausdrücke sind — beschränkt man sich auf solche Fälle, in welchen die Faktorenzerlegung der algebraischen Ausdrücke aus ihrer Gestalt fast unmittelbar zu entnehmen ist und auf Grund deren sich der größte gemeinsame Teiler sowie das kleinste gemeinsame Vielfache leicht bestimmen lassen.

Gleichungen. Einen breiten Raum nehmen im Arithmetikunterrichte die linearen und quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten ein, deren Koeffizienten nicht bloß besondere Zahlen, sondern sehr häufig auch algebraische Ausdrücke sind. Die Lehrbücher sowie die üblichen in Verwendung stehenden Aufgabensammlungen (z. B. Bardey, II) bieten ein reiches Aufgabenmaterial. Doch spielt auch in den sogenannten eingekleideten Aufgaben das formalistische Moment eine große Rolle (Siehe 17. Abschnitt.).

Der neue Lehrplan verlangt außer der algebraischen Behandlung graphische Veranschaulichungen der Lösungen dieser Gleichungen.

In früherer Zeit hatte man verhältnismäßig viel Zeit auf die Auflösung solcher höherer Gleichungen verwendet, welche sich auf quadratische zurückführen lassen, z. B. auf „binomische," auf sogenannte „trinomische" Gleichungen von der Form:

$$x^{2m} + a \,.\, x^m + b = 0,$$

auf „reziproke" Gleichungen (bis einschließlich zum fünften Grade).

Man begegnet fast durchwegs algebraischen Lösungsmethoden, nur ganz vereinzelt trigonometrischen. Die letzteren werden z. B. von dem einen oder andern Lehrer (gelegentlich der Wiederholung in der obersten Klasse) in Verbindung mit einer Behandlung der einfachsten Kreisteilungsgleichungen

$$x^n - 1 = 0 \; (n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10)$$

angewendet (Gajdeczka, II; Seite 198).

Die allgemeine Gleichung dritten oder vierten Grades war niemals im Lehrpensum des österreichischen Gymnasiums enthalten. Cardanische Formel und casus irreducibilis blieben dem Schüler fremde

Begriffe; wohl mit gutem Grunde, denn die Mühe ihrer Ableitung steht nicht im Verhältnis zum Gewinn an tieferer Einsicht in die Gleichungstheorie und zu der geringen Anwendungsfähigkeit, welche sie innerhalb der Schulmathematik besitzen.

Der Fundamentalsatz der Algebra wird höchstens gelegentlich erwähnt, aber selbstverständlich ohne Beweis. Ebenso wird der Zusammenhang zwischen den Koeffizienten einer algebraischen Gleichung und deren Wurzeln nur an der quadratischen Gleichung, sowie etwa noch an der einen oder andern besondern Gleichung höheren Grades besprochen, im allgemeinen jedoch — wenn überhaupt darauf im Unterrichte eingegangen wird — bloß angedeutet.

Bei der Auflösung linearer Gleichungen mit mehreren Unbekannten beschränkt man sich auf den Fall zweier Gleichungen mit zwei Unbekannten und auf einige einfache Beispiele von Gleichungssystemen mit mehr als 2 Unbekannten. Sehr häufig (insbesondere in den Lehrbüchern) werden vier Methoden zur Auflösung eines Systems von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten unterschieden, nämlich *a)* Substitutionsmethode, *b)* Komparationsmethode, *c)* Methode der gleichen Koeffizienten, *d)* Methode der unbestimmten Koeffizienten (auch Bézoutsche oder französische Methode genannt) und in breitspuriger, dem inneren Wesen der Sache nicht entsprechender Weise entwickelt (Vgl. z. B. Močnik, II, 1; Seite 70). Daß hierbei auf Determinanten eingegangen wird, dürfte wohl — wenn überhaupt der Versuch unternommen wurde — nur in ganz vereinzelten Fällen geschehen (Gajdeczka, II; Seite 69). Der alte Lehrplan hat dies geradezu untersagt. (Lehrplan 1900, Seite 202).

Die Aufgaben über Systeme von Gleichungen zweiten Grades mit zwei (oder mehreren) Unbekannten werden immer mehr und mehr auf die typischesten Fälle eingeschränkt, insbesondere auf solche, welche eine einfache geometrische Deutung mittels zweier sich schneidender Kegelschnitte von besonderer Lage und Gestalt zulassen.

Was die sogenannten „Exponential- und logarithmischen“ Gleichungen betrifft, so handelt es sich auch hier im bisherigen Unterrichte fast ausschließlich um solche, welche sich durch Kunstgriffe auf lineare oder quadratische zurückführen lassen, z. B.

$$\log (5^x - 7) + 0.14267 = x . \log 5.$$

oder

$$\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10$$

(Močnik, II, 1; Seite 260 und Seite 274).

Doch verlangt in dieser Beziehung der neue Lehrplan, daß man gekünstelte Gleichungen, welche besondere Übung oder Kunstgriffe

erfordern, vermeide. An ihre Stelle soll vielmehr „die angenäherte Lösung algebraischer und gelegentlich vorkommender einfachster transzendenter Gleichungen durch graphische Methoden" treten. (Vgl. 9. Abschnitt).

Arithmetische und geometrische Reihen. Für den Unterricht kommen nur die Reihen erster Ordnung in Betracht, u. zw. handelt es sich in erster Linie um die Aufstellung der Beziehungen zwischen den drei Größen: Anfangsglied *(a)*, Differenz *(d)*, beziehungsweise Quotient *(q)* und allgemeines Glied *(a_n)*, d. i. also um die Formeln:

$$a_n = a_1 + (n - 1)\, d \text{ (arithm. Reihen)}$$

beziehungsweise

$$a_n = a_1 \;.\; q^{n-1} \text{ (geom. Reihen),}$$

woran sich eine Ableitung der Summenformel anschließt.

In zahlreichen Beispielen werden die gegebenen Stücke in der mannigfaltigsten Weise variiert, wobei man zumeist auf die Auflösung linearer oder quadratischer Gleichungen mit zwei Unbekannten geführt wird.

Die Aufgaben praktischer Natur sind entweder Interpolationsaufgaben oder der Zinseszins- und Rentenrechnung entnommen (Vergl. 17. Abschnitt).

In einem Falle geht häufig der Unterricht über das Gebiet der Reihen erster Ordnung hinaus, d. i. im Falle der Reihe:

$$1^2 + 2^2 + \ldots. + n^2 = \frac{n\,(n + 1)\,(2n + 1)}{6}$$

(Vergl. Gajdeczka, II; Seite 168), welche Formel eventuell bei der Berechnung der Fläche eines Parabelabschnittes, beziehungsweise des Integrals $\int\limits_a^b x^2\, dx$, benützt werden kann.

Die geometrischen Reihen geben Veranlassung, einen oberflächlichen Blick in das Kapitel der unendlichen Reihen zu tun, wenn es sich nämlich um die Betrachtung der unendlichen Reihe:

$$1 + q + q^2 + \ldots.$$

handelt, welche für $q < 1$ bekanntlich die Funktion

$$\frac{1}{1 - q}$$

darstellt. Doch geht der Unterricht — abgesehen von kleineren Anwendungen (z. B. auf die periodischen Dezimalbrüche) in die

hierbei auftretenden Probleme nicht tiefer ein. Einen besonderen Abschnitt über Reihen, wie ihn z. B. der preußische Lehrplan besitzt, kennt weder der alte noch der neue Lehrplan, noch die Praxis.

Kombinationslehre. Mit diesem Namen bezeichnet der Lehrplan das Permutieren, Kombinieren und Variieren (eine Art Verbindung von Permutation und Kombination).

Der Hauptzweck dieses Abschnittes ist die Ableitung des binomischen Lehrsatzes, und zwar für positive ganze Exponenten, sowie einiger Sätze über Binomialkoeffizienten.

Bei fast sämtlichen hierher gehörigen Beweisen spielt der wichtige Induktionsschluß (Schluß von n auf $n + 1$) eine große Rolle.

Endlich sei im Anschlusse daran bemerkt, daß eine Behandlung des für negative oder gebrochene Exponenten verallgemeinerten binomischen Lehrsatzes im Unterrichte nicht üblich ist; nur die Fälle $(1 \pm x)^{-1}$, die Verbindung mit dem vorangegangenen Kapitel, den geometrischen Reihen, herstellend, sowie $(1 \pm x)^{\frac{1}{2}}$ werden kurz besprochen.

8. Zahlentheoretische Fragen.

Die Stellung der Zahlentheorie im Unterrichte war seit jeher eine sehr bescheidene. Man hatte früher im Arithmetikunterrichte der fünften Klasse das Kapitel von der Teilbarkeit in ausführlicher Weise behandelt. (Euklidischer Algorithmus, Primfaktorenzerlegung.) An späterer Stelle (in der siebenten Klasse) fügte man die Lehre von den Kettenbrüchen und in Verbindung damit die unbestimmten Gleichungen ersten Grades mit zwei und drei Unbekannten ein, um schließlich, wenn Zeit und Lust vorhanden waren, die Gleichung

$$x^2 + y^2 = z^2$$

und ihre ganzzahligen Lösungen, die sogenannten Pythagoreischen Dreieckszahlen, zu besprechen.

Der Lehrplan vom Jahre 1900 hatte bereits die Kettenbrüche und die unbestimmten Gleichungen höheren als ersten Grades aus dem Unterrichte verbannt. Der neue Lehrplan verschweigt auch die unbestimmten Gleichungen ersten Grades.

Ein Grund für diese auffallende Erscheinung ist wohl die geringe Zeit, welche zur Verfügung steht und vornehmlich für die Behandlung des den Unterricht in den oberen Klassen beherrschenden

Funktionsbegriffes sowie für die Anwendungsgebiete verwendet werden soll.

Nebenbei mag auch der Umstand maßgebend gewesen sein, daß die früher zur Lösung unbestimmter Gleichungen angewandten Methoden zu schwierig und abstrakt waren, um völlig verstanden und gehörig eingeübt zu werden, so daß der beträchtliche Aufwand an Arbeit und Mühe nicht im Verhältnis zum erreichten Ziele stand.

Heute liegen, was die Methoden anbelangt, die Dinge bedeutend besser. Die Teilbarkeit baut sich, entsprechend den in der Wissenschaft geltenden Theorien, auf dem Begriffe des größten gemeinsamen Teilers als jener Zahl auf, welche im Sinne der Idealtheorie gesprochen, einer bestimmten Anzahl gegebener ganzer Zahlen äquivalent ist. Diese Eigenschaft läßt sich sehr einfach und deutlich aus dem Euklidischen Algorithmus deduzieren. Insbesondere gilt dies von dem Satze, daß der größte gemeinsame Teiler t zweier ganzen Zahlen a und b einerseits gemeinsamer Teiler dieser beiden Zahlen ist, andrerseits als Vielfachsumme derselben zum Beispiel in der Form: $t = a\alpha + b\beta$ (α und β positive oder negative ganze Zahlen) dargestellt werden kann. Daraus ergeben sich nicht bloß die wichtigsten Teilbarkeitsgesetze, insbesondere der Satz von der eindeutigen Zerlegbarkeit in Primfaktoren, mit der größten Einfachheit und Natürlichkeit; man kann auch mit Hilfe der oben erwähnten zweiten Eigenschaft des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen die unbestimmten Gleichungen ersten Grades mit zwei Unbekannten in der einfachsten Weise behandeln. Um endlich noch die letzten Schwierigkeiten, welche diese etwas abstrakte Methode besitzt, zu beseitigen, kann man die graphische Veranschaulichung mittels des Zahlengitters zu Hilfe nehmen.

Eine weitere Ursache dafür, daß gegenwärtig die Zahlentheorie im Unterrichte so stiefmütterlich behandelt wird, ist jedenfalls auch in dem Umstande zu suchen, daß in der forschenden Wissenschaft die Zahlentheorie augenblicklich nicht jene bedeutungsvolle Stellung einnimmt, welche ihr zur Zeit eines Gauß, Kronecker oder Kummer zukam.

Aber alle diese angeführten Momente rechtfertigen keineswegs, daß man die Zahlentheorie von dem bescheidenen Plätzchen, welches ihr bisher im Unterrichte eingeräumt wurde, nunmehr ganz verdrängen will. Wenn es auch sicher ist, daß die Zahlentheorie niemals Gemeingut aller Gebildeten wird, und wenn auch zugestanden werden muß, daß die genialen Arbeiten eines Gauß auf dem Gebiete der Zahlentheorie nur das Entzücken einer kleinen Gemeinde von Mathematikern, der „Enthusiasten per se“, erwecken können, so soll doch die Interesselosigkeit nicht soweit gehen, daß die Zahlentheorie im Unterrichte fast gänzlich totgeschwiegen wird.

9. Numerisches Rechnen.

Eine der ersten Forderungen, welche man an einen guten Rechenunterricht in den untersten Klassen der Mittelschulen stellt, ist, daß die Schüler eine Gewandtheit und Geläufigkeit im Gebrauche der vier Grundoperationen erreichen. In betreff der im Unterrichte verwendeten Methoden, welche zu diesem Ziele führen sollen, kann ich mich mit dem Hinweise auf das über den mathematischen Unterricht an den Realschulen erstattete Referat begnügen, in welchem der Unterricht gerade in dieser Hinsicht ausführlich geschildert und insbesondere auf die Bedeutung des Kopfrechnens hingewiesen wird. Ich will hier bloß die vielfach beobachtete Erscheinung erwähnen, daß im allgemeinen, was Sicherheit im Rechnen anbelangt, die Realschüler den Gymnasiasten um ein Bedeutendes überlegen sind.

Das abgekürzte Rechnen wird an den österreichischen Mittelschulen schon seit langem im gebührenden Maße gepflegt, und zwar vor allem wegen der wichtigen Rolle, welche ihm bei der Lösung von Aufgaben aus den verschiedenartigsten Anwendungsgebieten zukommt, dann aber auch, weil mit demselben für die Schüler sehr nützliche Denkübungen verbunden sind, wie z. B. von vornherein die dem Zwecke der vorliegenden praktischen Aufgabe entsprechende Genauigkeit des Resultates zu fixieren. Die Einteilung dieses Kapitels ist die übliche: *a)* Rechnen mit vollständigen, *b)* Rechnen mit unvollständigen Zahlen. Im engen Zusammenhange damit steht die Frage, ob das Ergebnis mit vorgeschriebener oder „erreichbarer" Genauigkeit (letzteres nur im Falle *b* anwendbar) erzielt werden solle. Hinsichtlich der Bestimmung der Fehlergrenzen, innerhalb deren sich die Größen der Rechnung bewegen, beschränkt man sich wohl auf die allereinfachsten Überlegungen. Wenn man z. B. bei der abgekürzten Multiplikation das Endprodukt auf Hundertel berechnen will, so werden auch die Teilprodukte auf Hundertel genau berechnet; natürlich braucht dann das Endergebnis in der letzten Stelle nicht mehr „genau" (d. h. bis auf einen Fehler nach auf- oder abwärts, welcher höchstens eine halbe Einheit der letzten Ziffer beträgt) zu sein. Wenn über die methodische Behandlung dieses Kapitels Meinungsverschiedenheiten bestehen, so beschränken sie sich nebst einigen äußeren, die Anordnung der Rechnung betreffenden Momenten auf die Frage, an welcher Stelle des Unterrichtes dieses Kapitel eingereiht werden soll. Das eine ist klar, daß man im Gymnasium erst in der dritten Klasse mit Erfolg das abgekürzte Rechnen durchnehmen kann. Und so schreibt es auch der Lehrplan vor. Dagegen ist es fraglich, ob man in dieser Klasse den Arithmetikunterricht sofort mit diesem Kapitel beginnen oder dasselbe erst später im Anschlusse an die

Flächenberechnungen in der Geometrie behandeln solle. Für beide Ansichten lassen sich Gründe anführen.

In den mittleren Klassen trat bisher das numerische Rechnen stark zurück und mußte dem algebraischen Rechnen Platz machen, abgesehen etwa vom Quadrieren und Kubieren, Quadrat- und Kubikwurzelziehen. Die stärkere Berücksichtigung der Anwendungen bei der Auflösung linearer Gleichungen im künftigen Unterrichte wird naturgemäß das algebraische Rechnen auf das ihm entsprechende Ausmaß reduzieren und die numerischen Methoden mehr hervorheben, als dies früher der Fall war.

In der sechsten Klasse erfahren die im Unterrichte bis dahin üblichen numerischen Methoden eine Bereicherung durch die Ausführung logarithmischer Rechnungen mit Briggschen Logarithmen und durch die Verwendung von Logarithmentafeln. Auf eingehende Erörterungen über die Herstellung solcher Tafeln verzichtet man zumeist, weil die Anschauung vorherrscht, daß die heute üblichen, auf der Theorie der unendlichen Reihen fußenden Berechnungen von Logarithmen im Unterricht nicht anwendbar und die anderen, eigens für Schulzwecke zugerichteten sogenannten elementaren Methoden gekünstelt sind. Man begnügt sich daher mit einem kurzen Existenzbeweise, daß zu jeder positiven reellen Zahl ein bestimmter reeller Logarithmus gehöre und umgekehrt, sowie etwa mit einer kleinen historischen Skizze über die Entstehung der Tafeln.

Die gegenwärtig an Gymnasien in Gebrauch stehenden logarithmischen Tafeln sind fast ausschließlich fünfstellige. Nur in ganz wenigen Anstalten sind vierstellige Tafeln (Arbes, II) in Verwendung. Die Bewegung zugunsten der letzteren ist daher in Österreich nicht eine so starke wie etwa in Preußen, obwohl der Lehrplan beide Tafeln für zulässig erklärt.

Es ist in den letzten Jahren wiederholt der Vorschlag gemacht worden, die Schüler mit dem logarithmischen Rechenschieber, diesem für die Praxis so wichtigen Instrument, vertraut zu machen. Obwohl gegen diesen Vorschlag kein stichhaltiger Einwand erhoben wurde und auch bereits billige Rechenschieber in Handel gebracht wurden, welche für den Schulgebrauch vollkommen ausreichend sind, so hat sich derselbe im Unterrichte anscheinend noch sehr wenig eingebürgert.

Von Methoden der Interpolation wird im Unterrichte zunächst nur das einfachste, z. B. den „partes proportionales“ der logarithmischen Tafeln zugrunde liegende Verfahren (Ersetzung der logarithmischen Funktion in einem kleinen Intervalle durch eine lineare Funktion) besprochen und an einigen Beispielen, hauptsächlich im Anschlusse an das Kapitel der arithmetischen (und geometrischen) Reihen geübt. Die parabolische Interpolation (d. i. die Annäherung

einer Funktion in einem gewissen Bereiche durch eine ganze Funktion), welche sich sehr bequem auf graphischem Wege anwenden läßt, dürfte noch kaum Eingang in den mathematischen Unterricht gefunden haben.

Dagegen schreibt der neue Lehrplan die angenäherte numerische Berechnung der Wurzeln von Gleichungen durch graphische Methoden vor. Für die Schule kämen in dieser Hinsicht einerseits z. B. einige einfache Methoden zur Auflösung kubischer und biquadratischer Gleichungen mit Hilfe von Kegelschnitten (Vgl. Adler, IV, 2), andererseits die Regula falsi und das Newtonsche Verfahren in Betracht. Die beiden letzten Verfahren, von denen das erste ein Interpolationsverfahren ist, das zweite auf der Anwendung der Taylorschen Entwicklung bis zum zweiten Gliede beruht, sind zwar in erster Linie rein arithmetische Verfahren, doch lassen sie bekanntlich eine sehr einfache geometrische Deutung zu.

B. Geometrie.

10. Der propädeutische Unterricht in der Geometrie auf der Unterstufe.

Der bisherige Geometrieunterricht der Unterstufe war weit davon entfernt, ein idealer genannt zu werden. Schon in den Lehrplänen aus den Jahren 1884 und 1900 konnte man eine zwischen deren allgemeinen Grundsätzen und den mehr ins Detail gehenden besonderen Bemerkungen bestehende Dissonanz beobachten, welche sich noch steigerte, wenn man auch die Lehrbücher, welche der Unterstufe zugrunde lagen, in den Kreis der Betrachtung einbezog.

So enthält unter anderem der Lehrplan vom Jahre 1884 die folgende Stelle: „Es ist eine jetzt wohl überall anerkannte Regel, daß der geometrische Unterricht zwei Stufen zu durchlaufen hat: die niedere des Anschauungsunterrichtes, verbunden mit vielen Übungen im Zeichnen, und die höhere der wissenschaftlichen Erörterung.“ „Ihr eigentümliches Gepräge erhält die Anschauungsgeometrie im Gegensatze zur wissenschaftlichen vorzüglich durch die mit der Fassungskraft der Schüler im Einklange stehende Art und Weise, die Wahrheit der Lehrsätze zur vollen Überzeugung zu bringen. Auf der unteren Stufe muß die Anschauung, auf der oberen das logische Moment vorwiegend sein; dort beabsichtigt man ein möglichst unmittelbares, hier ein durch Schlüsse begriffenes Erkennen; die Anschauungslehre sucht vorzüglich das Anschauungsvermögen und die Vorstellungskraft, die wissenschaftliche Geometrie die Verstandeskräfte des Schülers anzuregen und zu entwickeln.“ (Lehrplan 1884, Seite 182 bis 183.)

Betrachten wir dagegen die Lehrpensen der einzelnen Klassen in stofflicher wie in methodischer Hinsicht, so finden wir an manchen Stellen, besonders im früheren Stereometrieunterrichte der vierten Klasse, oft nichts anderes als einen Abklatsch des entsprechenden Unterrichtes auf der Oberstufe — nur mit dem Unterschiede, daß man die Systematik nicht so auf die Spitze trieb und die Zahl der Lehrsätze einigermaßen reduzierte.

Daß ein solcher Unterricht Änderung verlangte, begegnete wohl wenig Widerspruch. Indem ich im folgenden die wichtigsten Einwände aufzähle, welche man gegen die bisherige Behandlungsweise der Geometrie auf der Unterstufe erhob, füge ich gleichzeitig hinzu, in welcher Weise man im gegenwärtigen Unterrichte die Fehler des früheren Unterrichtes zu vermeiden sucht.

Zunächst der späte Beginn des Geometrieunterrichtes (im 2. Semester der I. Klasse). Man glaubte dies im Interesse eines ungestörten ersten Rechenunterrichtes tun zu müssen, mußte aber andererseits von seiten des Lehrers der Geographie die Klage hören, daß er infolgedessen eine große Menge geometrischer Begriffe, welche im Geographieunterrichte der I. Klasse benötigt werden, selbst entwickeln müsse. In dieser Beziehung ist durch die Neuregelung eine Wendung zum Bessern eingetreten, indem der Geometrieunterricht bereits vier Wochen nach Schulanfang beginnen soll und von da an der Geometrie durchschnittlich gleichviel Stunden gewidmet werden wie der Arithmetik.

Es wurde ferner das räumliche Anschauungsvermögen zu wenig gepflegt. Man begann allerdings in den ersten Stunden mit der Betrachtung von Körperformen (gewöhnlich nur des Würfels). Dies geschah aber eigentlich nur deshalb, um die Vorstellungen von Körpern, Flächen, Linien und Punkten zu entwickeln. Glaubte man diesen Zweck erreicht zu haben, so trieb man von diesem Augenblicke an ausschließlich ebene Geometrie, bis erst wieder in der IV. Klasse die Raumgeometrie einsetzte.

Worin bestand nun diese? Voraus ging eine Auseinandersetzung der verschiedenen Lagen von Geraden und Ebenen gegeneinander, wobei zur Versinnlichung Modelle, wie Holzplatten und zugespitzte Stäbe, in Anwendung kamen. Daran schloß sich ein Kapitel über die wesentlichsten Eigenschaften der dreiseitigen körperlichen Ecke an. Die weitaus größere Zeit blieb aber den einfachen Körpern (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel), insbesondere deren Oberflächen- und Rauminhaltsberechnungen vorbehalten.

Demgegenüber soll nach den gegenwärtigen Anschauungen ein richtiger propädeutischer Unterricht immer wieder Körperformen in den Unterrichtsgang einbeziehen; wenn es sich z. B. um die Flächenberechnungen ebener geradliniger Figuren handelt, wende

man diese sofort auf die Oberflächenbestimmung von Würfel, geradem Prisma und regelmäßiger Pyramide (höchstens vierseitig) an. Der neue Lehrplan hat darum alles, was er an stereometrischer Anschauung vermittelt wissen will, in den Lehrstoff der ganzen dreijährigen Unterstufe eingestreut.

Es geschah leider nur zu häufig, daß man in eine unangebrachte Systematik verfiel. Ich erinnere z. B. nur daran, in welcher Weise die Kongruenzsätze häufig behandelt wurden. Zuerst wurde die Kongruenz für Dreiecke definiert, dann der Reihe nach ein Kongruenzsatz nach dem andern abgeleitet, zum Schlusse die Anwendung auf die Konstruktion von Dreiecken gemacht. Heute geht man von der Aufgabe aus, Dreiecke aus einer gewissen Zahl von Bestimmungsstücken zu konstruieren, wodurch man von selbst durch die verschiedenen Auflösungsfälle zu den Kongruenzsätzen gelangt.

Manche Partien des früheren Lehrstoffes, wie z. B. die Lehre von der Ähnlichkeit, stellten in der Art, wie sie häufig behandelt wurden, an die Auffassungskraft der Schüler zu große Anforderungen. Darum hat man heute die Ähnlichkeitslehre gleichzeitig mit den Proportionen im Rechenunterrichte aus dem Rahmen der Unterstufe beseitigt.

Diese und ähnliche Vereinfachungen haben es möglich gemacht, die Unterstufe um ein Jahr abzukürzen.

Ich erwähne noch, daß man im gegenwärtigen Unterrichte, um zum funktionalen Denken anzuregen, auf die Veränderlichkeit der geometrischen Figuren großen Wert legt. Es schien auch nicht überflüssig zu sein, von neuem darauf hinzuweisen, daß Arithmetik- und Geometrieunterricht stets in engem Kontakt miteinander bleiben sollen (geometrische Veranschaulichungen der Rechengesetze, Ineinandergreifen von Rechnung, Messung und Konstruktion).

Endlich weiß der gegenwärtige Unterricht die Bedeutung der manuellen Tätigkeit der Schüler in höherem Maße zu würdigen wie bisher. Die Schüler sollten zwar schon auf der Unterstufe im Gebrauche von Zirkel und Lineal geübt werden; wenn man aber bedenkt, daß man noch in den mittleren Klassen Schüler antreffen konnte, welchen es z. B. unbekannt war, daß man mittels Verschiebens eines beweglichen Dreiecks längs der Kante eines fixen Dreiecks Parallele zeichnen kann, so mag man es begreiflich finden, daß man heute das zeichnerische Moment noch stärker betont. Dazu kommt noch als wesentliche Unterstützung, daß man die Schüler unausgesetzt messen (eventuell auch wägen) läßt. Einer Aufforderung an die Schüler, einfache Körper mittels Kartons aus deren Netzen herzustellen (oder auch aus Modellierton), bedarf es nur in den seltensten Fällen, da gerade diese Beschäftigung von den Schülern mit großer

Lust betrieben wird; dagegen ist in dieser Hinsicht eine entsprechende Anleitung von Wert, weil sie das Interesse der Schüler in die richtige Bahn lenkt.

Was Inhalt und Anordnung des Stoffes anbelangt, so kann ich an dieser Stelle auf nähere Angaben verzichten, da gerade in diesem Teile der Lehrplan ausführlicher gehalten ist, und verweise auf den im Anhange beigefügten Lehrplan.

11. Planimetrie auf der Mittelstufe.

Auf der Mittelstufe nimmt der Planimetrieunterricht einen systematischen Charakter an, indem er von Grundbegriffen und Grundsätzen ausgeht und auf ihnen das System in rein deduktiver Entwicklung aufbaut. Hinsichtlich der Stoffverteilung verweise ich z. B. auf die bisher im Unterrichte vielfach verwendeten Lehrbücher von Hočevar und Močnik-Spielmann (II).

Um ein ungefähres Bild von dem Unterrichte zu entwerfen, gebe ich zunächst in Schlagworten das stoffliche Ausmaß an:

Gerade Linien (Strahlen; Strecken, auch als relative Größen betrachtet) — Winkel — Parallelentheorie (Euklidisches Axiom; Sätze über Gegen-, Wechsel- und Anwinkel; Parallel- und Normalwinkel).

Dreieck: Winkelsumme; Beziehungen zwischen den Seiten und Winkeln eines Dreieckes; Kongruenz der Dreiecke.

Im Anschlusse an das gleichschenklige Dreieck wird die axiale Symmetrie besprochen. Sätze über Strecken- und Winkelsymmetralen entwickelt und auf das Dreieck angewendet (1. und 2. merkwürdiger Dreieckspunkt).

Viereck, insbesondere Parallelogramm, Trapez, Deltoid.

Parallele im Dreieck; Höhen und Schwerlinien eines Dreieckes (3. und 4. merkwürdiger Dreieckspunkt).

Vieleck: Winkelsumme, Anzahl der Diagonalen; — regelmäßige Vielecke (Winkel- und Seitensymmetralen).

Kreis: Gerade und Winkel im Kreise; Sehnen- und Tangenten-Dreiecke und -Vierecke; Lage zweier Kreise gegeneinander.

Zur Einübung der entwickelten Lehrsätze werden zahlreiche Konstruktionsaufgaben in den Lehrstoff eingestreut. Man bevorzugt die Dreiecksaufgaben und löst dieselben entweder mittels der Methode der geometrischen Örter oder der Methode der Hilfsfiguren und unterscheidet im allgemeinen vier Teile: Analysis — Konstruktion — Beweis — Determination.

Lehre von der Ähnlichkeit: Kommensurable und inkommensurable Strecken — Sätze über das ebene Strahlenbüschel (zunächst auf das durch zwei Strahlen repräsentierte Büschel beschränkt: Strecken zwischen parallelen Transversalen, Teilung einer Dreieckseite

durch die Winkelsymmetrale; ähnliche ebene Figuren in perspektiver Lage). — Anwendungen auf das Dreieck (Ähnlichkeitssätze), insbesondere auf das rechtwinklige Dreieck (Pythagoreischer Lehrsatz) und auf den Kreis (Potenz eines Punktes in bezug auf den Kreis, Ptolemäischer Lehrsatz, gemeinsame Tangenten). — Konstruktionsaufgaben mittels der Methode der ähnlichen Figuren.

Flächenvergleichung ebener geradliniger Gebilde (zweite Ableitung des pythagoreischen Lehrsatzes, hie und da auch in Verbindung damit die Erweiterung desselben auf das schiefwinklige Dreieck) und Flächenberechnungen (darunter die Heronsche Dreiecksformel). — Übungen (Flächenverwandlungen und -berechnungen).

Maßbestimmungen am Kreise: Ein- und umgeschriebene regelmäßige Vielecke (insbesondere Drei- und Sechseck, Vier- und Achteck, Fünf- und Zehneck). Archimedisches Verfahren zur Bestimmung der Peripherie und des Flächeninhaltes des Kreises. Bestimmung von Kreisbogen, -sektor und -segment.

Endlich Aufgaben der sogenannten algebraischen Analysis, worunter man *a)* die geometrischen Konstruktionen algebraischer Ausdrücke, z. B. $\frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1)$, und *b)* die algebraische Lösung geometrischer Konstruktionsaufgaben (z. B. „In ein gegebenes Dreieck ein Quadrat einzuschreiben mittels Berechnung der Quadratseite“) versteht.

Die eben erwähnte Art der Einteilung des Stoffes ist wohl die Regel, doch findet man gelegentlich Abweichungen. So empfinden es manche Lehrer als einen großen Nachteil, daß der Kreis erst nach dem Vieleck behandelt wird, während sie es vorzögen, mit dem Kreise schon früher, insbesondere bei verschiedenen Konstruktionsaufgaben operieren zu können. Sie fügen darum dieses erste Kapitel über den Kreis unmittelbar an das Dreieck an, wenn sie den Kreis nicht gar schon in Verbindung mit dem Winkel einführen.

Verschiedenartig ist auch die Behandlung jener Abschnitte, in welchen die Irrationalzahlen eine Rolle spielen. Da dem neuen Lehrplan gemäß der Arithmetikunterricht erst in der fünften Klasse zum Begriffe der Irrationalzahl kommt, so muß der planimetrische Unterricht entweder ganz auf denselben verzichten oder ihn mit einem größeren oder geringeren Maße von Strenge selbst entwickeln. Die einen helfen sich nun sehr einfach damit, daß sie zwar den Begriff der inkommensurablen Strecken am Beginne der Ähnlichkeitslehre erwähnen und gewöhnlich an dem Beispiele des gleichschenkligen Dreiecks mit den Winkeln 72°, 72°, 36° erläutern, sich aber später auf kommensurable Strecken beschränken und darauf hinweisen, daß die Praxis, welche doch eigentlich Approximationsmathematik treibe, den Begriff der Inkommensurabilität entbehren kann.

Andere wieder begnügen sich zunächst mit einer beiläufigen Erklärung, um zu einem späteren Zeitpunkte (z. B. gelegentlich einer Wiederholung) die Irrationalzahl etwa mittels des Dedekind-Schnittes einzuführen.

Die Kreisberechnung bietet ferner manchem Lehrer willkommene Gelegenheit, um einige wenige Bemerkungen über Rektifikation von Bogen, über Konstruktionen mit Zirkel und Lineal u. ä. machen zu können. Auch zu historischen Hinweisen regt dieses Kapitel an (vgl. 18. Abschnitt).

Die beschränkte Zeit, welche dem planimetrischen Unterrichte vom neuen Lehrplane zugemessen wurde, verlangt eine sehr weise Stoffauswahl. Der Lehrplan will daher nur an charakteristischen Beispielen die strenge Form der Euklidschen definierenden und beweisenden Darstellung durchgeführt und im übrigen den Stoff in Form von Aufgaben gegliedert wissen. Aus diesem Umstande ergibt sich, daß man sich auch nur auf die wichtigsten und einfachsten Konstruktionsaufgaben beschränken kann und gekünstelte (z. B. Dreieckskonstruktionen aus Winkelsymmetralen und Schwerlinien als Bestimmungsstücken) oder komplizierte Aufgaben (z. B. die schwierigeren Fälle des Apollonius'schen Berührungsproblems) von selbst ausgeschlossen sind.

Die Planimetrie stellt demnach in der Form, wie sie im Gymnasium gelehrt wird, eine eigenartige Mischung einerseits von Euklidscher (z. B. Lehre von Dreieck, die hauptsächlichsten Beweismethoden) und Nacheuklidscher Geometrie (z. B. Kreismessung), andrerseits von neuerer Geometrie (Symmetrie, Sätze über Strahlenbüschel) dar. Es fehlt zwar in Österreich nicht an vereinzelten Versuchen, die modernen Ideen der Geometrie (Gruppenbegriff) im Unterrichte in stärkerem Maße zu berücksichtigen, doch herrscht im allgemeinen die Ansicht vor, mit der althergebrachten Lehrweise nicht gänzlich brechen zu sollen. Als Grund hierfür macht man z. B. geltend, daß „die auf der Unterstufe bei den mannigfachsten Gelegenheiten, scheinbar zufällig erworbenen geometrischen Kenntnisse denn doch endlich einmal in eine gewisse Ordnung gebracht werden müssen und wenn diese auch nur darin bestünde, die Lehrsätze in einer zielbewußten Abfolge aneinanderzureihen mit der Nebenabsicht, gelegentlich einige strenge Beweise einzustreuen" (Gajdeczka-Kaller, II; Begleitwort). Ferner darf nicht vergessen werden, daß sich an den österreichischen Gymnasien schon seit langem (seit 1849) die analytische Geometrie im Lehrpensum befindet, welche gewissermaßen als Fortsetzung der Planimetrie gelten kann, besonders wenn man in derselben die Lehre von den Transformationen stärker berücksichtigen würde. Endlich kann nicht verschwiegen werden, daß augenblicklich für diese Fragen in Österreich kein so allgemeines Interesse vorhanden ist wie

z. B. in Frankreich oder Italien und in geringerem Maß auch in Deutschland, was wohl damit in Zusammenhang steht, daß gegenwärtig der Funktionsbegriff und die Art der Behandlung der Infinitesimalrechnung im Vordergrund der Diskussion tehen.

12. Stereometrie auf der Mittelstufe. Darstellende Geometrie.

Es war bisher üblich, mit den verschiedenen Lagenbeziehungen zwischen Punkt, Gerade und Ebene zu beginnen. Eine Menge von Sätzen wurden in der aus dem planimetrischen Unterrichte bekannten Art der Euklidschen Systematik aneinandergereiht (Lage der Geraden gegen eine Ebene, Lage der Ebenen gegeneinander).

Mit einer Besprechung der körperlichen Ecke, insbesondere der dreiseitigen Ecke (Polarecke, Scheitelecke, einige wichtige Dreikant- und Vielkantsätze, kongruente und symmetrische körperliche Ecken). schloß der erste Teil, welcher die ungeschlossenen Gebilde betraf.

Nun folgten Sätze allgemeinerer Natur über geschlossene eben- und krummflächige Gebilde (insbesondere über die Schnittfiguren derselben, die durch Ebenen erzeugt werden), deren Gipfelpunkt der Eulersche Polyedersatz und dessen Anwendung auf die regelmäßigen Polyeder bildete.

Den größeren Teil der verfügbaren Zeit widmete man jedoch der Berechnung von Oberfläche und Volumen der folgenden eben- und krummflächigen Körper: Prisma, Pyramide, Pyramidenstumpf, Kreiszylinder und -kegel, Kegelstumpf, Kugel (Kugelsegment und -sektor). Dieses Kapitel wurde durch den Satz von Cavalieri eingeleitet, den z. B. Hočevar in folgende Form kleidet: „Lassen sich zwei Körper in eine solche Lage bringen, daß sie durch alle Ebenen, welche zu einer bestimmten Ebene parallel sind, in gleichen Flächen geschnitten werden, so haben sie gleiches Volumen“. Man entnahm diesen Satz der Anschauung und stellte ihn als Axiom den Volumsberechnungen voran.

Von den Ableitungen der Formeln für Oberfläche und Volumen der genannten Körper seien nur diejenigen für die Kugel erwähnt. Man denke sich einem Hauptkreise der gegebenen Kugel regelmäßige Vielecke mit gerader Seitenanzahl ein- und umgeschrieben und die erhaltene Figur um die Verbindungslinie zweier Gegenecken gedreht. Die Oberfläche der Kugel ist dann der gemeinsame Grenzwert der ihr ein- und umgeschriebenen Rotationskörper. Daraus läßt sich die Formel für die Oberfläche einer Kugel bestimmen. Um das Volumen zu bestimmen, faßt man entweder dasselbe als den gemeinsamen Grenzwert der Volumina dieser Rotationskörper auf; oder man denkt sich der Kugel ein Polyeder mit n-Flächen umgeschrieben, dasselbe in n-Pyramiden

zerlegt, welche ihre Spitzen im Zentrum der Kugel und die n-Flächen als Grundflächen haben, und läßt nun n unendlich zunehmen.

Daneben ist aber auch die bekannte Ableitung üblich, welche mittels des Cavalierischen Prinzipes nachweist, daß die Kugel einem Rotationskörper inhaltsgleich ist, der als Differenz aus dem der Kugel umgeschriebenen geraden Zylinder und einem diesem Zylinder eingeschriebenen Doppelkegel aufgefaßt werden kann.

Die auf diesem Wege berechneten Formeln wurden nun in einer Menge von Aufgaben angewendet, unter denen diejenigen, in welchen trigonometrische Formeln eine Rolle spielten, vorherrschend waren.

Das zeichnerische Moment trat stark in den Hintergrund. Wenn man Zeichnungen entwarf, so waren dies in der Regel nicht mehr als flüchtige Skizzen. Man benützte zwar nicht selten, insbesondere bei der Besprechung der ersten Abschnitte, Stäbchen, Holz- oder Korkplatten als Ebenen, Modelle*) der verschiedensten Körper, aber der Lehrplan vom Jahre 1900 forderte ausdrücklich, daß zwar Behelfe zur Unterstützung der Anschauung im Anfang häufiger heranzuziehen seien, später aber seltener Gebrauch davon zu machen sei, und daß schließlich die Schüler ganz auf ihre innere Vorstellungskraft und die Zeichnung (im obigen Sinne) angewiesen werden sollen.

Daß ein solcher Unterricht für beide Teile, Lehrer wie Schüler, wenig anziehend war, darf uns daher nicht in Erstaunen versetzen,

Wenn man auch nicht so weit zu gehen braucht wie Höfler, welcher behauptet, daß die Pflege des räumlichen Anschauens und gar die des räumlichen Darstellens bei den österreichischen Gymnasiasten bisher über den absoluten Nullpunkt um fast nichts hinausgegangen war, so besteht doch kein Zweifel, daß der Erfolg nicht im Verhältnisse zur aufgewendeten Mühe stand. Der Unterricht auf der Unterstufe reichte eben nicht völlig aus und auf der Oberstufe legte man zu großen Wert auf die innere Anschauung.

Mag ein Unterricht von der eben geschilderten Art die Regel gewesen sein, so gab es doch gar manchen Lehrer, welcher auch auf der Oberstufe schon im Interesse des Unterrichtes selbst auf die Übung der räumlichen Anschauung, insbesondere durch Pflege des stereometrischen Zeichnens, ein großes Gewicht legte, getreu dem Vorkämpfer dieser Idee, Holzmüller, dessen Einführung in das stereometrische Zeichnen (1886) nicht nur für ähnliche Bestrebungen in Deutschland richtunggebend war, sondern auch in Österreich nicht verborgen bleiben konnte. So wie Holzmüller seinen Vorgang beim

---

*) Vgl. das Referat über den mathematischen Unterricht an den Realschulen (Seite 46—48).

stereometrischen Unterrichte schilderte, wurde auch an manchem österreichischen Gymnasium etwa die erste Hälfte der Zeit auf Konstruktionsübungen, die zweite auf die theoretische Behandlung und das Berechnen verwendet. Ein systematisches Betreiben der darstellenden Geometrie war dabei durchaus nicht nötig, sondern es handelte sich nur um eine methodische Auswahl fruchtbarer Aufgaben, die sich ohne die weiteren Grundlagen der darstellenden Geometrie bewältigen lassen, Aufgaben, durch die man unvermerkt in diese Disziplin eingeführt wird.

Nunmehr verlangt auch der neue Lehrplan, daß mit Schrägrissen einfachster Körperformen begonnen werden soll, daß man Grund- und Aufrisse einfacher Gebilde zeichnen lassen möge.

„Dem stereometrischen Unterrichte in der fünften Klasse wird eine Anleitung zur korrekten Herstellung von Schrägrissen und zur Verwendung senkrechter Parallelprojektion vorausgeschickt, die den Schüler in den Stand setzt, einfache übersichtliche Raumgebilde richtig wiederzugeben und hiedurch einer nachdrücklichen Pflege des räumlichen Anschauungsvermögens dient. Im Stereometrieunterricht selbst ist namentlich die Gefahr zu vermeiden, daß durch zu langes Verweilen bei verschiedenen Lagenbeziehungen zwischen den vom Körper losgelösten Geraden und Ebenen das Interesse des Schülers erlahme. Vielmehr empfiehlt es sich, an schon bekannte Raumformen, an denen solche Beziehungen auftreten, anzuknüpfen und von hier aus auf die Notwendigkeit einer genauen Definition dieser Beziehungen hinzuleiten.“

Um dem Umstande, daß der moderne Stereometrieunterricht dem Zeichnen eine hohe Bedeutung zumißt, Rechnung zu tragen, hat man jetzt der Stereometrie ein volles Jahr zur Verfügung gestellt, nämlich das zweite Jahr der Mittelstufe, während man sich bisher mit zweidrittel, höchstens dreiviertel Jahren in der sechsten Klasse begnügen mußte.

An einigen Gymnasien, unter welchen fast sämtliche Gymnasien Steiermarks und einige Gymnasien Oberösterreichs vertreten sind, wird für Schüler der obersten Klassen darstellende Geometrie in zwei Jahreskursen zu je eineinhalb Stunden wöchentlich gelehrt. Ein Programm dieses relativ obligaten (oder freien) Gegenstandes enthält z. B. der letzte Jahresbericht des ersten Grazer Gymnasiums (Schuljahr 1908/09).

Die Beteiligung an diesen Kursen ist im allgemeinen keine große. Die Zahl der Teilnehmer betrug z. B. im Schuljahre 1908/09 gemäß den statistischen Ausweisen, welche die Jahresberichte enthalten, im ersten Kurs rund ein Viertel der gesamten Schülerzahl der

betreffenden Klasse (sechste oder siebente Klasse), im zweiten Kurs fast nie mehr als zwei oder drei. In Kremsmünster besuchten den zweiten Kurs im Schuljahre 1908/09 sieben von 43 Schülern der achten Klasse. Die Leitung dieses Unterrichtes ruht zumeist in den Händen des Professors für das Freihandzeichnen.

13. Trigonometrie.

Der tatsächliche Unterricht dürfte in den verschiedenen Gymnasien kaum wesentliche Unterschiede zeigen und mit dem in den üblichen Lehrbüchern befolgten Vorgang in den Hauptzügen übereinstimmen.

Man beginnt mit einer Einführung der vier wichtigsten goniometrischen Funktionen (Sinus, Kosinus, Tangente und Kotangente) am rechtwinkligen Dreieck, also zunächst bloß für spitze Winkel. Nachdem die Funktionen für komplementäre Winkel, ferner für besondere Winkel wie 30°, 45°, 60° betrachtet sowie die Beziehungen zwischen den Funktionen eines und desselben Winkels klargelegt worden sind, folgt sofort die Anwendung auf die Grundaufgaben des rechtwinkligen Dreiecks.

Sodann wird zu den goniometrischen Funktionen beliebiger Winkel übergegangen und dieselben am Kreise erörtert. Im Anschlusse daran bespricht man die Abhängigkeit der Funktionswerte vom Argumente und gibt die bekannte graphische Darstellung der Winkelfunktionen, die zur Veranschaulichung der Zu- und Abnahme derselben sowie ihres periodischen Charakters sehr dienlich ist. Der neue Lehrplan fordert solche graphische Interpretationen ausdrücklich, indem er darauf hinweist, wie nützlich dieselben zum Einprägen der Eigenschaften und Beziehungen dieser Funktionen seien.

Daran reiht sich gewöhnlich die Zurückführung der Funktionen stumpfer und überstumpfer Winkel auf solche von spitzen Winkeln.

Die Additionstheoreme werden gewöhnlich zuerst für den Fall, daß die Winkelsumme kleiner als 90° ist, behandelt und hernach auf den allgemeinen Fall mit dem einfachen Hinweise übertragen, daß „die Beweisführung mit allen ihren Folgerungen dieselbe bleibt mit alleiniger Ausnahme der Vorzeichen, in welchen während der Entwicklung eine Verschiedenheit auftritt, die sich aber in den Endresultaten wieder aufhebt“. (Močnik-Spielmann, II; Seite 179.)

Mit Anwendungen der Additionstheoreme auf die Berechnung der Funktionen des doppelten und halben Argumentes, der Umwandlung der Summe und Differenz der Winkelfunktionen in logarithmisch brauchbare Ausdrücke, der Unterweisung im Gebrauche der logarithmisch-trigonometrischen Tafeln und mit Auflösungen goniometrischer Gleichungen schließt die sogenannte Goniometrie.

Den nächsten Gegenstand bildet die Auflösung des gleichschenkligen Dreiecks und der regelmäßigen Vielecke als Anwendung der für die Auflösung des rechtwinkligen Dreiecks aufgestellten Sätze und Formeln.

Hierauf folgt die Behandlung des allgemeinen Dreiecks, indem man, ausgehend von den einfachsten Fällen der Dreiecksbestimmung, der Reihe nach: Sinussatz, Kosinussatz, die Mollweideschen Gleichungen, den Tangentensatz und endlich die Halbwinkelsätze sowie die trigonometrische Formel für den Flächeninhalt entwickelt.

Die Ableitung erfolgt zumeist auf rechnerischem Wege, entsprechend dem Grundsatze des alten Lehrplanes: „Da in diesem Teile die Rechnung in den Vordergrund tritt, so muß dieser Charakter strenge gewahrt werden. Aus möglichst wenigen und einfachen Sätzen, die der Konstruktion entnommen sind, sollen alle Beziehungen durch bloße Rechnung abgeleitet werden.“ Es fehlt jedoch nicht an Stimmen, welche es befürworten, womöglich jeden trigonometrischen Satz aus einem ihm entsprechenden planimetrischen Satze abzuleiten, z. B. den Kosinussatz aus dem für das schiefwinklige Dreieck verallgemeinerten Pythagoreischen Lehrsatze oder etwa die Mollweidesche Gleichung

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

mittels des auf das Hilfsdreieck $\left(a+b,\ c;\ \beta,\ \frac{\gamma}{2},\ 90^\circ + \frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ angewandten Sinussatzes u. ä.; aber gegen eine solche Behandlung spricht, daß sie beim Schüler nur zu leicht den Eindruck hervorruft, man häufe systemlos Formel auf Formel.

Nur in wenigen Fällen — in den üblichen Lehrbüchern gar nicht — geht man im Unterrichte so weit, zu zeigen, daß alle trigonometrischen Formeln eigentlich aus einem einzigen System von Grundformeln, nämlich den drei Projektionssätzen, hervorgehen.

Man leitet zwar meist den Kosinussatz aus den drei Projektionssätzen ab, aber in einer sehr formalistischen Art und Weise.

Die trigonometrischen Aufgaben, welche zunächst gelöst werden, haben den Zweck, die Schüler im Gebrauche der Formeln sowie der logarithmischen Tafeln zu üben. Doch dürfte man — schon aus Zeitmangel — in dieser Beziehung nicht zu weit gehen und sich, abgesehen von den vier Grundaufgaben, nur auf die einfachsten Fälle beschränken,

in welchen Summen oder Differenzen von Seiten beziehungsweise Winkeln als Bestimmungsstücke vorkommen und wo die Mollweideschen Gleichungen und die Tangentenformel, eventuell die Halbwinkelsätze direkt Anwendung finden.

Der Kosinussatz wurde früher häufiger benutzt, schon um den Schülern an diesem Beispiele die Bedeutung der Einführung eines Hilfswinkels für die Rechnung klarzumachen. Heute wird er jedoch immer mehr durch die Mollweideschen Gleichungen verdrängt.

Sehr gerne wird die Trigonometrie zur Lösung der verschiedenartigsten Aufgaben aus der Stereometrie, welche darum der Trigonometrie vorangeht, verwendet.

Der neue Lehrplan empfiehlt im Anschlusse daran mit Recht, daß bei Lösung trigonometrischer Aufgaben immer wieder auf die planimetrische oder stereometrische Behandlung der betreffenden Probleme hingewiesen werden möge.

Auch die praktische Geometrie, die Feldmessung sowie die Mechanik spielen im Übungsmaterial eine große Rolle. Ausführlichere Bemerkungen enthält der 17. Abschnitt.

Sphärische Trigonometrie wird im Gymnasium nicht gelehrt, es müßte denn sein, daß in vereinzelten Fällen der Lehrer bei der Behandlung astronomischer Aufgaben (oder bei der Besprechung der dreiseitigen körperlichen Ecke) der einen oder andern Grundformel (z. B. für das rechtwinklige sphärische Dreiek) Erwähnung tut.

C. Analysis.

14. Analytische Geometrie.

Man beginnt dieses Kapitel im Unterrichte der siebenten Klasse mit dem Koordinatenbegriff, wobei man sich zunächst in der Regel auf rechtwinklige Koordinaten beschränkt. Bei dieser Gelegenheit bereits die verschiedenen Koordinatensysteme zu besprechen, hätte wenig Sinn und widerspräche auch dem Grundsatze, die Begriffe erst dort einzuführen, wo sie wirklich Anwendung finden.

Nun folgt eine Behandlung einfacher Aufgaben, wie z. B. Bestimmung der Entfernung zweier Punkte, Richtungskoeffizient einer gegebenen Strecke, Teilung einer gegebenen Strecke in gegebenem Verhältnis, Berechnung des Flächeninhaltes eines ebenen Dreiecks als Funktion der Koordinaten der drei Eckpunkte u. s. w.

Nach dem alten Lehrplane hatte man an dieser Stelle, bevor man auf die analytische Behandlung der Geraden sowie der Kegelschnittlinien einging, einen kurzen Exkurs über den Funktionsbegriff einge-

schoben. Der moderne Unterricht arbeitet, dem neuen Lehrplan gemäß, der analytischen Geometrie dadurch bedeutend vor, daß der Funktionsbegriff bereits in den vorangegangenen Klassen in einer Reihe von besonderen Funktionen (Funktionen empirischer Natur, lineare, quadratische, trigonometrische Funktionen u. s. w.) entwickelt wird, daß man bereits auf der Mittelstufe den Begriff der rechtwinkligen Koordinaten bespricht, welche man von da ab beständig zur graphischen Darstellung der betrachteten Funktionen verwendet.

Es handelt sich demnach im gegenwärtigen Unterrichte, zumindest in den ersten Lehrstunden, welche der analytischen Geometrie gewidmet sind, um eine systematische Zusammenfassung von bereits Bekanntem.

Die Gleichung der Geraden wird in den vier Formen besprochen:

$$y = m x + b; \; A x + B y + C = 0; \; \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1;$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = o$$

(Normalgleichung) und je nach der Sachlage die eine oder die andere Form auf besondere Probleme angewendet, z. B. Schnittpunkt zweier Geraden, parallele und normale Gerade, Abstand eines Punktes von einer Geraden, Winkelsymmetrale, Bestimmung der merkwürdigen Punkte des Dreiecks u. s. f.

Hierauf geht man in die Behandlung der Kegelschnittslinien ein, indem man mit dem Kreis beginnt.

Man hat dort und da die Meinung vertreten gehört, den Kreis vor der Geraden zu behandeln, weil der Schüler an der krummen Linie viel leichter die Notwendigkeit erkennt, „die analytische Methode zu schaffen". Nernst und Schönfließ[1]) behandeln u. a. zuerst den Kreis und die Parabel und dann erst die Gerade. Höfler empfiehlt einen solchen Vorgang für seinen „Vorkursus der analytischen Geometrie". Diese Frage hat durch den neuen Lehrplan insofern ihre Erledigung gefunden, als das funktionale Denken schon in den früheren Altersstufen des Schülers geübt werden soll und daher in der analytischen Geometrie eine systematische Behandlung vorzuziehen ist.

Die Gleichungen der Kegelschnittslinien werden für jede einzelne Kurve aus der Definition derselben als geometrischer Ort (z. B. Ellipse als geometrischer Ort derjenigen Punkte, für welche die Summe der Entfernungen von zwei gegebenen fixen Punkten konstant ist) abgeleitet, woran sich in der Regel eine Diskussion der Kurvengleichung anschließt. Häufig wird in Verbindung damit die analytische Bedingung für die Lage eines Punktes in bezug auf den Kegelschnitt aufgestellt.

---

[1]) Nernst und Schönfließ, Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. (Oldenburg-München, 3. Aufl. 1901.)

Die Kreisgleichung bietet in der Nullform ihrer Normalgleichung den Anlaß, gewisse, den Kreis betreffende Probleme in einfacher Weise zu behandeln, wie die Lehre von der Potenz eines Punktes in bezug auf den Kreis und die Lehre von den Potenzlinien zweier und dreier Kreise.

In der weiteren Behandlung des Stoffes ergibt sich manchmal eine Verschiedenheit in der Art, daß entweder für sämtliche Kegelschnittslinien der Reihe nach die Gleichungen abgeleitet werden und erst danach eine Behandlung der Tangenten an die betreffenden Kurven folgt. Oder es wird zunächst eine Kurve, z. B. der Kreis, vollständig, also auch Kreistangenten und -normalen besprochen und so der Reihe nach die übrigen Kegelschnittslinien in analoger Weise.

Das Tangentenproblem wird in zweifacher Weise gelöst. Das eine Mal definiert man die Tangente als Gerade, welche mit der Kurve nur einen Punkt gemein hat. Diese Definition ist bei den Kegelschnittslinien ohne weiteres anwendbar. Mit anderen Worten, man stellt die Bedingung auf, unter welcher eine gegebene Gerade:

$$A x + B y = C$$

Tangente an den Kegelschnitt, z. B. an die Ellipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ist. Dieser Vorgang führt auf die unter dem Namen „Berührungsbedingung" bekannte Diskriminanteneigenschaft:

$$A^2 a^2 + B^2 b^2 - C^2 = o.$$

Die Tangentengleichung:

$$\frac{xx'}{a^2} + \frac{yy'}{b^2} = 1$$ (x', y' sind die Koordinaten des Berührungspunktes)

ergibt sich daraus als unmittelbare Folge.

Diese Methode hat den einen Vorteil für sich, daß sie sich sehr bequem in die übliche systematische Behandlung dieses Gebietes einfügt, ohne vorläufig ein neues Moment hereinzubringen. Sowie man nämlich zunächst die verschiedenen Lagen eines Punktes in bezug auf einen Kegelschnitt untersucht hat, ähnlich fragt man jetzt, welche Lage eine Gerade in bezug auf einen Kegelschnitt haben kann; insbesondere ist der Fall von Interesse, daß die Gerade nur einen Punkt mit der Kurve gemein hat.

Diese Methode ist bei einiger Modifikation auch einer Verallgemeinerung auf algebraische Kurven höheren Grades fähig. Bei transzendenten Kurven versagt sie natürlich vollständig und hier ist die analytische Behandlung mit Zuhilfenahme des Differentialquotienten die einzig vernünftige.

Während man in früherer Zeit die Bestimmung des Richtungskoeffizienten durch Differentiation mehr in verhüllter Form vorgenommen hat, gestattet der neue Lehrplan, ungescheut und offen zu differentieren und die hierfür üblichen wissenschaftlichen Symbole zu verwenden.

An Quadraturen hat der bisherige Unterricht die Berechnung der Ellipsenfläche sowie eines Parabelsegmentes gebracht. In beiden Fällen hat man die üblichen Integrationsmethoden umgangen. Am einfachsten geschah dies im ersten Falle, indem man die Ellipse als Projektion eines Kreises auffaßte, dessen Durchmesser gleich der großen Ellipsenachse ist. Bei der Berechnung der Fläche eines Parabelstückes (welches von dem Parabelbogen O M, der Ordinate M P und der Abszisse O P des Punktes M begrenzt ist) ging man so vor, daß man von M Normale (M P und M Q) auf die Koordinatenachsen fällte und das Verhältnis der durch den Parabelbogen gebildeten Teile des Rechteckes O P M Q als Grenzwert bestimmte. Ob nicht in letzterem Falle die übliche Integrationsmethode die natürlichere ist?

Endlich werden zum Schlusse häufig die Polarkoordinaten besprochen und dazu verwendet, für alle Kegelschnittslinien eine zusammenfassende Gleichungsform zu gewinnen. Dieselbe ist überdies noch für den Fall von Bedeutung, daß die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung aus dem Newtonschen Anziehungsgesetze abgeleitet werden.

Auf eine Behandlung der allgemeinen Gleichung zweiten Grades zwischen zwei Veränderlichen verzichtet man. Dafür schiebt man vereinzelt eine ganz kurze synthetische Behandlung der Kegelschnittslinien ein. (Mandl, II.)

Die Aufgaben der analytischen Geometrie sind die üblichen, wie sie jede Aufgabensammlung enthält. In immer neuen Kombinationen kehren die Tangenten- und Normalenbestimmungen wieder. Sehr beliebt sind auch die Aufgaben über geometrische Örter.

Die analytische Geometrie könnte in dem Sinne Erweiterungen ihres Stoffes erhalten, daß man nebst den Kegelschnittslinien noch andere Kurven einbezieht und für dieselbe z. B. das Tangentenproblem behandelt. Doch spielt diese Frage bereits in das erst später zu besprechende Gebiet der Differential- und Integralrechnung hinüber und soll auch dort erörtert werden. Hier möge nur vor einem Zuviel in dieser Richtung gewarnt werden, da bereits der bisher geschilderte Lehrstoff die zur Verfügung stehende Zeit voll in Anspruch nimmt.

15. Der Funktionsbegriff.

Es wurde schon an früherer Stelle darauf hingewiesen, daß man bereits zu einer Zeit, als die moderne Reformbewegung noch nicht

weite Kreise ergriffen hat, im Unterrichte an unseren Gymnasien den Funktionsbegriff erwähnte, und zwar einerseits als Eingang in die analytische Geometrie, andererseits in der Mechanik und Physik, wo z. B. die Bewegungsgesetze oder das Gay-Lussac-Mariottesche Gesetz und ähnliches mehr auf graphischem Wege veranschaulicht wurden.

Es waren dies aber stets nur gelegentliche Hinweise auf funktionale Abhängigkeit.

Man wendete, was den rein mathematischen Unterricht anbelangt, dagegen mit Recht ein, daß „solche vorübergehende kurze Einstreuungen eher als eine Störung denn als eine Förderung des Unterrichtsganges empfunden würden", und verlangte eine „intensive, den ganzen Stoff beherrschende Pflege der Denkweisen der Analysis, aus der sich der Funktionsbegriff in seiner einfachsten Form mit voller Sicherheit und sozusagen von selbst ausbilden würde". (Czuber, IV, 2; Seite 127.)

In welcher Form diese Durchdringung des gesamten mathematischen Unterrichtes zu geschehen habe, deutet der neue Lehrplan vom Jahre 1909 in der Weise an, daß er die Richtungslinien angibt. Ich habe dieselben bereits in einem vorhergehenden Abschnitte skizziert und will hier bloß einige Ergänzungen hinzufügen.

Auf der Unterstufe handelt es sich nicht etwa um ein Studium besonderer Funktionen, sondern bloß um Anregungen zum funktionalen Denken, z. B. „Wachsen der Längen-, Flächen- und Raumausdehnungen der (in unmittelbarer Anschauung und beim Zeichnen im verjüngten Maßstabe) als ähnlich erkannten Figuren und Körper mit der ersten, zweiten und dritten Potenz, der zweiten und dritten Wurzel von Bestimmungsstücken". (Lehrplan 1909.)

Erst auf der Mittelstufe werden die lineare Funktion, auf der Oberstufe die quadratische, die eine oder andere besondere algebraische Funktion

$$\left(\text{z. B. } y = x^3,\ y = \frac{a}{x},\ y = \frac{1}{x^2},\ y = \sqrt{x}\right),$$

die trigonometrischen Funktionen, endlich die Exponential- und die logarithmische Funktion besprochen.

Bei der Behandlungsweise dieser Funktionen wird ausdrücklich die graphische Darstellung, also eine Einführung des Funktionsbegriffes in geometrischer Form, betont.

Daneben gibt es bekanntlich wenigstens für die einfachsten Funktionen auch einfache mechanische Veranschaulichungen, welche den geometrischen meist ebenbürtig sind. Doch scheint der Lehrplan auf diese weniger Gewicht zu legen.

Es empfiehlt sich jedenfalls, zumindest bei der Betrachtung der linearen und quadratischen Funktion, nebst den genannten Veranschaulichungen auch die rein arithmetische Behandlungsweise, die sich in diesen einfachen Fällen ohne große Schwierigkeiten logisch streng durchführen läßt.

Die graphischen Veranschaulichungen der genannten transzendenten Funktionen verfolgen in erster Linie den Zweck, dieselben in ihrem Gesamtverlauf leicht überblicken zu können, ferner ein besseres Verständnis für wichtige Beziehungen zwischen denselben, für die Einprägung der logarithmischen Rechengesetze und ähnliches zu erzielen.

Viel höher anzuschlagen ist ihr Wert in Ansehung ihrer praktischen Anwendbarkeit.

Nicht völlig geklärt ist die Art und Weise, in welcher die logarithmische Funktion behandelt werden soll.

Von vornherein ausgeschlossen ist die Definition derselben mittels der Potenzreihe, weil dieselbe, wenn sie mit voller Strenge durchgeführt werden soll, zu abstrakt ist.

Dagegen sucht man sie durch Umkehrung aus der Exponentialfunktion zu gewinnen und verwendet zur Veranschaulichung das Spiegelungsprinzip.

Einen anderen Weg, den Tannery[1]) (vergl. Tesar, IV, 2; § 42), eingeschlagen hat und welchen Klein[2]) als den natürlicheren bezeichnet, ist der, von der Quadratur einer gleichseitigen Hyperbel auszugehen. Allerdings benötigt man hierzu die Kenntnis eines bestimmten Integrals und einer Eigenschaft desselben, nämlich:

$$\int_1^x \frac{dx}{x} = \int_c^{cx} \frac{dx}{x}.$$

Doch sind auch Versuche unternommen worden, welche diese Schwierigkeiten zu vermeiden suchen (Suppantschitsch, IV, 2).

Wenn trotzdem die eine wie die andere Methode in Fachkreisen keinen rechten Anklang gefunden hat, so liegt die innere Ursache hiervon eben dort, wo die Wissenschaft schon seinerzeit an diesen Methoden Kritik geübt hat. Denn erst seitdem man in der Funktionentheorie die Veränderliche aus der Zahlenlinie des reellen Kontinuums in die Gaußsche Zahlenebene hinausführte, konnte für den Logarithmus eine strenge Begründung, sei es im Sinne der

---

[1]) J. Tannery, Notions de mathématiques. (Deutsche Ausgabe besorgt von P. Klaess; Teubner-Leipzig 1909.)

[2]) F. Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, Teil I, Seite 346 (Teubner-Leipzig 1908.)

Cauchy-Riemannschen, sei es im Sinne der Weierstraßschen Theorie, gegeben werden. Darum wird es aber keinem vernünftigen Lehrer einfallen, den gleichen strengen Maßstab, den die Wissenschaft an die Begriffe und Methoden anlegt, überall auch in den Unterricht herüberzunehmen.

Endlich sei noch einer wichtigen Folge gedacht, welche die Durchdringung des Unterrichtes mit dem Funktionsbegriffe erzeugt. Während nämlich bisher Arithmetik und Geometrie fast ängstlich voneinander getrennt gehalten wurden, drängt das funktionale Denken mit Notwendigkeit zu einer vielseitigen Verbindung von Arithmetik und Geometrie und man sieht geradezu das Lehrziel für die oberen Klassen darin, daß daselbst Arithmetik und Geometrie in dem Funktionsbegriff als der zentralen Idee zusammenfließen sollen.

16. Differential- und Integralrechnung.

Im engsten Zusammenhang mit der Behandlung des Funktionsbegriffes steht die Berücksichtigung der Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung. Am Beginn der Reformbewegung war sogar der Schwerpunkt mehr gegen die letztere Frage verschoben und es kam hierüber zu heftigen Auseinandersetzungen. Von den Gründen, welche gegen eine Behandlung des Differentialquotienten und des Integrals erhoben wurden, will ich hier bloß einen nennen; man sprach die Befürchtung aus, daß es sich nur um einen neuen Formalismus handle, indem man weniger Wert auf das Verständnis der genannten Begriffe legen, sondern vielmehr danach trachten werde, möglichst rasch die wichtigsten Regeln für den neuen Kalkul zu entwickeln, um nachher eine Funktion nach der andern „formal" differentieren und integrieren zu können. Die ersten Versuche, welche in Deutschland und Österreich (Zahradniček, III und IV, 1) angestellt wurden, um der Infinitesimalrechnung Eingang in die Mittelschule zu verschaffen, schienen allerdings diese Befürchtung zu rechtfertigen; sie fanden jedoch selbst auf Seite der eigenen Freunde keinen vollen Beifall. (Vgl. die Protokolle der Sitzungen der Vereine „Mittelschule" und „Realschule"; Zeitschrift Österreichische Mittelschule 1905, Seite 141 — 152, Seite 389 — bis 396; ferner E. Czuber IV, 1; Seite 129) und immer mehr und mehr trat die allgemeine Forderung hervor, das funktionale Denken solle die zentrale Idee des Unterrichtes bilden.

Es ist selbstverständlich, daß bei einer solchen Auffassung insbesondere der Begriff des Differentialquotienten nicht verschwiegen werden kann; denn wenn man an das Studium irgendeiner Funktion, wenn es nicht gerade die einfachste, nämlich die lineare Funktion ist, herantritt und das Wachstum, beziehungsweise die Abnahme der-

selben untersucht, so ist die nächste Frage die nach der Art dieser Zu- oder Abnahme, wobei sich von selbst der Begriff des Differentialquotienten einstellt. Man braucht darum denselben keineswegs wie einen exotischen Gast in den Kreis der übrigen Vorstellungen einzuführen. Je unauffälliger die Einführung vorgenommen wird, desto wirksamer ist sie.

Auf jeden Fall ist die Art und Weise, wie der Unterricht diese Frage lösen soll, eine sehr heikle. Dies drückte sich auch in dem eingehenden Referate aus, welches E. Czuber auf dem Meraner Naturforschertag erstattet hat und mit dem Leitsatze schloß:

„Nicht aus äußeren, sondern aus Gründen innerer Notwendigkeit ist eine Umgestaltung des mathematischen Unterrichtes an unseren Mittelschulen, den Gymnasien wie den Realschulen, in dem Sinne zu empfehlen, daß der bisherige Lehrstoff einer sorgfältigen Sichtung unterzogen und mit dem Grundgedanken der elementaren Funktionenlehre bis hin zu den beiden Fundamentalbegriffen der Infinitesimalrechnung organisch durchsetzt werde." (Czuber IV, 1; Seite 130).

Diese sehr vorsichtig und geschickt formulierten Forderungen fanden bald allgemeine Zustimmung; die Unterrichtsverwaltung gestattete an einzelnen Anstalten, daß der Unterricht versuchsweise nach den neuen Gesichtspunkten zu behandeln sei, und entschloß sich, aus Anlaß der Mittelschulreform wenigstens dem einen der beiden Grundbegriffe, dem Differentialquotienten, Eingang in den neuen Lehrplan der oberen Klassen zu verschaffen. Die betreffenden Bemerkungen des neuen Lehrplanes sind sehr allgemein gehalten und gewähren dem Lehrer in der Art, wie er diesen Stoff behandeln soll, die weiteste Freiheit. Dies geschah in guter Absicht, wie ein Blick auf die verschiedensten Publikationen lehrt, welche in der letzten Zeit dieses Thema in mannigfacher Art behandeln. (Vgl. das Referat von Freud über die Lehrbücher.)

Einen Gegenstand lebhafter Diskussion bildete die Frage, ob der Begriff des Differentialquotienten zuerst in der Mathematik (Tangentenproblem) oder in der Mechanik (Geschwindigkeit) einzuführen sei. Die Zweifel lösen sich von selbst, wenn man an die Entwicklungsgeschichte dieses Begriffes denkt. Einerseits das Tangentenproblem (Fermat, Leibniz), andrerseits die Mechanik (Newtons Fluxionsrechnung) bildeten gleichzeitig und unabhängig voneinander den Ausgangspunkt. Einen ähnlichen Weg kann man auch im Unterrichte einschlagen, in welchem in der siebenten Klasse sowohl der mathematische Unterricht in der analytischen Geometrie als auch die Mechanik bei der Bestimmung der Geschwindigkeit den Begriff des Differentialquotienten zunächst voneinander getrennt herausarbeiten, um sofort daran anschließend das beiden Vorstellungen Gemeinsame dem Schüler zum klaren Bewußtsein

zu bringen. Ein solcher Vorgang ist umso leichter durchführbar, als in der Regel in den obersten Klassen Mathematik und Physik in der Hand eines Lehrers vereinigt sind.

Die starke Betonung des Funktionsbegriffes in geometrischer Form führte unwillkürlich dahin, daß auch der Differentialquotient in geometrisch anschaulicher Form eingeführt werden solle. Nebst manchen Vorteilen spricht gegen diese Art der Behandlung, daß sie nicht alle Unklarheiten behebt; daß zum Beispiel der Differentialquotient wiederum eine Funktion der Veränderlichen ist, wird durch die mechanische Interpretation anschaulicher gemacht wie durch die geometrische.

Der analytische Charakter des Differentialquotienten wird zu sehr in den Hintergrund gedrängt. Doch lassen sich zweifellos auch die hier auftretenden Meinungsgegensätze dadurch mildern, daß in den einfacheren Fällen, z. B. bei der linearen und quadratischen Funktion der Begriff des Differentialquotienten in analytisch einwandfreier Weise entwickelt wird.

Eine offene Frage ist noch, was aus der Differentialrechnung in den Unterricht verpflanzt werden soll.

Die Meinung der Mehrzahl der Mathematiklehrer geht dahin, sich auf die Differentiation der folgenden Funktionen zu beschränken:

$$a\,x+b,\ a\,x^2+b\,x+c,\ a\,x^3,\ \frac{c}{a\,x+b},\ \frac{a}{x^2},\ \sqrt{x},$$

(geometrisch-anschaulich und eventuell auch analytisch), ferner

$$\sin x,\ \cos x,\ a^x,\ {}^a\log x$$

(geometrisch-anschaulich). Daran schließen sich Aufgaben zur Bestimmung von Kurventangenten und Geschwindigkeiten sowie Aufgaben über größte und kleinste Werte.

Für eine Besprechung des zweiten Differentialquotienten ist im rein mathematischen Unterrichte wenig Bedürfnis vorhanden, da wir ihn höchstens bei der Entscheidung benötigen, ob in einem gegebenen Falle ein Maximum oder Minimum vorliegt. In den meisten Fällen ist dies aber infolge der Formulierung des Problems überflüssig. Anders steht die Sache bei dem Begriffe der Beschleunigung in der Mechanik.

Ungeklärt sind die Anschauungen hinsichtlich der Behandlung der Taylorschen Entwicklung. Sie hätte unter anderem eine Bedeutung bei der approximativen Berechnung der reellen Wurzeln von Gleichungen. Hierzu wäre aber bloß die Entwicklung bis zum zweiten Term nötig. Eine einfache geometrische Behandlung der endlichen Taylorschen Reihe findet man bei R. Schimmack [1]).

---

1) Siehe Seite 27, Anmerkung 1.

Ebenso strittig ist die Frage, wie sich der Unterricht zu dem zweiten Grundbegriff der Infinitesimalrechnung, dem Integralbegriff, zu verhalten habe. Es ist klar, daß man schon in der bisherigen Schulpraxis eine Menge versteckter Integrationen ausführte, z. B. Quadraturen (Berechnung des Kreisinhaltes, der Fläche eines Parabelsegmentes und ähnliche), Kubaturen (Volumsberechnung insbesondere der Teile der Kugel), Bestimmung des Trägheitsmomentes, des Potentiales und endlich Integrationen einfacher Differentialgleichungen. In diesen Fällen tritt das Integral in seinen beiden Formen sowohl als unbestimmtes wie als bestimmtes Integral auf, so daß die Frage entsteht, welchen der beiden Wege der Unterricht einschlagen solle. Der Lehrplan hat den Integralbegriff in das Lehrpensum des Gymnasiums nicht aufgenommen, wohl aber in das der Realschule. Von den Versuchen, eine methodische Behandlung des Integrals in der Schule zu geben, sei hier der eine erwähnt, vom bestimmten Integral auszugehen, von da zum unbestimmten Integral hinüberzuleiten und daran erst den Begriff des Differentialquotienten anzuschließen. (Bruno, IV.)

Jedenfalls gehen hierüber die Ansichten noch sehr auseinander. Es kann also auch von keiner allseitig befriedigenden Klärung der Frage gesprochen werden, um so weniger, als noch keine ausreichenden Unterrichtserfahrungen vorliegen.

Wie dem auch immer sei, mehr als in anderen Partien des mathematischen Lehrstoffes wird bei der Behandlung der beiden Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung das didaktische Feingefühl des Lehrers entscheiden, wie weit er mit Rücksicht auf die jeweilige Begabung der Schüler zu gehen habe. Einem Zuviel hat der Lehrplan schon dadurch eine Schranke gesetzt, daß er die zur Verfügung stehende Stundenzahl in den obersten Klassen nicht zu reichlich bemessen hat.

D. Angewandte Mathematik, Geschichte der Mathematik.

17. Die angewandte Mathematik im Unterrichte.

Die Anwendungen der Mathematik kommen zunächst auf der Unterstufe in der Beschaffenheit des Aufgabenmaterials zur Geltung. Der Arithmetikunterricht hat schon seit jeher darauf Rücksicht genommen.

Wenn über diesem Gegenstand Meinungsdifferenzen bestehen, so betreffen dieselben nur die Art und Weise der Durchführung. Die einen wünschen, daß die verschiedenartigsten Aufgaben aus dem

täglichen Leben in bunter Reihe miteinander abwechseln. Dagegen verlangen die andern, daß „nicht isolierte. aus dem praktischen Leben stammende Einzelanwendungsaufgaben“, sondern „für die nationale Kulturarbeit wertvolle Sachgebiete (z. B. statistisches Material) den Ausgangspunkt des Rechenunterrichtes bilden“.[1])

Die erste Anschauung ist die verbreitetste, wenn man auch zugestehen muß, daß gar viele Aufgaben, wie sie z. B. unsere Lehrbücher enthalten und auch dem tatsächlichen Unterrichte zugrunde liegen, mit dem praktischen Leben nur scheinbar zusammenhängen oder daß sie einer sehr idealisierten Wirklichkeit entstammen.

Die zweite Anschauung hat, wie es scheint, nicht viele Anhänger. Man kann gegen dieselbe einwenden, daß, abgesehen etwa von einem geringen Teile frühreifer Schüler, wie man sie z. B. in den Großstädten findet, der Mehrzahl unserer elfjährigen Knaben das Verständnis für statistisches Material und dessen Verwendung abgeht. Es ist auch sehr zweifelhaft, ob die Mehrheit unserer Gymnasiasten, welche die erste Klasse besuchen, das Interesse oder die Fähigkeit besitzt, aus dem angegebenen Zahlenmaterial auf die Ursachen der Weiterentwicklung oder der Stagnation wichtiger ökonomischer und munizipaler Erscheinungen quantitative Schlüsse zu ziehen. Außerdem kann man nur eine beschränkte Anzahl statistischer Daten dem Unterrichte zugrunde legen. Wenn es nun auch oft nur weniger Daten bedarf, um daraus reichlichen Übungsstoff zu gewinnen, so kann doch der Schüler, wenn er längere Zeit hindurch immer wieder mit denselben Zahlen rechnen soll, daran leicht den Geschmack verlieren.

In der zweiten Klasse bieten die Schlußrechnungen reichlich Gelegenheit, Aufgaben praktischer Natur durchzurechnen. Dieselben beziehen sich z. B. auf die Umwandlung von Maßen und Gewichten (gleichzeitig als Anwendung des abgekürzten Rechnens), auf die Bestimmung des Feingehaltes von Münzen, auf einfache Fälle des kaufmännischen Rechnens und ähnliche. Besondere Anwendungsgebiete stellen die Prozent- und Zinsesrechnungen, sowie die Diskontrechnungen dar.

Weniger Berücksichtigung fanden bisher die Anwendungen im Geometrieunterrichte der untersten Klassen. Heute verlangt der Lehrplan ausdrücklich eine „Verwertung und Durchbildung der von den übrigen Schulfächern (Geographie, Naturgeschichte u. s. w.) und vom gewöhnlichen Leben nahegelegten Raumvorstellungen“.

Im unmittelbaren Zusammenhange damit steht die Forderung, daß die Schüler viel messen, zeichnen und selbst Modelle anfertigen

---

[1]) K. Goldziher, Der Rechenunterricht auf der Unterstufe der höheren Schulen. (Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 1908, Seite 289—309).

sollen. Auch Wägungen sollen vorgenommen werden, um die durch Rechnung gefundenen Resultate zu bestätigen. Freilich darf bei dieser Gelegenheit der Umstand nicht verschwiegen werden, daß, solange der Unterricht bloß auf das Schulzimmer beschränkt bleibt, die Wirklichkeit, welcher die Schüler die Daten zu den Aufgaben entnehmen sollen, eine recht enge und nüchterne Welt darstellt.

Auf der Mittelstufe stellen die sogenannten eingekleideten Aufgaben, die Textgleichungen, die Verbindung mit der Wirklichkeit her. Wie man über die Aufgabensammlungen, aus welchen der Unterricht bisher sein Übungsmaterialan Textgleichungenschöpfte, zu urteilen hat, schildert ausführlich in zwar sehr drastischeraber überaus treffender Weise W. Lietzmann[1]), auf dessen Ausführungen ich hier sehr gerne verweise. „Die Beispiele, welche wirklich praktischen Stoffen entlehnt sind, sind dünn gesät; neben den berüchtigten Bewegungsaufgaben etwas Geometrie, dann wohl auch einmal eine Legierung oder ein spezifisches Gewicht; umso häufiger aber Wasserbehälter mit komplizierten Röhren, Weinsorten, Nußhaufen, Pferdehandel, Erbschaft, Spiel u. dgl.“

Die neueren Aufgabensammlungen bemühen sich, in dieser Richtung Wandel zu schaffen und werden auf diese Weise den besten Einfluß auf die künftige Gestaltung des Unterrichtes ausüben.

Im mathematischen Unterrichte der oberen Klassen kamen bisher zwei Gebiete für die Anwendungen in Betracht, einerseits die Zinseszins- und Rentenrechnung, andrerseits im Anschlusse an die Trigonometrie Aufgaben aus der praktischen Geometrie, wie Höhen- und Entfernungsbestimmungen, Aufgaben aus der Erdkunde und Nautik, geodätische Aufgaben und vereinzelte Aufgaben aus anderen Gebieten,

Die Beispiele, welche der Zinseszins- und Rentenrechnung entnommen wurden, waren im allgemeinen einfach und nicht gekünstelt. Überdies benützte nicht selten der Lehrer diese Gelegenheit, um die Schüler mit den wichtigsten Eigentümlichkeiten des modernen Geldwesens und den bedeutendsten Formen der kapitalistischen Unternehmungen (wie Sparkassen, Postsparkasse, Banken, Aktiengesellschaften) bekanntzumachen.

Im Anschlusse daran sei bemerkt, daß der neue Lehrplan im Lehrstoff der siebenten Klasse die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorschreibt. Es wird sich hierbei natürlich nur darum handeln, an den einfachsten Beispielen die Grundbegriffe verständlich zu machen und dieselben insbesondere auf die eine oder andere Aufgabe aus dem Versicherungswesen anzuwenden.

---

[1]) W. Lietzmann, Stoff und Methode im mathematischen Unterricht der norddeutschen höheren Schulen auf Grund der vorhandenen Lehrbücher. (Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, Band I, Heft 1, 21. Abschnitt. Teubner, Leipzig 1909).

Nicht so günstig wie im Falle der Zinseszins- und Rentenrechnung stand es mit den Aufgaben aus der praktischen Geometrie. Man besprach zwar die Grundprobleme der Feldmessung, redete von Triangulierung und zeigte eventuell noch den Theodolithen; im allgemeinen wurden jedoch die Bestimmungsstücke fast ausschließlich diktiert oder dem Lehrbuch entnommen.

Daß die Schüler auch ins Freie hinausgeführt wurden, um dort Aufnahmen machen zu können, ist mir nur in vereinzelten Fällen bekannt. Es ist klar, daß ein solcher Unterricht an den Gymnasien der kleineren Landstädte bei weitem leichter durchführbar ist als an den Schulen der Großstadt. Leider enthalten hierüber die Jahresberichte wenig Anhaltspunkte.

Wie notwendig es aber besonders in diesem Teile der Mathematik ist, daß sich an den Unterricht in der Schule auch Übungen im Freien anschließen sollen, erhellt schon daraus, daß gerade in der Art der Beschaffung der Bestimmungsstücke der Hauptwert derartiger Übungen zu suchen ist. Ist einmal das Problem welches zunächst ganz in der Wirklichkeit gelegen ist, mathematisch formuliert, dann ist die weitere Behandlung desselben in der Regel nicht schwer. Man wundert sich oft, auf wie einfache Aufgaben ein solches Problem führt, wenn es nur vernünftig formuliert wird. Bei weitem schwieriger ist der erste Teil. Gerade in der Wahl der Bestimmungsstücke äußert sich die größere oder geringere Geschicklichkeit des Messenden und darum liegt auch hier der Kern der ganzen Behandlung eines Problems der angewandten Mathematik. Das Lehr- oder Übungsbuch, selbst wenn es noch so sehr die Beispiele der Wirklichkeit anzupassen sucht, nimmt dadurch, daß es die Bestimmungsstücke dem Schüler als gegeben in die Hand liefert, gerade das Wertvollste vorweg. Für den Schüler bleibt unter solchen Verhältnissen bloß der zweite rein mathematische Teil der Aufgabe übrig, der zumeist sehr einfach ist und an die Geistestätigkeit oft recht geringe Anforderungen stellt.

Ich glaube hiermit in genügender Weise auf die Konsequenzen hingewiesen zu haben, welche aus der Forderung entstehen, in der Mittelschule angewandte Mathematik zu treiben. Bei der Ausführung dieser Forderung treten natürlich ähnliche Schwierigkeiten auf wie in den Fragen der physikalischen oder geographischen Schülerübungen; z. B. in welchem Umfange soll im Gymnasium der Unterricht im Freien betrieben werden? Soll er dem Lehrer zur Pflicht gemacht werden oder soll er der Neigung des Einzelnen überlassen bleiben? und ähnliches mehr. Vorläufig wird sich wohl der Unterricht im Freien zunächst auf der Unter- und Mittelstufe auf ein paar einfache Entfernungs- und Höhenbestimmungen, verbunden etwa mit einer kleinen Croquisaufnahme, beschränken, was am besten im Einvernehmen mit dem Lehrer der Geographie geschehen wird. Auf der Oberstufe können

sich einige minder einfache Aufnahmen im Gelände als Anwendung der Trigonometrie anschließen. Auf keinen Fall soll man aber hierzu Präzisionsinstrumente benutzen; denn je einfachere Apparate der Schüler bei seinen Messungen verwendet, einen desto überraschenderen und tieferen Eindruck macht auf ihn die mit diesen erzielte, relativ große Genauigkeit des erhaltenen Resultats.

Durch die intensive Pflege des Funktionsbegriffes hat sich der moderne mathematische Unterricht von selbst den Kreis der Aufgaben aus der angewandten Mathematik erweitert. Dies äußert sich schon bei der graphischen Darstellung von Tabellen und Gesetzen, welche bekanntlich den verschiedensten Anwendungsgebieten entnommen werden können. Später sind es die besonderen Funktionen, für welche hauptsächlich die Mechanik und Physik eine Menge Übungsstoff liefern, und endlich die zahlreichen Aufgaben über größte und kleinste Werte, zu deren Lösung nunmehr bereits der Begriff des ersten Differentialquotienten in seiner einfachsten Form mit Erfolg benutzt werden kann.

Ich bin auf diese Weise bei dem Punkte angelangt, wo ich der Beziehungen der Mathematik zu denjenigen Disziplinen gedenken sollte, welche ihr am nächsten stehen, das sind Mechanik, Physik und Astronomie.

Ich muß jedoch aus den schon in der Vorrede erwähnten Gründen von einer Besprechung dieser mannigfaltigen Beziehungen absehen und will an dieser Stelle nur auf die heute von der Mehrzahl der Lehrer der Mathematik und Physik an Gymnasien geteilte Anschauung hinweisen, „eine stärkere Mathematisierung des physikalischen Unterrichtes als bisher sei im Gedenken früherer Zustände nicht zu befürworten". (Czuber, IV, 1, Seite 129 und Wallentin, IV, 1, Seite 698).

18. Das historische Moment im Unterrichte.

Die Forderung, daß auch die Geschichte der Mathematik im Unterrichte eine Rolle spiele, ist nicht erst in der jüngsten Zeit entstanden. Wenn man aber daran ging, sie zu erfüllen, kam man stets in einige Verlegenheit. Die Lehrbücher enthielten allerdings kurze historische Angaben, welche entweder als Anhang oder in Anmerkungen einzelnen Kapiteln beigefügt wurden. Dieselben bestanden zumeist in etymologischen Erklärungen der gerade vorher erklärten mathematischen Symbole und in mitunter sehr dürftigen Angaben historischer Daten über diejenigen Mathematiker, welche die Symbole in die Mathematik eingeführt oder wichtige Lehrsätze aufgestellt oder gewisse Zahlenwerte berechnet haben. So kann man z. B. in Močniks Arithmetik (Močnik, II, 1; Seite 99) die folgende Stelle lesen: „Gebrochene Exponenten kommen zuerst bei Oresme (14. Jahrhundert),

Null und negative Zahlen als Exponenten bei Chucquet (1484) vor. Quadratwurzeln aus negativen Zahlen wurden zuerst von Cardano (1545) beachtet. Die Bezeichnung „reell, imaginär" stammt von Descartes, „konjugiert" von Cauchy (1821), „komplex" sowie das Zeichen *i* von Gauß (1831; geb. 1777, gest. 1855), welcher der komplexen Zahl durch seine graphische Darstellung die Gleichberechtigung erwarb." Dies ist gleichzeitig die einzige Stelle, wo das Lehrbuch des „princeps mathematicorum" Erwähnung tut.

Von solchen im Unterrichte gemachten Bemerkungen kann man ruhig sagen, daß sie sehr geringen Nutzen bringen, abgesehen davon, daß dieselben, wenn sie überhaupt Eindruck machen, bloß falsche Vorstellungen über die Bedeutung der erwähnten Persönlichkeiten erwecken können.

Schon etwas mehr Eindruck rufen derartige historische Notizen bei den Schülern hervor, wenn man dort und da ein geflügeltes Wort oder eine charakteristische Anekdote aus dem Leben eines bedeutenden Gelehrten erzählt. Der Vortrag erfährt dadurch eine angenehme Würze. Besteht aber in einer solchen Art das Wesen eines das historische Moment berücksichtigenden Unterrichts? Gewiß nicht. Der Wert historischer Betrachtungen ist ein viel tieferer.

Mach sagt in dem Vorwort zu seiner Mechanik: „Der Kern des Gedankens der Mechanik hat sich fast durchaus an der Untersuchung sehr einfacher besonderer Fälle mechanischer Vorgänge entwickelt. Die historische Analyse der Erkenntnis dieser Fälle bleibt auch stets das Wirksamste und Natürlichste, jenen Kern bloßzulegen, ja man kann sagen, daß nur auf diesem Wege ein volles Verständnis der allgemeinen Ergebnisse der Mechanik zu gewinnen ist."

Was hier Mach in bezug auf die Mechanik ausspricht, kann natürlich ebensogut auf jede andere Wissenschaft, insbesondere auch auf die Mathematik angewendet werden. „L'histoire de la science doit être notre premier guide" sagt Poincaré[1]). Zunächst sind diese Mahnungen an die Lehrer selbst gerichtet, denen ein Studium der Geschichte ihrer Wissenschaft nicht dringend genug anempfohlen werden kann.

Man erhält sich durch die Beschäftigung mit der Geschichte der mathematischen Wissenschaft nicht bloß das Interesse an deren wissenschaftlichen Problemen, sondern findet darin immer von neuem Anregung zu selbständiger Betätigung.

Vor allem aber vermag eine solche Tätigkeit mittelbar den günstigsten Einfluß auf die Unterrichtsmethode des Lehrers auszuüben, welcher dann nicht so leicht auf gekünstelte Beweise verfallen und, wo

---

[1]) H. Poincaré, Les définitions mathématiques et l'Enseignemen (Science et Méthode, livre I, chap. 2. Flammarion, Paris 1908).

er zwischen mehreren Methoden zu wählen hat, die natürlichste unter diesen zur Anwendung bringen wird.

Im Unterrichte kann man zwar keine eingehende historische Analyse vornehmen. Wenn man aber Geschichte treiben will, dann soll es weniger eine Lebensbeschreibung von Persönlichkeiten als eine Geschichte der Probleme sein In diesem Sinne will ich auch die kurze Bemerkung des Lehrplanes deuten, welcher für die achte Klasse „Rückblicke vom historischen Standpunkte aus" fordert, das ist z. B. bei der wiederholenden Entwicklung des Zahlbegriffes möglich. Natürlich bieten sich auch schon im Unterrichte der vorhergehenden Klassen Gelegenheiten genug zu geschichtlichen Bemerkungen, so kann man unter anderem im Anschlusse an die Konstruktionsaufgaben der Planimetrie das berühmte Problem der Quadratur des Kreises oder die Trisektion des Winkels und das Delische Problem zum mindesten erwähnen und die Richtung andeuten, in welcher die Lösung desselben sich bewegt. Sind es doch gerade Probleme solcher Art, welche immer wieder von neuem das Interesse der Schüler erwecken und manchen zu selbständiger Betätigung reizen. Wir können ferner an den einfachsten Fällen die Kreisteilung historisch behandeln. Endlich eignet sich für eine historische Darstellungsweise in ganz besonderem Maße das Tangentenproblem.

Im Rahmen eines solchen Unterrichtes werden auch Bemerkungen über die mit diesen Problemen in Zusammenhang stehenden bedeutenden Mathematiker viel wertvoller sein, als wenn ihre Namen bloß an formale Zeichen geknüpft erscheinen.

Indem wir endlich dem Schüler in der obersten Klasse bei dem einen oder anderen Problem — und wenn es auch nur ein einziges ist — den historischen Werdegang, welchen dasselbe in der Wissenschaft genommen hat, skizzieren, so bekommt der Schüler gleichzeitig eine erste Ahnung von dem, was man wissenschaftliche Forschung nennt. Dies erscheint mir als der größte Vorteil eines auf historischer Grundlage aufgebauten Unterrichtes, der umso bedeutsamer ist, als gerade in der jetzigen Zeit die Popularisierung der Wissenschaften, insbesondere der Naturwissenschaften, selbst in den Kreisen der Gebildeten häufig ganz falsche Vorstellungen erweckt.

Anhang.

Stundenübersicht.

Lehrgegenstände	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Summe
Religionslehre	2	2	2	2	2	2	2	2	16
Unterrichtssprache	4	4	3	3	3	3	3	3	26
Lateinische Sprache	8	7	6	6	6	6	5	5	49
Griechische Sprache	—	—	5	4	5	5	4	5	28
Geschichte }	—	2	2	2	3	4	3	I. Sm. 4 } II. Sm. 3 }	18
Geographie }	2	2	2	2	1	1	—	—	$11^1/_2$
Mathematik	3	3	3	3	3	3	3	2	23
Naturgeschichte	2	2	—	} 3	3	2	—	—	9
Physik und Chemie	—	—	2	} 3	—	—	4	I. Sm. 3 II. Sm. 4	$12^1/_2$
Philos. Propädeutik	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Freihandzeichnen	3	3	2	2	—	—	—	—	10
Schreiben	1	—	—	—	—	—	—	—	1
Turnen	2	2	2	2	2	2	2	2	16
Summe	27	27	29	29	28	28	28	28	224

Bemerkungen.

Moderne Sprachen und Landessprachen werden entweder obligat oder relativ-obligat oder unobligat je nach lokalen Verhältnissen auf Grund besonderer Verfügungen gelehrt.

Als freie Gegenstände werden gelehrt: Freihandzeichnen im Obergymnasium, Gesang, Stenographie, vereinzelt auch darstellende Geometrie.

Im ersten Semester der VIII. Klasse entfällt eine wöchentliche Geschichtsstunde auf die Wiederholung der alten Geschichte. Die übrigen Stunden werden gleichmäßig auf Geographie und Geschichte (samt Bürgerkunde) verteilt.

Auf Antrag der Landesschulbehörden im Einvernehmen mit den Lehrkörpern kann je nach Verhältnis der Gesamtzahl wöchentlicher Unterrichtsstunden auch die Erweiterung der Stunden für Griechisch in der VII. auf fünf Stunden sowie der Stunden für Naturgeschichte in der VI. Klasse auf drei Stunden gestattet werden.

Auszug aus dem Lehrplane vom Jahre 1909.

Arithmetik. Geometrie.

Unterstufe.

I. Klasse.

Die vier Grundrechnungsarten an ganzen benannten und unbenannten Zahlen im beschränkten, nur allmählich sich erweiternden Zahlenbereiche. Römische Zahlzeichen. Vaterländische Münzen, Maße und Gewichte. Dezimalzahlen, aufgefaßt zuerst nach dem Positionssystem, später als Dezimalbrüche, in Verbindung mit Vorübungen für das Bruchrechnen (Gemeine Brüche, deren Nenner aus wenigen kleinen Primfaktoren bestehen, und die an konkreten Anschauungsbeispielen ohne sogenannte Bruchregeln als besondere Arten benannter Zahlen zu behandeln sind).

Vorübungen im Anschauen einfacher Körperformen, namentlich des Würfels und der Kugel. Übungen im Gebrauch von Zirkel, Lineal, Dreieck, Maßstab, Transporteur. Messen und Zeichnen von Gegenständen der Umgebung. Vertrautwerden mit den Eigenschaften und Beziehungen einfachster individueller Raumgebilde (Winkel von 90°, 60°, gleichschenkelige, rechtwinklige, gleichseitige Dreiecke u. dgl.), Parallel- und Normalsein von Geraden und Ebenen an individuellen Flächen- und Körperformen.

Inhalt von Quadrat, Rechteck, Würfel, Quader (rechtwinkligem Parallelepiped) als Anwendungen des metrischen Maßsystems.

II. Klasse.

Maße und Vielfache; Vertrautwerden mit den Primfaktoren eines allmählich sich erweiternden Zahlenkreises. Verallgemeinernde Regeln des Bruchrechnens; Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt. Direkt und verkehrt proportionale Größen (als einfachste Anlässe zu funktionalem Denken) in Schlußrechnungen. Beständige Übung im Rehnen mit benannten Dezimalzahlen unter allmählicher Erweiterung des Gebietes. Einfachste Zinsenrechnungen.

Anschauung der Symmetrie von körperlichen und ebenen Gebilden. Einsicht in die ausreichenden Bestimmungsstücke einer ebenen Figur durch Konstruktion (als Ersatz der Kongruenzbeweise). Mannigfaltige Anwendungen auf Messungen im Schulzimmer, womöglich auch im Gelände. Dreiecke, Vierecke, Vielecke (namentlich regelmäßige); Kreise.Die dazugehörigen geraden Prismen, Pyramiden, Zylinder und Kegel. Kugel nach den Erfordernissen des gleichzeitigen Geogra-

phieunterrichtes. Beweglichkeit der Gebilde (ihre Gestalt- und Größenänderungen bei Änderung der Bestimmungsstücke).

III. Klasse.

Anfänge der allgemeinen Arithmetik als abschließende Zusammenfassung des bisherigen Rechenunterrichtes; Darstellung der Rechengesetze in Worten und Buchstaben, einfachste Umformungen, Übungen im Substituieren (häufige Proben für die allgemeinen Rechnungen durch Einsetzen besonderer Zahlen in Angabe und Resultat). Negative Zahlen in einfachsten und ungekünstelten Anwendungen (Thermometer- und Höhenskala, Wasserstände, Zahlenlinie).

Beziehungen zwischen Flächeninhalten (Vergleichungen, einfachste Verwandlungen, Maßformeln). Rauminhalte der entsprechenden geraden Prismen und Zylinder. Messungen und Vergleichungen an Gegenständen des Schulzimmers, des Schulgartens und womöglich auch im Gelände. Pythagoreischer Satz mit reichlichen Veranschaulichungen und Anwendungen an ebenen und einfachsten körperlichen Gebilden (z. B. Diagonale des Würfels, Höhe gerader quadratischer Pyramiden). Pyramide (Kegel), Kugel; Oberfläche und Inhalt (für letztere ohne Begründung).

Vielseitige Verbindung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes. Graphische Darstellung der vier Rechnungsoperationen an Strecken, der Ausdrücke für $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$, $(a+b)^3$ u. s. w. an Rechtecken, Würfeln. Quadrat- und Kubikwurzelziehen im Anschluß an die planimetrischen und stereometrischen Rechnungen. Abgekürztes Rechnen. Beurteilung des anzustrebenden und zu erreichenden Genauigkeitsgrades auf Grund wirklichen Messens der Bestimmungsstücke. Überschlag der Größenordnung des Ergebnisses, Bestätigung der Schätzungs- und Rechnungsergebnisse durch nachträgliches Messen und Wägen der berechneten Körper- und Flächenmodelle. Weitere Anregungen zu funktionalem Denken: Wachsen der Längen-, Flächen- und Raumausdehnungen der (in unmittelbarer Anschauung und beim Zeichnen in verjüngtem Maßstab) als ähnlich erkannten Figuren und Körper mit der ersten, zweiten und dritten Potenz, der zweiten und dritten Wurzel von Bestimmungsstücken. Einfachste Bestimmungsgleichungen, soweit die planimetrischen und stereometrischen Rechnungen dieser Klasse auf sie .führen.

Mittelstufe.

IV. Klasse.

Allgemeine Arithmetik: Die vier Grundoperationen; Gleichungen des ersten Grades; Verhältnisse, Proportionen; reine Gleichungen zweiten Grades. Lineare Funktion.	Planimetrie.

V. Klasse.

Erweiterungen und Ergänzungen des arithmetischen Lehrstoffes der vorangegangenen Klasse. Potenzen und Wurzeln.	Stereometrie.

Oberstufe.

VI. Klasse.

Logarithmen. Gleichungen zweiten Grades und höheren Grades, soweit sie sich auf solche zweiten Grades zurückführen lassen. Irrationale, imaginäre und komplexe Zahlen. Quadratische Funktion.	Goniometrie und Trigonometrie (Winkelfunktionen).

VII. Klasse.

Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszinsrechnung. Kombinationslehre. Binomischer Satz für ganze positive Exponenten. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.	Analytische Geometrie (Linien ersten und zweiten Grades). Begriff des Differentialquotienten in geometrischer Form. Angenäherte Lösung von Gleichungen mittels graphischer Methoden.

VIII. Klasse.

Zusammenfassende Wiederholungen aus dem Gesamtgebiete des mathematischen Schulunterrichtes. Erweiterungen und Vertiefungen an einzelnen Stellen. Anwendungen auf die verschiedenen Gebiete des Unterrichtes und des praktischen Lebens. Rückblicke und Ausblicke nach geschichtlichen und philosophischen Gesichtspunkten.

Literaturverzeichnis.[1]

I. Ministerialerlässe[2] und Verhandlungsprotokolle der Mittelschulenquete.

1. Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Österreich; 1849.
2. Erlaß vom 10. September 1855, betreffend einige Änderungen in der Organisation der Gymnasien.
3. Erlaß vom 21. Dezember 1870, betreffend die Vermehrung der mathematischen Lehrstunden in der achten Klasse.
4. Erlaß vom 26. Mai 1884, teilweise geänderte und ausführlichere Lehrpläne und Instruktionen enthaltend.
5. Erlaß vom 27. Mai 1884, betreffend die Aufnahmsprüfung in die erste Gymnasialklasse.
6. Erlaß vom 30. August 1897, betreffend die Prüfung der Kandidaten des Gymnasial- und Realschullehramtes.
7. Erlaß vom 8. Juni 1899, betreffend die Lehrpläne für Mathematik und Physik.
8. Erlaß vom 23. Februar 1900; Neuauflage des Lehrplanes und der Instruktionen für den Unterricht an den Gymnasien.
9. Erlaß vom 29. Februar 1908, betreffend neue Vorschriften für die Reifeprüfungen an Gymnasien und Realschulen.
10. Erlaß vom 8. August 1908, betreffend die Errichtung von achtklassigen Realgymnasien und Reformrealgymnasien.
11. Erlaß vom 20. März 1909, betreffend einen neuen Lehrplan für die Gymnasien.
12. Die Mittelschulenquete im k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht; Wien, 21.—25. Jänner 1908. (Hölder, Wien.)

---

[1] Darauf beziehen sich alle im Texte in Klammern beigefügten Literaturangaben.

[2] Veröffentlicht im Verordnungsblatte für den Dienstbereich des Ministeriums für Kultus und Unterricht.

II. Lehrbücher und Logarithmentafeln. [1])

J. Arbes, Vierstellige Logarithmentafeln; 1905. (Tempsky, Wien).

E. Bardey, Aufgabensammlung für die österreichischen Mittelschulen, bearbeitet von F. Schiffner und G. Wagner. (Graeser, Wien).

J. Gajdeczka, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen der Mittelschulen; 7. Auflage, 1908 (Tempsky, Wien).

Fr. Hočevar, Lehrbuch der Geometrie für Obergymnasien; 6. Auflage, 1905 (Tempsky, Wien).

J. Jacob, Lehrbuch der Arithmetik für Obergymnasien; 1908 (Deuticke. Wien).

Kaller, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen; 4. Auflage, 1910 (Deuticke, Wien).

M. Mandl, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen; 1908 (Manz, Wien).

Močnik, 1. Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen der Gymnasien, bearbeitet von A. Neumann; 29. Auflage, 1905 (Tempsky, Wien).

— 2. Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Gymnasien, bearbeitet von J. Spielmann; 25. Auflage, 1906 (Tempsky, Wien).

R. Suppantschitsch, Lehrbuch der Geometrie für Gymnasien und Realgymnasien, Mittelstufe; 1910 (Tempsky, Wien).

III. Programmabhandlungen. [2])

1901/02:

K. Lorenz, Das Rechnen mit unvollständigen Zahlen (Waidhofen a. d. Thaya).

L. Rotter, Das Sehnenviereck in rationalen Zahlen (Mährisch Schönberg).

1902/03:

M. Valouch, Archimedes' Messung des Kreises (Leitomischl, böhmisch).

H. Muk, Auflösung eines schiefwinkeligen Dreiecks unter Benützung des Halbmessers des umgeschriebenen Kreises (Reichenau a. K., böhmisch).

Fr. Fabinger, Die Grundelemente der Euklidischen Geometrie (Smichów, böhmisch).

Th. Havliček, Geschichte der Gleichungen. I. (Mistek, böhmisch).

---

[1]) Es sind nur jene österreichischen Lehrbücher angeführt, welche im Texte des Referates zitiert sind.

[2]) Dieses Verzeichnis enthält jene Abhandlungen, welche sich auf Stoff oder Methode der Mathematik im Mittelschulunterrichte beziehen und in den Jahresberichten der österreichischen Gymnasien und Realgymnasien (mit Ausnahme der polnischen Anstalten, die in einem besonderen Referate behandelt werden) in den verflossenen 8 Schuljahren (1901/02—1908/09 veröffentlicht wurden; ferner wurden auch jene Programmabhandlungen von Realschulen erwähnt, welche sich mit der Behandlung des Funktionsbegriffes und der Infinitesimalrechnung sowie mit historischen Fragen im Mittelschulunterrichte beschäftigen.

1903/04:

E. Knabl, Konstruktive Lösung elementarer astronomischer Aufgaben als Beitrag zur Himmelskunde und angewandten Geometrie an Mittelschulen (Stockerau).

Fr. Servit, Euklids Grundelemente. I. (Königliche Weinberge, böhmisch).

Th. Havliček, Geschichte der Gleichungen. II. (Mistek, böhmisch).

1904/05:

J. Sommer, Einführung in die Trigonometrielehre (Prag Kleinseite, böhmisch).

Fr. Servit, Euklids Grundelemente. II. (Königliche Weinberge, böhmisch).

A. Pařizek, Zur Theorie des größten gemeinschaftlichen Maßes und des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen (Hohenmauth, böhmisch).

Th. Havliček, Geschichte der Gleichungen. III. (Mistek, böhmisch).

K. Kosmik, Das Dreieck, vornehmlich betrachtet in bezug auf die ihm zukommenden besonderen Kreise und deren Radien (Mährisch Weißkirchen).

K. Zahradniček, Zur Frage der Einführung der Infinitesimalrechnung an den österreichischen Mittelschulen (Staatsrealschule Wien, II. Bezirk).

1905/06:

P. Johann de Dukla Lopič, Die Grundoperationen im Obergymnasium (Bozen).

A. Pedoth, Entstehung des Begriffes der ganzen und gebrochenen Zahlen und die einfachen Rechnungsarbeiten mit diesen (Reichenberg).

L. Nagele, Über die Einführung der Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung in den Mittelschulunterricht (Staatsrealschule Plan).

1906/07:

H. Haidl, Die Näherungsmethoden zur Auflösung numerischer Gleichungen (Oberhollabrunn).

R. Klug, Des kaiserlichen Mathematikers Johannes Keplers Neujahrsgeschenk oder über die Sechseckform des Schnees (Linz).

M. Hellweger, Die Huygens'schen Methoden der Kreismessung und Berechnung der Zahl π auf 5 Dezimalen nach denselben (Brixen, Privatgymnasium).

J. Daninger, Ästhetisches aus der Mathematik und der Physik (Prag-Altstadt).

Fr. Queisser, Die Verwendung der Etymologie der termini technici im Unterrichte der Mathematik. I. (Krumau).

J. Arbes, Über Erfindung, Gestaltung und Wertschätzung der Logarithmen. I. (Smichów).

Fr. Servit, Euklids Grundelemente. III. (Königliche Weinberge, böhmisch).

M. Haas, Ableitung einiger geometrischer Lehrsätze durch mechanische Operationen (Troppau, böhmisch).

J. Morawetz, Über die rechnende Geometrie an der Mittelschule (Staatsrealschule Salzburg).

K. Schrautzer, Zur Einführung der Unendlichkeitsrechnung in der Mittelschule (Staatsrealschule Laibach).

1907/08:

E. Dintzl, Einführung in die Funktionenlehre, für Schüler der oberen Klassen an Mittelschulen dargestellt (Wien, II. Bezirk).

Fr. Zimmermann, Zur Einführung der Infinitesimalrechnung (Horn).

P. R. Fišer, Rationale Zahlen in der analytischen Geometrie der Ebene (Braunau).

Fr. Queisser, Die Verwendung der Etymologie der termini technici im Unterrichte der Mathematik. II. (Krumau).

J. Arbes, Über Erfindung, Gestaltung und Wertschätzung der Logarithmen. II. (Smichow).

A. Schlosser, Über ebene Trigonometrie und Lösung von Aufgaben (Tetschen a. E.).

M. Otta, Versuch der Einführung der Infinitesimalrechnung an Mittelschulen (Königliche Weinberge, böhmisch).

K. Capilleri, Die Einführung der Infinitesimalrechnung in der Realschule (Staatsrealschule Wien II.).

R. Braunschweig, Über die Berücksichtigung des Historischen im mathematischen Unterrichte (Staatsrealschule Böhmisch-Leipa).

1908/09:

J. Nager, Einführung in die Elemente der geometrischen Analyse (Klosterneuburg).

P. B. Schwacha, Rechnungsproben im Gebiete der elementaren Operationen (Wilhering).

E. Dittrich, Die Ursachen der Genauigkeit in der Mathematik (Wittingau, böhmisch).

Fr. Vrána, Archimedes' Brief über die Lösung geometrischer Aufgaben auf mechanischem Wege; Übersetzung (Proßnitz, böhmisch).

A. Marjánek, Das Kubieren und Ausziehen der Kubikwurzel bei dekadischen Zahlen. Methodische Bemerkungen (Straßnitz, böhmisch).

J. Schmidt, Der Infinitesimalkalkül (Staatsrealschule, Wien IX.).

IV. Weitere Literatur.

A. Adler, 1. Über die modernen Methoden im mathematischen Unterrichte (Zeitschrift Österreichische Mittelschule, 1907, Seite 91—94).
2. Theorie der geometrischen Konstruktionen (Sammlung Schubert, 52. Band).

J. Arbes, 1. Zur Einführung vierstelliger Logarithmentafeln in den Mittelschulen (Österreichische Mittelschule, 1904, Seite 373).

2. Sollen vierstellige Logarithmen an den österreichischen Mittelschulen eingeführt werden? (Zeitschrift für das Realschulwesen, 1905, Seite 207—210).

Bericht über den IX. deutsch-österreichischen Mittelschultag, mathematische Sektion (Österreichische Mittelschule, 1906, Seite 254—259).

K. Bruno, Die Grundlehren der Integral- und Differentialrechnung (Wien, Hölder 1908, 54 Seiten).

E. Czuber, 1. Die Frage der Einführung der Infinitesimalrechnung in den Mittelschulunterricht vom österreichischen Standpunkte (Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung 1906, Seite 116 — 131; Zeitschrift für das Realschulwesen 1905, Seite 641—655).

2. Referat, betreffend die Zweistufigkeit im Unterrichte, erstattet anläßlich der Mittelschulenquete über das Thema 3 (Vergl. I, 12; Seite 603 —609).

J. G. Daninger, Über die Reform des mathematischen Unterrichtes an den Mittelschulen (Österreichische Mittelschule, 1906, Seite 204—208).

F. Hočevar, 1. Über den arithmetischen Unterricht am Obergymnasium (Zeitschrift für das österreichische Gymnasialwesen, 1901, Seite 390).

2. Sind die Elemente der Infinitesimalrechnung an den Mittelschulen einzuführen oder nicht? (Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung 1906, Seite 262—265; Zeitschrift für das Realschulwesen 1906, Seite 257—260).

A. Höfler, 1. Gymnasium (Enzyklopädisches Handbuch der Erziehungskunde, Seite 628—645).

2. Vorschläge zu einer zeitgemäßen Umgestaltung des mathematischen Unterrichtes an den österreichischen Gymnasien und Realschulen, im Auftrage der deutschen Mittelschule in Prag erstattet (Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht 1906, Seite 145—159; vergl. auch den Bericht hierüber in der Zeitschrift: Österreichische Mittelschule 1906, Seite 342—344).

3. Drei Vorträge zur Mittelschulreform (Braumüller, Wien, 1908).

4. Korreferat, betreffend die Zweistufigkeit im Unterrichte, erstattet anläßlich der Mittelschulenquete über das Thema 3 (Vergl. I, 12; Seite 609—615).

5. Didaktik des mathematischen Unterrichtes. Erster Band der didaktischen Handbücher für den realistischen Unterricht an höheren Schulen, herausgegeben von A. Höfler und Fr. Poske (Teubner, Leipzig, 1910).

Jahrbuch des höheren Unterrichtswesens in Österreich (Tempsky, Wien, Jhrgge. 1907, 1908, 1909).

H. Kleinpeter, 1. Zur Reform des realistischen Unterrichtes am Gymnasium (Zeitschrift für das österreichische Gymnasialwesen, 1902, Seite 807).

2. Die Geometrie auf der Unterstufe (Zeitschrift für das österreichische Gymnasialwesen 1904).

3. Zur Reformfrage des mathematischen Unterrichtes (Zeitschrift für das Realschulwesen, 1906, Seite 261—267).

J. Loos, Enzyklopädisches Handbuch der Erziehungskunde, herausgegeben unter Mitwirkung von Gelehrten und Schulmännern (Pichlers Wtwe. und Sohn, 1906, 2 Bände).

Prager Vorschläge, Siehe A. Höfler, 2.

G. Rohrauer, Das funktionale Denken im Mittelschulunterrichte (Österreichische Mittelschule 1909, Seite 323—324).

L. Schöngut, Praktische Erfahrungen bei der Einführung der Infinitesimalrechnung im mathematischen Unterrichte der Mittelschule (Österreichische Mittelschule 1908, Seite 459—462).

Sitzungsberichte der Wiener Vereine „Mittelschule" und „Realschule", veröffentlicht in den fünf letzten Jahrgängen der Zeitschrift „Österreichische Mittelschule" insbesondere über die Sitzungen vom 17. Dezember 1904, 20. Mai 1905, 20. Jänner 1906. Ebendaselbst auch die Berichte über die Sitzungen des Vereines „Deutsche Mittelschule" in Prag, insbesondere vom 17. Jänner, 31. Jänner und 21. März 1906, ferner vom 13., 23. Mai und 16. Dezember 1908; endlich über die Sitzung des Vereines „Deutsche Mittelschule für Nordmähren" vom 20. November 1904.

R. Suppantschitsch, 1. L'application des idées modernes des mathématiques à l'enseignement secondaire en Autriche (Atti del IV. congresso internazionale dei matematici, Roma 6.—11. April 1908; Vol. III, 478—481).

2. Sur une introduction première des logarithmes (L'enseignement mathématique 1909, Seite 374—378).

L. Tesar, 1. Zur Frage der Behandlung der Infinitesimalrechnung im Mittelschulunterrichte (Zeitschrift für das Realschulwesen 1905, Seite 276—285).

2. Elemente der Differential- und Integralrechnung (Teubner, Leipzig, 1906, 58 Seiten).

Vorschläge des mathematischen Sonderausschusses der Wiener Vereine „Mittelschule" und „Realschule" (Österreichische Mittelschule 1905, Seite 298—306).

J. G. Wallentin, 1. Über die Methodik des physikalischen Unterrichtes (Zeitschrift für das österreichische Gymnasialwesen 1902, Seite 698).

2. Arithmetik an den höheren Lehranstalten (Enzyklopädisches Handbuch der Erziehungskunde, I. Band, Seite 46—50).

K. Zahradniček, 1. Über die Frage der Verwendung der Infinitesimalrechnung beim Unterrichte in der Mathematik und Physik an den österreichischen Mittelschulen (Österreichische Mittelschule 1905, Seite 36—54).

2. Zur Frage der Infinitesimalrechnung an den österreichischen Mittelschulen (Vortrag, gehalten am IX. deutsch-österreichischen Mittelschultag 9. April 1906; Österreichische Mittelschule 1906, Seite 189—203).

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 4.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN MÄDCHENLYZEEN.

VON
DR. TH. KONRATH,
K. K. PROFESSOR IN WIEN.

DIE PRAKTISCHE VORBILDUNG FÜR DAS HÖHERE LEHRAMT IN ÖSTERREICH.

VON
DR. JOS. LOOS,
K. K. LANDESSCHULINSPEKTOR IN LINZ.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN GEWERBLICHEN LEHRANSTALTEN.

VON
SCHULRAT WILHELM RULF,
K. K. PROFESSOR AN DER STAATSGEWERBESCHULE IM X. BEZ. WIENS.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an den Mädchenlyzeen.

Von Dr. Th. Konrath, k. k. Professor in Wien.

Erster Teil.

Gegenwärtiger Stand der Einrichtung und der Methoden des Mathematikunterrichts an den Mädchenlyzeen.

I. Kapitel. Die verschiedenen Typen von Mädchenschulen mit Mathematikunterricht.

Auf dem Gebiete des Mädchenschulwesens, das in Österreich auf einer verhältnismäßig hohen Stufe steht, können wir folgende Schultypen unterscheiden, an denen Mathematik gelehrt wird:

1. Die allgemeinen Mädchenvolksschulen von 6 bis 14 Jahren.
2. Die Mädchenbürgerschulen von 11 bis 14 Jahren.
3. Die Mädchenlyzeen von 10 bis 16 Jahren.
4. Die Mädchengymnasien von 10 bis 18 Jahren.
5. Die Lehrerinnenbildungsanstalten von 15 bis 19 Jahren.
6. Die Fachschulen für Mädchen: Handels- und Gewerbeschulen, Bildungskurse für Arbeitslehrerinnen (von 17 bis 18 Jahren).

Unter den genannten Mädchenschulen ist lediglich das Mädchenlyzeum diejenige Schule, welche kein Äquivalent bei den Knaben aufweist und daher als typische Mädchenschule bezeichnet werden kann. Die übrigen Schulkategorien sind entweder genau den entsprechenden Knabenschulen nachgebildet oder sie weisen eine geringe Herabminderung des mathematischen Lehrstoffes auf, die sich meist auf den konstruktiven Teil der Geometrie bezieht.*) Die folgenden Ausführungen betreffen daher, insofern sie nicht allgemeinen Charakters sind, vorzugsweise die Mädchenlyzeen.

*) Über Mädchenbürgerschulen vgl. das Referat von K. Kraus!

Das Entstehen dieser Schulen hängt innig mit der ganzen Frauenbewegung zusammen, dem Streben, auch dem Mädchen eine höhere Bildung zu vermitteln, als es bisher der Fall sein konnte. Die Pforten der Universität sollten sich dem Mädchen erschließen und damit die Frau befähigen, eine dem Manne gleichwertige Bildung und Stellung im öffentlichen Leben zu erlangen. Diesen höher gestellten Anforderungen der Mädchenerziehung konnte die bisherige Volks- und Bürgerschule sich unmöglich anpassen. Ihr sind, als der Schule des Volkes, enge Grenzen gesteckt. Die älteste höhere Mädchenschule, die Lehrerinnenbildungsanstalt, verfolgt als Berufsschule auch andere Ziele. Diese Umstände führten schließlich zur Gründung von „Lyzeen" und „Töchterschulen", die aber erst im Jahre 1900 durch eine Ministerialverfügung*) zu einer einheitlichen Schultype, den „Mädchenlyzeen", umgeformt wurden.

Durch dieses provisorische Statut wurde zwar eine langjährige Bewegung zum vorläufigen Abschluß gebracht, aber gerade der provisorische Charakter der Verordnung zeigt deutlich, daß die Frage der höheren Mädchenerziehung mit zu jenen Problemen gehört, die einer endgültigen Lösung entgegensehen.

Im Jahre 1901 bestanden in Österreich nur 9 Lyzeen mit 1700 Schülerinnen, ihre Zahl ist seither in stetem Anwachsen begriffen. Heute zählen wir 53 Lyzeen mit 9748 Schülerinnen, ein Beweis dafür, das die Frage des höheren Mädchenschulwesens immer weitere Kreise zieht.**)

Die Mädchenlyzeen gehören in die Kategorie der Mittelschulen und bestehen aus sechs Klassen. Zur Aufnahme in die erste Klasse ist das zehnte Lebensjahr erforderlich.

Als Zweck der Mädchenlyzeen gibt der bereits erwähnte Ministerialerlaß an:

„1. mit besonderer Berücksichtigung der modernen Sprachen und ihrer Literatur eine höhere, der weiblichen Eigenart entsprechende allgemeine Bildung zu gewähren, als die Volks- und Bürgerschule zu bieten vermag;

2. hierdurch zugleich für ihre berufliche Ausbildung vorzubereiten."

Wir können hieraus ersehen, daß in den Lyzeen auf die sprachliche und literar-ästhetische Bildung ein Hauptgewicht gelegt wird und es darf demnach nicht verwundern, wenn im Lyzeal-Lehrplan Mathematik und Naturwissenschaften wenig Berücksichtigung finden.

---

*) Erlaß des Ministers für Kultus und Unterricht vom 11. Dezember 1900, Z. 34.551.

**) Jahrbuch des höheren Unterrichtswesens in Österreich, 1910.

II. Kapitel. Ziel des Mathematikunterrichts. Unterrichtszweige.

Das Lehrziel des mathematischen Unterrichts wird im Lehrplan der Lyzeen in folgender Weise bestimmt:

„Gewandtheit und Sicherheit in der Anwendung der vier Grundrechnungsarten in den unbenannten und benannten ganzen und gebrochenen Zahlen. Fortgesetzte Übung im Kopfrechnen. Anwendung der gewonnenen Kenntnisse auf die Verhältnisse des bürgerlichen Lebens, auf dem Gebiete der Hauswirtschaft, des Spar- und Versicherungswesens, der einfachen Vermögensverwaltung. Die Elemente der allgemeinen Arithmetik."

Der Unterricht in der Geometrie war ursprünglich für die vier unteren Klassen mit dem Freihandzeichnen verbunden und wurde erst durch einen Erlaß vom Jahre 1907 *) die geometrische Anschauungslehre mit der Arithmetik vereinigt. Als Lehrziel wird angegeben:

„Durch methodisch geleitete Anschauung vermittelte Kenntnis der wichtigeren Eigenschaften und Beziehungen der geradlinigen ebenen Figuren und des Kreises. Die Flächenberechnung. Grundzüge der Stereometrie.

Hauptarten der Körper und leichtere Fälle der Oberflächen- und Rauminhaltsberechnung."

Das Ziel des Mathematikunterrichtes an den Mädchenlyzeen, als Ergebnis eines sechsjährigen Unterrichtes, ist keineswegs ermutigend und muß als sehr tiefstehend bezeichnet werden. Es spiegelt sich beim Vergleich des mathematischen Lehrplanes mit den Anforderungen in anderen Gegenständen die so häufig verbreitete Ansicht wieder, daß das Mädchen sich nicht für die Mathematik eigne. Eine solche Behauptung kann niemals aufgestellt werden, insolange nicht ein gegenteiliger Versuch gemacht wurde. Die Lehrer an Mädchenschulen werden auf Grund ihrer Erfahrungen den obigen Satz gerade umkehren und sagen: Diese Art von Mathematik, wie sie derzeit an den Mädchenschulen betrieben wird, eignet sich nicht für das Mädchen.

Wie aus dem Lehrplan der Mathematik zu entnehmen ist, bleibt das rein formale Element am Lyzeum völlig unberücksichtigt. Es handelt sich demnach nicht so sehr um einen logisch-wissenschaftlichen Aufbau des mathematischen Lehrgebäudes als vielmehr um die Erzielung jener Rechenfertigkeiten, wie sie das Leben von einem gebildeten Menschen fordert. Daher soll im Unterricht auf die praktische Seite und das Gebiet der Anwendungen ein Hauptgewicht gelegt werden.

---

*) Ministerialerlaß vom 27. März 1907, Z. 4311.

Was die Zweige der Mathematik betrifft, welche an den Lyzeen gelehrt werden, so ist folgendes zu bemerken.

Die ersten drei Schuljahre sind vollkommen dem Rechenunterricht als der propädeutischen Vorstufe für die allgemeine Arithmetik gewidmet und es werden hier behandelt: Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen und Dezimalzahlen und mit Brüchen. Verhältnisse und Proportionen. Die Anwendung bilden: Einfache und zusammengesetzte Regeldetri. Prozent- und Zinsrechnung. Teilregel. Durchschnittsrechnung. Maße und Gewichte. Geld und Münzwesen.

Man vermißt in diesem Teile des Lehrplanes den logischen Aufbau. Bezeichnend ist zum Beispiel folgende Gebietsanordnung: II. Klasse. . . . . Proportionen. Einfache Regeldetri. Prozentrechnung. III. Klasse. Zusammengesetzte Regeldetri. Abgekürztes Rechnen mit Dezimalzahlen. Einfache Zinsrechnung. Teilregel. Durchschnittsrechnung . . . . Verwandte Stoffgebiete wie einfache und zusammengesetzte Regeldetri, Prozent- und Zinsrechnung sind weit von einander getrennt. Dazwischen wird das abgekürzte Rechnen mit Dezimalzahlen behandelt, das auf dieser Stufe, wo der Potenzbegriff noch fehlt, bestenfalls verständnislos, mechanisch betrieben werden kann.

In der allgemeinen Arithmetik, welche in der 4. Klasse einsetzt, beschränkt sich der Lehrplan auf die Vermittlung der notwendigsten Grundbegriffe des Rechnens mit allgemeinen Zahlen unter Ausschluß der Rechnung mit Brüchen. Die Lehre von den Potenzen gelangt nur an dem speziellen Fall des Quadrierens und Kubierens, beziehungsweise der Quadrat- und Kubikwurzel aus dekadischen Zahlen zur Besprechung, ohne daß dabei verallgemeinernde Schlüsse gezogen werden. Die Begriffe „irrational" und „imaginär" fehlen.

Die Lehre von den Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten folgt erst in der 5. Klasse. Losgelöst von den vier Grundrechnungsarten, wo die richtige Stelle für die Behandlung der Gleichungen gegeben wäre, werden der Schülerin die zur Auflösung der Gleichungen notwendigen Regeln vermittelt. Die oberste Klasse bringt sodann Aufgaben aus der Zinseszinsrechnung, welche mit Hilfe der Tabelle der Aufzinsungsfaktoren (Logarithmen sind unbekannt) gerechnet werden. Hieran schließt sich das Wichtigste über Wertpapiere, Wechsel- und Versicherungswesen, um als würdigen Abschluß dieser sogenannten Mathematik die „Grundzüge der einfachen Buchführung" zu erhalten.

Womöglich noch trauriger liegen die Verhältnisse in der Geometrie. Es handelt sich dem Lehrplan gemäß nur um die Grundzüge der Planimetrie und Stereometrie, welche Gebiete scharf voneinander getrennt werden. Die ebene Geometrie umfaßt hier einen Zeitraum von fünf Jahren und besteht in der üblichen Aneinanderreihung von

geometrischen Sätzchen, verbunden mit einfachen Konstruktionsübungen. Die Flächenberechnung beginnt erst in der vierten Klasse aufzutreten, in der fünften Klasse werden zum erstenmale die Hauptarten der Körper besprochen, um dann in der sechsten Klasse mit „leichteren Fällen der Oberflächen- und Rauminhaltsberechnung" den geometrischen Lehrstoff abzuschließen. Daß unter solchen Umständen die bei den Mädchen verkümmerte räumliche Anschauung sich unmöglich entwickeln kann, ist eine natürliche Folgeerscheinung.

Die Beziehungen der Mathematik zur Physik sind im Lyzeallehrplane durch die folgende Bemerkung gekennzeichnet: „Rechnerische Ausführungen in der Physik sind — die Lösung von Aufgaben ausgenommen — nur in den seltensten Fällen zulässig." Es besteht somit die Beziehung zur Naturlehre höchstens darin, daß bei den Textgleichungen oder in der Stereometrie Aufgaben über Bewegungen, spezifisches Gewicht, Auftrieb und Bodendruck gerechnet werden dürfen.

Vergleichen wir schließlich das der Mathematik eingeräumte Zeitausmaß mit dem der übrigen Lehrgegenstände, so ergibt sich, daß der Mathematik mit 17 Wochenstunden! 25 Wochenstunden in der Unterrichtssprache, 25 Stunden im Französischen, 22 Stunden in Geographie und Geschichte gegenüberstehen neben 11 Stunden im Englischen, 8 Stunden Naturgeschichte, aber nur 6 Wochenstunden für Physik, Chemie und Mineralogie zusammengenommen.

Ein Kommentar dazu erscheint überflüssig, die Zahlen sprechen selbst für die hohe Wertschätzung der mathematisch-physikalischen Gruppe, der zusammen um zwei Stunden weniger Zeit eingeräumt wird, als z. B. dem Französischen allein.

III. Kapitel. Prüfungen.

Das eigentliche „Prüfen" hat durch den Prüfungserlaß für Mittelschulen von 1908 *), wodurch die häufigen Klassifikationsprüfungen durch Orientierungsprüfungen ersetzt werden sollen, auch an den Lyzeen eine Einschränkung und insoweit eine Verbesserung erfahren, daß die Prüfung aus ihrer ursprünglichen Form des strengen Examens immer mehr zu der eines freien Gespräches zwischen Lehrer und Schüler überleitet.

Den Abschluß des Lyzeums bildet die Reifeprüfung, welche fakultativ ist und ermitteln soll, „ob die Abiturientinnen jene fachliche und zugleich allgemeine Ausbildung erlangt haben, welche dem Lehrziel der sechsklassigen Lyzeen entspricht." Durch eine Verordnung

*) Ministerialverordnung vom 11. Juni 1908, Z. 26651.

von 1908*) wurden für die Reifeprüfung wesentliche Erleichterungen eingeführt und dabei die Mathematik, sowohl schriftlich, wie auch mündlich ausgeschaltet, so daß diese keinen Gegenstand mehr für die Reifeprüfung bildet.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.

a) Methoden.

Die Methode des mathematischen Unterrichtes hat sich allmählich von der reinen Systematik, die das formale Moment ungebührlich betonte, zur genetischen Methode umgestaltet, die bekanntlich durch geschickte Fragestellung den Schüler in die Lage versetzen will, das Neue sozusagen selbst zu finden. Der Lehrgang ist meist induktiv und den Ausgangspunkt der Erörterungen bilden Beispiele aus dem Erfahrungskreis des Schülers. Trotzdem die Zweckmäßigkeit dieser heuristischen Methode allseits Anerkennung gefunden hat, wird man heute sowohl im Unterricht, wie in den Lehrbüchern vielfach noch die dozierende (dogmatische) Methode aus Bequemlichkeitsgründen vertreten finden und es dürfte noch geraume Zeit dauern, bis diese endgültig aus den Schulen verbannt sein wird.

An den Mädchenschulen ist unbedingt ein heuristischer Vorgang geboten und dabei wird es besonders notwendig sein, daß anschaulich vorgegangen und das Gebiet der Anwendungen möglichst herangezogen werde. Beim Mädchen ist eben der praktische Sinn stärker als der logische entwickelt und es interessiert sich daher mehr für Zweck und Bedeutung eines mathematischen Lehrsatzes, als für dessen streng logische Einführung. Ein rein deduktiver Lehrgang wird im Unterricht an Mädchenschulen wohl selten am Platze sein, wenngleich man ihn nicht zurückweisen wird, sobald sich einmal eine günstige Gelegenheit dazu ergibt.

Was die methodische Behandlung der einzelnen Unterrichtszweige anbelangt, so steht es damit nicht am besten. Vielfach gilt als oberstes Prinzip, die Erzielung jener Rechenfertigkeiten, wie sie am bequemsten durch die Anwendung von Formeln gegeben werden. Durch eine solche Übung von Rechenmechanismen wird der Denkform des Schließens glücklich aus dem Wege gegangen. Der hohe methodische Wert der Schlußrechnung für den ganzen Unterrichtsbetrieb wird noch immer viel zu wenig gewürdigt. Die Schülerinnen sind auch stets lieber geneigt anzugeben, wie man in einem bestimmten Fall rechnen muß, statt zu sagen, wie man schließen soll, um zum Ziele zu gelangen. Der Rechenmechanismus beginnt bereits beim Bruch-

*) Ministerialverordnung vom 31. März 1908, Z. 15667.

rechnen, um dann bei der Anwendung der Proportionen in der Prozent- und Zinsrechnung, den Regeldetriaufgaben u. ä. seine herrlichsten Blüten zu treiben.

Bei der Behandlung der Textgleichungen wird man das Bestreben bemerken, die frühere Vernachlässigung des Schlußrechnens dadurch auszugleichen, daß man in ein anderes Extrem verfällt. Die Gleichungen werden als die beste Schule des Denkens bezeichnet und unter dem Deckmantel der Pflege des mathematischen Scharfsinnes an ganz unmöglichen Beispielen die geistigen Kräfte des Schülèrs ausgenützt. Mit wissenschaftlichem Ernst werden oft an geradezu läppischen Texten die Schüler zum Denken erzogen und mit solchem Denkmaterial übersättigt.

Auf dem Gebiete der Wechselrechnung, des Versicherungswesens und der kaufmännischen Buchführung handelt es sich hauptsächlich darum, an möglichst klaren und praktischen Beispielen die Schüler in das Verständnis der notwendigsten Grundbegriffe einzuführen.

Die Methode im geometrischen Unterricht wird zweckmäßig induktiv-genetisch sein, indem sie fragend-entwickelnd von der Anschauung am geometrischen Gebilde ausgeht und durch Verbindung mit der zeichnerischen Darstellung zur Erkenntnis der geometrischen Wahrheit hinüberleitet.

Trotzdem wird man auch hier noch zahlreiche Vertreter der dogmatischen Lehrmethode finden können. Bei der Flächenberechnung und in der Stereometrie findet gewissermaßen eine Vereinigung mit dem Unterricht inder Arithmetik statt, die durch die geometrischen Rechenaufgaben hergestellt wird.

In der Stereometrie wird bei der methodischen Behandlung auf die Hebung des räumlichen Anschauungsvermögens ein Hauptaugenmerk zu richten sein.

Zur Unterstützung der Anschauung in der Geometrie werden als Lehrmittel und Modelle verwendet: Lineal, Zirkel, Transporteur, Flachmodelle und Körpermodelle. Die Selbstherstellung von Pappmodellen durch die Schülerinnen sind die einzigen praktischen Arbeiten, die allenfalls vorgenommen werden. Dabei zeigen die Mädchen Freude und Geschick.

b) Lehrbücher.

Für die Lyzeen ist in der Mathematik die Verwendung der Mittelschullehrbücher gestattet. Wie aber bereits ein flüchtiger Blick zeigt, ist zwischen dem Gymnasial- und Lyzeallehrplan ein bedeutender Unterschied in der ganzen Stoffanordnung zu bemerken. Es existieren nur zwei Lehrbücher, welche speziell für Mädchenlyzeen geschrieben sind, und zwar:

1. Duport J. B. — Bergmeister J., Lehrbuch der Arithmetik und Geometrie für Mädchenlyzeen. Wien, Deuticke 1906/08.

2. Höhm F., Lehrbuch der Arithmetik und Geometrie für Mädchenlyzeen. Wien, Tempsky 1907.

Müßte man die Unterichtsmethode nach den vorliegenden Lehrbüchern beurteilen, so würde man ein trauriges Bild des mathematischen Unterrichtsbetriebes erhalten. Beide Lehrbücher unterscheiden sich in der Art der Behandlung wenig voneinander. Sie sind von den modernen Zeitströmungen unberührt geblieben und stehen auf dem Standpunkte der dogmatischen Methode. Jeder Schein von Wissenschaftlichkeit ist mit peinlicher Sorgfalt vermieden, dafür werden alle die Sätze entwickelt, welche der Pflege von Rechenmechanismen zu dienen haben. Die Geometrie zerfällt in der üblichen Weise in Planimetrie und Stereometrie und besteht in einer systematischen Aneinanderreihung von geometrischen Sätzen. Nirgends wird von der Anschauung ausgegangen oder an die Erfahrungen des Lebens angeknüpft. Die Aufgabensammlungen besitzen so ziemlich alle die Eigenschaften, welche Lietzmann in seinem herrlichen Buche mit Recht tadelt.*)

V. Kapitel. Ausbildung der Lehramtskandidaten.

Die Mädchenlyzeen gehören in die Kategorie der Mittelschulen. Daher können nur solche Lehrpersonen verwendet werden, welche in wissenschaftlicher Hinsicht die geforderte Befähigung zum Unterricht an Mittelschulen und verwandten Anstalten besitzen. Um aber für die Zukunft den Mädchenlyzeen einen speziell vorgebildeten Lehrstand zu sichern, insbesondere Mädchen die Verwendung an diesen höheren Schulen zu ermöglichen, wurden für die Kandidatinnen des Lehramtes an Mädchenlyzeen eigene Prüfungsvorschriften erlassen.**)

Für die Lyzealprüfung, deren Prüfungskommission eine selbständige Abteilung der wissenschaftlichen Prüfungskommission für das Lehramt an Gymnasien und Realschulen vorstellt, wird gefordert:

„1. Das vollendete 22. Lebensjahr.

2. Das Zeugnis der Reife, das an einer Mittelschule, an einer Lehrerinnenbildungsanstalt oder an einem Mädchenlyzeum erworben wird.

3. Der Nachweis, daß die Kandidatin sechs Semester an einer Universität als ordentliche oder außerordentliche Hörerin

---

*) W. Lietzmann, Stoff und Methode im mathematischen Unterricht.

**) Ministerialerlaß vom 11. Dezember 1900.

zugebracht und während dieser Zeit ihre Fachstudien betrieben habe. Außerdem hat dieselbe Vorlesungen über Pädagogik und über ihre Unterrichtssprache auszuweisen."

Die Mathematik ist in folgenden Fachgruppen vertreten:

a) Mathematik, Naturgeschichte und Naturlehre.

b) Freihandzeichnen und geometrisches Zeichnen.

Die Anforderungen in Mathematik sind: „Kenntnis der Elementarmathematik, insbesondere derjenigen Teile, welche am Mädchenlyzeum zu lehren sind; vollkommene Sicherheit und Fertigkeit in der Anwendung der auf diesem Gebiete vorkommenden Methoden der Rechnung und Konstruktion sowie der Verwendung derselben im praktischen Leben."

Im geometrischen Zeichnen wird verlangt: „Kenntnis der wichtigsten Lehren der darstellenden Geometrie, insofern sie sich auf empirischem Wege durch Anschauung erläutern lassen, unter besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse des Unterrichts in der geometrischen Anschauungslehre."

Die Prüfung umfaßt drei Abteilungen: Die Hausarbeiten, die Klausurarbeiten, die mündliche Prüfung.

1. Jede Kandidatin hat zwei Hausaufgaben von der ihr gewählten Gruppe zu lösen, zu deren Bearbeitung ihr ein Zeitraum von drei Monaten für eine Arbeit gewährt wird. Eine Hausarbeit erstreckt sich auf Naturgeschichte, die zweite auf Naturlehre oder Mathematik. Damit soll der Kandidatin ausreichende Gelegenheit gegeben werden, „die Gründlichkeit und Tiefe ihrer Fachkenntnisse sowie die Fähigkeit der Darstellung zu beweisen".

2. Die Klausurarbeit aus Mathematik, wofür die Arbeitszeit fünf Stunden beträgt, soll zeigen, „wie weit die Examinandin in ihrem Studienkreise ein rasches und sicheres Wissen besitzt".

3. Die mündliche Prüfung endlich „hat das Ergebnis der vorhergehenden Prüfungsstadien zu vervollständigen und zu sichern".

Das Zeugnis über die bestandene Prüfung berechtigt die Examinandin zuerst das Probejahr an einem Mädchenlyzeum oder einer anderen höheren Lehranstalt zu bestehen und macht sie fähig, falls die für jedes Gebiet der Prüfungsgegenstände gestellten Bedingungen erfüllt sind, an Mädchenlyzeen zu lehren.

Die auf Grund der Lyzealprüfung herangebildeten Lehrkräfte vermögen begreiflicherweise den an sie gestellten Anforderungen vielfach nicht zu genügen, was auch die Erfahrungen zu bestätigen scheinen.

Zweiter Teil.

Die modernen Tendenzen des Mathematikunterrichts an Mädchenlyzeen.

I. Kapitel. Die modernen Anschauungen über die Einrichtung der Mädchenlyzeen.*)

Man ist heute durchwegs zur Überzeugung gelangt, daß die Lyzeen in der bestehenden Form den gesteigerten Anforderungen der Mädchenerziehung nicht mehr zu entsprechen vermögen. Insbesondere deckt sich das Berechtigungwesen nicht mit dem Wissen, das die Mädchen dem Lehrplan gemäß an den Lyzeen erhalten. Beim Übertritt an die Lehrerinnenbildungsanstalt, beziehungsweise bei Ablegung der Reifeprüfung dortselbst zeigen sich in jeder Hinsicht deutliche Mängel der Lyzealbildung. Die Mädchen sind weder praktisch, noch theoretisch, noch methodisch durchgebildet. Die von den Lyzeen angestrebte Reife für das Hochschulstudium ist in der Mathematik und den Naturwissenschaften keineswegs vorhanden und läßt auch in den anderen Gegenständen zu wünschen übrig.

Man kann auf dem Gebiete der Lyzealreform heute zwei Hauptströmungen verzeichnen. Die Vertreter der einen Richtung streben eine Erweiterung der Lyzealbildung auf sieben (eventuell acht) Jahre und die Umgestaltung der Lyzeen in eine Art von Realgymnasium an. Eine zweite will die bisherigen sechs Klassen erhalten wissen und durch sinngemäße Anpassung an den Lehrplan des Realgymnasiums bis zur 6. Klasse einen Fortschritt erzielen. Dieses reformierte Lyzeum, an dem Latein jedoch nur fakultativ wäre, hätte den Unterbau zu bilden, auf dem sich ein zwei- oder dreijähriger Kurs als Oberlyzeum aufbauen soll. Dieses Oberlyzeum soll einerseits zum Besuche der Universität als „ordentliche“ Hörerinnen befähigen, andrerseits nach einjährigem Studium die Schülerinnen zu Volksschullehrerinnen ausbilden. Eine sogenannte Frauenschule würde den rein praktischen Bedürfnissen des Mädchens gerecht werden.

Inwieweit alle diese Strömungen Aussicht auf Realisierung haben, läßt sich heute nicht beurteilen. Jedenfalls wird dabei der Kostenpunkt ausschlaggebend sein. Eine Reform der sechsklassigen Lyzeen im Sinne einer teilweisen Anlehnung an das Realgymnasium erscheint bevorstehend. Damit wäre auch schon ein bedeutender Schritt nach vor-

*) Vgl. Mitteilungen des Vereines „Lyzeum“, I. Jahrgang Nr. 1, 2, 3 1909/10.

wärts getan, denn der weitere Ausbau der Lyzeen dürfte sich, da die meisten Lyzeen Privatschulen sind, den jeweiligen Bedürfnissen der Bevölkerung anpassen.

Eines möge trotz einzelner Sonderbestrebungen auf dem Gebiete des höheren Mädchenschulwesens beherzigt werden: die Mädchenmittelschule soll einheitlich sein! Diese Einheitsmittelschule könnte das reformierte sechsklassige Mädchenlyzeum bleiben. Erst im Oberlyzeum hätte eine Gabelung in die Fortbildungsschule für den Universitätsbesuch, das Seminar für Lehrerinnen und die allgemeine Frauenschule einzutreten.

Eine heute viel erörterte Frage ist die der Koedukation, der gemeinsamen Schulerziehung beider Geschlechter. Die Gründe hiefür liegen vielfach darin, daß eigene Mädchenschulen für gewisse Schulgattungen entweder ganz fehlen oder in bestimmten Orten die Errichtung getrennter Schulen für Knaben und Mädchen aus Schülermangel nicht tunlich erscheint. An den Volksschulen ist die gemeinsame Erziehung gesetzlich gestattet, wogegen keinerlei Einwand erhoben werden kann. Zu einer Zeit, wo man in Fragen der Erziehung gerade psychologischen Erwägungen die größte Bedeutung beimißt und auf dem Standpunkte der Individualisierung steht, müßte eine gemeinsame Schulerziehung auf der Oberstufe als ein bedenklicher Rückschritt bezeichnet werden. Die gemeinsame Erziehung soll nie zur Regel werden, sie darf höchstens eine Ausnahme sein. Die Koedukationsbestrebungen gehen hauptsächlich von Frauenrechtlerinnen aus, die in ihrem Streben nach voller Gleichberechtigung mit dem Manne die Begriffe gleichartige und gleichwertige Erziehung zu verwechseln scheinen. Sie glauben daher für diese Gleichberechtigung eine mit dem Manne gleichartige Ausbildung statt einer gleichwertigen, dem Empfinden des Mädchens angepaßten Erziehung fordern zu müssen. Ein wahrer Fortschritt ist nur bei getrennter Schulerziehung möglich, wo die Eigenart des Geschlechtes volle Berücksichtigung finden kann und soll.

II. Kapitel. Die modernen Anschauungen über das Ziel des Unterrichts und die Unterrichtszweige.

Wie bereits dargelegt wurde, gehört die Mathematik an den Mädchenlyzeen derzeit zum traurigsten Kapitel des reformbedürftigen Lehrplanes. Nirgends sind Reformen so dringend wie im mathematischen Unterricht.

Wenn man bedenkt, daß eine absolvierte Lyzeistin keine Ahnung von einer imaginären Zahl, einem Logarithmus, der Trigonometrie und

anderen mathematischen Wissenszweigen hat, muß man es geradezu als Hohn auf den Namen „mathematische Wissenschaft" empfinden, wenn nach den Bestimmungen des Organisationsstatutes die Mädchen im Lyzeum eine solche Vorbildung erhalten haben, „daß nach abgelegter Reifeprüfung auch eine weitere Beschäftigung mit den Wissenschaften an den Hochschulen zum Zwecke einer bestimmten beruflichen Ausbildung möglich wird". Eine Reform des Mathematikunterrichts ist schon aus dem Grunde notwendig, weil gerade die Mathematik, als die beste Schule folgerichtigen Denkens, dazu berufen erscheint, das erforderliche Gegengewicht gegen die heute herrschende einseitig sprachliche und literar-ästhetische Bildung abzugeben.

In der Mathematik kann dies geschehen durch sinngemäße Übertragung des Realschullehrplanes der fünf Klassen. *) Von der 6. Klasse wäre nur die Zinseszinsrechnung und die ebene Trigonometrie (mit Ausschluß der Goniometrie) herüber zu nehmen. Dadurch würde der bisherige Lehrstoff um die Logarithmen und die Trigonometrie vermehrt. Dafür soll die Lehre von den Proportionen insbesondere in ihrer Anwendung auf Prozent-, Zins- und Regeldetriaufgaben, wo der leere Rechenmechanismus jegliches Denken unterdrückt, auf ein Minimum eingeschränkt werden. Die kaufmännische Buchführung, ein Schmerzenskind aller Mathematiker, soll, wenn nicht ganz wegfallen, so doch auf die Vermittlung der notwendigsten Grundbegriffe herabgesetzt werden.

In der Geometrie sollen die vielen Sätze von nur formaler Bedeutung eine Einschränkung erfahren und im Sinne des Realschullehrplanes die ebene Geometrie mit der Raumgeometrie vereinigt werden. In der Trigonometrie sind nur die auf das Dreieck bezüglichen Lehrsätze zu entwickeln und dabei namentlich das Gebiet der praktischen Anwendungen zu berücksichtigen.

An den Mädchenlyzeen XIII. (Hietzing) **) und I. (Kohlmarkt) in Wien wurden mit der Einführung der Trigonometrie praktische Versuche gemacht, die vom besten Erfolge begleitet waren. Auch die Einführung des Mathematiklehrplanes der Realschulen (1. bis 5. Klasse) für die ersten fünf Lyzealklassen wurde vom Unterrichtsministerium bereits an einzelnen Lyzeen genehmigt und gleichzeitig die durchgängige Dreistündigkeit des Mathematikunterrichtes in allen sechs Klassen gestattet. Der allgemeinen Durchführung der Reform des mathematischen Unterrichtes an den Mädchenlyzeen im Sinne des Realschullehrplanes dürfte daher nichts mehr im Wege stehen.

---

*) Vgl. Normallehrplan der Realschulen vom 8. April 1909, Z. 14.741.

**) Jahresbericht des Hietzinger Mädchenlyzeums von 1908.

III. Kapitel. Prüfungen.

Auf dem Gebiete des Prüfungswesens sind an den Lyzeen bereits die neuen Prüfungsvorschriften für Mittelschulen in Anwendung. Das Prüfen und Klassifizieren in dem jetzigen Umfang ist an Mädchenschulen notwendig. Bei den Mädchen ist der Ehrgeiz bedeutend stärker entwickelt als bei den Knaben und daher verlangen die Mädchen geradezu nach der „Note“, welche für sie den sichtbaren Erfolg bedeutet, der namentlich auf der Unterstufe, wo die Überlegung über das Gefühl noch nicht die Oberhand gewinnt, zu neuer Arbeit anspornt.

Bei der Reifeprüfung ist durch den Erlaß vom 31. März 1908 die Mathematik ganz ausgeschaltet. Ob man darin einen Fortschritt erblicken darf, erscheint sehr fraglich, da der Wegfall der Mathematik in der geringen Wertschätzung dieses Gegenstandes seinen Hauptgrund haben mag.

Weitere Reformen sind nicht in Aussicht genommen.

IV. Kapitel. Unterrichtsmethoden.*)

Man wirft den Mädchen vielfach Nichtbefähigung für Mathematik vor und glaubt diese Folgerung darum mit Berechtigung ziehen zu dürfen, weil das Mädchen wenig Sinn für den reinen Formalismus in der Arithmetik und Geometrie zeigt und streng logischen Entwicklungen schwerer zugänglich ist. Das Mädchen faßt im allgemeinen rasch auf und ist impulsiv veranlagt; sein Gefühlsleben ist stark ausgeprägt, zugleich aber auch der Sinn für das Praktische, der sich in dem Verlangen nach Wirklichkeitsmathematik äußert.

Das Mädchen will auch in der Mathematik Leben sehen und wenn es der Lehrer versteht, den Unterricht anschaulich und lebendig zu gestalten, wird es ihm ein leichtes sein, die Mädchen in die schwierigsten Gebiete einzuführen und allen logischen Erörterungen zugänglich zu machen. Auch der sprachliche Ausdruck im Unterrichte hat bei der Sprachgewandtheit der Mädchen eine erhöhte Pflege zu erfahren, insbesondere wenn die Mädchen für einen spröderen Stoff gewonnen werden sollen. Den weiblichen Sinn für Formschönheit kann namentlich in der Geometrie Rechnung getragen werden.

Eine weitere Frage von großer methodischer Bedeutung ist die nach Vereinigung der ebenen Geometrie mit der Raumlehre. Im Sinne der Forderung nach einer erhöhten Pflege der räumlichen Anschauung muß auch für die Mädchenlyzeen der Körper zum Mittelpunkt des ganzen geometrischen Lehrganges gemacht

*) Vgl. Erster Teil, Kap. IV!

werden Dadurch wird die Geometrie erst im wahren Sinne des Wortes anschaulich und eine scharfe Auffassung der Raumgrößen und eine klare Raumvorstellung erzielt. Aus der Betrachtung der verschiedenen Körper werden die geometrischen Begriffe in logischer Aufeinanderfolge und stetem Fortschreiten vom Einfachen zum Zusammengesetzten zu entwickeln sein. Dabei soll Anschauen und richtiges Darstellen (Zeichnen) mit Messen und Berechnen verknüpft werden, um so Leben in den Unterricht hineinzutragen. Doch soll das geometrische Ziel stets im Auge behalten und die Aufmerksamkeit nicht zu sehr von der Hauptsache zum interessanten Beiwerk abgelenkt werden.

Graphische Darstellungen algebraischer Formen aus verschiedenen Gebieten bringen in die starren Gebilde der Mathematik erst Leben hinein und sind mächtige Förderer des funktionalen Denkens. Sie dürfen an den Mädchenschulen nicht vernachlässigt werden.

Ein Mittel zur Belebung und Unterstützung des Unterrichtes können auch mathematische Unterhaltungen sein, wenn sie an der richtigen Stelle in den Unterricht eingestreut werden. Für sie gilt Ähnliches wie für die physikalischen Freihandversuche: sie sollen keine bloßen Spielereien sein, sondern einen Zweck verfolgen und ein bestimmtes Gesetz zum Ausdruck bringen.

Ein Platz im Unterrichte soll ferner der Geschichte der Mathematik eingeräumt werden. Solchen historischen Betrachtungen kommt nicht allein ein allgemeiner Bildungswert zu, sondern sie ermöglichen erst das richtige Verständnis für Probleme der Gegenwart und erhöhen das Interesse der Schüler. Die Geschichte kann auch in Form von Aufgaben aus alten Rechenbüchern berücksichtigt werden. Auf diesen Gebieten ist ein vernünftiges Maßhalten geboten.

Will man dem Prinzip der Anschaulichkeit des mathematischen Unterrichtes entsprechen, so müssen die Mädchen auch zu praktischen Arbeiten herangezogen werden, wofür sie Freude und Geschick zeigen. Solche Schülerarbeiten können in der Geometrie bestehen in der Veranschaulichung planimetrischer Sätze durch Falten von Papier, Herstellung von Flachmodellen oder von Körpermodellen, wie sie bereits in einzelnen Schulen Eingang gefunden haben. Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen wird ferner in hohem Maße gefördert durch Meßübungen im Freien, wodurch nicht allein die Mädchen mit dem Gebrauch einfacher Meßinstrumente vertraut gemacht werden, sondern wo sie am überzeugendsten Inhalt und Bedeutung geometrischer Sätze kennen lernen. Solche messende Übungen stärken die Raumanschauung und sind grundlegend für die spätere Trigonometrie. Sehr zu empfehlen wird es sein, wenn die Mädchen auch angeleitet werden, sich einfache Meßinstrumente selbst zu ver-

fertigen und deren Richtigkeit, beziehungsweise Güte an entsprechenden Messungen zu erproben.

Die angewandten Aufgaben sollen dem Leben oder verschiedenen Wissensgebieten entnommen und dabei solche Beispiele herangezogen werden, die dem weiblichen Gemüte näherstehen. Immer und überall soll im Unterrichte Anschauung die Grundlage der Erkenntnis sein und erst allmählich auf ein Bewußtwerden des Logischen hingearbeitet werden.

Alle diese Umstände mögen auch in den Lehrbüchern zum Ausdruck kommen. Gerade an den Mädchenlyzeen, wo einerseits die Zahl der Absenzen nicht unbedeutend ist, andrerseits häufig Privatstudien vorkommen, muß das Lehrbuch vielfach den Lehrer ersetzen und soll daher die methodische Behandlung des Unterrichtsgegenstandes enthalten. Außerdem ist ein den neueren Bedürfnissen sich anpassendes Lehrbuch am meisten geeignet, für die didaktische Behandlung des Unterrichtsstoffes bahnbrechend zu sein.*)

V. Kapitel. Ausbildung der Lehrkräfte.

Das bisherige Lyzealprivileg, das nach bloß sechsjähriger Mittelschulzeit die Universitätsberechtigung und schon nach dreijährigem Hochschulstudium auf Grund einer ganz unzureichenden Prüfung die Lehrbefähigung für Lyzeen verschafft, hat keine günstigen Ergebnisse gezeitigt. Die Hochschule wurde mit einer großen Zahl unreifer Studentinnen überschwemmt und es ist höchste Zeit, daß dem Einhalt geboten wird, wenn man nicht noch ein weibliches geistiges Proletariat schaffen will. Es wurde daher vor kurzem vom akademischen Frauenverein dem Unterrichtsminister eine Petition überreicht, in der der Wunsch ausgesprochen wird, es möge den Lyzeen das Privilegium entzogen werden, ihre Absolventinnen als außerordentliche Hörerinnen an die Universität zu entsenden, daß ferner in Konsequenz der ersteren Verfügung die Lyzeallehramtsprüfung abgeschafft und baldigst die Reformierung des Lyzeums als allgemeine Bildungsschule für Mädchen in Angriff genommen werden solle. Es wäre demnach an den Mädchenlyzeen auch für die weiblichen Lehrkräfte die volle Mittelschul-Lehramtsprüfung zu verlangen.

Bezüglich der Vorbildung für das Universitätsstudium wurde in der am 21. März 1910 abgehaltenen Direktorenkonferenz der Mädchenlyzeen folgender Beschluß gefaßt:

Für jene Absolventinnen, welche die weitere und höhere berufliche Ausbildung anstreben, soll ein zweijähriger, an das

*) Vgl. A. Höfler, Didaktik des mathematischen Unterrichts (Teubner 1910). S. 54!

Lyzeum angegliederter Fortbildungskurs (Oberlyzeum) errichtet werden. Auf Grund einer nach Absolvierung dieses Kurses abzuhaltenden Ergänzungsprüfung und gegen Vorweisung des Lyzealreifezeugnisses sowie des Zeugnisses der mit Erfolg abgelegten Ergänzungsprüfung wird den Kandidatinnen das Recht erteilt, als „ordentliche" Hörerinnen der Universität sich inskribieren zu lassen und sich nach vierjährigen Studien der Lehramtsprüfung für Mittelschulen zu unterziehen.

Es wurde in der obigen Konferenz außerdem an der bisherigen Universitätsberechtigung für die absolvierten Lyzeistinnen (6 Klassen) festgehalten, weil dieses Privileg geradezu eine Existenzfrage für die Mädchenlyzeen bedeute. Wenn dieses Argument richtig wäre, so müßte man es als Beweis dafür ansehen, daß vielen Lyzeen überhaupt die Existenzberechtigung fehle. Zur Hochschule soll nur eine vollkommene Mittelschulbildung führen, welche durch Angliederung von Oberlyzeen oder durch Neueinführung einer achtjährigen Mädchenmittelschule erlangt werden könnte.

Die praktische Vorbildung für das höhere Lehramt in Österreich.*)

Von Dr. **Jos. Loos**, k. k. Landesschulinspektor in Linz.

A. Die bisherige Einrichtung des Probejahres.

Ansätze für die Einrichtung des Probejahres in Österreich finden sich bereits in dem System der Adjunkten (seit 1811) und ihrer Einführung ins Lehramt durch die jeweiligen Präfekten der Gymnasien (seit 1819). Eine wirkliche Regelung ist aber erst durch die Prüfungsnorm vom Jahre 1856 zustande gekommen. Diese Prüfungsordnung, welche durch den Ministerialerlaß vom 24. Juli 1856, Z. 6124, veröffentlicht worden ist, enthält in zehn Punkten die Weisungen für die Zuteilung der Lehramtskandidaten an die öffentlichen Gymnasien, überträgt dem Direktor deren besondere Einführung, bestimmt das Ausmaß des von ihnen selbständig zu erteilenden Unterrichts, ordnet fleißiges Hospitieren an, begrenzt das Strafrecht der Kandidaten, normiert deren sonstige Verpflichtungen gegenüber dem Lehrkörper, der Konferenz u. dgl. m. In dieser einfachen Verfassung blieb der Einführungsmodus bis zum Erscheinen der neuen Prüfungsordnung vom Jahre 1884, wenn man von der Abänderung einzelner Bestimmungen desselben absieht, die durch den Ministerialerlaß vom 27. November 1876 angeordnet worden ist.

Die Prüfungsordnung vom Jahre 1897 ist in der Hauptsache über die Bestimmungen des Jahres 1884 nicht hinausgegangen. Seither gilt die Ableistung der Probepraxis als die unerläßliche Bedingung der Anstellungsfähigkeit, es müßten denn die Kandidaten Gelegenheit haben, sich als Mitglieder eines pädagogischen Seminars („erweitertes Probejahr") oder auch als Hilfslehrer unter sicherer Führung so zu bewähren, daß die Schulbehörde mit Beruhigung die Nachsicht der

*) Die Herausgeber sind dem Herrn Verfasser für die Erstattung dieses Berichtes um so mehr zu Dank verpflichtet, als die Mathematik naturgemäß hier nur im Rahmen der allgemeinen Einrichtungen und nicht für sich allein zur Geltung kommt.

Ablegung des formellen Probejahres aussprechen kann. Es läßt nämlich von Zeit zu Zeit der Nachwuchs von Kandidaten für das Mittelschullehramt in einer Weise nach, daß für den Unterricht in einzelnen Gegenständen des Gymnasiums und der Realschule geprüfte und sogar zum Teile ungeprüfte Lehramtskandidaten mit der vollen Lehrverpflichtung einer ordentlichen Lehrkraft verwendet werden müssen, ohne daß sie in normaler Weise das vorgeschriebene Probejahr absolviert haben. Um aber doch auch diese Anfänger vor den ärgsten Mißgriffen zu schützen, ist durch den Ministerialerlaß vom 1. November 1893, Z. 24871 eine Art Noteinrichtung geschaffen worden, nach welcher solche Hilfslehrer (Supplenten) in Durchführung der wichtigsten Punkte der allgemeinen Probejahrverordnung ins Lehramt eingeführt werden. Es ist dies aber, wie gesagt, nur eine Noteinrichtung, was schon aus dem Umstande hervorgeht, daß ein solcher Hilfslehrer, der oft bis zum Maximum der wöchentlichen Unterrichtsstunden beschäftigt ist, nur sehr wenig Zeit zu Hospitierungen in anderen Lehrstunden findet, gar nicht davon zu reden, daß er sich in aller Genauigkeit über die methodischen Grundlagen seines Faches und der Zuchtführung im allgemeinen zu orientieren schwerlich in der Lage ist.

Etwas besser steht es in dieser Hinsicht mit jenen Lehramtskandidaten, welche einer Anstalt lediglich zu dem Zwecke zugewiesen sind, hier ihre Probepraxis durchzumachen, ohne also gleich von vornherein mit den Aufgaben eines ordentlichen Lehrers betraut zu sein. Der Kandidat wird nach der durch die Ministerialverordnung vom 30. August 1897 veröffentlichten Prüfungsordnung Artikel XXV unter die besondere fachmännische Leitung eines Professors (bis zum Jahre 1876 war es der Direktor) gestellt; dem Direktor obliegt nur mehr oder weniger die Überwachung der Einführungsarbeit. Der Kandidat wohnt anfänglich nur dem Unterrichte des ihn leitenden Professors, nach Tunlichkeit und nach dem Ermessen des Direktors auch dem anderer Lehrer hospitierend bei. Erst darauf nimmt er in Gegenwart und unter Aufsicht des Professors, dem er zugewiesen ist, am Unterrichte selbst teil, und zwar in soviel Lehrstunden als möglich. Das in den Lehrstunden Behandelte wird sodann vom leitenden Professor durchgesprochen, ferner die methodische Behandlung der einzelnen Abschnitte des Gegenstandes mit Rücksicht auf die Lehrstufe, dann die dem Lehrplane und der Unterrichtszeit angemessene Beurteilung des gesamten Lehrpensums erörtert. In teils gelegentlichen, teils regelmäßigen etwa wöchentlichen Besprechungen kommen auch die Anlage und die Behandlung der Lehrmittelsammlungen, die Schuldisziplin, die Schulgesundheitspflege, die Schulliteratur des Gegenstandes, beachtenswerte pädagogisch-didaktische Abhandlungen, insbesondere auch der Organisationsplan der Gymnasien und Realschulen, die Instruktionen für den Unterricht, die Weisungen zur Führung des Schulamtes u. dgl. zur

Sache Gehöriges zur Erörterung. Die durchgesprochenen Gegenstände können auch Stoffe für schriftliche Arbeiten des Kandidaten bilden.

Wenn man diese Verfügungen mit denen vor dem Jahre 1876 vergleicht, so erkennt man deutlich den Fortschritt. Die mehr zufälligen und gelegentlichen Momente der früheren Veranstaltung sind jetzt geregelt und in einen mehr organischen Zusammenhang gebracht worden. Wenn man aber die Dinge betrachtet, wie sie sich in Wirklichkeit gestalten, und sieht, wie vielfach die in der Verordnung vorgeschriebenen einzelnen Aktionen nur zum Teil und obenhin vollzogen werden, so dürfte wohl die Frage gestellt werden, ob zu einer gründlichen Einführung der Kandidaten in das Lehramt der bisher amtlich vorgeschriebene Einführungsmodus hinreicht, oder ob man in der Organisierung nicht noch einen Schritt weiterzugehen haben würde. Hauptsächlich hat zu dieser Erwägung der Umstand geführt, daß in die Hände eines einzigen Mannes, der unter Umständen nicht einmal die ganze Befähigung dafür hatte, eine so wichtige und verantwortungsvolle Aufgabe gelegt werden mußte. Es ist geradezu, wie die Dinge liegen, als eine Glückssache zu bezeichnen, wenn ein Kandidat einem fach- und lehrkundigen Manne zur Einführung anvertraut ist, der zugleich seinen Stolz darein setzt, den jungen Kandidaten nicht bloß wie von höherer Warte das ganze große Gebiet des Unterrichtes und der Erziehung überblicken zu lassen, sondern auch auf Grund gereifter Erfahrung die sicheren Wege zur Erzielung von Erfolgen auf beiden Gebieten zu zeigen. Solchen Zufälligkeiten darf aber eine der wichtigsten Einrichtungen unseres höheren Schullebens nicht ausgesetzt bleiben. Wo ist weiters immer die Mustergültigkeit der Schuleinrichtung, der Lehrmittelsammlungen, eines harmonisch zusammenwirkenden, aufstrebenden Lehrkörpers zu finden, so daß schon der Aufenthalt des Kandidaten unter solchen Verhältnissen anregend und belehrend für seine ganze Zukunft wirken könnte? Auch das ist ein Moment der Zufälligkeit, dem die Probejahreinrichtung entrückt sein sollte. Und zu alldem kommt noch der Umstand, daß meist der Lehramtskandidat allein einer Anstalt zur Einführung zugewiesen ist oder höchstens noch mit einem zweiten oder dritten, von denen aber dann jeder seine eigenen Wege geht. Das Moment der kollegialen Arbeit ist da ganz ausgeschaltet und damit auch die gegenseitige Aneiferung und Förderung.

Gerade dieser letztere Umstand hat neben anderem auch in Österreich dazu geführt, schon an der Universität gewisse praktische Übungen für die Kandidaten des Lehramtes einzurichten, und zwar in der Form, daß der Dozent der Pädagogik mit seinen Studenten an eine und die andere Mittelschule geht und sie hier entweder mit einem Teile der dazu sich freiwillig meldenden Schüler an einem schulfreien Nachmittage Unterrichtsübungen anstellen oder aber sie direkt in einer Klasse unterrichten läßt, für welchen Fall

wohl auch laufender Klassenstoff behandelt wird. So hatte Willmann in Prag für sein pädagogisches Seminar[1]) eine Ergänzung nach der praktischen Seite gefunden; ähnlich ist auch die Einrichtung der von Kulczyński in Krakau geleiteten praktischen Übungen für die Kandidaten des Gymnasial- und Realschullehramtes. Daß diese Übungen von Erfolg begleitet waren, hing jedoch mehr von der kraftvollen Führung durch den Seminarleiter als von der Einrichtung selbst ab. Willmann, der Meister der Didaktik, hat schon durch die Stellung der Aufgaben und durch die den Übungen nachfolgende Kritik die ganze Einrichtung auf ein höheres Niveau gehoben und sämtlichen Teilnehmern wie in seinen Vorlesungen so auch hier fortdauernde Anregungen für die künftige Lehrpraxis gegeben. Willmann kam weiters sehr zu statten, daß er die praktischen Übungen seiner Studenten an Prager Anstalten durchführen konnte, deren Leiter, wie namentlich zuletzt Direktor Frank, nicht bloß ganz in Willmannschem Geiste geschult, sondern auch von der Größe der Aufgabe erfüllt waren und daher auch einzelne Lehrer der Anstalt, die Interesse und Befähigung dafür hatten, zur Einführung der Studenten in die Praxis des Unterrichtes heranzogen. Man vergleiche in dieser Hinsicht die Jahresberichte des Altstädter Staatsgymnasiums in Prag in dem Abschnitt: „Das pädagogische Universitätsseminar". Die Nachfolger Willmanns in Prag: Höfler und Toischer, haben in diesen Traditionen weiter zu wirken gesucht. Dem Dozenten der Pädagogik in Krakau Kulczyński kommt bei seinen Übungen zustatten, daß er selbst Leiter eines großen Gymnasiums und daher in der Lage ist, jederzeit die Verbindung von Universität und Schule, von Theorie und Praxis herzustellen[2]).

Trotz alldem wird auch diese Einrichtung, künftige Lehramtskandidaten in die Praxis des Unterrichts einzuführen, immer nur unter ganz günstigen Umständen von einem wirklichen Erfolg begleitet sein, eine seminaristische Einrichtung an der Mittelschule selbst aber höchstens vorbereiten, niemals aber ersetzen können. Die Gründe liegen

---

1) Willmann hat über dessen Geschichte und Verfassung selbst die beste Auskunft gegeben in seiner Schrift: „Das Prager pädagogische Universitätsseminar in dem ersten Vierteljahrhundert seines Bestehens", Wien 1901.

2) Nach Erkundigungen, die ich noch knapp vor Abschluß des Manuskripts einziehen konnte, haben an den Übungen des Prager Universitätsseminars im Wintersemester 1908/9 55, im Sommersemester 36 Studierende teilgenommen. Im Wintersemester 1909/10 betrug ihre Zahl 25, im Sommersemester 22. Dem Lehrkörper des Seminars gehörten außer dem Direktor noch 3 Professoren des Altstädter Staatsgymnasiums an. Interessant ist die vom Direktor gegebene Übersicht über die während der letzten zwei Jahre behandelten Themen. Sie betreffen im Wintersemester vor allem die äußere Organisation der Mittelschule und die Lehrpläne; Umfang, Bildungswert und Methode der einzelnen Unterrichtsgegenstände: im Sommersemester kamen ausgewählte Kapitel der Didaktik hinzu. Im letzten Schuljahre wurden

auf der Hand. Lehramtskandidaten, die noch mitten in ihren Studien stehen, können unmöglich ein ungeteiltes Interesse für die künftigen praktischen Aufgaben ihres Lehrberufes haben. Weiters lernen sie auf diesem Wege nur Ausschnitte aus der didaktischen und pädagogischen Aufgabe der Anstalten kennen, ihre Lehrversuche sind, wenngleich sie durch einige vorhergehende Hospitationen vorbereitet werden, doch aus dem Ganzen gerissen. Die Kandidaten verrichten ihre Arbeit, ohne genau die Vorbedingungen für die Aufnahme des Lehrstoffes durch die Schüler kennen gelernt zu haben, ohne beobachten zu können, welches der Erfolg ihrer Betätigung gewesen ist. Es fehlt also nach rückwärts und vorwärts die nötige Kontrolle, die der ständige Lehrer einer Klasse

---

die Unterrichtsübungen an die Behandlung der Zillerschen Formalstufen und der Sallwürkschen Normalformen des Unterrichts angeknüpft.

Am Maximiliangymnasium in Wien mußte die Institution des erweiterten Probejahres, deren Einrichtung später eingehender geschildert werden wird, nach einem sechsjährigen Bestande in der durch den Ministerialerlaß vom 21. Juni 1893, Z. 13839 festgesetzten Form vom Schuljahre 1899/1900 an infolge des Mangels an eigentlichen Probekandidaten auf eine andere Grundlage gestellt werden, indem auf den praktischen Teil, d. i. auf Lehrbesuche, Lehrversuche und Lehrauftritte verzichtet und der Schwerpunkt auf Gesamtsitzungen, die alle 14 Tage stattfanden, verlegt wurde. Erst zu Beginn des Schuljahres 1906/07 konnte, da sich eine ausreichende Zahl von Kandidaten meldete, wieder das sogenannte „erweiterte Probejahr" im Sinne des obzitierten Ministerialerlasses ins Leben treten. Im Schuljahre 1908/09 waren dem Maximiliansgymnasium im ganzen 10 Kandidaten zur Einführung ins Probejahr zugewiesen, es verblieben aber bis zum Schlusse des Schuljahres von ihnen nur 6. Durch den ungleichmäßigen Eintritt der Kandidaten, von denen die einen schon im 1. Semester, die andern erst im 2. Semester, einer erst gegen Ende des Schuljahres zur Arbeit kam, entstand für den Direktor, Regierungsrat Stitz, die Schwierigkeit, die Einführung und Unterweisung so zu gestalten, daß die zuerst Eingetretenen in Lehre und Übung nicht zurückgehalten wurden und die zuletzt Hinzugekommenen nicht ohne die nötigen Voraussetzungen an ihre Aufgabe herantreten konnten.

Im Schuljahre 1909/10 waren der Anstalt — ein deutliches Zeichen der veränderten Verhältnisse im Lehrernachwuchs — 16 Kandidaten zugewiesen. Außer den eigenen Kandidaten beteiligten sich an den Seminarkonferenzen als Hospitanten auch 9 Probekandidaten anderer Anstalten. Im ganzen wurden in diesem Schuljahre 27 solcher Gesamtkonferenzen abgehalten, wozu noch die wöchentlichen Besprechungen der Fachprofessoren mit ihren Kandidaten über spezielle Fachmethodik kamen. Ihre Gesamtzahl betrug 154. Außer dem Direktor waren an der Einführungsarbeit 6 Professoren der Anstalt beteiligt. Einzelheiten darüber können in den Jahresberichten des Maximiliansgymnasiums in Wien unter P. XI nachgelesen werden.

Am praktischen Kursus für die Ausbildung der Kandidaten des höheren Schulamtes in Krakau haben im Jahre 1908/09 am St. Anna-Gymnasium 8 Kandidaten teilgenommen, hiervon 4 Kandidaten durch das ganze Schuljahr, 2 nur im 1. Semester, da sie nachher zu Lehrsupplenten an anderen Staatsgymnasien ernannt worden sind; an deren Stelle wurden im Laufe des II. Semesters 2 aufgenommen.

Von diesen 8 Praktikanten haben 3 bereits teilweise die Lehramtsprüfung vor Eintritt in den Kursus abgelegt (2 aus Mathematik und Physik,

immer hat und die sich der einer Anstalt zugewiesene Kandidat immer verschaffen kann. Andererseits begreift man, daß der Leiter des pädagogischen Universitätsseminars seinen Darlegungen Gewicht und Bestätigung durch Veranstaltung von praktischen Übungen gerade zu der Zeit geben möchte, wo er eben die betreffenden Kapitel der Didaxis behandelt. Aus diesem Grunde ist ja sowohl in Österreich als in Deutschland längst der Ruf nach Errichtung von Übungsschulen an den Universitäten laut geworden, auch ist mehrfach diese Errichtung bereits durchgeführt. wie das Beispiel in Jena unter Reins und das in Budapest unter Kármáns Leitung zeigt, wobei ich auch an die seinerzeit von

---

1 aus klassischer Philologie), 1 wurde nach 9 Studiensemestern (Geschichte und Geographie) und 2 nach 8 Studiensemestern (Polnisch) aufgenommen.

Im Schuljahre 1909/10 waren an der Krakauer Anstalt 9 Lehramtskandidaten beschäftigt, hiervon 3 Kandidaten durch das ganze Schuljahr (Philosophie und Griechisch, Naturgeschichte, Mathematik und Physik); einer (für Mathematik und Physik) war schon nach 2 Monaten, ein anderer (für Polnisch) nach 6 Monaten an einer anderen Anstalt, der dritte (für klassische Philologie) dagegen nach 5 Monaten an der eigenen Anstalt zum Lehrsupplenten ernannt worden. An die Stelle der zu Lehrsupplenten ernannten Praktikanten wurden 3 neue aufgenommen, die bis zum Schluß des Schuljahres in dieser Eigenschaft verblieben.

Von den im Schuljahre 1909/10 aufgenommenen 9 Kandidaten haben bald nach Beginn des Kursus 3 die Lehramtsprüfung abgelegt (klassische Philologie, Mathematik und Physik, Naturgeschichte). Einer wurde nach 9 Semestern (für Mathematik und Physik), die übrigen 5 nach 8 Studiensemestern (2 Polnisch, 1 klassische Philologie, 1 Philosophie und Griechisch, 1 Mathematik und Physik) aufgenommen.

An der Einführung der Lehramtskandidaten haben in beiden erwähnten Schuljahren je 6 Professoren teilgenommen.

Ein ähnlicher Kursus, obwohl mit manchen Modifikationen, besteht seit einigen Jahren am III. Staatsobergymnasium in Krakau. An dieser Anstalt waren im Schuljahre 1908/09 6 Kandidaten beschäftigt, von diesen 2 nach teilweise abgelegter Lehramtsprüfung (Mathematik und Physik, Naturgeschichte), die übrigen nach Beendigung der Universitätsstudien (1 für klassische Philologie, 1 für Deutsch, 2 für Geschichte und Geographie).

Im Schuljahre 1909/10 zählte die erwähnte Anstalt 6 Lehramtskandidaten, hiervon 1 nach abgelegter Lehramtsprüfung für Mathematik und Physik, 1 (Naturgeschichte) nach 9 und 4 (2 klassische Philologie, 1 Polnisch, 1 Deutsch) nach 8 Studiensemestern.

In beiden Schuljahren haben an der Einführung der Kandidaten an der genannten Anstalt wie am St. Anna-Gymnasium je 6 Professoren teilgenommen.

Für das Schuljahr 1910/11 ist eben in diesen Tagen laut einer bereits veröffentlichten Ministerialverordnung auch am IV. Staatsobergymnasium ein Ausbildungskursus für 6 Kandidaten des höheren Schulamtes errichtet worden.

Folglich wird im Schuljahre 1910/11 in Krakau an 3 Gymnasien ein Ausbildungskursus für Lehramtskandidaten bestehen.

In Lemberg besteht ein praktisch-pädagogischer Ausbildungskursus für Kandidaten des höheren Schulamtes an 3 Gymnasien, und zwar am Franz Joseph-Gymnasium, am V. und am VI. Staatsobergymnasium.

Am Franz Joseph-Gymnasium waren im Schuljahre 1908/09 3 Kandidaten (1 für klassische Philologie, 1 für Polnisch nach beendigten Universitäts-

Ziller eingerichtete Übungsschule erinnere, an welcher Anstalt jeder, der dort eintrat, von vornherein ein Unterrichtsfach, wenn auch in beschränktem Umfange, ganz übernehmen mußte. In diesen Veranstaltungen ist also wenigstens der Vorteil gegeben, daß die Kandidaten wirklich Gelegenheit zur Erteilung eines zusammenhängenden Unterrichtes und zum Umgang mit Schülern haben. Aber es fragt sich nur, in welchem Umfange. Groß kann der Umkreis der praktischen Betätigung des Einzelnen nicht sein, sonst müßten eben viele andere davon ausgeschaltet werden. Und dann bleibt ja doch immer noch der oberwähnte Übelstand bestehen, daß in dieser Übungsschule zumeist eben nur Mitglieder des Universitätsseminars zum praktischen Unterrichte kommen, die noch ihre Hauptkraft auf die Bewältigung ihrer Studienaufgaben wenden müssen, in welcher Hinsicht gewiß bezeichnend ist, daß Uhlig bei den Verhandlungen in Gießen den dringenden Wunsch ausgesprochen hat, die Übungen möchten den Studierenden im Interesse ihrer Fachstudien nicht viel Zeit kosten (vgl. Fries „Die wissenschaftliche und praktische Vorbildung für das höhere Lehramt“, S. 121).

Eine gewisse praktische Schulung könnten jedoch die Lehramtskandidaten schon während ihres Universitätsstudiums erhalten, wenn sie sich in den Dienst der Volksbildung stellen und in Arbeiterkursen in den Abendstunden Unterricht erteilen wollten. Wenn man

---

studien, 1 für Naturgeschichte nach abgelegter Lehramtsprüfung) unter der Leitung von 3 Professoren beschäftigt.

Im Schuljahre 1909/10 wurde an dieser Anstalt nur 1 Kandidat für Polnisch und Deutsch nach beendigten Universitätsstudien aufgenommen — unter der Leitung eines Professors.

Am Hospitantenkurse des V. Gymnasiums in Lemberg nahmen teil: 6 Kandidaten, 5 der klassischen Philologie, 1 des Polnischen. 2 von diesen hatten ihre Universitätsstudien absolviert, 4 standen im 4. Studienjahre. Bei der Einführung waren 6 Professoren beschäftigt.

Am VI. Staatsobergymnasium in Lemberg haben im Schuljahre 1908/09 am praktischen Ausbildungskursus 6 Kandidaten teilgenommen, die teils nach 8 Studiensemestern, teils nach 9, aber ohne die Lehramtsprüfung abgelegt zu haben, aufgenommen wurden. Von den aufgenommenen Kandidaten hat 1 im Laufe des Schuljahres die Lehramtsprüfung (für Geographie und Geschichte) abgelegt.

Im Schuljahre 1909/10 wurden an der erwähnten Anstalt 6 Kandidaten aufgenommen, von denen bei Beginn des Ausbildungskursus 4 Kandidaten 8 Studiensemester, 2 dagegen 6 Semester nachgewiesen hatten. Im Laufe dieses Schuljahres hat von diesen Kandidaten 1 nur die Lehramtsprüfung (für Geographie und Geschichte) abgelegt.

Mit der Einführung der Kandidaten waren während dieser 2 Schuljahre je 6 Professoren beschäftigt und zwar 3 für klassische Philologie, 1 für Polnisch, 1 für Geschichte; im Schuljahre 1908/09 1 für Naturgeschichte, im Schuljahre 1909/10 1 für Mathematik.

In Lemberg werden die Kandidaten „Hospitanten“ genannt. Ihre Beschäftigung beschränkt sich vorwiegend nur auf Hospitationen, praktisch tätig in der Erteilung des Unterrichtes sind sie nur ausnahmsweise.

bedenkt, daß es sich in solchen Kursen lediglich um Elementarunterricht handelt, daß dieser eine wertvolle Grundlage für den Unterricht auf höheren Stufen bildet und daß die allerwenigsten von ihnen sonst noch Gelegenheit haben, diesen Unterricht kennen zu lernen, so müßte dies von ihnen als eine erwünschte Gelegenheit angesehen werden, die ersten methodischen Versuche auf diesem Gebiete machen zu können. Wer sich mit der Lehrerbildungsfrage beschäftigt hat, weiß, daß hier eine klaffende Wunde besteht, und daß Übungen im Gebiete des Elementarunterrichtes weder in das Programm der pädagogischen Seminare noch der der Gymnasialseminare und des Probejahres aufgenommen werden konnten, wenn man von den diesbezüglichen wertvollen Einrichtungen in Halle und Jena absieht. Was sich so bisher nicht durchführen ließ, könnte wenigstens zum Teil in den Arbeiterkursen verwirklicht werden, schon deshalb, weil hier die Möglichkeit geboten wäre, abwechselnd eine große Zahl von Studenten im Elementarunterricht zu beschäftigen. Meist steht ja die Sache leider so, daß der Student, wenn er sich nicht gerade im Privatunterricht betätigt hat, bevor er ins wirkliche Lehramt eintritt, keine Ahnung vom Lehren und Unterrichten hat, die ersten Schritte in dieser Richtung überhaupt nur auf Grund seiner Schülererinnerungen ausführt. Aber auch, wenn er bereits Einzelunterricht während seiner Mittel- oder Hochschulstudien erteilt hat, kann ihm der Unterricht in solchen Arbeiterkursen nützlich sein, weil er darin einer größeren Zahl von Lernenden, die zu einer Art Schulklasse vereinigt sind, gegenübertreten muß; es läge für ihn in solchem schulmäßigen Unterricht eine Verstärkung seiner bisher auf individueller Grundlage gewonnenen praktischen Erfahrungen im Lehramte. Für solche Anwärter des Lehramtes, die überhaupt noch nie lehrend aufgetreten sind, wären es eben die ersten Proben unterrichtender Tätigkeit. Alle Studenten aber würden hier erfahren können, welches die Segnungen, aber auch die Schwierigkeiten eines solchen Unterrichtes sind. Gar mancher würde hier zeitig genug finden können, ob er sich überhaupt für den Lehrberuf eignet oder nicht. Und gar mancher könnte, wenn er sich für die lehrende Tätigkeit ungeeignet fände, rechtzeitig umsatteln und sich einem anderen Berufsstudium zuwenden, was doch von ganz erheblicher Bedeutung sein würde, weil so vom Lehramte ungeeignete Studenten ferngehalten werden könnten, was auf andere Weise heutzutage beinahe nicht möglich ist.

Ich habe über diesen Gegenstand in der pädagogischen Sektion der 50. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner, welche Ende September 1909 in Graz tagte, in einem Vortrage „Studenten im Dienste der Volksbildung" gesprochen und dort auch des weiteren ausgeführt, wie ich mir etwa die Organisation dieser Kurse denke.

B. Das erweiterte Probejahr (Mittelschulseminar).

Wenn man mir zugibt, daß alle die oben erwähnten Einrichtungen unzureichend sind, wird man die Frage nicht umgehen können: Welches wäre dann wohl die Veranstaltung, die wenigstens den Hauptschwierigkeiten, die früher verzeichnet worden sind, aus dem Wege ginge und verhältnismäßig die beste Gewähr für eine ersprießliche Vorbereitung für das praktische Lehreramt böte? Ich zögere keinen Augenblick, nach meinen Erfahrungen die Einrichtung des Mittelschulseminars oder, wie wir es bis jetzt in Österreich nennen, des „erweiterten Probejahres" als solche zu bezeichnen.

Es ist bekannt, daß zunächst in Deutschland die Notwendigkeit der Ergänzung der bestehenden Einrichtungen für Heranbildung der Kandidaten für das höhere Lehramt lebhaft gefühlt worden ist und daß nach vielfachen Beratungen im preußischen Unterrichtsministerium Ende der achtziger Jahre der Entschluß gereift war, das bisherige Probejahr zweckmäßiger zu gestalten und diesem ein Seminarjahr vorausgehen zu lassen. Im Jahre 1890 wurde sodann durch die „Ordnung der praktischen Ausbildung der Kandidaten für das Lehramt an höheren Schulen" die Angelegenheit endgültig geregelt, wenn man von einigen weniger tiefgreifenden Änderungen absieht, die durch eine neue „Ordnung" im Jahre 1908 vorgenommen worden sind. Es bestehen nach Fries (a. a. O.) in Preußen dermalen 115 nach dieser Ordnung eingerichtete Gymnasialseminare, eine Zahl, die deshalb ausreicht, weil die Kandidaten ihr Seminarjahr auch an einer der älteren zehn Anstalten, die erhalten blieben, ableisten können. Es ist nicht Aufgabe dieser Abhandlung, den Wortlaut der preußischen Ordnung oder der gleichen Vorkehrungen in anderen Ländern[1]) zum Abdruck und zur Behandlung zu bringen, da man sich darüber ausreichend in dem schon erwähnten ausgezeichneten Werke von Dr. Wilhelm Fries (München, Beck, 1910, II. Auflage), Seite 130 ff., unterrichten kann.

Es gilt hier vielmehr darzutun, welchen Einfluß die neue preußische Veranstaltung für uns in Österreich gewonnen hat. Wenn ich bei dieser Angelegenheit von meiner Teilnahme an der Neuordnung der Probejahreinrichtung in Österreich spreche, so bitte ich, mir dies zugute zu halten: in dem Fries'schen Werke würde es ohnehin zu lesen sein, wenn ich schon aus Bescheidenheit damit zurückhalten wollte. Ich hatte nämlich im Jahre 1892 im Supplementheft der Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien eine orientierende Skizze unter dem Titel veröffentlicht: „Die Ausbildung der Kandidaten des höheren Schulamtes in Österreich und Deutschland nach ihren haupt-

---

[1]) Über die diesbezüglichen Einrichtungen in Bayern orientiert jetzt ausreichend: Karl Neff, Das pädagogische Seminar, München, Beck, 1908.

sächlichsten konkreten Gestaltungen". Daraufhin wurde ich über Empfehlung des Ministerialrates Adolf Beer vom damaligen Unterrichtsminister Baron Gautsch mit der Aufgabe betraut, im Sommersemester 1892 in Deutschland eine Anzahl pädagogischer Seminare, auch die älterer Art, zu besuchen und namentlich meine Aufmerksamkeit den Arbeiten der in Preußen nach der neuen Ordnung eingerichteten Seminare zuzuwenden. Ich unterzog mich der Durchführung dieser ehrenvollen Aufgabe mit allem Eifer und werde dankbar in Erinnerung behalten, was ich auf dieser Studienreise in Hinsicht auf die Organisation der höheren Schulen in Deutschland überhaupt, insbesondere aber auf die Didaxis und auf die pädagogischen Seminare kennen gelernt habe. Ich habe darüber in einem Reiseberichte „Die praktisch-pädagogische Vorbildung zum höheren Schulamte in Deutschland" (Österreichische Gymnasialzeitschrift, 1893, Seite 60 ff. und 145 ff.) Rechenschaft gegeben. Im Jahre 1893 tagte in Wien zu Pfingsten die Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner. Hier war mir Gelegenheit gegeben, in einem Vortrage „Über die Weiterbildung des österreichischen Probejahres" die Leitlinien für die Ausgestaltung der bisherigen Einrichtung zu entwerfen. Ich wurde bald darauf zum Direktor des Staatsgymnasiums in IX. Bezirke Wiens ernannt, und zwar mit der besonderen Aufgabe, mit Beginn des Schuljahres 1893/94 an dieser Anstalt das erweiterte Probejahr (Gymnasialseminar) einzurichten. Die wesentlichen Bestimmungen dieser bis auf den heutigen Tag bestehenden Einrichtung sind:

Die sich zur Ablegung des Probejahres meldenden Kandidaten werden wie bisher nach ihrer Qualifikation Fachprofessoren zugewiesen, jedoch der Leitung des Direktors des genannten Gymnasiums unterstellt. Dem Direktor als Leiter und den Fachprofessoren obliegt die Einführung der Kandidaten in das praktische Lehramt.

Dazu dienen: 1. Lehrbesuche, 2. Lehrversuche und Lehrauftritte, 3. Selbständiger Unterricht, 4. Konferenzen und Besprechungen.

1. Lehrbesuche. In den ersten Wochen wohnen die Kandidaten den Lehrstunden ihrer Fachprofessoren (eventuell auf Anweisung des Leiters auch anderer Lehrer) beobachtend bei. Die gemachten Wahrnehmungen sind in „Stundenbilder" zu bringen.

2. Lehrversuche finden hierauf wöchentlich ein- bis zweimal in Gegenwart des Fachprofessors auf Grund einer Präparationsskizze statt. Hat ein Fachprofessor zwei Probekandidaten, so ist jeder von diesen verpflichtet, den Lehrversuchen des anderen beizuwohnen. Später erweitern und verändern sich diese Übungen in der Art, daß sie wöchentlich mindestens zweimal stattfinden, ferner daß einzelnen

etwa alle drei Wochen abzuhaltenden Lehrversuchen sämtliche der Anstalt zugewiesene Kandidaten mit dem Leiter beiwohnen (Lehrauftritte).

3. Selbständiger Unterricht. Mit Beginn des zweiten Semesters kann der Kandidat nach dem Ermessen des Leiters mit der selbständigen Erteilung des Unterrichtes in einer Klasse ganz oder teilweise (für das ganze Semester oder für einen Teil desselben) betraut werden. Lehrauftritte finden auch in dieser Zeit wenigstens monatlich einmal statt.

4. Die Kandidaten nehmen an allen Konferenzen des Lehrkörpers teil und sind, sobald sie selbständigen Unterricht erteilen, berechtigt, ihre Stimme über die Leistungen und das sittliche Verhalten ihrer Schüler abzugeben. Sonst haben dieselben nur eine beratende Stimme.

Wöchentlich einmal finden Konferenzen sämtlicher Kandidaten und ihrer Fachlehrer unter Vorsitz des Leiters statt, in welchen allgemeine Unterrichts- und Schulfragen, der Organisationsentwurf, die Instruktionen, die Weisungen zur Führung des Lehramtes, die Schul- und Disziplinarordnung, Schulgesundheitspflege, bedeutendere Erscheinungen der pädagogischen Literatur besprochen werden. In diesen Konferenzen erfolgt auch die Feststellung der Termine der Lehrauftritte, ihre Beurteilung und Verwertung, eventuell die Besprechung der etwa von den Kandidaten gelieferten schriftlichen Arbeiten. Über diese Konferenzen sind kurze Protokolle zu führen.

Neben diesen allgemeinen Konferenzen laufen die wöchentlich einmal stattfindenden Besprechungen der Kandidaten mit ihrem Fachprofessor einher, welche die spezielle Fachmethodik, die Stundenbilder und Lehrversuche, die Anlage und Benützung der Lehrmittelsammlung und dergleichen zum Gegenstande haben. Die Kandidaten haben die Ratschläge und die Weisungen des Leiters zu befolgen.

Den Landesschulinspektoren bleibt die Einflußnahme auf die Ausbildung der Kandidaten wie bisher gewahrt.

Der Direktor als Leiter erstattet im Vereine mit den Fachprofessoren einen ausführlicheren Jahresbericht auf dem Wege des Landesschulrates an das Ministerium.

Nach Ablauf des Probejahres erhält der Kandidat das genau nach der Vorschrift des Artikels XXV, Punkt 9, der Ministerialverordnung vom 7. Februar 1884, Z. 2117 (R. G. Bl. Nr. 26), auszufertigende Zeugnis über das abgelegte Probejahr; überdies wird ihm vom Leiter über seine Teilnahme und Betätigung an den bezeichneten Übungen eine besondere Bescheinigung ausgestellt, welche der Kandidat den Bewerbungsgesuchen anzuschließen hat.

Nach diesen Bestimmungen habe ich vom September 1893 bis November 1898, also fünf Jahre, das Gymnasialseminar geleitet und

über meine Arbeit in den drei ersten Jahren (1893/94—1895/96) in der österreichischen Gymnasialzeitschrift Bericht erstattet. Schweren Herzens bin ich aus diesem Arbeitskreise geschieden, es blieb mir nur die eine Hoffnung, auch in meinem neuen Wirkungskreise als Landesschulinspektor für Oberösterreich und Salzburg kräftig an der Einführung junger Anwärter des Lehramtes und an der pädagogischen Weiterbildung der Mittelschullehrer mithelfen zu können. Wir haben dann in den folgenden Jahren mit Zustimmung des Ministeriums am Staatsgymnasium in Linz und im Schuljahre 1906/07 auch am Staatsgymnasium in Salzburg eine Art Seminar eingerichtet, freilich in etwas anderer Form, als dies in Wien möglich war. Aber auch am Maximilian-Gymnasium in Wien, dessen Direktor ich früher war, konnte später zeitweilig nicht strenge mehr nach den obzitierten Bestimmungen vorgegangen werden. Es waren Ergänzungen und Abänderungen mehrfach dadurch notwendig geworden, daß die Zahl der eigentlichen Probanden geringer wurde und daß zu den Konferenzen, die vom Direktor geleitet wurden, immer auch eine größere oder geringere Zahl von jungen Supplenten anderer Wiener Mittelschulen zugezogen wurden, die dort nach der Notverordnung vom November 1893 ins Lehramt eingeführt wurden.

Frage ich mich heute, wo ich durch nahezu 12jährige Erfahrungen im Schulaufsichtsamte in mancher Richtung meine früheren Ansichten in der Lehrervorbildungsfrage prüfen konnte, ob der bisherige Einführungsmodus auch weiterhin beizubehalten wäre, so würde ich antworten, es empfehle sich, die Einrichtung im wesentlichen, auch nach ihren verschiedenen Abstufungen beizubehalten, aber im einzelnen würde ich doch manche Abänderung und Ergänzung vorzuschlagen haben.

In Österreich sollte jetzt, wo die Erfahrungen von nahezu 17 Jahren vorliegen, und zwar Erfahrungen, die günstig lauten, an die Stelle der Versuche mit dem „erweiterten Probejahr“ endlich eine definitive Einrichtung treten, die man jetzt wohl ungescheut mit dem richtigen Namen „Mittelschulseminar“ bezeichnen könnte. Es dürfte jetzt gerade hierfür der richtige Zeitpunkt sein, denn die Zahl der Lehramtskandidaten ist gegenwärtig eine so große, daß mindestens in den Universitätsstädten ein großer Teil von ihnen zur Ableistung des Probejahres in einem derartigen Seminar zu gemeinsamer Arbeit zusammengezogen werden könnte.

Notwendig wäre neben dem jetzt bestehenden einzigen Gymnasialseminar (am Maximilian-Gymnasium) in Wien die Errichtung mehrerer solcher Seminare, auch an Realschulen, und zwar nicht bloß in Wien, sondern auch mindestens in den Landeshauptstädten, wo eben die Verhältnisse hierfür günstig liegen. Der Zusammenhang solcher Seminare mit der Universität, so große Vorteile er auch in einzelnen Fällen

haben kann, scheint mir nicht durchaus notwendig zu sein.[1]) Wichtiger ist, daß solche Mittelschulseminare nur an Anstalten verlegt werden, an denen der Direktor und wenigstens ein Teil der ordentlichen Lehrer für die Einführungsarbeit Interesse und Befähigung haben, eine Forderung, die geradezu gebietet, bei der Besetzung des Postens des Leiters und der Lehrer schon jene künftige Aufgabe der Anstalt ins Auge zu fassen. Größere Anstalten mit Parallelklassen vertragen das Appendix eines Seminars leichter als kleinere, weil sich die Hospitierungen und Lehrübungen der Kandidaten mehr verteilen und so geringere Störungen im regelmäßigen Unterrichtsbetrieb verursachen.

---

[1]) Anmerkung. Leider habe ich erst nach Niederschrift dieser Abhandlung das interessante Referat „Die Ausbildung der Mittelschul-Lehramtskandidaten" (erstattet vom Regierungsrat A. Stitz und Universitätsprofessor Dr. A. Höfler in der Sitzung des Vereins „Mittelschule" in Wien am 19. März 1910 und die sich daran knüpfende Debatte vom 9. April 1910) erhalten, so daß ich hier nur noch nachtragsweise und in aller Kürze dazu Stellung nehmen kann. Einstimmig wurden von der Versammlung folgende Thesen angenommen:

1. Die Theorie falle der Hochschule, die praktische Einführung der Mittelschule zu.

2. Jeder Kandidat hat während seiner Studienzeit sich diejenige allgemeine philosophische und pädagogische Bildung anzueignen, die jedem Mittelschullehrer unentbehrlich ist.

3. Die richtige Einführung ins praktische Lehramt bietet ein wohlorganisiertes Probejahr.

4. Die Ausbildung erstreckt sich auf ein Jahr und ist für alle Kandidaten gleichmäßig verbindlich.

5. Von einer formellen praktischen Prüfung ist mit Rücksicht auf das Verwendungszeugnis abzusehen...

6. Analog dem Vorgange bei Rechtspraktikanten ist aus Billigkeitsrücksichten das Probejahr in die Dienstzeit einzurechnen....

Abgelehnt wurde die These Höflers: „Das erweiterte Probejahr soll seinen organischen Anschluß an das Universitätsseminar finden."

Diese Forderung Höflers bildete einen heißumstrittenen Punkt der Verhandlungen. Die Schulmänner (Direktoren und Mittelschullehrer) hatten nachdrücklich hervorgehoben, daß die von Höfler angestrebte organische Verbindung des Hochschul- und Mittelschulseminars praktisch mit den größten Schwierigkeiten verbunden sei. Ich selbst bin der gleichen Ansicht und meine, daß diese Verbindung nicht ohne beträchtlichen Schaden des Unterrichtsbetriebes jener Anstalt durchgeführt werden könnte, der das Mittelschulseminar angegliedert ist. Etwas anderes ist es, wenn für die Hospitierungen der Mitglieder des Universiätsseminars Anstalten in Aussicht genommen werden, die nicht durch die Hospitierungen mehrerer ihnen zugewiesenen Probekandidaten belastet sind. Da nun aber doch die andere Forderung Höflers gebilligt werden muß — sie ist im Grunde eine alte Forderung —, daß auch die Studenten an der Universität schon Gelegenheit finden, nicht bloß auskultativ an einem Unterrichte teilzunehmen, und daß für den Dozenten der Pädagogik das nötige Anschauungsmaterial herbeigeschafft werde, so bleibt die Art, wie sich Willmann geholfen hat, noch immer das erreichbare Auskunftsmittel, wenn man eben nicht durchzusetzen vermag, daß der Universität eine Übungs-Volks- und Mittelschule angegliedert wird. Vgl. auch, was ich früher über die Arbeiterkurse bemerkt habe.

Zur Entlastung des Direktors einer solchen Anstalt wäre freilich vorzukehren, daß ihm nur die Oberleitung des Seminars übertragen würde, die besondere Leitung desselben aber einem geeigneten Lehrer der Anstalt, der zugleich einführender Fachlehrer wäre. Er hätte zum Beispiel neben seinen Arbeiten als Fachleiter des Seminars alle nötigen Dispositionen für das Hospitieren und die Lehrauftritte, für die Ergänzung und Benützung der Seminarbibliothek usw. zu treffen. Die Lehrversuche werden von den Fachprofessoren geregelt. Die allgemeinen Konferenzen leitet nach wie vor der Direktor.

Bezüglich der einzelnen Betätigungen der Probanden möchte ich noch folgendes bemerken. Es erscheint mir wünschenswert, daß die Hospitierzeit der Kandidaten abgekürzt werde. Es wäre besser, sie möglichst bald zur selbständigen Durchführung kleinerer Aufgaben heranzuziehen. Solche wären zum Beispiel Vokabelprüfen, kleinere Wiederholungen und Zusammenfassungen am Anfang oder Ende der Stunde, Einübung eines durchgearbeiteten Lehrstoffes durch kurze grammatische Exerzitien, Lösung von Rechen- oder geometrischen Aufgaben, Zeigen naturgeschichtlicher Objekte, Kontrolle der schriftlichen Mitarbeit der Schüler im Rechnen, Vorlage von erläuternden Bildern, Karten, Schaukurven u. dgl. mehr, kurz zunächst nur Aufgaben akzessorischer Art. Durch solche Betätigung im engeren Rahmen würde auch zeitig genug der Rapport mit den Schülern hergestellt, so daß sich dann der eigentliche, ganze Stunden dauernde Unterricht leichter vollziehen könnte. Um die Aufmerksamkeit der Kandidaten für die einzelnen Aktionen des Lehrers zu stärken, empfiehlt es sich, daß sie namentlich während der ganzen Hospitierzeit und wohl auch sonst ihre Beobachtungen notieren und veranlaßt werden, darüber auch in den Fachbesprechungen und gelegentlich auch in der allgemeinen Konferenz zu referieren, wo sie für mancherlei noch Aufklärungen erhalten können.

Die Lehrversuche werden nur vom Fachprofessor mit den Kandidaten, die Lehrauftritte hingegen in den allgemeinen Konferenzen besprochen. In dieser Hinsicht hätte keine Änderung einzutreten. Für diese Besprechungen wäre geradezu als Norm aufzustellen, daß zunächst immer hervorgehoben würde, was an dem Unterrichte gut und anerkennenswert war. Dann erst ist in schonendster Weise klarzulegen, was sich nicht als zweckmäßig erwiesen hat. Hauptsache bleibt, daß die Kandidaten nicht entmutigt werden, auch wenn eine schwächere Leistung vorliegt. Der gute Wille, es das nächstemal besser zu machen, muß doch schließlich bei jedem Kandidaten vorausgesetzt werden.

Ungleich schwieriger ist die Umgrenzung des Gebietes jener Stoffe, die in den allgemeinen Konferenzen behandelt werden sollen. In dem oberwähnten Programm für die Arbeiten in dem „erweiterten

Probejahr" sind als Gegenstände der Erörterung aufgeführt: „Allgemeine Unterrichts- und Schulfragen, der Organisationsentwurf, die Instruktionen, die Weisungen zur Führung des Lehramtes, die Schul- und Disziplinarordnung, Schulgesundheitspflege, bedeutendere Erscheinungen der pädagogischen Literatur." Das ist nun allerdings, sollte man glauben, eine ziemlich genaue Umschreibung des Gebietes. Aber meine Erfahrungen haben mich doch gelehrt, daß man mit der verfügbaren Zeit arg ins Gedränge kommt, wenn man alle diese Dinge hintereinander erörtert, daß trotz alledem manche wichtige Mitteilung übersehen wird, und daß man schließlich doch nicht ganz sicher ist, ob die Probanden die Anstalt mit festen Leitlinien für ihre künftige praktische Tätigkeit verlassen. Ich habe daher in meiner Wiener Zeit diese Sache jedes Jahr von einer neuen Seite angefaßt, bis ich eine Art gefunden zu haben glaube, wie die theoretischen Belehrungen zu geben wären. Eine große Gefahr besteht ja immer darin, daß der Seminarleiter auch Stoffe in den Kreis seiner Belehrung ziehen zu müssen glaubt, die schließlich doch schon vom Kandidaten während der Universitätszeit abgetan worden sein sollten. Hierher gehört vor allem das ganze philosophische Rüstzeug, auch die Geschichte der Pädagogik und die Didaktik in ihren Hauptzügen. Was davon im Mittelschulseminar noch zu behandeln wäre, ist nur jenes konkrete psychologische, ethische und schulgeschichtliche Material, das zur Begründung dieses und jenes Unterrichtsvorganges, dieser und jener pädagogischen Maßregel dient. Das hätte schon den Vorteil, daß man im Seminar nicht noch einmal die ganze Masse von schulgeschichtlichem und methodischem Material vor den Kandidaten aufrollen müßte, würde sich aber auch deshalb empfehlen, weil es, in konzentrierter und sozusagen mit der Praxis eng verketteter Form geboten, besser im Gedächtnis behalten würde. Ich will mich darüber noch etwas deutlicher aussprechen. In die Mitte werde immer ein Stoff aus dem Schulleben methodischer oder erziehlicher Art gestellt, von da rückwärts und seitwärts ausgreifend die historische Exemplifikation gegeben, in die Tiefe aber immer über das Warum der jeweiligen didaktischen oder pädagogischen Aktionen Aufschluß gesucht. Ganz unumgänglich erscheint mir da die psychologische, beziehungsweise logische und ethische Fundierung. Jeder methodische Handgriff ist so auf seine ratio zu prüfen und zu erläutern. Anders wird es nicht möglich, die Kandidaten zur Erfassung des Geistes der Lehrpläne und Lehrweisungen (Instruktionen) anzuleiten, sie über das mechanische Hantieren hinaus zur Kunst des Unterrichtens zu befähigen. Dieser rationale Faktor sollte eigentlich allen Unterricht durchdringen, zumindestens aber *sollten* die Probanden daraufhin geschult werden, ihren Unterricht *immer* in rationaler Weise zu gestalten. Das setzt aber voraus, daß man sie schon während ihrer Probezeit zwingt, sich über jeden Schritt,

den sie selbst unterrichtend oder erziehend unternehmen, Rechenschaft zu geben. Daß es dann nicht uninteressant ist zu zeigen, wie sich gewisse Vollkommenheiten im lehramtlichen Verfahren oft erst nach vielen Versuchen herausgebildet haben, wie viele Wege beschritten worden sind, bevor der gangbarste gefunden worden ist, versteht sich von selbst. Hier kommt also schulgeschichtliches Material in Betracht, aber, wie ich schon sagte, nicht in chronologischer Reihenfolge, sondern wie es die Exemplifikation der gerade in Behandlung stehenden methodischen und erziehlichen Fragen verlangt. Man wird dabei, um nur einige Beispiele zu erwähnen, vielleicht ein und das anderemal auf Comenius' Didactica magna, auf das Basedowsche Elementarwerk, auf Niethammers Buch „Der Streit des Philantropinismus und Humanismus", Pestalozzis „Gertrud und Lienhart", auf die „Ratio studiorum" der Jesuiten, auf Herbarts „Umriß der pädagogischen Vorlesungen", auf Zillers Lehre von den „Formalstufen", auf Willmanns „Didaktik", Reins „Pädagogik" und dergleichen stoßen. Da eine entsprechend ausgestattete Seminarbibliothek oder doch die Anstaltsbibliothek diese Werke besitzen wird, werden den Kandidaten diese Druckwerke direkt in die Hand gegeben werden können. Ich würde gerade darauf Gewicht legen, daß mindestens die allerwichtigsten von ihnen einmal durch alle Hände gegangen wären, so auch der Organisationsentwurf für die österreichischen Gymnasien und die älteren Instruktionen. Es sind ja ohnehin die Kandidaten gehalten, im Turnus kurze Referate über bestimmte Kapitel der Unterrichts- und Erziehungslehre im Anschlusse an die Praxis zu halten; für diese müßten ihnen, wenn sie historische Belege bringen sollen, die betreffenden Bücher und Werke zur Verfügung gestellt werden.

Ich muß aber ausdrücklich bemerken, daß die obzitierten und ähnliche Werke nicht etwa in der Gänze Gegenstand der Erörterung werden sollen. Dazu ist im Mittelschulseminar keine Zeit.

Zur Lehre tritt die Übung. Die Anschauung hierfür gewinnt der Kandidat, wie früher gesagt, durch die Hospitationen; darauf folgt die Selbstübung in Lehrversuchen und die Erprobung in Lehrauftritten. Die Besprechung der Übungen biegt zur Lehre um. Auch in diesen Besprechungen sollte stets auf das psychologisch (logisch und ethisch) begründende und historisch exemplifizierende Verfahren Rücksicht genommen werden. Daß die Lehrversuche im organischen Zusammenhange der Klassenarbeit stehen, ist selbstverständlich; aber auch die Lehrauftritte sollten nicht sozusagen vom Zaune gebrochen sein. Ich halte es für unbillig und unzweckmäßig, wenn dem an die Reihe kommenden Kandidaten ein Stoff zur Behandlung mit den Schülern übertragen wird, der nicht im Kontinuum der Klassenarbeit gelegen ist. Der Kandidat muß sozusagen in der Klasse erst warm und heimisch geworden sein, bevor er coram publico eine Probe von der erworbenen

Fertigkeit im Unterrichten ablegt. Er muß teils durch Zuhören (beim Hospitieren), teils durch aktive Teilnahme am Unterrichte (durch Lehrversuche) kennen gelernt haben, welcher Teil des Klassenpensums in der betreffenden Klasse bereits durchgenommen worden ist, wo eben die Behandlung steht, wo das Verständnis der Schüler lückenhaft war; er soll die meisten Schüler bereits mit Namen kennen, um so des hindernden Schülerverzeichnisses (Bankspiegel) entraten zu können; er soll auch wenigstens schon in der Hauptsache die Art kennen, wie sich die einzelnen zur Entwicklung des Lehrstoffes stellen; nur dann wird er volle Aufmerksamkeit der Behandlung des Lehrstoffes in der betreffenden Stunde zuwenden können. Ich möchte sagen, daß ihm die Handhabung des ganzen äußeren Mechanismus, auch die Zuchtführung schon so ziemlich geläufig sein müsse, um den inneren Aktionen des Lehrvorganges eine möglichst ungeteilte Aufmerksamkeit zuwenden zu können.

Dann wird auch die Kritik eines solchen Lehrauftrittes gerechter ausfallen können, als wenn eine Lehrstunde zu beurteilen ist, wo dem Kandidaten schon vieles rein äußerlicher Natur auszustellen ist, weil er eben in ganz oder teilweise unbekannten Verhältnissen zu unterrichten gezwungen war. Der erste Lehrauftritt des Kandidaten wird daher unter allen Umständen in jener Klasse stattzufinden haben, in der er seine Lehrversuche unter Aufsicht des Fachlehrers abgehalten hat. Aber auch die folgenden, in einem zweiten Fachgegenstande oder auf einer anderen Stufe müssen, wie schon gesagt, ausreichend durch Hospitation und Lehrversuche vorbereitet sein.

Da durch einen solchen Auftritt der regelmäßige Gang des Unterrichtes in einer Klasse nicht unterbrochen, sondern nur weitergeführt werden soll, wird es das beste Zeugnis für den Kandidaten sein, wenn der betreffende Fachlehrer erklärt, daß er, ohne irgend etwas nachholen oder richtigstellen zu müssen, in der nächsten Stunde ohneweiters an den Lehrauftritt des Kandidaten anknüpfen und im Unterrichte fortfahren konnte.

Eine gewisse Störung bringt im Anfang der Umstand, daß mehrere Kandidaten, der Direktor, die Fachprofessoren und vielleicht auch noch ein und der andere Gast das Klassenzimmer betreten, immer mit sich. Aber erfahrungsgemäß gewöhnen sich die Schüler bald daran und sehen an einer Anstalt, der ein Probandenseminar angegliedert ist, solchen Lehrauftritten gerade nicht mit Unbehagen entgegen, wissen sie doch nur zu gut, daß in dieser Stunde die Beobachteten und Geprüften weniger sie sind als der Lehramtskandidat. Ich habe, um die bei solchen Klassenbesuchen naturgemäß bei den Schülern eintretende Zerstreutheit zu verringern, die zuhörenden Herren ersucht, hinter den Schülern Platz zu nehmen, so daß die ganze Aufmerksamkeit dem vor ihnen stehenden Kandidaten zugewendet werden kann.

Es ist aus verschiedenen Gründen nicht unwesentlich, daß bei den allgemeinen Konferenzen ein kurzes Protokoll über die Verhandlungen aufgenommen werde. Erstens handelt es sich darum, daß die Beratungsgegenstände der jeweiligen Sitzung festgehalten werden, damit in der nächsten Wochenkonferenz ohneweiters daran angeknüpft werden könne; weiters soll dieses Protokoll die Grundlage für die an die Schulbehörde zu erstattenden Seminarberichte bilden und endlich hat die Protokollführung den Zweck, die Kandidaten in diesem Teile der Geschäftsführung so zu üben, daß er ihnen später, wenn sie als Lehrer dazu bemüßigt sind, keine Schwierigkeiten bereitet. Es kommt daher die Protokollführung im Turnus an sämtliche Kandidaten. Dabei ist es wichtig, daß die Ordnung der Abfassung ein für allemal feststehe. Die Aufzeichnung hat sich auf das Wesentliche zu beschränken; das Protokoll muß knapp aber verständig abgefaßt sein.

In dem Statut des „erweiterten Probejahres" ist auch von etwaigen schriftlichen Schlußarbeiten der Kandidaten die Rede. Sie bilden keine obligate, aber eine durchaus wünschenswerte Leistung der Probanden. Es können ja tatsächlich Umstände eintreten, die die Nichtleistung in diesem Punkte rechtfertigen; z. B. wenn der Kandidat im zweiten Halbjahre mit Lehrstunden über das normale Maß beschäftigt werden muß oder wenn er von der Universität her mit einer nicht aufschiebbaren literarischen Arbeit beauftragt ist u. dgl. m. Ich erinnere mich aber, daß die Mehrzahl meiner Kandidaten solche Arbeiten geliefert hat; einige von ihnen haben daran mit einem besonderen Interesse gearbeitet. In mehreren Fällen hat diese Arbeit die Grundlage für spätere literarische Arbeiten gebildet. Es empfiehlt sich aber durchaus, daß diese schriftlichen Schlußarbeiten sich direkt an die Einführungsarbeit anschließen, nicht also anderswoher geholt sind. Am besten, sie behandeln einen Gegenstand didaktischer oder pädagogischer Art, der zwar als wichtig bezeichnet worden ist, aber aus Zeitmangel nicht gründlich genug behandelt werden konnte. Auf solche Themen wird der Seminarleiter schon während des Einführungsjahres hinweisen können. Freilich wird auch der eigenen Wahl des Kandidaten hier manches zugebilligt werden müssen. Diese schriftlichen Arbeiten sind vom Seminarleiter zu überprüfen, mit einem Endurteil zu versehen, in der Hauptsache noch in der Konferenz zu besprechen und mit dem Seminarberichte der Schulbehörde vorzulegen.

Ich weiß sehr wohl, daß ich mit diesen Darlegungen nur die Hauptpunkte, die bei der Einführung der Kandidaten in das praktische Lehramt in Betracht kommen, berührt habe, hatte auch gar nicht die Absicht, näher darauf einzugehen, da ich einzelne Punkte in meinem Enzyklopädischen Handbuch unter den Schlagwörtern: „Pädagogische Seminare", „Probejahr", „Hospitieren" usw. und in den im Texte

erwähnten Abhandlungen der österreichischen Gymnasial-Zeitschrift ausgeführt habe. Zudem hat Fries mit rühmenswerter Genauigkeit in seinem oberwähnten Buche auch die sämtlichen Vorkehrungen für die praktische Ausbildung der Kandidaten des höheren Schulamtes in Österreich verzeichnet. Ich muß daher auch bezüglich der Literatur des Gegenstandes auf dieses Werk verweisen.

Es war mir aber sehr erwünscht, gerade jetzt nochmals das Wort zur Sache ergreifen zu können, wo die Gelegenheit für die Verallgemeinerung des Instituts des Mittelschulseminars eine sehr günstige zu sein scheint. Es sind nunmehr die Hörsäle der philosophischen Fakultät wieder gefüllt, die Zahl der Lehramtskandidaten wächst namentlich für einzelne Fächer in geradezu beängstigender Weise, der größte Teil von ihnen wird nicht sogleich in selbständige Verwendung genommen werden können; diese werden also in irgend einer Form ihre Probepraxis ableisten wollen. Es wäre also gerade jetzt der richtige Zeitpunkt, sie im Sinne des erweiterten Probejahres ins Lehramt einzuführen. Dazu wird aber freilich das bisher bestehende einzige derartige Institut am Maximilian-Gymnasium in Wien, wie schon gesagt, nicht ausreichen. Es trifft sich außerdem günstig, daß die Leitung einzelner Mittelschulen in Wien und in der Provinz in jüngster Zeit Professoren anvertraut worden ist, die selbst seinerzeit nach den Vorschriften des „erweiterten Probejahres" ins Lehramt eingeführt worden sind und daher wohl meist auch schon Interesse und Befähigung für die Leitung eines Mittelschulseminars besitzen. Wenn Preußen heuer 115 solcher Seminare eröffnen konnte, wird es vielleicht möglich sein, in Österreich wenigstens 10 ins Leben zu rufen und damit einer größeren Zahl von Kandidaten jährlich die Gelegenheit zu bieten, in eingehender Weise sich auf die praktischen Aufgaben ihres Berufes vorzubereiten. Ein dahin zielender Entschluß der obersten Unterrichtsbehörde würde — des bin ich sicher — von reichstem Segen begleitet sein. Denn ein an eine Mittelschule angegliedertes Seminar hat ja außerdem den Nebengewinn, daß sich ein reicheres Leben an ihr entwickelt, da alle Lehrer, auch wenn sie nicht direkt die Einführungsarbeit besorgen, mit ins Interesse gezogen werden. Und schließlich kommt doch alles wieder den Schülern zugute. Wenn wir für einen tüchtigen Lehrernachwuchs sorgen, sorgen wir indirekt für die Jugend. Was nützen die herrlichsten Lehrpläne, Lehrbücher und Lehrmittel, wenn wir sie nicht in die Hand von fach- und unterrichtstüchtigen Lehrern legen können, die sie mit ihrem Geiste erfüllen und aus ihnen für die Jugend dasjenige bereitstellen, was aufbauendes und fortwirkendes Bildungsgut ist!

Literatur.

O. Adamek, Die pädagogische Vorbildung für das Lehramt an der Mittelschule. Graz 1892.

Derselbe, Die wissenschaftliche Heranbildung von Lehrern der Geschichte für die österreichischen Mittelschulen, 1902.

Enquete im österreichischen Unterrichtsministerium in den Jahren 1871 und 1908 (Verhandlungen).

A. Frank, Das pädagogische Universitätsseminar (in den Jahresberichten des deutschen Gymnasiums auf der Altstadt in Prag).

Fachliche Ausbildung der Kandidaten für das Lehramt an Mittelschulen. (Separatausgabe der Zeitschrift „Mittelschule", Wien 1909.)

W. Fries, Die wissenschaftliche und praktische Vorbildung für das höhere Lehramt, 2. Auflage, München 1910.

W. Grimmich, O. Willmanns 25jährige Tätigkeit im praktisch-pädagogischen Universitätsseminar. Zeitschrift „Die Kultur" III., 3.)

A. Höfler, Die philosophischen Grundlagen der pädagogischen Vorbildung zum Mittelschullehramte, Wien 1892.

Derselbe, Die Ausbildung der Mittelschul-Lehramtskandidaten. (Zeitschrift „Mittelschule", 1910, 4. Heft.) Vgl. auch „Wiener Abendpost" vom 11. November 1904.

J. Huemer, Die Ausbildung der Mittelschullehrer („Wiener Abendpost" 1. Dezember 1904).

Derselbe, Die Lehrerbildungsfrage („Wiener Abendpost", 3. Mai 1907).

Kármán, Beispiel eines rationellen Lehrplans für Gymnasien, Halle 1890. (Vgl. auch Kármán in Reins „Pädagogischen Studien", 1888).

J. Loos, Die Ausbildung der Kandidaten des höheren Schulamtes in Österreich und Deutschland nach ihren hauptsächlichsten konkreten Gestaltungen. Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien. 1892, Supplementheft.

Derselbe, Die praktisch-pädagogische Vorbildung zum höheren Schulamte in Deutschland. Ebenda. 1893.

Derselbe, Unser 1. Seminarjahr. Ebenda, 1895; Unser 2. Seminarjahr. Ebenda, 1896; Unser 3. Seminarjahr. Ebenda 1897.

Derselbe, Über die Weiterbildung des Probejahres. Vortrag, gehalten auf der 42. Philologenversammlung. Wien 1893.

Derselbe, Über die Vorbildung für das Lehramt durch Probejahr und Seminar unter Berücksichtigung der Forderungen an die allgemeine Bildung. Vortrag, gehalten in der Generalversammlung des deutschen Gymnasialvereins. Dresden 1897.

Derselbe, Studenten im Dienste der Volksbildung. Vortrag, gehalten auf der 50. Philologenversammlung. Graz. 1909.

J. Loos, O. Willmann und seine Verdienste um die Lehrerbildung (Öst. Päd. Warte, 10. Jahrgang. Nr. 11).

Derselbe, Enzyklopädisches Handbuch der Erziehung. Wien, 1. Band. 1906, 2. Band, 1908, in den Artikeln „Probejahr“, „Hospitieren“, „Pädagogische Seminare“.

E. Maiß, Über die pädagogische Vorbildung des Mittelschullehrers. Zeitschrift „Mittelschule“, 1892 (S. 254 f.).

Derselbe, Zur Frage der praktischen Ausbildung der Mittelschullehrer. Ebenda, 1892 (S. 68 f.).

E. Martinak, Zur pädagogischen Vorbildung für das Lehramt an Mittelschulen. (Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien, 1904, 11. Heft.)

Maurer, Berichte des Vereines „Innerösterreichische Mittelschule“ aus den Jahren 1881/82 und 1883/84.

R. v. Muth, Das methodische Seminar, Wien, 1880.

J. Resch, Die wissenschaftliche und pädagogisch-didaktische Ausbildung des Mittelschullehrers vom Standpunkt des praktischen Schuldienstes (Mitteilungen der deutschen Mittelschulvereine in Nordböhmen, VII, 4).

Riedl, Über die Vorbildung zum Lehramt (Jahresbericht des Theresianischen Gymnasiums, 1885).

St. Schneller, Pádagogiai Dolgozatok. (Pädagogische Vorträge.) Budapest 1905, S. 109—143.

A. Stitz. Die Ausbildung der Mittelschullehramtskandidaten. (Zeitschrift „Mittelschule“, 1910, 4. Heft.) Vgl. auch die Jahresberichte des Maximiliansgymnasiums in Wien.

Th. Vogt, Das pädagogische Universitätsseminar. Leipzig 1884. Vgl. auch Jahrbuch für wissenschaftliche Pädagogik, IV, 316—330, und XXI., 250 f. und Verhandlungen der 41. Philologenversammlung.

O. Willmann, Die Vorbildung für das höhere Lehramt in Deutschland und Österreich. Pädagogisches Korrespondenzblatt. 1882, Nr. 1 und 2.

Derselbe, Über die soziale Aufgabe der höheren Schulen. Vortrag, 1891.

Derselbe. Das Prager pädagogische Universitätsseminar in dem 1. Vierteljahrhundert seines Bestehens. Wien 1901. Vgl. auch Willmanns „Didaktik“ und „Aus Hörsaal und Schulstube“.

Der mathematische Unterricht an den gewerblichen Lehranstalten.

Von Schulrat **Wilhelm Rulf**, k. k. Professor an der Staatsgewerbeschule im im X. Bez. Wiens.

Ziel des mathematischen Unterrichtes.

Die gewerblichen Unterrichtsanstalten verdanken ihre Entstehung dem Bedürfnisse nach leistungsfähigen Arbeitskräften im Gewerbe und in der Industrie. Damit ist das Ziel ihres Unterrichtes charakterisiert, das nicht in formaler Bildung, sondern in der Aneignung anwendbarer Kenntnisse und Fertigkeiten besteht. Dies gilt insbesondere von dem Unterrichte in der Mathematik, der bei ihrer großen Anwendbarkeit im praktischen Leben eine hinreichende Beachtung zuteil werden mußte. Nur tritt hier die Bedeutung derselben als Bildungselement zurück und ihre Nutzanwendung in den Vordergrund. Dem Schüler muß jene Summe von mathematischem Wissen beigebracht werden, ohne die er im künftigen Berufe das Auslangen nicht findet. Die verständnisvolle Anwendung wird zur Hauptsache. Der Lehrer wird also nirgends einen ermüdenden, streng wissenschaftlichen Weg einschlagen. Was unmittelbar als wahr einzusehen ist, wird als solches hingenommen, aber auf der höchsten Stufe des Unterrichtes (der höheren Staatsgewerbeschule) wird der Lehrer das nicht selbstverständliche durch einen womöglich ungekünstelten Beweis unzweifelhaft begründen und die Kenntnis derselben nur dann von den Schülern verlangen, wenn er sich mit zwingender Logik aus dem Vorhergehenden ergibt.

Darstellung des mathematischen Unterrichtes und seiner Methoden.

Die Darstellung des mathematischen Unterrichtes an den gewerblichen Schulen ist bei der Verschiedenheit ihrer Organisation. selbst

wo es sich um verwandte Einrichtungen handelt, sehr schwierig. In keiner Schulkategorie kommen bei den in ihren Bereich fallenden Schulen so große Unterschiede vor, als bei den dem gewerblichen Unterrichte dienenden Anstalten. Soll die Darstellung nicht an Unübersichtlichkeit leiden, so muß sie in den Hauptzügen versucht werden. Als Bindeglied haben diese Schulen die intensivste Berücksichtigung der praktischen Seite des mathematischen Unterrichtes gemeinschaftlich.

Auch die Unterrichtsmethode ist ungleich, da sie sich von Fall zu Fall dem ungleich vorgebildeten und auch im Alter verschiedenen Schülermaterial anzupassen gezwungen ist. Die heuristische Methode wird in vielen Fällen an der unzureichenden Sprachfertigkeit der zu Unterweisenden scheitern. Der Unterricht an den gewerblichen Schulen stellt überhaupt die größten Anforderungen an die Individualität des Lehrers.

Zu dem mathematischen Unterricht soll auch hier der Unterricht in der darstellenden Geometrie oder in der Projektionslehre, wie dieser Gegenstand mit Vorliebe an den gewerblichen Schulen genannt wird, gezählt werden. Erscheinen doch Geometrie und Projektionslehre an diesen Schulen oft organisch miteinander verbunden.

Im folgenden soll der Besprechung des mathematischen Unterrichtes eine Gliederung der in Betracht kommenden Anstalten vorangehen:

Einteilung der gewerblichen Schulen und Anstalten.

Dieselben dienen:

1. Der gewerblichen Vorbildung (allgemeine Handwerkerschule, zum Teil in die gesetzliche Schulpflicht fallend),

2. der gewerblichen Ausbildung (Bau- und Kunsthandwerkerschulen, Fachschulen, Staatsgewerbeschulen, höhere Fachschulen für Textilindustrie, gewerbliche Zentralanstalten, Frauengewerbeschulen),

3. der gewerblichen Fortbildung (gewerbliche Fortbildungschulen, Spezialkurse für Meister und Gehilfen).

Man vergleiche: „Die Entwicklung des gewerblichen Unterrichtswesens in Österreich während des letzten Dezeniums. Besprochen von Hofrat Ernst Pliwa." Zentralblatt für das gewerbliche Unterrichtswesen in Österreich, Band XXIV, 1906, Seite 485 oder auch das Referat desselben Verfassers über das gewerbliche Bildungswesen in Österreich für den III. Internationalen Mittelstandskongreß in Wien (Oktober 1908). Zentralblatt wie oben, Band XXVII, 1909, Seite 227.

Diese Einteilung soll bei der Besprechung des mathematischen Unterrichtes festgehalten werden.

1. Die der gewerblichen Vorbildung dienenden Schulen.

Die allgemeine Handwerkerschule.

Sie hat den Zweck, durch theoretischen Unterricht und praktische Übungen jene Kenntnisse und Fertigkeiten zu vermitteln, die als Vorbildung für die Erlernung eines gewerblichen Betriebes, insbesondere eines handwerksmäßigen Gewerbes, wünschenswert sind. Sie bietet also dem zukünftigen Handwerker den Vorteil, daß er bereits während eines Teiles seiner gesetzlichen Schulpflicht zielbewußt für seinen künftigen Beruf vorbereitet wird.

Die Bedingungen für die Aufnahme in die erste Klasse sind ein Alter von mindestens 12 Jahren und der Nachweis der Kenntnisse, die dem 6. Jahreskurse einer Volksschule oder der ersten Klasse einer Bürgerschule entsprechen. Die Schüler sind demnach in der Regel 12 bis 15 Jahre alt.

Aus dem Lehrplane für das gewerbliche Rechnen ist hervorzuheben:

Für die I. Klasse: Die Anwendung der vier Grundoperationen mit ganzen und Dezimalzahlen auf einfache Beispiele aus der gewerblichen Praxis, das abgekürzte Multiplizieren und Dividieren der Dezimalzahlen.

Für die II. Klasse: Positive und negative Zahlen, Berechnung des Einkaufspreises von Waren und Materialien auf Grund der Preislisten und der Faktura, mit angemessener Erklärung der diesbezüglichen Handelsgebräuche; Berechnung des Verkaufspreises gewerblicher Erzeugnisse unter Berücksichtigung des Betriebskapitales, der Materialkosten, der Regieauslagen usw. Besprechung der im Handel üblichen Zahlungsmittel.

Für die III. Klasse: Übungen in der Anwendung des in der II. Klasse durchgenommenen Lehrstoffes auf besondere Fälle aus der Praxis verschiedener Gewerbe. Preiskalkulationen. Verfassen von Voranschlägen und Offerten einfacher Art unter Berücksichtigung der einschlägigen Gewerbe- und Handelsusancen. Berechnung der wichtigeren österreichischen Staatspapiere. Eskompte und Reduktion der Wechsel. Erläuterung des Zweckes der wichtigsten Spar- und Kreditinstitute und Versicherungsanstalten.

In allen drei Klassen wird alle vier Wochen eine Schularbeit und von Stunde zu Stunde eine kleine Übungsaufgabe gegeben.

An der Handwerkerschule ist der Unterricht in der Geometrie in der I. Klasse mit dem geometrischen und Projektionszeichnen eng verbunden. Von der Betrachtung einfacher geometrischer Körper ausgehend, wird die Kenntnis der verschiedenen Flächen, Winkel, Linien und der wichtigsten Lehrsätze der Planimetrie anschaulich vermittelt,

ebenso die Darstellung der einfachsten geometrischen Körper im Grundriß, Aufriß und Kreuzriß nach Modellen.

In der II. Klasse werden Übungen in der graphischen Darstellung geometrischer Körper und einfache Kombinationen derselben in orthogonaler, später auch in schiefer Projektion nach Modellen unter Zugrundelegung eines bestimmten Maßstabes und mit Benützung der üblichen Meßwerkzeuge vorgenommen, ebenso die Darstellung von ebenen Schnitten an diesen Körpern auf Grund der Anschauung und das Zeichnen von Körpernetzen, schließlich die Berechnung der Oberfläche und des Rauminhaltes elementarer geometrischer Körperformen, nebst Übungen in der praktischen Anwendung dieses Lehrstoffes für gewerbliche Zwecke.

In der III. Klasse verlangt der Lehrplan ebene Schnitte und möglichst viele einfachere Körperdurchdringungen, soweit diese beim Fachzeichnen vorzukommen pflegen. Anwendung der Projektionslehre zur Bestimmung des Selbst- und Schlagschattens einfacher geometrischer Körperformen.

Der Unterricht wird in der Regel von Ingenieuren, die die zweite Staatsprüfung an einer Technischen Hochschule abgelegt haben und von für Bürgerschulen geprüften Lehrkräften. die vom Staate mit der Ernennung in die X. Rangsklasse übernommen wurden, erteilt.

2. Die der gewerblichen Ausbildung dienenden Schulen.

a) Die Fachschulen für einzelne gewerbliche Zweige.

Diese haben zum Ziele die Ausbildung ihrer Schüler in einem Handwerk; das Hauptgewicht wird auf die systematische Unterweisung in Lehrwerkstätten und Ateliers so wie auf Zeichnen (Modellieren) gelegt, während der theoretische Unterricht mehr zurücktritt.

Der Unterricht dauert 3 bis 4 Jahre und Bedingung für die Aufnahme ist das vollendete 14. Lebensjahr. Als obere Altersgrenze ist an manchen dieser Schulen das 30. Lebensjahr festgesetzt.

Hier tritt in dem zu lehrenden mathematischen Stoffe je nach dem Gewerbe, dem die Schule dient, eine bedeutende Verschiedenheit ein. So wird z. B. die Materie des mathematischen Unterrichtes an der höheren Fachschule für das Gastwirte-, Hotel- und Kaffeesiedergewerbe in Wien eine andere sein, als etwa an der Fachschule für Uhrenindustrie in Karlstein, wo im dritten Jahrgange nicht obligat und nur für besser vorgebildete oder besonders fleißige Schüler logarithmisches Rechnen und ebene Trigonometrie gelehrt werden. Aber das eine Ziel haben im Rechenunterrichte alle diese Schulen gemein: sie sollen nämlich die Schüler mit allen in ihrem zukünftigen Geschäftsleben vor-

kommenden Rechnungsarten, insbesondere mit der Material- und Preisberechnung und der Umrechnung fremder Geldwährungen vertraut machen. An diesen Schulen ist das approbierte Rechenbuch von Klauser—Rusch—Wallautschek*) sehr verbreitet.

Wo es die Ausbildung für das Fach wünschenswert erscheinen läßt, werden die Grundzüge der Algebra gelehrt. Hierbei wird insbesondere die sichere Auswertung algebraischer Ausdrücke für besondere Zahlenwerte (Substitution) geübt, da dies dem Vorgange in der Praxis, wo die zum Ziele führenden Formeln nachgeschlagen und für die besonderen Werte des vorliegenden Falles berechnet werden, entspricht. Wo es nur immer angeht, werden Anwendungen auf Aufgaben, die sich in der Praxis der Gewerbe ergeben, gemacht. Auch die Auflösung der Buchstabengleichungen nach allen in ihr vorkommenden Buchstaben wird geübt. Ein hierher gehöriges viel benütztes Buch ist das approbierte Übungsbuch für den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik und Algebra an Werkmeisterschulen, Baugewerkenschulen und verwandten Lehranstalten von Hans Hartl, zweite verbesserte Auflage. Mit 12 Figuren im Text, gegen 3000 Aufgaben und deren Ergebnissen. Wien, Franz Deuticke, 1902.

An den Fachschulen ist der Unterricht in der Geometrie auf das engste mit dem technisch-konstruktiven Zeichnen verbunden. Mit Hilfe des Unterrichtes im geometrischen, Projektions- und Fachzeichnen soll der Schüler so weit herangebildet werden, daß er Werkzeichnungen nicht nur richtig lesen, sondern auch selbständig anfertigen kann. Die wichtigsten geometrischen Körper werden in Modellen vorgeführt, ihre charakteristischen Merkmale und die ihrer Begrenzungsflächen entwickelt. Daran schließen sich die elementaren geometrischen Konstruktionen, die mit ausschließlicher Berücksichtigung der fachlichen Aufgabe der Schule behandelt werden. Den hierher gehörigen Übungen werden bestimmte Maße und Maßstäbe zugrunde gelegt. Wo es notwendig erscheint, werden auch die Zykloiden,**) die Spiralen, die Eilinie und der Korbbogen konstruiert. Übungen im Berechnen der Rauminhalte und Gewichte der Körper erfolgen wo möglich an der Hand von kotierten Werkzeichnungen. Vielfach wird der Leitfaden der Geometrie für Gewerbeschulen von Josef Menger, vierte unveränderte Auflage, Wien 1907, Verlag von Alfred Hölder, verwendet.

---

*) Ein Leitfaden für den Unterricht an Werkmeisterschulen, Fachschulen, gewerblichen Fortbildungschulen und Handwerkerschulen. 6. umgearbeitete Auflage. Wien, Franz Deuticke. 1909.

**) Regierungsrat Hans Hartl, Direktor der k. k. Staatsgewerbeschule in Reichenberg, hat sechs Vorrichtungen zur Versinnlichung der Entstehung der Zykloiden und ihre speziellen Fälle konstruiert. Allgemeine österreichische Lehrmittelanstalt. Wien, IX., Universitätsstraße 8.

In der Projektionslehre wird das Hauptgewicht auf die Darstellung von Objekten auf drei Projektionsebenen, auf die Abwicklung und Berechnung der Oberflächen von Körpern gelegt. Die Grundbegriffe der Axonometrie werden entwickelt, ebenso die Grundzüge der Schattenlehre. Wo die Kenntnis der konstruktiven Perspektive notwendig ist, wird die Erklärung der Fundamentalsätze derselben mit Hilfe des perspektivischen Versuchsapparates oder anderer geeigneter Behelfe vorgenommen.

Den Unterricht erteilen Volks- und Bürgerschullehrer, geprüfte Mittelschullehrer, schließlich Ingenieure, die beide Staatsprüfungen an einer Technischen Hochschule abgelegt haben.

b) Die Bau- und Kunsthandwerkerschulen.

Diese sind bestimmt den Gehilfen der Bau- und Kunstgewerbe jene Kenntnisse und Fertigkeiten zu vermitteln, welche geeignet sind, ihnen eine erhöhte Arbeits- und Erwerbsfähigkeit in ihrem Gewerbe zu sichern, beziehungsweise die Gehilfen des Maurer-, Zimmer- und Steinmetzgewerbes zur Ablegung der bezüglichen Meisterprüfungen zu befähigen.

Diese Lehranstalten bestehen aus zwei Winterkursen mit einem Winter-Vorbereitungskurse für Maurer, Zimmerleute und Steinmetzen, aus zwei Winter- und Sommersemesterkursen mit einem Sommersemester-Vorbereitungskurse für Tischler, Schlosser und Kunsthandwerker von je fünfmonatlicher Dauer.

Als Bedingungen für die Aufnahme in den ersten Kurs sind festgesetzt: das 17. Lebensjahr, die beendigte Lehrzeit in einem an der Anstalt vertretenen Gewerbe und der Besitz jener Kenntnisse und Fertigkeiten, die dem Lehrziel einer zwei-, beziehungsweise dreiklassigen gewerblichen Fortbildungsschule entsprechen. Wer dieser letzten Bedingung nicht genügt, wird dem Vorbereitungskurs zugewiesen.

Demnach entspricht der Unterricht im gewerblichen Rechnen und in der mit der Projektionslehre verbundenen Geometrie im ganzen und großen dem in der Vorbereitungsklasse und im ersten Jahrgang der gewerblichen Fortbildungschule gelehrten (siehe weiter unten!).

Im ersten Kurs trennt sich der Unterricht in der Mathematik nach dem Gewerbe. Für Maurer, Zimmerleute und Steinmetzen schreibt der Lehrplan die Wiederholung des Quadrierens und Kubierens, sowie das Ausziehen von Quadrat- und Kubikwurzeln vor. Ferner die Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, die Auflösung einfachster Zahlengleichungen, insoferne sie zum Verständnisse und zur Benützung von Formeln nötig sind. Berechnung von Einheitspreisen des Baufaches

unter Berücksichtigung des Betriebskapitales, der Materialkosten, der Regieauslagen usw. Haus- und Schularbeiten sind vorgeschrieben.

In der Geometrie: Berechnung des Rauminhaltes und der Oberfläche von Körpern. Anwendung auf Kubikmaß und Gewichtsbestimmungen von Mauerwerkskörpern, Gewölben, Balken- und Steinkonstruktionen. Berechnungsnormen für Gewölbe- und Professionistenarbeiten. Einfache Beziehungen zwischen Seiten und Winkeln rechtwinkeliger Dreiecke, also die Anfänge der Trigonometrie.

Bei den Tischlern, Schlossern und Kunsthandwerkern entfallen die Algebra, in der Geometrie die Anfänge der Trigonometrie. Rechnen und Geometrie werden mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der genannten Gewerbe gelehrt.

In der Projektionslehre werden die Körperschnitte und Durchdringungen auf praktische Beispiele der Bau- und Kunstgewerbe angewendet, Selbst- und Schlagschatten an einfachen Objekten der Bau- und Kunstgewerbe konstruiert und einfache Konstruktionen der genannten Gewerbe axonometrisch dargestellt.

Im II. Kurs ist im gewerblichen Rechnen für Tischler, Schlosser und Kunsthandwerker derselbe Lehrstoff vorgeschrieben wie im III. Jahrgang der allgemeinen Handwerkerschule (siehe dort!).

Den Unterricht erteilen Ingenieure, die beide Staatsprüfungen an einer Technischen Hochschule abgelegt haben oder für Bürgerschulen geprüfte Lehrkräfte.

c) Die Staatsgewerbeschulen.

Zu diesen zählen die Werkmeisterschule und die höhere Gewerbeschule.

α) Die Werkmeisterschule.

Derselben fällt die Aufgabe zu, Arbeiter mit längerer Praxis im Gewerbe durch einen systematischen Unterricht in theoretischer und praktischer Richtung für ihren künftigen Beruf als Werkmeister, Monteure, Maschinenzeichner usw. oder selbständige Gewerbetreibende vorzubereiten.

Die Werkmeisterschulen zerfallen in solche mit baugewerblicher, mit mechanischtechnischer (inklusive elektrotechnischer) und chemischtechnischer Richtung.

Zur Aufnahme berechtigt die absolvierte Volksschule und eine mehrjährige gewerbliche Praxis. Die Schüler sind demnach mindestens 17 Jahre alt.

Die Dauer des Unterrichtes der Werkmeisterschulen beträgt zwei Jahre, an den baugewerblichen Abteilungen derselben vier bis fünf Semester.

An den Werkmeisterschulen für Baugewerbe ist der Unterricht in der Mathematik nicht überall gleich organisiert. Während z. B. an jener in Reichenberg Trigonometrie gelehrt wird, fehlt diese an der deutschen Staatsgewerbeschule in Pilsen. Während in Reichenberg im ersten Halbjahrkurse der Unterricht in der allgemeinen Arithmetik und Algebra beginnt, ist dieser in Pilsen in den zweiten Semesterkurs verwiesen, während im ersten Semester gewerbliches Rechnen gelehrt wird. Der Unterricht in der Algebra erstreckt sich über das Rechnen mit allgemeinen Zahlen, über die Elemente der Potenz- und Wurzellehre, die Gleichungen ersten und zweiten Grades. Was bei den Fachschulen zum Unterricht in der Algebra bemerkt wurde, trifft auch hier zu.

Aufschluß über die Art des trigonometrischen Unterrichtes an diesen Schulen gibt das vielbenützte approbierte Buch von Hans Hartl: die trigonometrische Auflösung des Dreieckes und der auf Dreiecke zurückzuführenden Figuren. Dritte, im wesentlichen unveränderte Auflage. Wien 1907. Alfred Hölder. Preis gebunden 96 h.

Benützt werden in demselben nur die Winkelfunktionen — eine Tabelle derselben ist beigegeben — und nicht ihre Logarithmen.

Die trigonometrische Auflösung des schiefwinkeligen Dreieckes erfolgt nur mit Hilfe des Sinus- und Kosinussatzes. Es wird von der richtigen Anschauung ausgegangen, daß man mit diesen zwei Sätzen in der Baumechanik und Vermessungskunde vollkommen sein Auslangen findet, den Tangentensatz und die Gleichungen von Mollweide aber umgehen kann.

Regierungsrat Hans Hartl hat einen Funktionenzeiger konstruiert, der (in gewissen Grenzen) die trigonometrischen Funktionen beliebiger Winkel veranschaulicht und als zweckmäßiger Lehr- und Lernbehelf bei der Einführung in die Trigonometrie dient. Von der allgemeinen österreichischen Lehrmittelanstalt, Wien IX., Universitätsstraße 8 kann er in zwei Größen bezogen werden: als Tafellmodell, 50 *cm* im Geviert. zu 20 K und als Lehrmittel für die Hand des Schülers, 10 *cm* im Geviert. zu 70 h.

Der Unterricht in der Geometrie ist von dem in der Projektionslehre getrennt.

An den Werkmeisterschulen für mechanisch-technische Gewerbe erstreckt sich der mathematische Unterricht über Rechnen, Algebra, Geometrie und Trigonometrie. Auch hier gibt es Abweichungen im Lehrplane und in der Verteilung des Lehrstoffes. In Reichenberg setzt bereits im Rechnen des ersten Halbjahrkurses die allgemeine Arithmetik und Algebra ein, während sie im X. Wiener Bezirk in den zweiten Halbjahrkurs verwiesen ist. Wo nicht bereits im ersten Kurs Algebra genommen wird, tritt an ihre Stelle gewerbliches Rechnen.

Der Unterricht in der Algebra schließt in Pilsen mit den Gleichungen ersten Grades, sonst behandelt er auch die quadratischen Gleichungen. In allen dritten Halbjahrkursen kommt Mathematik vor, die sich mit der Trigonometrie beschäftigt und mit Ausnahme von Pilsen auch mit der Lehre von den Logarithmen. In Reichenberg fallen die Anfänge der Trigonometrie bereits in den zweiten Kurs.

Auf jeden Fall wird in den zwei ersten Halbjahrkursen die Geometrie genügend erledigt. Sie ist im allgemeinen hier von der Projektionslehre getrennt, in Bielitz aber mit dem geometrischen Zeichnen verbunden.

Der Unterricht im Rechnen an den Werkmeisterschulen für Weberei ist ein gewerblich-kaufmännischer. Die Geometrie erscheint meist mit der Projektionslehre verbunden.

An den Werkmeisterschulen chemisch-technischer Richtung ist der Unterricht im Rechnen des ersten Semesterkurses ein gewerblich-kaufmännischer und in diesem Kurse die Geometrie mit dem geometrischen Zeichnen verbunden.

Im zweiten Semesterkurse erfolgt die Einführung in die Algebra, die bis einschließlich zu den Gleichungen ersten Grades vordringt, womit der mathematische Unterricht abschließt.

Beim Unterrichte im Rechnen und in der Geometrie wird an den Werkmeisterschulen vielfach das Abschätzen und das Überschlagsrechnen geübt. Es dient einerseits zur Kontrolle, andrerseits zur Vermeidung langwieriger numerischer Rechnungen, wo ein größerer Grad von Genauigkeit nicht erforderlich ist. Es entwickelt sich hier eine neue Rechendisziplin, das technische Kopfrechnen.*) Auch wird an einigen Werkmeisterschulen das Rechnen mit dem Rechenschieber geübt.

Bezüglich des Unterrichtes in der Algebra ist das bereits bei den Fachschulen Gesagte zu wiederholen. Der Lehrer trachtet hier, die abstraktesten Teile des Gegenstandes anschaulich zu machen. So kann selbst die Zeichenregel der Multiplikation algebraischer Zahlen durch Betrachtung der Fläche des Rechteckes $(a-b)\ (c-d)$ versinnlicht werden. Auch bezüglich der Geometrie gilt das bei den Fachschulen gesagte. Wo es nötig ist, werden die Zykloiden und Spiralen, insbesondere die logarithmische, konstruiert.

---

*) Das technische Kopfrechnen, welches den Zweck hat, ohne Benützung arithmetischer Hilfsmittel wie Tafelwerke, Rechenschieber usw. eine beiläufige, rasche Ermittlung des Resultates zu ermöglichen, wurde vom Regierungsrat Karl Schedlbauer auf eine hohe Stufe der Raschheit und Verläßlichkeit in dem Werkchen: „Anleitung zum technischen Kopfrechnen. Brünn 1905, Druck und Verlag der k. u. k. Hofbuchhandlung Karl Winiker“ gebracht, doch eignet sich dasselbe kaum für den Gewerbeschüler, für den es auch nicht bestimmt ist, da es einen tieferen Einblick in die Gesetze des Rechnens verlangt. Dem technischen Hochschüler aber kann es treffliche Dienste leisten.

Wo die Projektionslehre nötig ist, verfügt sie ihrer Wichtigkeit wegen — sie hat zu zeigen, nach welchen Grundsätzen die unentbehrlichen kotierten Werkzeichnungen angefertigt werden — durch zwei Halbjahrskurse über ein reiches Ausmaß von Stunden (bis 8 pro Woche).

Die Projektionslehre sucht sich hier dem Fachzeichnen auf das innigste anzuschmiegen. Hierzu ist vor allem die *Emanzipation von festen Projektionsebenen, die Entfernung der Projektionsachse* notwendig. Gerade Linien, die auf dem Reißbrette mit der Reißschiene gezeichnet werden, werden als horizontale, die normal zu denselben mit dem Winkelbrettchen gezogenen als vertikale Gerade erklärt, wie es den tatsächlichen Verhältnissen an der vertikalhängenden Schultafel entspricht. Der darzustellende Gegenstand wird in möglichst einfacher Lage auf die Zeichenfläche aufgestellt gedacht und der dieser Stellung entsprechende *Grundriß* (Ansicht von oben) entworfen. Daß dieses allein zur Festlegung des Körpers nicht genügt, ersieht der Schüler daraus, daß in dieser Ansicht die dritte Dimension (Höhe) des Körpers fehlt. Es muß daher noch eine zweite, die diese erkennen läßt, der *Aufriß* (Ansicht von vorne), entworfen werden. Zweckmäßigerweise zeichnet man den Aufriß genau lotrecht über dem Grundriß so, daß man sich das neuerliche Messen der Ausdehnung von links nach rechts (Länge) erspart. Bei dieser Anordnung der zwei Projektionen erscheinen die Bilder (Aufriß und Grundriß) derselben Ecke (desselben Punktes) stets in einer lotrechten Linie (lotrechte Ordinale). Nicht immer charakterisieren aber Grund- und Aufriß den Körper hinreichend. So können z. B. zwei kongruente Rechtecke ebensogut ein quadratisches Prisma wie einen Zylinder darstellen; es ist daher mitunter die Einführung einer dritten Projektion, des *Kreuzrisses* (Ansicht von links), notwendig, in der dann der Zylinder rund, das Prisma eckig erscheint, die Unterscheidung also herbeigeführt ist.

Wird ein Kegel auf der Zeichenfläche aufgestellt, so erscheint er im Aufriß als gleichschenkeliges Dreieck. Obzwar seine Mantellinien gleich lang sind, zeigen sie sich im Aufriß im allgemeinen verkürzt. Am kürzesten jene, die als Höhe des gleichschenkeligen Dreieckes erscheint, aber am linken und rechten Rand des Aufrisses sind sie in wirklicher Größe vorhanden. Dies ermöglicht, ohne besondere theoretische Betrachtungen die wirkliche Größe einer durch ihre Projektionen gegebenen Strecke (Kante) zu finden. Man betrachtet sie als Mantellinie eines Kegels und zeichnet von diesem den einen Rand (linken oder rechten) im Aufrisse. Dieser gibt dann die wirkliche Länge der Strecke (Kante).

Hiermit sind die zwei Hauptprobleme der Projektionslehre die eindeutige Darstellung des Objektes und die Bestimmung der wirklichen Größe seiner Bestandteile in leichtfaßlicher, den geringen geometrischen Kenntnissen und Fertigkeiten der Schüler entsprechenden Weise erledigt und so geboten, wie es das Fachzeichnen braucht.

Eine große Beachtung muß den technischen Anwendungen gewidmet werden. Demnach muß die Darstellung hohler Körper in Ansicht und Schnitt geübt, die Hyperbelschnitte des Kegels am Schraubenkopf, der sechsseitigen Schraubenmutter, die Wulstflächen und ihre Schnitte an den Stangen- und Triebstangenköpfen usw., das einschalige Hyperboloid, die Schraubenlinien und Schraubenkörper u. dgl. betrachtet werden. Die Verschneidungen von Körperoberflächen, wie sie sich bei Röhren, Hähnen, Bohrungen, Gewölben, Schornsteinen ergeben, müssen gezeichnet werden. Auch die Darstellung der durch Grundriß und Aufriß gegebenen Körper im Schrägriß darf nicht versäumt werden.

Die Lehrer sind für Mittelschulen geprüft oder Ingenieure, die beide Staatsprüfungen an einer Technischen Hochschule abgelegt haben.

β) Die höhere Gewerbeschule.

Dieselbe vermittelt durch systematischen Unterricht alle für den praktischen Industrie- und Gewerbebetrieb notwendigen Fachkenntnisse und Fertigkeiten, zugleich aber auch einen höheren Grad von allgemeiner Bildung, wodurch ihre Zöglinge befähigt werden, ein technisches Gewerbe in ausgedehnterem Maße und unter Verfolgung höherer Ziele zu betreiben oder hervorragendere Stellungen in größeren Fabriksetablissements einzunehmen.*)

Sie umfaßt vier Jahrgänge und gliedert sich nach den drei technischen Fachrichtungen in drei Fachschulen, und zwar: für das Baufach, für die mechanisch-technische und für die chemische Industrie.

Die Aufnahme kann erfolgen auf Grund eines Zeugnisses über die mit durchwegs gutem Erfolge absolvierte dreiklassige Bürgerschule oder mit besonders gutem Erfolge absolvierte dreiklassige Handwerkerschule oder auf Grund eines guten Fortgangzeugnisses über die vierte Klasse einer mit Öffentlichkeitsrecht ausgestatteten Mittelschule. Das 14. Lebensjahr muß zurückgelegt sein.

Hier nähert sich der Mathematikunterricht dem der oberen Klassen an Mittelschulen. Es gibt zwischen den einzelnen Schulen Abweichungen, was Lehrstoff, Verteilung und Stundenzahl anlangt, doch kann folgendes als allgemein gültig hingestellt werden:

In allen Fachabteilungen wird im I. Jahreskurs Algebra in fünf bis acht**) Stunden in der Woche gelehrt. Der Lehrplan verlangt

---

*) Man kann kurz sagen: mittlere technische Schule, nicht technische Mittelschule, denn sie berechtigt nicht zum Besuche der Technischen Hochschule als ordentlicher Hörer.

**) Wo in der Mathematik Algebra und Geometrie vereinigt sind.

die vier Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, Teilbarkeit, größtes gemeinschaftliches Maß und kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Die Lehre von den Brüchen, Verhältnissen und Proportionen, Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Grundzüge der Lehre von den Potenzen und Wurzeln, rein- und gemischtquadratische Gleichungen. Häufige Übungen im Kopfrechnen, insbesondere beim Zifferrechnen. Jeden Monat eine Schul- und Hausarbeit.

In der Geometrie (vier bis fünf Stunden in der Woche) wird verlangt: Strecken, Winkel, Parallele. Das Dreieck, das Viereck. Allgemeines über Polygone. Der Kreis, Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit der Figuren. Transversalen am Kreise. Flächenberechnung, -Teilung und -Verwandlung. Lehre von den regulären Polygonen, Berechnung des Kreises mit und ohne Bogentabellen. Goniometrie, Winkelkonstruktionen mit Hilfe der trigonometrischen Zahlen*), Auflösung des rechtwinkeligen Dreieckes. Fortlaufend mit dem Lehrstoff geometrische Konstruktionsaufgaben. Einführung in die Stereometrie und die Lehre von den Projektionen. Jeden Monat eine Schul- und Hausarbeit.

Endlich wird geometrisches Zeichnen vier Stunden**) in der Woche gelehrt. Man verlangt: Übungen in geometrischen Konstruktionen, Einführung in die Projektionslehre.

Im zweiten Jahreskurs ist der Unterricht in der Mathematik in der bautechnischen und mechanisch-technischen Abteilung gleich.

Je nach dem Standort der Schule ist die Anzahl der zugewiesenen Stunden und ihre Verteilung auf beide Semester verschieden, z. B. 10 im Winter-, 5 im Sommersemester oder 7 durchs ganze Schuljahr u. s. w. Er zerfällt in den Unterricht in der Algebra (eingehende Behandlung der Potenzen und Wurzeln, imaginäre Größen, Logarithmen, Gleichungen zweiten Grades mit einer und mehreren Unbekannten, Exponentialgleichungen, unbestimmte Gleichungen, Progressionen, Zinzeszinsen- und Rentenrechnung, binomischer Lehrsatz für ganze positive Exponenten) und in den in der Geometrie (gedrängte Wiederholung der ebenen Geometrie. Rechnen mittelst Kreistabellen. Elemente

---

*) Wichtig für die Vermessungskunde.

) In der bautechnischen Abteilung entfallen auf das erste Halbjahr sechs, auf das zweite zwei, also im Durchschnitt auch vier Stunden pro Woche. Dabei wird im ersten Halbjahr vorgenommen: Übungen im geometrischen Zeichnen nach Vorbildern, welche hauptsächlich dem Baufache entnommen sind. Übungen in der Anwendung geometrischer, im Baufach zur Verwendung gelangender Konstruktionen. Einführung in das Projektionszeichnen, ***ausgehend vom Körper* und an der Hand von Modellen. Aufnahme von Modellen und Gegenständen aus dem Gebiete des Bauwesens. Im zweiten Halbjahr: orthogonale Darstellung von Flächen, Linien und Punkten, ***wobei vom Körper auszugehen ist.***

des graphischen Rechnens. Planimetrische Auflösung der Dreiecke und anderer Figuren. Trigonometrie und Goniometrie, Stereometrie). In beiden Semestern Schul- und Hausarbeiten.

Verschieden davon ist der Unterricht in der Mathematik für die chemisch-technische Abteilung, in der ihm auch eine geringere Stundenzahl zugewiesen ist. (Im Durchschnitt 5 Stunden in der Woche.) Man lehrt in der Algebra: Potenzen und Wurzelgrößen, Logarithmen, Gleichungen des zweiten Grades. Zinseszinsen- und Rentenrechnung, in der Geometrie: Kurze Wiederholung der Planimetrie. Trigonometrie, einschließlich der Auflösung des schiefwinkeligen Dreieckes. Das Wichtigste aus der Stereometrie.

Im dritten Jahreskurs kommt Mathematik nur noch in der mechanisch-technischen Abteilung vor und zwar mit $2^1/_2$ bis 4 Stunden in der Woche. Wiederholung und Durchführung des früher behandelten Lehrstoffes. Kurvenlehre: Die Gerade, die Kegelschnitte*) (Elemente der analytischen Geometrie), die zyklischen Kurven und die Spiralen.

Die erste Einführung in die Projektionslehre erfolgt in allen Abteilungen der höheren Gewerbeschule im geometrischen Zeichnen des ersten Jahreskurses (4 Wochenstunden). Die weitere Ausbildung in der darstellenden Geometrie erfolgt dann im zweiten Jahreskurs mit 7 bis 8 Wochenstunden in der bau- und mechanisch-technischen Abteilung und durchschnittlich 3 Stunden der chemisch-technischen Abteilung. Durchgenommen werden: Die Lehre von den Projektionen, Drehungen, Schnitte der Ebene mit Körpern, Durchdringungen. Das Wichtigste über Schattenlehre, Perspektive und Axonometrie in ihren Anwendungen auf die Praxis und mit Rücksicht auf den künftigen Beruf des Schülers.

Im Sommersemester des dritten Jahreskurses kommt an der Staatsgewerbeschule in Reichenberg noch ein zweistündiger Unterricht in der Perspektive hierzu. Konstruktive Perspektive mit praktischer Anwendung an einfachen architektonischen Objekten.

Der Hauptzweck des mathematischen Unterrichtes an der höheren Gewerbeschule ist die Vorbereitung für das Studium der technischen Fächer. Hier kommt vor allem die Mechanik in Betracht, die der Mathematik eine unerschöpfliche Fülle der schönsten Probleme liefert. Ohne Kenntnis der Mechanik können die Maschinen, ohne die ihres Sondergebietes „Baumechanik“ die Baukonstruktionen nicht berechnet werden. Aber die Einführung in die Mechanik muß in der Gewerbeschule mit den einfachsten elementarmathematischen Hilfs-

*) Diese werden in der deutschen Staatsgewerbeschule in Pilsen bereits im zweiten Jahreskurs durchgenommen.

mitteln erfolgen. Diese müssen im Mathematikunterricht vorbereitet werden. Wenn also der mathematische Lehrstoff der höheren Gewerbeschule im ganzen und großen dem der oberen Mittelschule gleicht. so muß er sich davon doch durch manches Detail unterscheiden.

Frühzeitig wird bei jeder Gelegenheit die Diskussion der Formeln geübt und der Funktionsbegriff eingeführt. Insbesondere müssen die Schüler sehr vertraut werden mit der Art der Änderung des Wertes eines Bruches, wenn eine solche bei Zähler oder Nenner erfolgt, da dies zum Verständnis der meisten Formeln in der Mechanik unentbehrlich ist. Die graphische Darstellung der Funktionen erweist sich als notwendig, weil durch sie die elementare Bestimmung der Maxima und Minima durch Rechnung leicht begriffen werden kann. Ein typisches Beispiel hierfür ist die Herstellung des Balkens mit rechteckigen Ausschnitt und vom größten Tragvermögen aus einem runden Baumstamm. Was bei den Werkmeisterschulen über das Abschätzen des Resultates, das technische Rechnen, gesagt wurde, trifft auch hier zu.

In der Geometrie wird es sich empfehlen, die Simpsonsche Flächenformel *) abzuleiten, ferner das Auftragen und Messen der Winkel mittels der Tangenswerte vorzunehmen. Auch muß die Berechnung von Kreisstücken aus den betreffenden Teilen des Einheitskreises, die in Tabellen **) zusammengestellt sind, geübt werden.

In der Kurvenlehre ist manches zu nehmen, das dem Mittelschulunterrichte fremd ist. So muß mit Rücksicht auf die Dynamik der Begriff des Krümmungskreises eingeführt, der Krümmungshalbmesser der Ellipse in den Scheiteln und jener der Parabel auch in einem beliebigen Punkte bestimmt werden. Ebenso ist der Begriff der Einhüllenden (Enveloppe) notwendig und der der Evolute. Der erstere kann klar gemacht werden durch die Kreissehnen von konstanter Länge, auch ist er aus der darstellenden Geometrie geläufig, wo die Aufrisse einer zu einer lotrechten Drehachse kreuzenden und um diese gedrehten Geraden von einer Hyperbel eingehüllt werden (einschaliges Hyperboloid). Für die graphische Behandlung der Festigkeitslehre ist auch die tangentenweise Konstruktion der Parabel, wenn zwei ihrer Tangenten mit den Berührungspunkten gegeben sind, notwendig, (Einhüllende eine Parabel).

Außer der Fläche der Ellipse muß auch die Fläche des Parabelabschnittes und mindestens auch die Fläche der gleichseitigen Hyperbel ermittelt werden.

---

*) Siehe das approbierte Buch: Hartl Hans, Lehrbuch der Planimetrie. Zweite, verbesserte Auflage. Franz Deuticke, Wien und Leipzig 1909.

**) Jellinek Laur., Mathematische Tafeln für technische Anstalten, insbesondere höhere Gewerbeschulen. Verlag von A. Pichlers Witwe & Sohn. Wien.

Eine eingehende synthetische Behandlung erfahren die Rollkurven (Zykloiden). Auch ihre besonderen Fälle werden beachtet, so bei der Aufradlinie (Epizykloide) die Kardivide und die Kreisevolvente, bei der Inradlinie (Hypozykloide) die Astroide, der Kreisdurchmesser und die Ellipse.

Ebenso müssen der technischen Anwendungen wegen die Spiralen (Archimedische, hyperbolische und logarithmische Spirale) genommen werden. Die Unterweisung in denselben beschränkt sich auf ihre Konstruktion, die Aufstellung ihrer Polargleichung, das Zeichnen der Tangente und bei der logarithmischen Spirale auf die Anwendung auf das graphische Rechnen.

Den Unterricht erteilen für Mittelschulen geprüfte Lehrpersonen oder Ingenieure, die beide Staatsprüfungen an einer technischen Hochschule abgelegt haben.

d) Die höheren Fachschulen für Textilindustrie.

Diese haben die Aufgabe, durch einen vierjährigen ganztägigen Unterricht jenes Maß allgemeiner Bildung und fachlicher Kenntnisse in technischer Richtung zu vermitteln, welches ein Fabrikant benötigt, beziehungsweise welches den Absolventen zur selbständigen Leitung textil-industrieller Betriebe, respektive zur Übernahme von Beamtenstellen an derartigen Betrieben befähigt.

Sie zerfallen in höhere Gewerbeschulen mechanisch-technischer und chemisch-technischer Richtung.

Zur Aufnahme ist erforderlich das 14. Lebensjahr und die gute Absolvierung der dritten Klasse einer Bürgerschule oder der vierten Klasse einer mit dem Öffentlichkeitsrechte ausgestatteten Mittelschule.

Der mathematische Unterricht erstreckt sich nur über die zwei ersten Jahrgänge und ist für beide Abteilungen gleich organisiert.

Im ersten Jahrgange schreitet der Unterricht in der Algebra bis zu den Gleichungen ersten Grades und bis zu der Lehre von den Logarithmen vor. Die Geometrie schließt mit den Flächenberechnungen und den Elementen der Trigonometrie, auch wird das graphische Rechnen genommen.

Im zweiten Jahrgange erfolgt in beiden Gegenständen eine Wiederholung des bisher behandelten, dann in der Algebra Übungen im Gebrauch der Logarithmen, Auflösung quadratischer Gleichungen mit einer Unbekannten, in der Geometrie Oberflächen und Körperberechnungen, trigonometrische Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke. Hierzu kommt noch gewerbliches Rechnen.

Im ersten Jahrgange ist die Projektionslehre mit dem geometrischen Zeichnen verbunden. Vorgenommen werden Übungen im

Linearzeichnen, die Kegelschnittlinien, Zykloiden, Evolventen, Einführung in das Wesen der Projektionen von Punkten. Linien und einfachen Körpern, Drehungen.

An der höheren Fachschule für Textilindustrie (höhere Gewerbeschule technisch-kommerzieller Richtung) der k. k. Lehranstalt für Textilindustrie in Asch reicht der Unterricht in der Mathematik als kaufmännisches Rechnen bis in den vierten Jahrgang hinauf und soll dem Schüler auf klarem Verständnisse beruhende Sicherheit in der Ausführung aller für den Industriellen und Kaufmann wichtigen Berechnungen des Warengeschäftes unter steter Berücksichtigung der wirklichen Geschäftspraxis vermitteln.

Den Unterricht in den mathematischen Fächern an den höheren Fachschulen für Textilindustrie erteilen Ingenieure, die die Staatsprüfungen an einer technischen Hochschule abgelegt haben, und für höhere Handelsschulen geprüfte Lehrkräfte.

e) Die gewerblichen Zentralanstalten.

sind Bildungstätten, die als große Spezialanstalten, als wichtige Zentren für Lehre und Forschung eingerichtet sind und deren Tätigkeitssphäre sich auf das ganze Staatsgebiet oder auf große Teile desselben erstreckt. Hierher zählen: Das Österreichische Museum für Kunst und Industrie, das Lehrmittelbureau für gewerbliche Unterrichtsanstalten, die Kunstgewerbeschule, alle drei in Wien, die Kunstgewerbeschule in Prag, das Technologische Gewerbemuseum *), die Graphische Lehr- und Versuchsanstalt, die Lehr- und Versuchsanstalt für Lederindustrie, die Anstalt für Frauenhausindustrie, die Kunststickereischule und die Lehr- und Versuchsanstalt für Korbflechterei, sämtlich in Wien.

Von diesen kommen, was mathematischen Unterricht anlangt, insbesondere in Betracht die Kunstgewerbeschulen mit Unterricht im gewerblichen Rechnen und technischen Zeichnen **) (Projektionslehre, Perspektive) und die k. k. Graphische Lehr- und Versuchsanstalt in Wien, in deren Vorbereitungs- und Zeichenschule 14jährige Schüler aufgenommen werden, die durch 3 Stunden in der Woche gewerbliches Rechnen, Geschäftsaufsätze und Elemente der Buchführung betreiben, um dann im ersten einjährigen Kurs für Photographie und Reproduktionsverfahren durch 3 bis 4 Stunden in der Woche Projektionslehre und Perspektive zu üben.

Den Unterricht erteilen akademisch gebildete Lehrkräfte.

---

*) Der mathematische Unterricht an diesem wird von anderer Seite beleuchtet werden.

**) Hier wäre zu nennen: Technisches Zeichnen für Kunstgewerbe von Julius Kajetan, drei Teile. Wien, Karl Gräser.

f) Die Frauengewerbeschule, Koch- und Haushaltungsschule.

Die Fachschulen der Frauengewerbeschule (für Weißnähen und Kleidermachen) bestehen aus zwei Jahresklassen und haben den Zweck, die für das betreffende Gewerbe erforderlichen Kenntnisse und Fertigkeiten nebst einem gewissen Grad allgemeiner und hauswirtschaftlicher Bildung zu vermitteln.

Zur Aufnahme ist das erreichte 14. Lebensjahr erforderlich. Aus dem Lehrplane ist hervorzuheben:

Rechnen erste Klasse, 2 Stunden in der Woche. Besprechung des geringsten notwendigen Einkommens einer Handarbeiterin am Standort der Schule. Vergleichung desselben mit dem ortsüblichen Verdienst. Entwurf einer Aufteilung des zu erwartenden Einkommens auf die im Laufe des Jahres sich voraussichtlich ergebenden Ausgaben (Budget oder Voranschlag). Ermittlung der allgemeinen Unkosten (Regie) einer Weißnäherin, beziehungsweise Kleidermacherin an Miete, Beheizung, Beleuchtung, Steuer, Kranken-, Lebens- und Feuerversicherung, Maschinenabnützung, Verbrauch an Hilfsmaterialien etc. Einfachste Aufschreibung der vorkommenden Einnahmen und Ausgaben, nutzbringende Verwendung eines allfälligen Überschusses der ersteren.

Das Kopfrechnen ist in jeder Stunde zu üben, und zwar hauptsächlich bei Aufgaben über kleine Einkäufe und bei Nebenrechnungen. Schriftliche Berechnungen (vier schriftliche Schularbeiten jährlich).

In der zweiten Klasse wird gewerbliches Rechnen und gewerbliche Buchführung gelehrt (2 Stunden wöchentlich). Besprechung des Einflusses von Angebot und Nachfrage auf den Warenpreis und den Arbeitsverdienst. Die Selbstkostenberechnungen gewerblicher Erzeugnisse und ihre Anwendung auf die an der Schule vertretenen Gewerbe. Ermittlung des Verkaufspreises eines Erzeugnisses bei Annahme eines bestimmten Gewinnes, bei Berücksichtigung der Zahlungszeit und der Sicherheit der Zahlung. Ausarbeitung einfacher Kostenvoranschläge.

Dieser letztgenannte Unterricht wird auch in den Ateliers erteilt. Diese sind bestimmt, die in der Fachschule erlangte fachliche und allgemeine Bildung zu erweitern und zu vertiefen. Zur Aufnahme in dieselben ist das erreichte 16. Lebensjahr erforderlich.

Zur Erteilung des Unterrichtes in den gewerblich-kaufmännischen Fächern ist mindestens die Lehrbefähigung für Bürger- und Volksschulen erforderlich. Bei Neubesetzungen sind in erster Linie jene Bewerber zu berücksichtigen, welche die zur Aus- und Fortbildung von Lehrpersonen an Frauengewerbeschulen bestimmten Kurse besucht haben.

Die Koch- und Haushaltungsschule hat den Zweck, Mädchen und Frauen die Erlernung des Küchen- und Hauswirtschaftsbetriebes zu vermitteln. Der Hauswirtschaftskurs derselben dauert 3 Monate, der Rechenunterricht in demselben hat 2 Stunden pro Woche zugewiesen.

Übungen in der Maß- und Gewichtsbestimmung von Nahrungs- und Genußmitteln (Kontrolle), einfache Berechnung des Nährwertes, Heiz- und Leuchtwert. Einfachste Aufschreibungen von Einnahmen und Ausgaben. Das Kopfrechnen ist in jeder Stunde zu üben, und zwar besonders bei kleinen Aufgaben über Einkäufe und bei Nebenrechnungen.

Zur Aufnahme in diese Schulen ist das erreichte 14. Lebensjahr erforderlich.

Die Koch- und Haushaltungsschule selbst dauert 5 Monate und die Aufzunehmende muß 16 Jahre erreicht haben. Aus dem Lehrplane für das Fachrechnen und Kalkulation (2 Stunden wöchentlich) sei hervorgehoben: Metrisches Maß- und Gewichtssystem, mit praktischen Übungen in der Maß- und Gewichtsbestimmung von Nahrungs- und Genußmitteln (Kontrolle). Anwendung derselben auf die Kostenberechnung beim Einkaufe der Lebensmittel und des Hausbedarfes im kleinen und großen. Berechnung des täglichen, monatlichen und jährlichen Küchenbedarfes. Einfache, den hauswirtschaftlichen Bedürfnissen angepaßte Flächenberechnungen. Berechnung des Nährwertes einzelner Nahrungsmittel und ganzer Mahlzeiten. Kalkulationen aus dem Bereiche der Haushaltung. Kosten des Bedarfes an Wäsche, Kleidern, Möbeln und Kücheneinrichtung sowie der Auslagen für ihre Reinigung und Instandhaltung. Kosten der Beleuchtung, Beheizung. Berechnung des Wirtschaftsergebnisses. Die Anlage von Ersparnissen. Einfache Ertragsberechnungen. Versicherungswesen. Kopfrechnen.

Zum Unterrichten in den gewerblich-kaufmännischen Fächern ist mindestens die Lehrbefähigung für Bürger- und Volksschulen erforderlich. Bei Neuanstellungen sind in erster Linie jene Bewerber zu berücksichtigen, welche die zur Aus- und Fortbildung von Lehrpersonen an Koch- und Haushaltungsschulen bestimmten Unterrichtsveranstaltungen besucht haben.

Als approbiertes Lehrbuch für gewerbliche Mädchenschulen sei genannt: Duport J. B., Rechenbuch für gewerbliche Mädchenschulen und verwandte Anstalten. Zwei Teile. Franz Deuticke, Wien 1909.

3. Die der gewerblichen Fortbildung dienenden Schulen.

a) Die gewerblichen Fortbildungsschulen.

Diese sollen den Lehrlingen jene theoretischen Kenntnisse und Fertigkeiten vermitteln, die sie zur Ausübung ihres Gewerbes benötigen,

aber weder in der Meister- noch Fabrikslehre erhalten können. Sie zerfallen in die allgemein gewerblichen und fachlichen Fortbildungsschulen, beide nötigenfalls mit angegliederten einjährigen Vorbereitungskursen (Vorbereitungsklassen). Die letzteren sollen den Lehrlingen, welche das Ziel der Volksschule nicht erreicht haben oder die Unterrichtssprache nicht vollkommen beherrschen, jene allgemeinen Kenntnisse in der Unterrichtssprache, im Rechnen und Zeichnen vermitteln, welche sie in den Stand setzen, dem Unterricht an einer Fortbildungsschule mit Verständnis und Nutzen zu folgen.

Schon an der Vorbereitungsklasse verlangt der Lehrplan einfache Material und Preisberechnungen, entnommen den Gewerben der anwesenden Schüler. Im Zeichnen findet eine kurze Erörterung der Grundbegriffe der Geometrie und Projektionslehre auf Grund der Anschauung statt. Den Unterricht erteilen Volksschullehrer. Ein eigentliches Prüfen findet nicht statt. Durch ständige Fühlung mit den Schülern beim Unterrichte bildet sich der Lehrer das Urteil über dieselben. Ihr Alter ist über 14 Jahre.

Als approbiertes Lehrbuch für den Rechenunterricht wäre anzuführen: Heine, Professor Wilhelm, Rechenbuch für die Vorbereitungsklasse gewerblicher Fortbildungs- und Fachschulen. Wien, Franz Deuticke 1907.

Der Unterricht im Rechnen an den beiden oben angeführten Fortbildungsschulen ist ein gewerblich-kaufmännischer, der den praktischen Bedürfnissen der vertretenen Gewerbe Rechnung trägt. Alles wird nur mit Rücksicht auf die praktische Verwendung gelehrt. So werden die Quadrat- und Kubikwurzeln aus Tafeln entnommen, die Gewichte von Eisensorten und Blechen mit Tabellen bestimmt, den Kalkulationen der gewerblichen Erzeugnisse und einfachen Kostenvoranschlägen die größte Aufmerksamkeit zugewendet, ferner das Lesen von Eisenbahnplänen*), die Ermittlung von Fahrpreisen und Frachtkosten geübt.

Ein klares Bild über die Art und Weise dieses Unterrichtes gibt das bereits genannte Lehrbuch von Klauser-Rusch-Wallautschek: Das gewerbliche Rechnen.

Selbst dieses anerkannte, vielbenützte Buch soll noch mehr verfachlicht werden. Es soll aus einem für alle Gewerbe gleichbleibenden, allgemeinen Teile und aus losen, für die einzelnen Gewerbe bestimmten Heften bestehen, die dann in einer noch gründlicheren Weise, als es bisher der Fall war, den fachlichen Bedürfnissen Rechnung tragen. Bei der Buchführung ist die Spezialisierung bereits durchgeführt.

---

*) Mit Hilfe von Lichtbildern, letztere herausgegeben vom k. k. Lehrmittelbureau für Gewerbliche Unterrichtsanstalten in Wien.

An der allgemeinen gewerblichen Fortbildungsschule ist in der ersten Klasse der Geometrie und Projektionslehre eine Stunde in der Woche gewidmet. Der Unterricht beginnt mit der Besprechung und Darstellung geometrischer Körper nach Modellen. Gleichzeitig wird die Kenntnis der Eigenschaften der Körper, der auf ihnen auftretenden Figuren, Linien und Winkel so wie der zugehörigen Konstruktionen vermittelt.

Anschließend an diesen geometrischen Unterricht wird durch 3 bis 5 Stunden in der Woche geometrisches-, Projektions- und Freihandzeichnen geübt. Nachdem die Handhabung der üblichen Zeichengeräte erklärt und angemessene Übungen im Ausziehen von Geraden und Kreisbogen vorgenommen worden sind, zeichnen die Schüler zunächst nach Einzelvorlagen, die tunlichst mit Rücksicht auf ihr Gewerbe zu wählen sind, geometrische Formen, so z. B. die Tischler einfache Holzverbindungen. Hierauf betreiben die Lehrlinge der mechanisch-technischen Gewerbe das Freihandzeichnen nur als Skizzierübungen im Anschluß an die Projektionslehre.

Ist an der fachlichen Fortbildungsschule ein Unterricht im Fachzeichen notwendig, so werden die Grundbegriffe der Geometrie und Projektionslehre in diesem entwickelt.

Die Schüler an den gewerblichen Fortbildungsschulen sind 14 bis 18 Jahre alt und insoferne verschieden vorbereitet, als zwischen einfachen Absolventen der Volksschule auch, namentlich in den größeren Städten, zahlreiche ehemalige Bürgerschüler am Unterrichte teilnehmen.

Den Unterricht erteilen hauptsächlich Volks-, Büger- und Mittelschullehrer, die beiden ersteren in der Regel; dann, nachdem sie einen Fachkurs zur Weiterbildung des Lehrpersonales an Fortbildungsschulen mitgemacht haben. Fachkurs für Rechnen, Buchführung, Kalkulation, Geschäftsaufsätze, Handels- und Wechselkunde. In den Kursen zur Heranbildung von Zeichenlehrern an gewerblichen Fortbildungsschulen wird auch Geometrie und Projektionslehre geometrisches und Projektionszeichnen gelehrt. Diese Kurse werden vorherrschend an den k. k. Staatsgewerbeschulen abgehalten und sind die Instruktoren derselben meist dem Stande der Professoren derselben entnommen.

Die Führung des Unterrichtes an der gewerblichen Fortbildungsschule basiert auf der möglichsten Heranziehung der Schüler zur Beteiligung an demselben. Dabei lernt der Lehrer seine Schüler auch in Bezug auf ihre Fähigkeiten kennen und kann dann bei talentierteren namentlich im Fachzeichnen, über den Durchschnitt des zu Erreichenden hinausgehen. So sieht z. B. der Lehrplan für die fachlichen Fortbildungsschulen für Lehrlinge des Tischlergewerbes die Einführung der befähigteren Schüler in die konstruktive Perspektive vor.

Eigentliche Prüfungen hält auch hier der Lehrer nicht ab, wenn er sich auch gelegentlich davon überzeugt, ob der Schüler allein und im Zusammenhange diese oder jene für sein Gewerbe wichtige Aufgabe zu lösen im Stande ist.

An den fachlichen Fortbildungsschulen für Lehrmädchen wird der Unterricht in der Mathematik unter denselben Gesichtspunkte, wie an jenen für männliche Lehrlinge erteilt. Da wie dort wird auch dem Kopfrechnen eine große Beachtung zuteil. Es soll in jeder Stunde etwas geübt werden. Als ein hierher gehöriges approbiertes Buch möge genannt werden:

Kopetzky Franz, Rechenbuch für Mädchen-Fortbildungsschulen, höhere Töchterschulen und verwandte Anstalten. Wien 1905. A. Pichlers Witwe und Sohn, 5. unveränderte Auflage.

b) Die Spezialkurse für Meister und Gehilfen.

In diesen Kursen, die an Abenden und am Sonntag vormittag abgehalten werden, wird mathematischer Unterricht im gewerblichen Rechnen, in Geomterie und Projektionslehre erteilt.

Der Unterricht im gewerblichen Rechnen erfolgt auf derselben Grundlage, wie an der gewerblichen Fortbildungsschule. Die wichtigsten Lehrsätze und Konstruktionen der Geometrie werden anschaulich entwickelt. So kann die Winkelsumme im Dreieck dadurch demonstriert werden, daß von einem Dreieck aus Papier die Winkel abgerissen und aneinandergelegt werden. Auch der Pythagoreische Lehrsatz kann leicht anschaulich gemacht werden, wenn der Lehrer vom Hypotenusenquadrate von zwei aneinander stoßenden Seiten ausgehend zweimal das rechtwinkelige Dreieck ausschneidet und die Ausschnitte nach außen an den beiden anderen Quadratseiten anlegt. Alle Konstruktionen werden unter bestimmten Maßen, eventuell unter Benützung verjüngter Maßstäbe durchgeführt. Auf Körper und Gewichtsberechnungen wird großer Nachdruck gelegt und diese nicht nur auf die reingeometrischen Formen beschränkt, sondern die Zerlegung von durch Werkzeichnungen gegebenen Objekten des Gewerbes in solche Formen geübt.

Der Unterricht in der Projektionslehre wird nur auf Grund der Anschauung erteilt, wie er oben bei den Werkmeisterschulen besprochen wurde.

Die Schüler, die keine Lehrlinge sein dürfen, sind über 17 Jahre alt. Die obere Altersgrenze ist nicht festgelegt. In diesen Kursen kommen also die größten Altersunterschiede vor. Der Lehrer wird im allgemeinen die älteren Schüler (Männer) zur tätigen Mitteilnahme am Unterricht nicht heranziehen dürfen, da diese oft, falls ihnen die Beantwortung der gestellten Fragen nicht gelingt, aus falscher Scham

dem Unterrichte fern bleiben. Die Lehrer selbst sind teils für Mittelschulen geprüft, teils sind sie Absolventen einer technischen Hochschule mit beiden Staatsprüfungen und längerer technischer Praxis.

Das Prüfen und Klassifizieren

an den Tagesabteilungen der gewerblichen Lehranstalten, ausgenommen die Kunstgewerbeschulen in Wien und Prag, die Lehr- und Versuchsanstalt für Lederindustrie in Wien und die gewerblichen Fortbildungsschulen, wurde durch die Verordnung des hohen Ministeriums für öffentliche Arbeiten vom 9. Juli 1909, Z. $\frac{142\text{—XXI}\,a}{4}$ neu geregelt. Aus derselben sei folgendes hervorgehoben:

Für die Beurteilung des Fortganges eines Schülers in den theoretischen Lehrgegenständen sind die mündlichen Antworten und, falls schriftliche oder zeichnerische Schularbeiten (Klausurarbeiten) abgehalten werden, auch diese maßgebend. Keinesfalls dürfen jedoch bei der Feststellung einer zum Eintragen in den Hauptkatalog bestimmten Fortgangsnote aus einem theoretischen Lehrgegenstande die schriftlichen oder zeichnerischen Prüfungsarbeiten höher bewertet werden. wie die mündlichen Prüfungsergebnisse.

Die Fragestellung bei den Prüfungen behufs Feststellung von Fortgangsnoten soll nicht zu viele Einzelheiten umfassen. Auch darf sich eine solche Prüfung nicht auf die Beantwortung nur einer Frage beschränken, es sei denn, daß der Schüler hierbei gut entsprochen hat und dies mit seinen früherem Leistungen in Übereinstimmung steht.

Die zum Eintragen in den Hauptkatalog bestimmten Fortgangsnoten sollen nicht einfach als Mittelwerte der bis dahin im Prüfungswege festgestellten Einzelklassifikationen gefunden, sondern auch durch die Beantwortung von Zwischenfragen und den hierbei gewonnenen Eindruck, *insoferne er für den Schüler günstig ist,* beeinflußt werden.

Ist ein Lehrer bei Feststellung der Schlußklassifikation am Ende eines Halbjahres (Kurses) im Zweifel darüber, ob einem Schüler eine bessere oder eine mindere Note gebühre, so hat im allgemeinen die günstigere Beurteilung Platz zu greifen.

Die Abhaltung der Reifeprüfungen an höheren Gewerbeschulen und an den diesen gleichgestellten Fachschulen wurde durch die Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 23. April 1908, Z. 18.954 neu geregelt.

Mit dieser hat die Mathematik*) aufgehört Prüfungsgegenstand zu sein, es wäre denn, daß man die an der höheren Fachschule Tex-

*) Vor dem Inslebentreten der obigen Verordnung hatten sich nur jene Schüler der mechanisch-technischen Abteilung, die im Durchschnitt der Semestralnoten „befriedigend" nicht erreichten, einer mündlichen Prüfung vor der Kommission zu unterziehen.

tilindustrie (höhere Gewerbeschule technisch kommerzieller Richtung) der Lehranstalt für Textilindustrie in Asch zu gebenden Buchungsaufgaben mit Bücherabschluß und Ausfertigung aller damit zusammenhängender Korrespondenzen, Rechnungen, Wechsel etc. dazu zählen würde.

Eine Koedukation der beiden Geschlechter hat bisher an den gewerblichen Schulen nicht stattgefunden. Laut der Verordnung des Ministeriums für öffentliche Arbeiten vom 28. Jänner 1910, Z. 1670 XXIc können vom Schuljahre 1910/11 angefangen in sämtlichen staatlichen gewerblichen Lehranstalten ohne Ausnahme sowie an gewerblichen Fortbildungsschulen auch weibliche Schüler aufgenommen werden und zwar unter ganz denselben Bedingungen und gleichen Voraussetzungen, die derzeit für die Aufnahme der männlichen Schüler gelten.

Schlußbemerkungen.

Als in den Siebzigerjahren des vorigen Jahrhunderts die gewerblichen Unterrichtsanstalten ins Leben zu treten begannen, hatten sie keine bereits bestehenden ähnlichen Schulen zu Vorbildern. Sie mußten sich selbst schaffen. In den mathematischen Fächern konnte man sich zur Not noch an bereits Bestehendes anlehnen. In der Tat wurden auch, und es geschieht dies hie und da noch heute, für andere Schulen bestimmte Bücher benützt. Dringend war zunächst die Herbeischaffung von dem praktischen Leben wirklich angehörigen Übungsaufgaben. Die Mühe und Arbeit hierbei war keine geringe, da im vielen handwerksmäßigen Betrieben die Mitteilung der üblichen Berechnungen als eine Preisgebung des Geschäftsgeheimnisses betrachtet wurde und noch betrachtet wird.

Ohne Lehrbuch halfen sich die Lehrer damit, daß sie das Allerwichtigste den Schülern kurz und bündig diktierten. Dem trachtete das Ministerium für Kultus und Unterricht, dem vor Aktivierung des Ministerium für öffentliche Arbeiten die gewerblichen Schulen unterstanden, nach Möglichkeit zu steuern. Mit dem Erlasse dieses Ministeriums vom 27. Mai 1894, Z. 5115 wurde die Einführung von vervielfältigten Lehrtexten anstatt des Niederschreibens des diktierten Lehrstoffes und die Abgabe desselben an die Schüler um den Erzeugungspreis für alle gewerblichen Staatslehranstalten verfügt.

So erschien im Selbstverlag der k. k. Staatsgewerbeschule in Salzburg ein Lehrtext für den Unterricht im Rechnen I. Kurs, zusammengestellt vom k. k. wirklichen Lehrer Josef Steidl, gedruckt im Jahre 1897 bei Eduard Angelberger, der bei dem gebräuchlichen Unterrichtsgange bis zur einfachen Schlußrechnung reicht.

Im eigenen Verlage gab dieselbe Anstalt einen Hilfstext für den Unterricht in der Projektionslehre II. und III. Kurs, zusammengestellt vom k. k. Professor Ingenieur Josef Schwaighofer, heraus. (Zweite Auflage, Salzburg 1904, beziehungsweise 1902. Druck von Wierer und Müller). Dieser Hilfstext enthält keine Figuren, nur die kurzen Erläuterungen zu den auf der Schultafel zu entwerfenden Zeichnungen. Auch sind in ihm die festen Projektionsebenen, die feste Projektionsachse beibehalten.

Obzwar in der Schaffung von Lehrbüchern manches vorzügliche geleistet wurde, so herrscht auch heute noch gerade kein Überfluß an solchen. Dies mag seinen Grund mit darin haben, daß selbst gleichartige Anstalten je nach dem Standort verschiedene Bedürfnisse haben und oft verschieden eingerichtet sind, so daß eigene Lehrtexte nur auf eine kleine Schülerzahl beschränkt blieben und darum das erforderliche Absatzgebiet nicht fänden.

Auch ist die Schwierigkeit der Abfassung solcher Lehrbücher nicht zu unterschätzen, da ein Mittelweg zwischen zu gründlicher Wissenschaftlichkeit und bloßer Abrichtung gesucht werden muß.

Eine durchgreifende Wandlung hat der Unterricht in der darstellenden Geometrie (Projektionslehre) erfahren. Ausgehend von der Erfahrung, daß der an den Mittelschulen in diesem Gegenstande praktizierte Vorgang beim Übergang zum technischen Zeichnen Schwierigkeiten auslöst, hat man getrachtet diese dadurch zu beheben, daß man zunächst auf die acht Räume verzichtete, die darzustellenden Objekte nur im ersten Raum sich dachte und sich überhaupt von festen Projektionsebenen und einer solchen Achse unabhängig machte. Auch geht man von Körper aus, von dem man dann nach Bedarf die Fläche (Begrenzungsfläche), Linie (Kante), Punkt (Ecke) loslöst und die notwendigen Konstruktionen für diese auch allein durchführt. Mit den festen Projektionsebenen sind auch die Spuren der Ebenen gefallen; statt ihrer treten andere bestimmende Elemente in Kraft, die auch neuer konstruktiver Operationen bedürfen.

Die Vorstellung der Schüler wird in dieser geometrischen Disziplin und überhaupt nach Möglichkeit durch Modelle unterstützt. In allen Schulwerkstätten werden solche nach Zulaß der Zeit hergestellt. Zur Beschaffung geeigneter Lehr- und Lernmittel wurde das Lehrmittelbureau für gewerbliche Unterrichtsanstalten in Wien gegründet, welches den Zweck hat, die Lehrmittelbestände der gewerblichen Unterrichtsanstalten fortlaufend zu vermehren und zu vervollkommnen. Die für Geometrie, geometrisches Zeichnen und Projektionslehre durch dasselbe herzustellenden, beziehungsweise zu beschaffenden Lehrmittel und Lernbehelfe sind: Zeichengeräte, einfache geometrische Körper

mit und ohne Schnitte, Körperdurchdringungen, Modelle zur Erläuterung von Kurvenbildungen u. a.

Zur Veröffentlichung von auf das Gewerbeschulwesen bezüglichen Abhandlungen fachlichen Charakters dient der nichtamtliche Teil *) des Zentralblattes für das gewerbliche Unterrichtswesen in Österreich, im Auftrage des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten redigiert von Ministerialrat Ernst Pliva, Wien, Verlag Alfred Hölder. In diesem finden sich manche interessante mathematischen Arbeiten, insbesondere ist die Projektionslehre reichlich vertreten.

*) Früher das Supplement zu demselben.

Inhalt.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 5.

DER
MATHEMATISCHE UNTERRICHT
AN DEN
TECHNISCHEN HOCHSCHULEN.

VON

E. CZUBER,
O. Ö. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an den Technischen Hochschulen.

Von **E. Czuber,** o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien.

I. Kapitel. Organisation.

1. Der historische Werdegang, dessen Produkt die heutigen Technischen Hochschulen sind, trägt deutlich die Spuren des Entwicklungsprozesses der Technik. Ihre Ausübung war bis tief in das vorige Jahrhundert in den meisten Belangen eine handwerksmäßige und von einer Theorie konnte nur insofern gesprochen werden, als es eine Fülle aus weit zurückreichender Erfahrung gewonnener Regeln gab, durch deren Befolgung man bestimmte Zwecke erreichen konnte. Darum mußte sich der Unterricht, soweit er technisch war, nur auf eine mehr oder weniger ausführliche und planmäßige Vermittlung solcher empirischen Regeln beschränken, er war seinem Grundzuge nach ein gewerblicher. Und weil das Gewerbe zu seiner Prosperität des Handels nicht entraten kann, ja vielfach mit ihm verbunden ist, so pflegten die technischen Lehranstalten, polytechnischen Institute, und wie diese älteren Vorläufer sonst hießen, neben dem technischen häufig auch den kaufmännischen Unterricht.

Aber auch auf dieser Stufe konnte der technische Unterricht der Mathematik nicht entraten: rechnen und konstruieren mußte der Techniker dieser Periode auch.

Der wirtschaftlichen Entwicklung des vorigen Jahrhunderts mit ihren immer mehr anwachsenden Forderungen, sowohl was Mannigfaltigkeit als auch was die Massenhaftigkeit der Aufgaben anlangt, konnte das Hergebrachte nicht mehr folgen. Es durfte sich nicht mehr darum handeln, nach welchen Regeln man einen bestimmten Zweck erreichen kann, sondern immer gebieterischer tat sich die Notwendigkeit auf, die immer zahlreicher auftretenden und beständig sich erneuernden Elementaraufgaben technischer Arbeit sicher und mit den einfachsten Mitteln zu lösen. Dies erforderte ein sorgfältiges und genaues Eingehen auf die dabei sich abspielenden Vorgänge, die Erforschung ihrer Gesetze, und so erwuchs aus der alten empirischen

Technik eine neue Disziplin, die **technische Wissenschaft**. Ihre Geschichte wird den bedeutenden Anteil getreulich aufzuzeichnen haben, der dabei der Mathematik zufiel.

Im Zuge dieses Entwicklungsprozesses ist also die Mathematik auf naturgemäße Weise zu der unbestrittenen hervorragenden Stellung gekommen, die sie heute an den Technischen Hochschulen einnimmt.

2. Die Technischen Hochschulen Österreichs führen diesen Titel offiziell noch nicht volle vier Dezennien[1]. In Wirklichkeit waren sie in manchen Beziehungen schon viel früher hochschulmäßig eingerichtet und in der Öffentlichkeit mit den Universitäten auf gleiche Stufe gestellt. Die wichtigste Etappe zu dieser Entwicklung bildete die Einführung des Systems der **Fachschulen**[2], die an die Fakultäten der Universitäten erinnern, von diesen aber in sachlicher, wie in organisatorischer Beziehung ziemlich verschieden sind.

Die ursprüngliche Einteilung, die noch heute den Grundstock bildet, umfaßte vier Fachschulen, und zwar für das **Ingenieurwesen**, den **Hochbau**, den **Maschinenbau** und die **technische Chemie**.

Außerdem wurde an den meisten Anstalten dieser Art noch eine **allgemeine Abteilung** kreiert, die nicht immer und nicht überall die gleiche Bestimmung hatte. An der Wiener Schule besaß sie zum Beispiel lange Zeit hindurch die Bedeutung der gemeinsamen Vorschule für die eigentlichen Fachstudien — nach Art der früheren „Philosophie", die auf die Fakultätsstudien vorzubreiten hatte — und umfaßte daher vornehmlich die grundlegenden Fächer. Gegenwärtig bildet sie dort, wo sie besteht, die Vereinigung jener Vorlesungen, die in keinen der Fachstudienpläne eingereiht sind, also insbesondere die allgemein bildenden Disziplinen.

Die jüngste Zeit hat mit der fortschreitenden Spezialisierung und mit dem Erstehen neuer Bedürfnisse zu einer weitergehenden Gliederung geführt. Es sind die früheren Fachschulen wegen des Anwachsens ihres Gebiets mancherorts unterteilt worden, so zum Beispiel die Fachschule für das Ingenieurwesen in eine solche für **Eisenbahn- und Brückenbau** und eine andere für den **Wasserbau**; die **Elektrotechnik** hat sich von der Maschinenbauschule, ohne mit ihr die Verbindung aufzugeben, abgezweigt; an neuen Gebieten sind, wo es die speziellen Verhältnisse des Landes forderten, das **Kulturingenieurwesen** (bautechnischer Richtung) und die **Kultur-**

[1] Reichsgesetz vom 17. März 1872; dasselbe bezog sich zunächst nur auf die staatlichen Institute; die damals noch in Landesverwaltung stehenden — wie Prag, Graz, Lemberg — folgten später nach.

[2] Für das Wiener k. k. polytechnische Institut durch das Organisationsstatut vom Jahre 1865 genehmigt und 1866 in Kraft gesetzt; die übrigen Institute folgten bald nach.

technik (landwirtschaftlicher Richtung) einbezogen und zu eigenen Fachschulen gestaltet worden. Der staatliche und private Bedarf an Vermessungsgeometern hat zur Errichtung von geodätischen Kursen geführt, das Emporwachsen des öffentlichen und des privaten Versicherungswesens zu einem mächtigen wirtschaftlichen und sozialpolitischen Faktor gab Anlaß zur Einrichtung von Versicherungskursen; wo eine allgemeine Abteilung besteht, wurden diese Kurse ihr einverleibt, anderwärts bestehen sie für sich.

In den Lehrplänen aller dieser Fachschulen, Unterabteilungen und Kurse figuriert die Mathematik. Sie bildet gewissermaßen das einigende Band, das sie umschlingt, die gemeinsame Vermittlungssprache, auf deren Boden sich die Angehörigen der verschiedenen Richtungen über Fragen des mannigfachsten sachlichen Ursprungs verständigen.

Von diesem Gesichtspunkte betrachtet, spielt die Mathematik an der Technischen Hochschule eine größere Rolle als an der Universität, wo sie nur an einer Fakultät vertreten ist, vielleicht nicht gerade zum Vorteil der andern; denn auch dem Mediziner und Juristen wäre mathematisches Denken häufig von Nöten oder wenigstens von Nutzen.

Die Hauptgebiete, auf welchen die Mathematik an der Technischen Hochschule selbst unmittelbar zur Anwendung kommt, für die sie also die Grundlage zu schaffen hat, sind in erster Linie die Mechanik, dann die Physik und die Geodäsie. Mittelbar greift sie in fast alle Fächer, in neuerer Zeit in erhöhtem Maße auch in die Chemie ein, seit diese ihre Forschungen auf physikalische Grundlage gestellt hat. Mechanik, Physik mit Einschluß der Elektrotechnik und Geodäsie sind an der Technischen Hochschule in solcher Weise zu selbständigen Disziplinen ausgestaltet, daß ihre Einbeziehung in diesen Bericht sich von selbst verbietet. Ihre Anführung war aber deshalb notwendig, weil sie auf die Gestaltung des mathematischen Unterrichts von bestimmendem Einfluß sein müssen.

3. Österreich besitzt sieben Technische Hochschulen. Nach Standort, Vortragssprache, Gründungsjahr oder Zeitpunkt, von dem an die Entwicklung zu dem heutigen Zustande gezählt wird, Gesamtfrequenz im Winter- und Sommersemester des Studienjahres[1]) 1906/07 sind es die folgenden:

Wien (deutsch; 1815; 2983—2748),
Graz (deutsch; 1814[2]); 675—588),

[1]) Das Studienjahr dauert vom 1. Oktober bis 31. Juli.
[2]) Gründungsjahr des Joanneums, aus dem die technische Lehranstalt hervorging.

Prag (deutsch; 1806; 957—888),
Prag (böhmisch; 1869[1]); 2470—2300),
Brünn (deutsch; 1849; 642—642),
Brünn (böhmisch; 1899; 400—343);
Lemberg (polnisch; 1843; 1610—1339).

Der Frequenz nach stellen sich diese Hochschulen in die Reihenfolge: Wien, Prag (b.), Lemberg, Prag (d.), Brünn (d.), Graz, Brünn (b.); die Prager deutsche Hochschule gilt als die älteste, die Brünner böhmische ist die jüngste.

Aufnahmsbedingung ist die Vorlage des Reifezeugnisses einer staatlichen oder mit dem Öffentlichkeitsrecht ausgestatteten Mittelschule: Gymnasium, Realschule, Realgymnasium. Das Hauptkontingent stellen die (siebenklassigen) Realschulen; das Gymnasium führt wohl in wachsendem Maße Hörer zu, doch tritt ihre Zahl gegenüber den Realschülern sehr bedeutend zurück; über das 1908 ins Leben gerufene neue Realgymnasium liegen noch keine Erfahrungen vor.

Die Organisation der einzelnen Hochschulen ist aus der folgenden Tabelle ersichtlich; darin bedeuten die Buchstaben I, H, M, C, A die Fachschulen für Ingenieurwesen, Hochbau, Maschinenbau, Chemie und die allgemeine Abteilung, weiter EB, WB, E Zweigabteilungen für Eisenbahn- und Brückenbau, für Wasserbau und für Elektrotechnik, KI, KT Fachschulen für Kulturingenieure und für Kulturtechnik, endlich VK, GK die Kurse für Versicherungstechnik und für Geodäsie.

Hochschule	I	H	M	C	A	KI	KT	VK	GK
Wien	1	1	1, E	1	1; VK, GK	—	—	—	—
Graz	1	1	1	1	—	—	—	—	1
Prag (d.)	1	1	1	1	1; VK, GK	—	1	—	—
Prag (b.)[2]	1	1	1	1	—	1	1	1	1
Brünn (d.)	1	—	1; E	1	1; VK, GK	—	1	—	—
Brünn (b.) ..	1; GK	—	1	—	—	—	1	—	—
Lemberg[2] ...	EB, WB	1	1	1	—	—	—	—	1

[1]) Jahr der Errichtung eines selbständigen böhmischen polytechnischen Landesinstitutes, nachdem durch einige Jahre Utraquismus bestanden hatte.

[2]) An diesen Hochschulen besteht außerdem ein Montanistischer Vorbereitungskurs für Studierende, die sich an einer der Montanistischen Hochschulen dem Bergmaschinenbau zuwenden wollen.

II. Kapitel. Ziel und Umfang des Unterrichts.

4. Das technische Studium ist ein Fach- oder Berufsstudium im eminenten Sinne des Wortes. Der Staat, die großen Industrie- und Verkehrsunternehmungen, die Landes- und Kommunalverwaltungen haben ein Interesse daran, daß diejenigen, welche sie in ihren technischen Dienst aufnehmen, sich über eine bestimmte Qualifikation auszuweisen vermögen. Diese Forderung hat (1878) den Anlaß zur Einführung von Staatsprüfungen gegeben, über die unter III. noch besonders gesprochen werden wird. Dadurch ist für diejenigen Studierenden, welche sich den Staatsprüfungen zu unterziehen gedenken — und es ist dies die Mehrzahl — ein Obligatorium geschaffen.

Nun besteht an den Technischen Hochschulen Österreichs das Prinzip der Lehr- und Lernfreiheit, das den Universitäten gelegentlich der großen Schulorganisation von 1849 gegeben ward und später auf alle Anstalten mit Hochschulcharakter ausgedehnt wurde. Seine Bedeutung erfordert nach dem vorstehenden eine Erläuterung.

Theoretisch steht es den Studierenden frei, unter den angekündigten Vorlesungen nach eigenem Ermessen zu wählen und auch die von der Staatsprüfungsordnung geforderten in beliebiger Reihenfolge zu hören, auf eigene Gefahr bezüglich der erforderlichen Vorkenntnisse. In Wirklichkeit ist der Verlauf ein anderer: schon vor Einführung der Staatsprüfungen sind Studienpläne aufgestellt worden, die die Absolvierung des für jede Fachschule oder Unterabteilung etc. Notwendigen oder durch die Staatsprüfung Geforderten in sachgemäßer Reihenfolge und in einer bestimmten Anzahl von Semestern gestatten. An diese Studienpläne hält sich nun die Hauptmasse der Studierenden.

Durch diese Umstände erfährt die Lehrfreiheit eine Einschränkung die Lernfreiheit eine andere Auslegung. Bei den Professoren besteht die Lehrfreiheit darin, daß sie den Rahmen, den ihnen der bei der Ernennung erteilte Lehrauftrag, mit geringen Ausnahmen durch die Studienpläne bedingt, vorzeichnet, nach eigenem Ermessen ausfüllen und daß sie über den Auftrag hinaus nach freier Wahl Vorlesungen aus ihrem Nominalfache halten dürfen. Zu solchen kommt es selten, weil die ordentliche Inanspruchnahme in Verbindung mit den Prüfungen (s. III.) eine solche freie Betätigung ausschließt; das gilt für die stark besuchten Hochschulen in bezug auf alle Fächer, in bezug auf die Mathematik aber in besonderem Maße. Uneingeschränkte Lehrfreiheit innerhalb ihres Habilitationsgebietes verbleibt also nur den Privatdozenten. Was die Lernfreiheit der Studierenden anlangt, so wird sie nur in sehr beschränktem Maße als Wahlfreiheit, sondern in einem Sinne ausgeübt, den man ihr nicht geben wollte und der bewirkt, daß viele spät, viele gar nicht ans Ziel kommen.

5. Wie schon bemerkt worden, erscheint die Mathematik in den Studienplänen aller Abteilungen und ist hier naturgemäß in den ersten Semestern angesetzt. In erster Linie sollen jene Hauptvorlesungen über reine Mathematik besprochen werden, die an allen Hochschulen vertreten sind.

Ihr Umfang tst verschieden in den einzelnen Fachschulen und Abteilungen. Der Hauptsache nach bestehen zwei Vorlesungen: die eine erstreckt sich über vier (nur an einer Hochschule über drei) Semester, ist in zwei Jahreskurse geteilt und vornehmlich für jene beiden Fachschulen bestimmt, welche die eingehendste mathematische Vorbildung beanspruchen, die Ingenieur- und die Maschinenbauschule, außer diesen beteiligen sich auch einzelne der Spezialkurse daran; die andere nimmt zwei Semester in Anspruch und gilt vorzugsweise der Hochbau- und der chemischen Schule, daneben einzelnen Spezialabteilungen.

Die Ziele dieser beiden Vorlesungen lassen sich etwa wie folgt kennzeichnen.

Die große Vorlesung, als Mathematik I. und II. Kurs bezeichnet, soll eine gründliche Unterweisung in der Infinitesimalrechnung sowohl nach der Seite des Verstehens wie nach der Seite des Könnens, ferner in der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes vermitteln, und zwar in solcher Auswahl und Darbietung, daß einmal die andern grundlegenden Disziplinen, Mechanik, Physik (einschließlich Elektrotechnik), Geodäsie darauf weiter bauen können, daß ferner die Studierenden befähigt werden, die technische Literatur mit Verständnis zu verfolgen, und daß sie so viel mathematische Selbständigkeit erlangen, um mit den späteren Fortschritten Schritt halten zu können auch dann, wenn es gilt, das mathematische Wissen zu erweitern.

Die andere Vorlesung, als Grundlehren, Grundlagen oder Elemente der höheren Mathematik geführt, verfolgt den Zweck, das Notwendigste aus der Infinitesimalrechnung, der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes zu bieten, soweit es zum Verständnis der Vorlesungen über die Elemente der Mechanik und über Physik erforderlich ist.

In historischer Beziehung sei bemerkt, daß sich diese Zweiteilung erst in neuerer Zeit ausgebildet hat. Vordem gab es nur eine auf zwei Jahreskurse bemessene Vorlesung, und diejenigen Fachschulen, die sich mit einem geringeren Ausmaß mathematischer Bildung begnügen können, belegten bloß den ersten Jahreskurs. Diese Einrichtung hatte das Mißliche. daß die letzterwähnte Hörerkategorie nichts Abgeschlossenes, nach mancher Richtung Uberflüssiges, nach anderer nicht alles Erforderliche erhielt. Neben diesem gewiß aus-

schlaggebenden Gesichtspunkte mochte auch die Überfüllung der einen Vorlesung zur Teilung Anlaß gegeben haben.[1])

Die folgende Zusammenstellung zeigt die Details der Durchführung dieses Grundgedankens an den einzelnen Hochschulen; sie zeigt, für welche Fachschulen und Abteilungen die einzelnen Vorlesungen bestimmt sind, in welchem Stundenausmaß sie gehalten werden, wobei sich die ersten Ziffern auf das Winter-, die zweiten auf das Sommersemester[2]) beziehen; die eingeklammerten Ziffern geben Übungsstunden an, wo solche ausdrücklich angesetzt sind. Im übrigen sind die in 3. erläuterten Abkürzungen benützt.

Wien.

Mathematik I. Kurs	I, M, VK, GK	5, 5.
Mathematik II. Kurs	I, M, VK	5, 5.
Grundlehren der höheren Mathematik	H, C	4, 4.

Graz.

Mathematik I. Kurs	I, M, GK	6, 6 (2).
Mathematik II. Kurs	I, M	5, 3 (2).
Elemente der höheren Mathematik .	H, C	4, 4.

Prag (d.).

Mathematik I. Kurs	I, M	6, 4.
Mathematik II. Kurs . . . . . a)	I, M	— 5.
Mathematik II. Kurs . . . . . b)	I, M	5, —
Elemente der höheren Mathematik .	H, C, KT	6, 2.

Prag (b.).

Mathematik I. Kurs	I, M, VK, GK	6, 4.
Mathematik II. Kurs	I, M, VK, GK	5, 5.
Grundlagen der höheren Mathematik	H, C, KI, KT	4, 4.

Brünn (d.).

Mathematik I. Kurs	1. Teil	I, M, KT, VK, GK	7 — (2).
		C . .	5 — (1).
	2. Teil	I, M, KT, VK, GK	— 5 (2).
		C . . .	4 (1).

---

[1]) An der Wiener Hochschule erfolgte die Einführung einer besonderen Vorlesung über „Grundlehren der höheren Mathematik" im Jahre 1885; die anderen Hochschulen folgten später diesem Beispiele.

[2]) Die Semestereinteilung entspricht nicht jener der Universitäten mit ihrer wechselnden Semesterdauer, hält sich vielmehr an die festen Daten 1. Oktober bis Ende Februar, 1. März bis 31. Juli.

Mathematik II. Kurs	I, M, KT	3. 3 (1).
Mathematische Näherungsmethoden	VK, GK	2, 2.

Brünn (b.).

Mathematik I. Kurs	I, M, KT, GK	5, 5 (2).
Mathematik II. Kurs	I, M, KT	5, 5 (2).

Lemberg.

Mathematik I. Kurs	I, M, GK	5, 5 (2).
Mathematik II. Kurs	I, GK	6, 4 (2).
	M . . .	5, 5 (2).
Elemente der höheren Mathematik	H, C	4, 4.

6. Zur Kennzeichnung des Inhalts der vorstehend angeführten Vorlesungen wird es genügen, ihn nach dem Programm der Wiener Hochschule anzuführen und dann auf einzelne abweichende Besonderheiten hinzuweisen.

Mathematik I. Kurs. Grundbegriffe. Elemente der Differentialrechnung (Grundformeln und Rechnungsregeln). Elemente der Integralrechnung. Anwendung der gewonnenen Begriffe auf wirklich vorkommende Fälle. Fortsetzung der Differentialrechnung (Mittelwertsatz, höhere Differentialquotienten, partielle Differentialquotienten. totales Differential. Differentialquotienten impliziter Funktionen). Unbestimmte Formen. Extreme. Analytische Geometrie der Ebene und Anwendung der Differentialrechnung auf Kurven. Elemente der analytischen Geometrie des Raumes. Reihentheorie. Fortsetzung der Integralrechnung und Anwendung auf Geometrie. Elemente der Algebra.

Mathematik II. Kurs. Elemente der Theorie der Determinanten. — Differentialrechnung. Einleitung. Differentiation von Funktionen mehrerer Variablen. Entwicklung der Funktionen in Reihen. Maxima und Minima von Funktionen mehrerer Variablen. Anwendung der Differentialrechnung auf die Theorie der Plan- und Raumkurven und der krummen Flächen. — Integralrechnung. Grundlagen der Integralrechnung. Integrale der verschiedenen Gattungen von Funktionen. Die einfachen bestimmten Intregrale. Die doppelten und mehrfachen Integrale. Anwendung der Integralrechnung auf die Quadratur und Rektifikation der Kurven, Kubatur und Quadratur krummer Flächen, Schwerpunktsbestimmungen und Trägheitsmomente. Das Newtonsche Potential. — Differentialgleichungen. Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung; besondere Formen von Differentialgleichungen höherer Ordnung; die linearen Differentialgleichungen. Partielle Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung. Elemente der Variationsrechnung.

Grundlehren der höheren Mathematik. A. Differentialrechnung. Entwicklung des Zahlbegriffs. Elemente der Funktionenlehre. Differentiation der elementaren Funktionen. Maxima und Minima. Lehre von den Reihen mit Einschluß der Taylorschen und Maclaurinschen Entwicklungen. Unbestimmte Formen. — B. Lehre von den algebraischen Gleichungen. Numerische Auflösung. Algebraische Auflösung der kubischen und der biquadratischen Gleichung. — C. Analytische Geometrie der Ebene. Koordinatenbegriff. Punkt und gerade Linie. Der Kreis. Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Beispiele höherer Kurven. — D. Analytische Geometrie des Raumes. Koordinatenbegriff. Punkt, Gerade und Ebene in ihren Beziehungen zu einander. Flächen zweiten Grades. — E. Integralrechnung. Grundlagen derselben. Ableitung einer Auswahl wichtiger Integralformeln. Geometrische und mechanische Anwendungen der Integralrechnung.

Dieses Programm kehrt in seinen wesentlichen Zügen in den Studienprogrammen auch der andern Hochschulen wieder. An zweien, Prag (d.) und Brünn (d.), ist auch die Vektorenanalysis in das Hauptkolleg einbezogen; an letzterem Orte ist dies offenbar über Wunsch der Vertreter der Mechanik und Physik geschehen, es wird die Vektorenrechnung in Verbindung mit der analytischen Geometrie bis zur Ableitung der Sätze von Gauß, Green und Stokes geführt.

Bezüglich Brünn (d.) ist noch auf das zweistündige Kolleg über Mathematische Näherungsmethoden mit einigen Worten hinzuweisen; es umfaßt: das Rechnen mit Dezimalbrüchen; Logarithmen; Differenzenrechnung; Herstellung und Benützung mathematischer Tafeln; Quadraturen; näherungsweise Berechnung von Wurzeln der Gleichungen; Wahrscheinlichkeitsrechnung; Theorie der Fehlerausgleichung; Aufstellung empirischer Formeln, streift also bereits das angewandte Gebiet und ist insbesondere für die Bedürfnisse der Versicherungstechniker und Geodäten zugerichtet, enthält aber vieles, was jedem Techniker zu wissen notwendig ist.

Von der Determinantentheorie wird gegenwärtig an allen Hochschulen Gebrauch gemacht.

7. Die Elementarmathematik ist als solche in den Studienprogrammen nicht vertreten. Dies ist in der Schulorganisation begründet, der zufolge nur Abiturienten eigentlicher Mittelschulen an die Hochschule kommen, bei denen eine solche Kenntnis der Elementarmathematik vorauszusetzen ist, daß darauf unmittelbar weiter gebaut werden kann.

Diese Voraussetzung ist, wie aus allen Einzelberichten übereinstimmend hervorgeht, nirgends vollkommen und bei Hörern verschiedener Herkunft sehr ungleichmäßig erfüllt; bald zeigen sich die Schwächen mehr auf arithmetisch-algebraischem, bald vorwiegend auf

geometrischem Gebiete. Von selbstverständlichen Ergänzungen des elementaren Lehrstoffes, wie etwa die Einführung der Exponentialfunktion und der zyklometrischen Funktionen, sowie von Erweiterungen, die aus einer bestimmten Absicht vorgenommen werden, wie etwa in Brünn (d.) die Behandlung der Kettenbrüche[1]), soll hier abgesehen werden.

Als eine durchgängige Notwendigkeit erweist sich die Klärung und Vertiefung des Zahlbegriffes; sie gibt zumeist Anlaß zu mehr weniger ausführlichen Einleitungen in die Infinitesimalrechnung, in welchen auf das Wesen der arithmetischen Operationen, auf die Begriffe der irrationalen und der komplexen Zahlen eingegangen wird.

Mangelnde Vertrautheit mit den goniometrischen Funktionen und ihren Zusammenhängen wird von einigen Seiten beklagt.

Eine auffällige Erscheinung verdient aber mit besonderem Nachdruck hervorgehoben zu werden; es ist die Unbeholfenheit im Operieren mit Gleichungen. Der Grund hierfür ist unstreitig in einer nicht zweckmäßigen Führung des bezüglichen Unterrichtes zu suchen. Das einzige Mittel, diesen schwerwiegenden Mangel zu beheben, scheint mir darin zu liegen, daß die Schüler mit dem Wesen der Rechenoperationen und ihren gegenseitigen Beziehungen gründlich vertraut gemacht, ferner sehr häufig dazu angehalten werden, den Bau einer Gleichung eingehend zu betrachten, die Operationen festzustellen, durch die eine in der Gleichung vorkommende Buchstabengröße aus ihren Verbindungen mit den andern gelöst, also durch sie explizit dargestellt werden kann, und Überlegungen darüber hervorzurufen, in welcher Reihenfolge diese Operationen am zweckmäßigsten vorzunehmen sind. Sicheres und rasches Handhaben von Gleichungen ist eine unerläßliche Voraussetzung für einen guten Fortschritt des Unterrichtes und für die Erlangung einer gewissen Selbständigkeit.

In historischer Beziehung sei bemerkt, daß die Elementarmathematik in früherer Zeit, und zwar lange über die Neuorganisation des Mittelschulwesens hinaus, im Studienplan der technischen Lehranstalten eine sehr wesentliche Rolle gespielt hat. Es war dies besonders zu der Zeit, als einzelne dieser Anstalten auch merkantile Bildung zu besorgen hatten; aber auch zum technischen Studium sollte dadurch der Zugang für solche erleichtert werden, die eine volle Mittelschulbildung nicht genossen hatten. Der erste Lektionskatalog des k. k. polytechnischen Institutes in Wien vom Jahre 1846/47 enthält unter den Vorlesungen: „Die Elementar-Mathematik als Vorbereitung für diejenigen, welche sich den höheren mathematischen Fächern der technischen Abteilung widmen wollen und die Realschule nicht

---

[1]) Aus den Lehrplänen der Mittelschulen sind sie ausgeschieden worden.

zurückgelegt haben. Sie umfaßt die Rechnungskunst mit ihren Anwendungen, die Algebra, Geometrie und Stereometrie." Als Maßstab der Ausführlichkeit dieser Vorlesung mag angeführt werden, daß sie 10-stündig und mit 5 Übungsstunden durch ein Jahr ausgestattet war. Der Titel der Vorlesung erhielt sich bis zum Schuljahr 1864/65, aber der Inhalt erfuhr Wandlungen; sie umfaßte später jenen Stoff, der unter dem Namen „Algebraische Analysis" den Übergang von der niederen Mathematik zur höheren vermitteln sollte, die Lehre von den höheren Gleichungen, sphärische Trigonometrie (auch die Polygonometrie), analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, Elemente der Differential- und Integralrechnung. In dieser Zusammensetzung hielt sich das Programm an allen in Rede stehenden Instituten durch lange Zeit.

Angesichts der jüngsten Reform von 1908, bei welcher der mathematische Lehrplan der Mittelschulen eine Hebung erfuhr durch ausdrückliche Einbeziehung des elementaren Funktionsbegriffes und der sorgfältig zu begrenzenden Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung, entsteht die wichtige Frage, ob dadurch die Hochschule in die Lage versetzt ist, mit ihrem Unterrichte „höher oben" anzufangen. Zwar liegen Erfahrungen über die Neuerung noch nicht vor; ich glaube aber, die Frage läßt sich beantworten, ohne daß man solche abwartet, aus den Lehrplänen selbst.

Diese verlangen die Pflege des funktionalen Denkens durch Wahrnehmung aller Gelegenheiten, die der Lehrstoff dazu bietet, und die anschauliche Entwicklung des Begriffes des Differentialquotienten, um von ihm in der analytischen Geometrie bei dem Tangentenproblem, bei der Lösung einfacher Aufgaben über Maxima und Minima und in der Physik, namentlich in der Bewegungslehre, Gebrauch zu machen; auch die Grundbegriffe der Integralrechnung können einbezogen werden im Anschluß an Fragen der Geometrie und Physik. An eine systematische, zusammenfassende Behandlung dieser Gegenstände im Unterricht ist nicht gedacht. Der Hochschulunterricht kann aber und darf nicht darauf verzichten, die Infinitesimalrechnung vom Grunde aus aufzubauen, zum Einsetzen an einer höheren Stelle würde die gesicherte Basis fehlen.

Wenn also die oben gestellte Frage verneinend beantwortet wird, so soll damit nicht gesagt sein, daß die Neuerung, in richtiger Weise durchgeführt, für den Hochschulunterricht ohne Wert wäre; dieser wird dadurch vielleicht besserer Aufnahmsfähigkeit begegnen und rascher vorwärts schreiten können. Ich glaube aber, daß die eigentliche Bedeutung der Reform nach einer andern Seite liegt. Es soll die Mittelschulbildung einen wirksameren Abschluß erlangen, indem sie den äußerst fruchtbaren Funktionsbegriff und den Grundgedanken der Infinitesimalrechnung vermittelt auch jenen Schülern, die mit ihr

abschließen oder deren weiteres Studium mit der Mathematik nichts mehr zu tun hat. Es genügt ein einziger Hinweis, um die Bedeutung der hierbei maßgebenden Anschauungen hervorzuheben: jeder, der einen höheren Beruf ausübt, der Arzt, der Jurist, der Verwaltungsbeamte, kommt in die Lage, Vorgänge im Leben des einzelnen und der Gesellschaft zu verfolgen und ihre statistischen Zusammenhänge zu studieren; er kann dies mit Erfolg nur dann, wenn ihm die leitenden Gedanken, welche die Mathematik hierfür bietet, einigermaßen bekannt sind.

Von diesem Gesichtspunkte betrachtet hat die Reform für das Gymnasium höheren aktuellen Wert als für die Realschule: denn fast alle Studienrichtungen, zu denen diese hinführt, schließen die Mathematik ein und vermitteln die Kenntnis der Funktionslehre und der Infinitesimalrechnung

Es hat bei der Reformbewegung nicht an Stimmen gefehlt — und auch von manchen Vertretern der technischen Fächer waren sie zu vernehmen —, die viel weiter gehen wollten. Man solle die ganzen Elemente der höheren Mathematik an die Mittelschule verlegen; dann könne der Übertritt zu manchen Fachstudien unmittelbar, also ohne weiteres mathematisches Studium, erfolgen, bei andern lasse sich dieses zugunsten der praktischen Fächer wesentlich abkürzen.

Diesem Verlangen hat die Reform aus guten Gründen nicht Rechnung getragen. Seine Erfüllung hätte, da an eine Vermehrung der mathematischen Lehrstunden mit Rücksicht auf die andern Gegenstände und deren berechtigte Forderungen nicht zu denken ist, eine unzulässige Einschränkung des elementaren Stoffes zur Voraussetzung gehabt. Dort, wo die Hochschule den an der Mittelschule begonnenen Unterricht in der höheren Mathematik fortzuführen hätte, würden sich bedeutende Schwierigkeiten ergeben; die Ungleichmäßigkeit der Vorbildung, die sich schon in der Elementarmathematik zeigt, wäre hier nur noch stärker hervorgetreten. Das gilt insbesondere von jenen Hochschulen, die nicht national einheitliches Hörermaterial haben, also von den Hochschulen mit deutscher Vortragssprache und unter diesen in erster Linie von der Wiener Hochschule, wo Studierende aus allen Teilen des Reiches mit sehr heterogener allgemeiner und spezieller Qualifikation zusammenströmen.

Erkennt man also die hohe Bedeutung des mathematischen Studiums für die technischen Wissenschaften an — und es dürfte sie heute kaum mehr jemand ernstlich bezweifeln —, dann wird man auch die vollständige Verlegung der höheren Mathematik an die Hochschule gutheißen.

8. Über das Ausmaß des mathematischen Unterrichtes an den Technischen Hochschulen in zeitlicher und materieller Beziehung sind verschiedene Meinungen und Strömungen hervorgetreten, die sich bis zu einem gewissen Grade aus der Natur der Sache heraus

verstehen lassen. Die technischen Disziplinen nehmen an Umfang sehr rasch zu und die Forderung, daß die Hochschule mit diesem Wachsen Schritt halte, hat ein gewisses Maß von Berechtigung. Aber eben nur ein gewisses Maß, das in der vernünftigerweise zur Verfügung zu stellenden Zeit und in dem begrenzten Aufnahmsvermögen seine natürliche Schranke findet. Dort, wo jene Forderung zu stark hervortritt, kann nun das Verlangen laut werden — und es ist dies an verschiedenen Stellen auch wiederholt geschehen — daß die „vorbereitenden" Fächer zurücktreten sollen, um den praktischen mehr Raum bieten zu können.

Eine solche Ausgleichung hat sich in der Vergangenheit schon vollzogen[1]) und es wäre kaum von wirklichem Nutzen, wenn sich die gegenwärtigen Maßverhältnisse noch weiter zu ungunsten der „grundlegenden" Disziplinen, also auch der Mathematik, verschieben würden.

Wenn man dem mathematischen Unterricht an der Hochschule den alleinigen Zweck zubilligt, jene Kenntnisse zu vermitteln, die zum Verständnis der andern Vorlesungen gerade notwendig sind, dann kann man vielleicht an die Möglichkeit einer Reduktion denken, wiewohl das Erfordernis mit der Ausbildung der Technik immer höher steigt. Das Ziel ist aber doch weiter zu stecken: die Mathematik soll mithelfen bei der Ausbildung zu wissenschaftlichem Denken und zu wissenschaftlicher Arbeit, und dazu ist sie wohl besonders geeignet.

Man darf ferner nicht übersehen, daß für die technischen Fächer die Praxis eine Fortsetzung der Schule bedeutet, die eigentlich niemals abschließt. In den grundlegenden Fächern aber muß die Hochschule einen gewissen Abschluß anstreben; denn was hier versäumt wird, läßt sich später gar nicht oder sehr schwer nachholen, einmal, weil die Berufsausübung die zu rein wissenschaftlichen Studien nötige Zeit nicht zur Verfügung stellt und dann, weil sie mit ihren beständig wechselnden Forderungen jene Konzentration des Denkens und jene Ruhe nicht aufkommen läßt, die nun einmal zu wissenschaftlicher Arbeit notwendig sind. Häufig wiederkehrende Geständnisse in der Praxis stehender Ingenieure bestätigen die Richtigkeit dieser Schlußfolgerungen.

---

[1]) Zum Beleg dafür seien folgende Daten betreffend die Wiener Hochschule angeführt: Elementar- und höhere Mathematik waren anfangs 10stündig mit 5 Übungsstunden; bei der Reorganisierung 1865/66 erfolgte eine Reduktion auf 8 Vortragsstunden mit 5, bzw. $4^1/_2$ Übungsstunden; später wurde Mathematik I. Kurs mit $7^1/_2$, Mathematik II. Kurs mit 6 Stunden gelesen unter starker Einschränkung der Übungen; so verblieb es bis 1897 bzw. 1893, von wo ab beide Kurse mit 5 Stunden angesetzt sind.

Das Verlangen nach einer andern Regelung, in der Hauptsache nach einer Einschränkung des mathematischen Unterrichts an der Technischen Hochschule ist auch in einer Form hervorgetreten, die auf den ersten Blick etwas bestechendes hat. Man biete der Gesamtmasse der Studierenden einen ermäßigten, auf das unbedingt notwendige sich beschränkenden Stoff und gebe denjenigen, die eine tiefere wissenschaftliche Ausbildung anstreben, durch hochgehaltene Spezialvorlesungen Gelegenheit, sich das erforderliche mathematische Rüstzeug zu erwerben. Begründet wurde dieser Vorschlag, der auf dem I. internationalen Mathematikerkongreß in Zürich 1897 den Gegenstand eingehender Erörterung bildete, einerseits mit der nicht abzuleugnenden Tatsache, daß nur ein Teil der Studierenden Begabung und Interesse für die Mathematik mitbringt, andrerseits mit dem Hinweise darauf, daß die Praxis neben dem Heer der Techniker für alltägliche Arbeiten einen Stab von hochqualifizierten zur Lösung großer Aufgaben brauche.

In den Antwortschreiben – bis auf eines — findet dieser Plan einmütige Ablehnung unter Angabe verschiedener Motive; in diesem einen wird zwar sein Grundgedanke gebilligt, die Möglichkeit der Durchführung aber bezweifelt. Als durchschlagender Grund für die Ablehnung wird der ausgesprochen, daß die allgemeine mathematische Vorbildung keine Herabminderung mehr zulasse, soll der wissenschaftliche Charakter der Hochschule gewahrt bleiben.

Wenn man über die Verwirklichung des Planes nachdenkt, so stößt man alsbald auf eine Reihe von Bedenken. Wer soll die Scheidung der Studierenden vornehmen? Soll sie auf Grund von Prüfungen erfolgen oder dem inneren Gefühl der Studierenden überlassen werden? Beide können täuschen. Die in Aussicht genommenen auf ein möglichst hohes Niveau zu stellenden Spezialvorlesungen müßten frei bleiben; sonst gäbe es zweierlei Studienpläne und die Hochschule erzöge zwei Qualitäten von Absolventen, mindere und höhere, ein Sachverhalt, der sich von selbst verbietet; man braucht nur an andere gelehrte Berufe zu denken und sich etwa vorzustellen, die Universität wollte niedere und höhere Mediziner, niedere und höhere Juristen erziehen. Aber selbst zugegeben, die Scheidung wäre richtig vollzogen, so darf bezüglich der Studierenden billig an der Aufbringung der moralischen Kraft und der Einsicht gezweifelt werden, in den höheren Jahren neben den eigentlichen Fachstudien und den damit verbundenen konstruktiven Arbeiten abstrakten theoretischen Studien sich hinzugeben. Der Erfolg nach oben hin wäre der, daß die Spezialvorlesungen aus Mangel an Hörern allmählich eingehen würden. Und nach unten hin? Jede von außen vorgenommene Herabsetzung des Niveaus führt dazu, daß die Studierenden dafür sorgen, es möglichst tief herabzudrücken.

Man wird also wohl am besten tun, ein dem Stande der technischen Wissenschaften angemessenes allgemeines Niveau festzuhalten und es nach wie vor der Praxis überlassen, die Qualitäten zu differenzieren.

9. Nach dieser Erörterung der rein mathematischen Obligatvorlesungen soll über Vorlesungen aus der angewandten Mathematik gesprochen werden, die in den Studienplänen auftreten.

Im letzten Dezennium des vorigen Jahrhunderts hat der steigende Bedarf an fachlich geschulten Versicherungssachverständigen dazu geführt, daß an den Hochschulen Einrichtungen zur Heranbildung solcher geschaffen wurden. Der erste Kurs für Versicherungstechnik ward an der Wiener Technischen Hochschule errichtet und 1895 mit drei Studienjahren aktiviert, aber schon 1897 auf zwei Studienjahre zusammengezogen; es folgten alsbald die Wiener Universität und nach einigen Jahren mehrere andere Technische Hochschulen, vielleicht in größerer Zahl als es dem wirklichen Bedarf entspricht.

Das Studienprogramm des Kurses umfaßt außer rein mathematischen Vorlesungen, über die bereits unter 5. berichtet wurde, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik und Versicherungsmathematik in verschiedener Kombination, wie dies aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist, die die Stundenzahlen im Winter- und Sommersemester und die eventuell ausdrücklich angesetzten Übungsstunden in derselben Weise angibt, wie es in 5. geschehen ist.

Wien.

Wahrscheinlichkeitsrechnung 3, —.
Einführung in die Mathematische Statistik 3, 3.
Versicherungsmathematik, I. Kurs[1]), 4, 3.
Versicherungsmathematik, II. Kurs[1]), 2, 3.

Prag (d).

Wahrscheinlichkeitsrechnung 2, —.
Versicherungsmathematik, I. Kurs[2]), 4, 3.
Versicherungsmathematik, II. Kurs[2]), 4, 3.

Prag (b).

Versicherungsmathematik, I. Kurs, 3, 3.
Versicherungsmathematik, II. Kurs, mit Einschluß der Mathematischen Statistik[3]) 6, 6.

---

[1]) Für Technische Hochschule und Universität gemeinsam.
[2]) Die Mathematische Statistik ist hierin einbezogen.
[3]) Nebst den Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Brünn (d).

Wahrscheinlichkeitsrechnung in elementarer Darstellung 1, —.
Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung[1]) —, 3.
Versicherungsmathematik, I. Kurs, 2, 2 (1).
Versicherungsmathematik, II. Kurs, 2, 2 (1).

Zur Kennzeichnung des Inhalts dieser Vorlesungen sei deren Programm, wie es in Wien eingehalten wird, mitgeteilt.

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Wahrscheinlichkeitsbegriff. Direkte Wahrscheinlichkeitsbestimmung. Indirekte Wahrscheinlichkeitsbestimmung. Wiederholte Versuche — die Sätze von Bernoulli und Poisson. Mathematische Hoffnung und mathematisches Risiko. Wahrscheinlichkeit von Ursachen und künftigen Ereignissen auf Grund der Erfahrung. Elemente der Fehlertheorie. Methode der kleinsten Quadrate. Kollektivmaßlehre.

Mathematische Statistik. Die statistischen Gesamtheiten. Die gebräuchlichen Maßzahlen der Mortalitätsstatistik. Die wichtigsten Sterbe-, Invaliden-, Krankheits- und Heiratstafeln. Die Wahrscheinlichkeiten in der Statistik und im Versicherungswesen. Die Gesetzmäßigkeit der statistischen Erscheinungen. Die Theorie der Ausgleichung.

Versicherungsmathematik I. Kurs. Zinseszinsrechnung. Anlehentilgung. Grundsätze der Versicherungsmathematik. Mathematische Theorie der Versicherungen, welche von dem Leben einer Person abhängen. Leibrenten. Einmalige und jährliche Nettoprämie *a)* bei der Rentenversicherung, *b)* bei der Kapitalversicherung auf den Ablebens- und Erlebensfall. Anwendung der Theorie auf die wichtigsten Kombinationen der Lebensversicherung (mit Inbegriff der Krankenversicherung). Statistische Grundlagen. Bildung der Tarifprämie. Theorie und Praxis der Reservenberechnung.

Versicherungsmathematik II. Kurs. *A.* Mathematische Theorie der Versicherungen, welche von dem Leben zweier und mehrerer Personen abhängen. Lebens- und Sterbenswahrscheinlichkeiten für verbundene Leben. Verbindungsrenten. Berechnung der Nettoprämien für die wichtigsten Versicherungskombinationen, hauptsächlich für zwei Leben (Renten, Überlebensrenten, Witwen- und Waisenpensionen, Kapitalversicherung auf den Ablebens- und Erlebensfall). Anleitung zur Berechnung komplizierter Versicherungen für mehrere Leben. *B.* Invaliditätsversicherung. Aufstellung der erforderlichen Wahrscheinlichkeiten. Aktivitäts-, Invaliditätsordnung. Sterbe-

[1]) Hauptsächlich statistische. Ein Teil davon ist in der Vorlesung über mathematische Näherungsmethoden untergebracht, s. 5. und 6.

tafeln für Invalide. Statistische Grundlagen. Grundrechnungen der Invaliditätsversicherung. Entwicklung der Hilfstafeln. Die verschiedenen Formen der Pensionsversicherung. Fixe Pension, steigende Pension mit fester und veränderlicher Steigerung. Invaliditätsversicherung in Verbindung mit Altersversorgung. Witwen- und Waisenpensionen, die von der Dienstzeit und dem Gehalte des Mannes abhängen. Die Heiratswahrscheinlichkeit. *C.* Unfallversicherung. Fakultative Zwangsversicherung.

Es verdient bemerkt zu werden, daß an der Wiener Technischen Hochschule das Versicherungswesen sehr frühzeitig vertreten war. Seit 1860 las darüber ein Privatdozent (K. Hessler) teils selbständig — unter dem Titel: Kapitalien- und Rentenversicherungen — teils in der Politischen Arithmetik, für welche sich 1890 eine zweite Privatdozentur eröffnete (E. Blaschke).

In allerjüngster Zeit hat die Unterrichtsverwaltung dem bislang unter der Patronanz kaufmännischer Korporationen stehenden oder von Privaten betriebenen Handelsschulwesen erhöhte Aufmerksamkeit zugewendet und bei einer Änderung der Prüfungsvorschriften für das Lehramt an höheren Handelsschulen die Anforderungen an die betreffenden Kandidaten einer zeitgemäßen Revision unterzogen. Bis dahin hatten diese Kandidaten — es handelt sich um solche für die merkantilen Fächer — selbst keine weitergehende Ausbildung genossen als die höheren Handelsschulen (Handelsakademien) boten. Um eine Hebung ihres Bildungsniveaus zu bewirken, ist nun bestimmt worden, daß sie einige Semester hindurch Hochschulvorlesungen (an der Universität oder der Technischen Hochschule, in Wien auch an der Exportakademie, einer vom Handelsministerium ressortierenden Bildungsstätte zur Beförderung des Exports) zu besuchen haben. Da es wünschenswert erscheint, daß sie die kaufmännischen Rechnungen von einem erhöhten mathematischen Standpunkt erfassen, ist ihnen auch ein mathematisches Hochschulkolleg[1]) und zur Einführung in die modernen sozialwirtschaftlichen Einrichtungen ein solches über Politische Arithmetik[2]) vorgeschrieben worden. Diese Dinge sind erst in der Entwicklung begriffen und dürften eine Änderung erfahren, wenn es zur angestrebten Errichtung von Handelshochschulen nach deutschem Muster kommen sollte.

---

[1]) In Prag (d.) und (b.) ist ein besonderes dreistündiges Jahreskolleg für diesen Zweck eingerichtet und in Wien im Studienjahre 1909/10 eine dreistündige enzyklopädische Vorlesung gehalten worden; es wäre jedoch zweckmäßiger, diesen Kandidaten die Vorlesung über Elemente der höheren Mathematik durch eine kurze Vorbereitung zugänglich zu machen.

[2]) In Wien vorläufig an der Exportakademie.

10. Bevor über die freien Vorlesungen berichtet wird, erscheint es notwendig, die Anteilnahme der Technischen Hochschulen an der Ausbildung der Mittelschullehrer darzustellen. Zum Verständnis und zur Beurteilung des gegenwärtigen Zustandes wird sich ein Zurückgreifen auf die frühere Entwicklung empfehlen.

Nachdem bezüglich der Heranbildung von Gymnasiallehrern unmittelbar nach der Schulorganisation von 1849 Bestimmungen getroffen worden waren, wurde unter dem 24. April 1853 eine „Provisorische Vorschrift über die Prüfung der Kandidaten des Lehramtes an vollständigen Realschulen[1]) . . .“ erlassen. Als Zulassungsbedingung galt die Absolvierung eines Gymnasiums mit Maturitätsprüfung und drei Jahre Studium an einer Hochschule (i. e. Universität) oder an einer technischen Lehranstalt als ordentlicher Hörer; selbstverständlich bezog sich die letztere Alternative nur auf die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer. An den Sitzen technischer Lehranstalten wurden später besondere Realschulprüfungskommissionen eingesetzt, bestehend aus Professoren dieser Anstalten, in Universitätsstädten weiter aus Universitätsprofessoren, andernfalls aus Professoren von Mittelschulen. Das Maß der Anforderungen war wie folgt begrenzt:

„In der Mathematik wird von den Examinanden sichere Kenntnis und Durchübung der gesamten Elementarmathematik und ihrer praktischen Anwendungen, Kenntnis des geometrischen Zeichnens innerhalb der Grenzen dessen, was in der Unterrealschule gelehrt wird, ferner Geübtheit in der analytischen Geometrie und diejenige Kenntnis der Elemente der Differential- und Integralrechnung gefordert, wie sie zu einem tieferen Eingehen in die eigentlichen technisch-mathematischen Fächer notwendig sind.“ Zur Befähigung für den Unterricht in der Unterrealschule genügt die Erfüllung der in betreff der Elementarmathematik gestellten Forderungen.

Auf Grund dieser Bestimmungen, die bis zum Jahre 1884 in Kraft blieben, ist eine sehr große Zahl von Mathematiklehrern an Realschulen aus den Technischen Hochschulen hervorgegangen, teils solchen, die sich an das vorgeschriebene Triennium gehalten hatten und, wo Gelegenheit dazu war, aus freien Stücken Universitätsvorlesungen dazu nahmen, teils solchen, die eine Fachschule (zumeist die Ingenieur- oder die chemische Schule) vollständig absolvierten und dann erst dem Lehramte sich zuwandten.

Mit der Verordnung vom 7. Februar 1884 trat eine wesentliche Änderung der Verhältnisse ein. An Stelle der getrennten Kommissionen wurden in den Universitätsstädten einheitliche Kommissionen für das Gymnasial- und Realschullehramt eingesetzt, denen auch Professoren

---

[1]) Sechsklassig, mit je drei Klassen Unter- und Oberabteilung.

der Technischen Hochschulen zugezogen werden. Die Studien erfuhren eine andere Regelung: Gymnasial- oder Realschulmatura[1]); vier Jahre Universitätsstudium, davon mindestens drei an der philosophischen Fakultät; Realschulmatura hat nur die Zulassung an Realschulen für Mathematik, darstellende Geometrie, geometrisches Zeichnen, Physik, Naturgeschichte, Chemie und Geographie zur Folge; bei der Fachgruppe Mathematik-darstellende Geometrie können drei, bei der Gruppe Mathematik-Physik zwei, bei Chemie drei an der Technischen Hochschule zugebrachte Jahre angerechnet werden, die übrige Studienzeit haben die Betreffenden an einer Universität als außerordentliche Hörer zuzubringen und jedenfalls philosophisch-pädagogische Kollegien zu belegen.[2]) Die Forderungen hinsichtlich der Mathematik setzt die neue Prüfungsordnung wie folgt fest:

„Als Hauptfach: Kenntnis der allgemeinen Arithmetik, der synthetischen und analytischen Geometrie, Kenntnis der Differential- und Integralrechnung und deren Anwendung auf die Geometrie, ferner der Elemente der Variationsrechnung. Vertrautheit mit den Grundzügen der neueren Funktionentheorie.

Als Nebenfach: Kenntnis der Elementarmathematik, insbesondere derjenigen Teile, welche am Gymnasium und an der Realschule zu lehren sind; vollkommene Sicherheit und Fertigkeit in der Anwendung der auf diesem Gebiete vorkommenden Methoden der Rechnung und Konstruktion."

Durch diese Bestimmungen ist es zunächst ausgeschlossen, den Weg zum Mittelschullehramt durch die Technische Hochschule allein zu nehmen; jeder Kandidat ist gehalten, auch Universitätsvorlesungen zu besuchen. Was ferner das verschiedene Ausmaß der Lehrbefugnis bei ehemaligen Gymnasiasten einerseits und Realschülern andrerseits betrifft, so ist hierfür bezüglich der Mathematik und Physik ein durchschlagender Grund nicht zu erkennen; der Gesichtspunkt, daß jeder Lehrer aus der Anstalt hervorgegangen sein müsse, an der er lehrt, konnte nicht maßgebend sein, weil er bei den Gymnasiasten nicht zutrifft, die an eine Realschule kommen; die Forderungen an Studien und Prüfungsleistung sind beiderseits die gleichen; man muß also annehmen, daß die Erwägung maßgebend war, die geringere philologisch-humanistische Durchbildung des Realschülers könne bei seiner

[1]) An der Realschule ist die Maturitätsprüfung 1869 eingeführt worden und blieb durch einige Jahre fakultativ. Vordem hielten die technischen Lehranstalten Aufnahmsprüfungen ab.

[2]) Diese Bestimmungen wurden mit Verordnung vom 30. August 1897 dahin abgeändert, daß das Universitätsstudium auf sieben Semester, wovon fünf an der philosophischen Fakultät, und die Anrechenbarkeit bei der Fachgruppe Mathematik — darstellende Geometrie auf zwei Jahre herabgesetzt wurde.

Gesamtwertung durch das Übergewicht auf angewandtem Gebiete nicht ausgeglichen werden.

Die Mittelschulreform von 1908 bezeichnet nun die Verbindung des Mathematikunterrichtes mit den Forderungen des praktischen Lebens als einen ihrer Hauptgedanken. Angesichts dieser Sachlage mag die Frage nicht unberechtigt sein, ob nicht allen Kandidaten der Mathematik und Physik das Hören der grundlegenden mathematischen Vorlesungen und einiger angewandten Disziplinen (darstellende Geometrie, Mechanik, Geodäsie, Elektrotechnik u. a.) an einer Technischen Hochschule von Vorteil wäre; jedenfalls hätte man sich davon mehr zu versprechen als von der in Deutschland vor mehr als einem Dezennium eingeführten und bisher wenig benützten Facultas der angewandten Mathematik und den hierfür getroffenen Einrichtungen an den Universitäten, die deshalb notwendig waren, weil dort, im Gegensatze zu Österreich, Universitäten und Technische Hochschulen zumeist getrennt liegen (eine Ausnahme bilden Berlin, Breslau und München). Es dürfte nicht verfehlt sein, wenn man zur Erklärung der vielfach unbefriedigenden Wirksamkeit des mathematischen Unterrichtes und der nicht seltenen Abneigung gegen denselben die allzu abstrakte Ausbildung der Lehrer heranzieht.

Wie die Dinge gegenwärtig liegen, ist es erklärlich, daß an den Technischen Hochschulen besondere Vorkehrungen für die Ausbildung von Lehramtskandidaten nicht getroffen sind — die anderweitige Inanspruchnahme würde es bei den heutigen Besetzungsverhältnissen auch ausschließen [1]) — und daß der Anteil an dieser Aufgabe an den beiden Brünner Schulen mangels einer Universität ein sehr geringer ist; dagegen zählen die Hochschulen Wien, Prag (d) [2]) und Lemberg ziemlich viele Lehramtskandidaten der Mathematik.

11. Bei der Beurteilung der freien unterrichtlichen Betätigung auf mathematischem Gebiete ist eine Reihe von Momenten zu berücksichtigen, von welchen einige im vorstehenden schon berührt worden sind.

Die Professoren sind im Rahmen ihrer lehrplanmäßigen Tätigkeit derart in Anspruch genommen (s. weiteres hierüber im III. Kapitel), daß ihnen die Möglichkeit zu darüber hinausgehenden Vorlesungen, zumal an den hochfrequentierten Schulen, benommen ist. Diese Betätigung ist also der Hauptsache nach den Privatdozenten vorbehalten.

---

[1]) In Prag (d.) und Brünn (d.) ist mit der einen Lehrkanzel die Verpflichtung zur Abhaltung von Vorlesungen über ausgewählte Kapitel (zweistündig) verbunden.

[2]) Prag (b.) war bis 1904 sehr stark beteiligt, weil bis zu diesem Jahre an der dortigen böhmischen Universität nur eine Lehrkanzel der Mathematik bestand.

Über die, mit Ausnahme von Wien, sehr beschränkte Entwicklung dieser Institution wird im V. Kapitel berichtet werden.

Unter den Studierenden fehlt es nicht an mathematisch sehr gut veranlagten Köpfen. Aber die überreich besetzten Studienpläne der höheren Jahrgänge, die eine intensive konstruktive Beschäftigung erfordern, lassen für freie Vorlesungen überhaupt und solche aus Mathematik insbesondere wenig Zeit übrig. Es ist daher erklärlich, daß aufgenommene Vorlesungen trotz des Vorhandenseins des nötigen Interesses vor ihrem Abschluß wieder fallen gelassen werden, wie die Erfahrung vielfach gezeigt hat. Hiernach verbleiben fast nur die Kandidaten des Mittelschullehramtes, deren Beteiligung am Unterrichte der Technischen Hochschule vorhin des näheren besprochen wurde.

So kommt es, daß eine erhebliche Tätigkeit nach der in Rede stehenden Richtung sich nur an der Wiener Hochschule entfaltet hat. Von Professoren und Privatdozenten sind seit dem Jahre 1880 im ganzen 76 freie Vorlesungen angekündigt worden und es mag von Interesse sein, durch Anführung abgekürzter Titel die Richtungen zu bezeichnen, nach welchen sich diese Vorlesungen erstreckt haben; nicht die Zeitfolge, sondern die Gebietszugehörigkeit soll dabei beobachtet werden.

Algebra.
Neuere Algebra.
Höhere Algebra.
Ausgewählte Kapitel der höheren Algebra.
Algebraische Gleichungen.
Kreisteilung.
Determinanten.
Substitutionstheorie.
Invarianten.
Zahlentheorie.
Theorie der geometrischen Konstruktionen.
Ausgewählte Kapitel der analytischen Geometrie.
Raumkurven und Flächen.
Sphärische Abbildung von Flächen.
Das Nullsystem.
Graphisches Rechnen.
Graphostatik.
Kartenprojektion.
Neuere Funktionentheorie nach Cauchy und Weierstraß.
Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie.
Integration linearer Differentialgleichungen.
Integration partieller Differentialgleichungen.
Variationsrechnung.

Fouriersche Reihen.
Interpolationsrechnung und mechanische Quadratur.
Methode der kleinsten Quadrate.
Methode des mathematischen Mittelschulunterrichts.
Trigonometrie im Mittelschulunterricht.
Analysis der trigonometrischen Funktionen.
Sphärische Trigonometrie.

Nun noch einige besondere Worte der synthetischen Geometrie. Diese hat an der Technischen Hochschule eine besondere Bedeutung wegen der darstellenden Geometrie, mit der sie gemeinsame Wurzeln besitzt und mit der sie in organischen Zusammenhang gebracht werden kann. Da jedoch die darstellende Geometrie vor allem auf die technischen Anwendungen vorzubereiten hat, so ist ihre konsequente Verbindung mit den Methoden der projektiven Geometrie undurchführbar. Indessen ist die Bedeutung der letzteren für die Technik mit den Beziehungen zur darstellenden Geometrie nicht erschöpft, auch die graphischen Methoden der Statik sind dabei beteiligt. So wurden denn an mehreren Hochschulen verschiedenemale besondere Vorlesungen über synthetische oder neuere Geometrie oder Geometrie der Lage u. ä. eingeführt, besonders in Wien und Prag fand sie — es ist dies günstigen Personalverhältnissen zu danken — eifrige Pflege. Aber die Beteiligung der eigentlichen Techniker an solchen Vorlesungen hat sich aus den bereits angeführten Gründen immer mehr vermindert, so daß dabei heute fast nur mehr die Lehramtskandidaten der Mathematik und der darstellenden Geometrie in Betracht kommen. Der Allgemeinheit werden nur in den Vorlesungen über darstellende Geometrie und mitunter in der analytischen Geometrie die Grundanschauungen vermittelt; so geschieht es insbesondere in Prag (b.), Brünn (d.), Lemberg. Besondere Vorlesungen bestehen in Wien, wo projektive Geometrie durch zwei Semester zu je drei Stunden Vortrag und zwei Stunden Konstruktionsübungen gelehrt wird, in Prag (d.) (drei Stunden Vortrag und vier Stunden konstruktive Übungen) und in Graz. Hier wird über die Grundgebilde erster Stufe jährlich ein zweistündiges Kolleg mit einer Übungsstunde und über Grundgebilde zweiter Stufe jedes zweite Jahr ein zweistündiges Kolleg gelesen, das nur auf die Bedürfnisse der Lehramtskandidaten Rücksicht nimmt, denen in einem Seminar auch zur kritischen Besprechung des elementar-geometrischen Lehrstoffes der Mittelschule Gelegenheit und Anregung geboten wird.

III. Kapitel. Das Prüfungswesen.

12. Mit Prüfungen sind die Technischen Hochschulen reich gesegnet. Es erklärt sich dies aus der historischen Entwicklung.

Ursprünglich gab es nur sogenannte Fortgangsprüfungen, durch welche sich die Hörer über die Erfassung und Beherrschung des in der einzelnen Vorlesung behandelten Stoffes auswiesen. Ein Zwang zu diesen Prüfungen bestand nicht. Hatte ein Studierender alle lehrplanmäßigen Gegenstände einer Fachschule frequentiert, so galt er als „absolviert“ und erhielt urkund dessen ein Absolutorium, in dem auch die Erfolge etwa abgelegter Fortgangsprüfungen ersichtlich gemacht waren, über die übrigens auch Einzelzeugnisse ausgestellt wurden.

Die Reorganisation, die das Fachschulsystem schuf (in Wien 1866 in Kraft getreten, an den anderen Hochschulen in kurzer Zeit darauf), brachte auch eine neue Gattung von Prüfungen, durch die zum erstenmale der Versuch gemacht wurde, über das Gesamtwissen Rechenschaft zu erlangen, nämlich die strengen Prüfungen zur Erlangung eines Diploms. Über diese Institution, die eigentlich noch zurecht besteht, weil sie nicht formell aufgehoben wurde, sei gleich abschließend berichtet, weil sie heute tatsächlich außer Kraft ist. Die Diplomprüfung bestand aus zwei Abteilungen, einer theoretischen und einer praktischen, und in der ersteren bildete die Mathematik einen Prüfungsgegenstand an der Ingenieur-, Hochbau- und Maschinenbauschule. Wegen der hohen Anforderungen hatte sich nur eine verhältnismäßig sehr kleine Zahl von Absolventen diesem Prüfungsakte unterzogen, der zunächst nur die Folge hatte, daß sich die Betreffenden als „diplomierte Ingenieure“ bezeichnen durften.

Um dem technischen Beruf im Interesse des Staates, der Länder und Gemeinden und der Industrie eine festere Organisation zu geben, sind im Jahre 1878 Staatsprüfungen eingeführt worden mit einer ähnlichen Zweiteilung, wie sie bei den Diplomprüfungen beobachtet worden, nur mit dem Unterschiede, daß die erste Staatsprüfung in der Regel nach Ablauf von vier Studiensemestern, die zweite nach Beendigung der Studien abzulegen ist. Unter den Gegenständen der ersten Staatsprüfung in allen Fachschulen erscheint die Mathematik an erster Stelle. Sie wird auch bei den später (in Wien 1897) eingeführten Staatsprüfungen an den Kursen für Versicherungstechnik und Vermessungswesen gefordert, hier jedoch nur als Vorprüfungsgegenstand, das heißt belegt durch ein vorher erworbenes Fortgangszeugnis.

Die letzte Erscheinung auf dem Gebiete des Prüfungswesens bilden die Rigorosen zur Erlangung des Doktorates der technischen Wissenschaften. Welche Rolle die unter dem 13. April 1901 erlassene Rigorosenordnung der Mathematik zuweist, soll später des näheren gekennzeichnet werden.

13. Die Einzelprüfungen, wie die früheren Fortgangsprüfungen jetzt im Gegensatze zu den Staats- als Gesamtprüfungen heißen,

bilden eine schwere Belastung der Professoren an den Technischen Hochschulen. Ihre Beibehaltung neben den Staatsprüfungen erklärt sich vor allem aus dem Bestreben, gewisse mit ihnen unleugbar verbundene Vorteile zu erhalten, deren hauptsächlichster darin erblickt wird, daß sie die Studierenden, wenigstens einen Teil derselben, zu einer über die ganze Studiendauer verteilten Arbeit anhalten, die immer wertvoller ist als eine hastige Vorbereitung aus mehreren Fächern zugleich. Auch der Grund war mitbestimmend, daß es aus gewissen Rücksichten (Befreiung vom Kollegiengelde, Verleihung von Stipendien und sonstigen Benefizien) notwendig ist, eine fortlaufende Kenntnis über die Betätigung der einzelnen Hörer zu besitzen.

Was aber im Interesse der Studierenden sehr gut gemeint war, hat sich mit dem Anwachsen der Frequenz für die Professoren zu einer Last ausgebildet, die bei manchen Fächern — und zu diesen gehört in erster Linie die Mathematik — und an einigen Hochschulen unerträglich geworden ist. Die Bestimmungen über die erste Staatsprüfung sind so konstruiert, daß sie den Einzelprüfungen die weitestgehende Berechtigung einräumen: Einzelzeugnisse über die Gegenstände dieser Staatsprüfung, welche mindestens die Note [1]) gut ausweisen, entheben obligatorisch — früher fakultativ — von der kommissionellen Prüfung. Infolgedessen unterzieht sich der weitaus größere Teil der Studierenden bezüglich der Mathematik (und der andern Fächer der ersten Staatsprüfung) der Einzelprüfung; diese Prüfungen finden am Schlusse der Vorlesungen, als sogenannte Nachtragsprüfungen aber in weitgesteckten Terminen statt, bilden im ersten Falle wegen ihrer Häufung eine enorme zeitweilige Inanspruchnahme, im zweiten Falle eine über den größten Teil des Studienjahres sich erstreckende Arbeit. Nimmt man die aus den übrigen Prüfungsformen erwachsenden Pflichten hinzu, so kann man sagen — und es gilt dies nicht bezüglich der Mathematik allein —, daß das Prüfungswesen geradezu für die Behinderung der Professoren an wissenschaftlicher Arbeit verantwortlich gemacht werden muß.

Zur Begründung des Gesagten einige statistische Daten, die sich auf die Wiener Hochschule beziehen, wo die Verhältnisse am schwierigsten liegen. Was zunächst deren Gesamtfrequenz in den letzten 40 Jahren anlangt, so sank diese von 882 im Studienjahre 1870/71 bis zum tiefsten Stande von 749 im Jahre 1888/89, um von da an stetig zu steigen auf 3071 im Jahre 1908/09, und 1909/10 hat

---

[1]) Die Skala der Erfolgsnoten lautet: vorzüglich, sehr gut, gut, genügend, ungenügend.

sie eine neuerliche Steigerung erfahren[1]). Da nun die Mathematik in den Studienplänen aller Abteilungen erscheint, so läßt sich ermessen, welche Massen von Studierenden hierin zu unterrichten sind. Im letztgenannten Studienjahre betrug ihre Zahl im Wintersemester 1228, im Sommersemester 1299, und zwar in folgender Verteilung, wobei die ersten Zahlen das Wintersemester, die zweiten das Sommersemester betreffen:

Mathematik I. Kurs[2])	1. Abteilung . .	336, 355.
	2. Abteilung . .	313, 327.
Mathematik II. Kurs		442, 476.
Grundlehren der höheren Mathematik .		137, 141.

Hierzu kommen noch die Wahrscheinlichkeitsrechnung mit 42 und die am Schlusse von 9. erwähnte enzyklopädische Vorlesung mit 17 Hörern.[3])

Aus dieser Frequenz resultierten in den letzten Jahren an 500 Einzelprüfungen aus dem I. und an 400 aus dem II. Kurs.

Diese Zahlen werden an keiner der andern Hochschulen erreicht; doch klagen auch die Berichte aus Prag (b.), Brünn (d. und b.) und Lemberg über die Größe der Arbeitslast.

Was die inhaltliche und formale Durchführung der Einzelprüfungen betrifft, so bestehen hierin mancherlei Unterschiede.

Bezüglich des Inhaltes der Prüfung scheint der Modus vorwiegend zu sein, daß den Ausgangspunkt eine praktische Aufgabe bildet; dabei wird Gelegenheit genommen, das theoretische Verständnis zu erproben. In der Tat bietet auch die einfachste Aufgabe zureichenden Anhalt, Können und Verstehen des Studierenden zu beurteilen; auch die Besprechung einer Formel, einer analytischen Gleichung, eines Integrals auf ihren sachlichen Inhalt, auf die Be-

---

[1]) Seit einer Reihe von Jahren wird eine Einschränkung der Aufnahme (nicht ein eigentlicher numerus clausus) geübt, deren Wirkung aber kaum in Betracht kommt. Eine ähnliche, ebenfalls durch die räumlichen Verhältnisse gebotene Maßnahme ist in Prag (d.) ergriffen worden. Es wird eine wichtige Aufgabe der Unterrichtspolitik bilden, sich mit diesen Verhältnissen zu befassen, soll die Massenfrequenz die Qualität der Leistungen nicht ernstlich gefährden.

[2]) Zur Teilung der Hauptkollegien über Mathematik I. und II. Kurs ist auch in Prag (b.) und in Lemberg geschritten worden.

[3]) Diese Aufgabe lag in den Händen zweier Professoren und es beteiligen sich bis zur Wiederbesetzung der freigewordenen, vor einigen Jahren bewilligten außerordentlichen Professur auch die zwei Assistenten an den Vorlesungen.

deutung und Stellung der darin auftretenden Buchstabengrößen gestattet einen vorzüglichen Einblick in die ganze Art der Erfassung des Gegenstandes. Nur von einigen Hochschulen wird berichtet, daß theoretische Fragen selbständig gestellt werden.

Die formale Durchführung zeigt auch mancherlei Unterschiede. Die Prüfungsordnung verlangt ausdrücklich mündliches Prüfen. Soll dieses zu einer sicheren Beurteilung führen, so erfordert es viel Zeit, zumal bei schwächeren und namentlich bei Studierenden, die mit Sprachschwierigkeiten zu kämpfen haben. Die beständig wachsende Frequenz hat denn an den meisten Hochschulen dazu geführt, auch schriftliche Arbeiten mit heranzuziehen, die dann in der Lösung von Aufgaben bestehen. Bei schriftlichen Prüfungen allein stehen zu bleiben, erscheint — selbst abgesehen von der Vorschrift — untunlich, weil ja der Kandidat dem Professor bei der Prüfung zumeist das erste Mal gegenübersteht und weil ein mündlicher Verkehr, und sei er auch noch so kurz, doch den besten und verläßlichsten Aufschluß gibt. Daher ist denn auch eine schriftliche Arbeit mit darauf folgender mündlicher Prüfung der am häufigsten eingehaltene Vorgang. In Graz (zum Teil), Prag (d. und b.) wird noch ausschließlich mündlich examiniert.

Ein völlig abweichender Modus ist in Lemberg eingeführt; hier geschieht die schließliche Beurteilung auf Grund über das ganze Jahr verteilter, jedem einzelnen Hörer schon bei der Inskription vorgeschriebener schriftlicher Aufgaben, eines Vorexamens durch den Assistenten nach Abschluß des ersten Semesters, einer schriftlichen Hausarbeit am Ende des Studienjahres und einer daran sich schließenden mündlichen Besprechung mit dem Professor.

Bei den Prüfungen bietet sich Gelegenheit, die Wirksamkeit des vorausgegangenen Mittelschulunterrichtes, die Lücken, die er gelassen, und die Mängel, die ihm anhaften, kennen zu lernen. Vor allem muß, und das fällt besonders in Wien auf, die große Ungleichmäßigkeit der Vorbildung trotz einheitlicher Lehrpläne konstatiert werden.

In den Einzelberichten wiederholen sich die Klagen über häufig beobachtete Unfähigkeit zu einer klaren Formulierung der Aussagen, über mangelhaftes Verständnis gewisser grundlegender Fragen (die algebraischen Operationen und ihr Zusammenhang, die trigonometrischen Funktionen, Elementaraufgaben der analytischen Geometrie), über geringe Geübtheit in der Ausführung der Operationen (vgl. hierzu die Ausführungen in 7.). In einem der Berichte werden diese Übelstände mit der Einschränkung des mathematischen Unterrichts an den Realschulen und mit dem Fehlen einer genügenden philosophischen Bildungsgelegenheit an diesen Lehranstalten in Verbindung gebracht.

Wie sich die Gymnasiasten, die mit Ausnahme von Lemberg nur ein sehr kleines Hörerkontingent an die Technischen Hochschulen entsenden, den Realschülern gegenüber verhalten. darüber läßt sich kein zuverlässiges Urteil gewinnen, weil systematische Beobachtungen fehlen. Man will mehrfach die Wahrnehmung gemacht haben, daß sie in ihrem mathematischen Wissen genauer seien, den Realschülern hingegen im geometrischen Vorstellungsvermögen nachstünden. Das Bild ist jedoch sicher beeinflußt durch den Umstand, daß den Realschülern fast keine Wahl offen steht, während die Gymnasiasten nur dann dem technischen Studium, speziell an der Ingenieur- und Maschinenbauschule, sich zuwenden. wenn sie besondere Neigung, insbesondere mathematische Veranlagung besitzen. In Galizien liegen die Verhältnisse gegenwärtig insofern anders, als Realschul- und Gymnasialabiturienten fast in gleicher Stärke an die Lemberger Hochschule kommen; der früher beobachtete Vorrang der Gymnasiasten besteht jetzt nicht mehr. Hervorgehoben wird noch die weitaus bessere Qualität jener Realschulabiturienten, die aus Provinzstädten ohne Gymnasium kommen, gegenüber jenen aus den Hauptstädten.

14. Bezüglich der ersten Staatsprüfung, bei der die Mathematik Prüfungsgegenstand ist in dem Ausmaße, mit welchem sie im Studienplan der betreffenden Fachschule vertreten erscheint, ist nichts besonderes zu berichten. Die weitaus größere Zahl der Studierenden zieht es vor, aus diesem Gegenstande die Einzelprüfung abzulegen, so daß kommissionelle Prüfungen nur in verhältnismäßig geringer Zahl vorkommen. Diese werden zumeist nur mündlich erledigt.

Zur beiläufigen Kennzeichnung der Menge dieser Prüfungen sei angeführt, daß in Wien im Studienjahre 1908/09 an allen Fachschulen 340 Kandidaten approbiert wurden — die Zahl derjenigen, die sich zur Prüfung gestellt haben, ist erheblich größer. Ein Teil der Kandidaten — und es sind das die besseren — erhält das Staatsprüfungszeugnis ohne eigentlichen Staatsprüfungsakt, bloß auf Grund der erworbenen Einzelzeugnisse aus allen vorgeschriebenen Fächern.

15. Bei den Doktorsexamen kann die Mathematik in zweifacher Weise in Betracht kommen, als Fachgebiet der Dissertation und als Prüfungsgegenstand beim Rigorosum.

Was die Dissertation anlangt, so führt die Instruktion zur Durchführung der Rigorosenordnung unter den Fächern, die als technische Wissenschaften anzusehen sind, auch „angewandte Mathematik“ an. Dies wird dahin ausgelegt, daß Abhandlungen rein spekulativen Charakters ohne jede Beziehung zu irgend einem praktischen Anwendungsgebiet als Dissertationen ausgeschlossen bleiben sollen. Es werden jedoch auch Dissertationen über technische Themata, insbesondere aus verschiedenen Zweigen der Mechanik, eingereicht, in

welchen neben dem sachlichen Inhalt mathematische Deduktionen so stark hervortreten, daß eines der beiden Referate, die über jede Doktorsarbeit zu erstatten sind, einem Mathematiker zugewiesen wird; er erscheint dann eo ipso in der Kommission zur Abhaltung des Rigorosums.

Fälle, wo das Dissertationsthema der angewandten Mathematik entlehnt ist, sind bei Absolventen der eigentlichen Fachschulen — und es kommen hierbei naturgemäß nur die Ingenieur- und die Maschinenbauschule in Betracht — bisher nicht vorgekommen und wohl auch nicht zu gewärtigen. Dagegen haben sich solche Fälle ergeben bei Doktoranden einer Kategorie, die erst nach Erlassung der Rigorosenordnung Berücksichtigung fand. Mit Erlaß vom 9. Juli 1903 erklärte sich nämlich das Ministerium bereit, Lehramtskandidaten für Realschulen über Antrag des Professorenkollegiums fallweise den Nachweis der Ablegung der II. Staatsprüfung nachzusehen, welche das Zeugnis über die I. Staatsprüfung einer Fachabteilung und die Lehramtsprüfung aus Mathematik, darstellender Geometrie, Chemie oder Physik abgelegt haben; bei diesen wird also das Lehramtsprüfungszeugnis als Ersatz der II. Staatsprüfung genommen.

Für die Abhaltung des Rigorosums ist die Direktive gegeben, daß es von der eingereichten Abhandlung auszugehen und sich auf deren Fachgebiet zu erstrecken hat, wobei auch die mit demselben im Zusammenhange stehenden grundlegenden Disziplinen in den Bereich der Prüfung zu ziehen sind; der Kandidat hat bei Überreichung des Gesuches die wissenschaftlichen und grundlegenden Fächer selbst zu bezeichnen, mit deren Studium er sich vorzugsweise und mit der für die Erlangung des Doktorgrades erforderlichen Vertiefung beschäftigt hat. Bei der relativen Freiheit dieser Wahl darf in der Häufigkeit der Fälle, in welchen Mathematik als Nebenprüfungsgegenstand bezeichnet wird, ein gewisser Maßstab dafür erblickt werden, welche Bedeutung die Kandidaten der Mathematik beimessen und welches Interesse sie ihr entgegenbringen. An der Wiener Hochschule fungierte an der Ingenieurschule unter 36 völlig abgeschlossenen Doktorsprüfungen 17mal ein Mathematiker als Examinator (darunter 5mal auch als Referent) und an der Maschinenbauschule geschah es unter 82 behandelten Fällen 36mal (darunter 9, wo auch ein Referat dem Mathematiker zufiel).

Wenn die Mathematik bei einem Rigorosum als Prüfungsgegenstand — nicht als Dissertationsthema — auftritt, dann kann es sich nach der Auffassung des Berichterstatters nicht darum handeln, bei dem Kandidaten ein zusammenhängendes Detailwissen aus dem an der Hochschule zum Vortrag gelangenden Bereiche oder einem Teil desselben zu erfragen; vielmehr soll erforscht werden, ob der Doktorand das zur Anwendung der Mathematik auf technische Probleme erforderliche tiefere Verständnis derselben besitzt. Zu solcher Erforschung bietet

der Einblick in die Dissertation, der Verlauf des Rigorosums und die Probe darauf, ob der Kandidat imstande ist, die zur Lösung einer nicht gerade auf ebenem Wege liegenden Frage nötigen mathematischen Hilfsmittel und Methoden anzugeben und sachgemäß zu besprechen, zureichende Grundlage. Die Erfahrungen, die der Berichterstatter in diesem Sinne gemacht hat, müssen als günstig bezeichnet werden; die Kandidaten bekundeten häufig Fragen gegenüber, die ihnen von den Studien her nicht bekannt waren, ein vorzügliches Verständnis.

An den andern Hochschulen scheint, nach den Antworten zu schließen, die Mathematik bisher bei den Doktorsprüfungen nur wenig hervorgetreten zu sein — in einem Falle wird geradezu über eine Zurücksetzung der grundlegenden Fächer bei dieser höchsten Kategorie von Prüfungen geklagt —; was die Qualität der Leistungen betrifft, wird sie noch in einem Falle, Prag (b.), also günstig bezeichnet; in zwei andern Fällen, Graz und Brünn (d.), mit der bei Einzelprüfungen üblichen auf gleiche Stufe gestellt.

IV. Kapitel. Methodik.

16. Für die Gestaltung der Methode des Unterrichts — und es ist hierbei vornehmlich an die Hauptkollegien gedacht — sind verschiedene Umstände maßgebend.

Vor allem bestimmt der Zweck der mathematischen Vorlesungen die Auswahl des zu behandelnden Stoffes. Diese ist nach den Darlegungen in 5. mit Rücksicht auf die Bedürfnisse des folgenden Fachstudiums, auf den Stand der technischen Literatur, aber auch mit einem Ausblick auf die künftige Entwicklung zu treffen. Ist dies geschehen, so handelt es sich darum, den Stoff nach Möglichkeit zu einem einheitlichen Ganzen zusammenzufassen. Bei der Herstellung der Verbindung zwischen den einzelnen Teilen wird es nicht zu umgehen sein, Dinge aufzunehmen, die vom reinen Notwendigkeitsstandpunkt entbehrt werden könnten. Aber nur so ist der wissenschaftliche Charakter des Unterrichts zu erzielen und der ist unbedingt erforderlich, soll die Mathematik ihre Aufgabe im Studiengange des akademisch gebildeten Technikers ganz erfüllen.

Bei der Gestaltung der Vorlesungen hat man damit zu rechnen, daß die Mathematik ein Pflichtgegenstand ist, daß man es also mit Hörern verschiedener Fähigkeits- und Interessegrade zu tun hat. Dies erfordert, je größer das Auditorium, eine um so sorgfältigere Vorbereitung der Vorlesung. Die Hauptergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden; Abschweifungen vom Gegenstande, allzu subtile Betrachtungen verbieten sich von selbst, weil ihnen nur ein Teil folgen könnte, wodurch die Beherrschung des ganzen Kollegiums verloren ginge. In der Analysis würde eine Bevorzugung der arithmetisierenden Richtung kaum

zu einem guten Erfolge führen: die Heranziehung geometrischer Veranschaulichungen empfiehlt sich schon deshalb, weil es zum Wesen des Technikers gehört, seine Gedanken durch Zeichnung auszudrücken. Damit soll aber keinegswegs dem lediglich anschaulichen Unterrichte das Wort geredet werden, der strengeren Fragestellungen, bei denen die Anschaulichkeit versagt, aus dem Wege geht.

Die Forderung, daß neben dem Verstehen auch das Können gepflegt werde, läßt es nicht zu, die Vorlesungen rein theoretisch aufzubauen; vielmehr müssen sie von Beispielen ständig begleitet sein; die Durchsetzung der Vorlesungen durch Aufgaben ist für die Technische Hochschule geradezu charakteristisch. Dabei darf es sich nicht lediglich um Illustrationsbeispiele handeln, die bloß den Zweck haben, diese oder jene Regel anwenden zu lernen, sondern um wirkliche Aufgaben, bei denen es darauf ankommt, Fragen, die ein Interesse beanspruchen, zu analysieren und der mathematischen Behandlung zuzuführen.

Hiermit glaube ich jene Grundsätze kurz gekennzeichnet zu haben, die an allen unseren Hochschulen Anerkennung finden.

Über eine Erscheinung des heutigen Hochschulstudiums, die sich an den Universitäten ebenso äußert wie an den Technischen Hochschulen, soll hier nicht stillschweigend hinweggegangen werden: es ist das Vorwalten der rezeptiven Tätigkeit, das naturgemäß bei den rein theoretischen Fächern sich am schärfsten geltend macht. Im besten Falle besteht die Anteilnahme der Studierenden in dem ununterbrochenen Besuche der Vorlesungen, wobei sie, wie in der Mathematik, die im Laufe des Vortrags vorkommenden Entwicklungen in Kollegienheften aufzeichnen. Aber auch eine noch so sorgfältig vorbereitete und inhaltlich reich ausgestattete Vorlesung vermag nicht die bildende Kraft zu ersetzen, die in der Selbstbetätigung liegt. Zu solcher kann sie die wirksamste Anregung bieten, verliert aber einen wesentlichen Teil ihres Wertes, wenn von dieser Anregung nicht Gebrauch gemacht wird. Schon das häusliche Durcharbeiten des Kollegienheftes, die Bereinigung übrig gebliebener Unklarheiten durch Heranziehen von Büchern, die eingehendere Verfolgung in der Vorlesung durchgeführter oder bloß angedeuteter Beispiele brächte einen außerordentlichen bleibenden Gewinn. Leider finden die Studierenden für solche Betätigung nur selten Zeit und Lust.

17. Auf einige Einzelheiten übergehend sollen zunächst Andeutungen über die oberen Grenzen des Lehrstoffes, seine Anordnung und Detailgestaltung vorgebracht werden, Dinge, in denen sich auch persönliche Meinungen der Vortragenden ausdrücken.

Die Determinanten erfahren an allen Hochschulen theoretische Einführung und konsequente Anwendung im ganzen Unterricht.

Die Differentialgleichungen, als ein wichtiges Mittel der Formulierung technischer Probleme, finden durchwegs eingehende Berück-

sichtigung; zumeist werden sie bis zu den gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen mit konstanten und mit variablen Koeffizienten geführt, soweit dies ohne Heranziehung der Funktionentheorie möglich ist. An einigen Hochschulen (z. B. Brünn [d. und b.], Lemberg) gelangt der Unterricht laut den eingesandten Berichten bis zu den einfachsten Formen partieller Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung, an andern (wie Wien, Graz) nur bei Zulaß der Zeit.

Die Funktionentheorie bildet in der Regel nicht den Gegenstand der Vorlesungen. Nur an einzelnen Hochschulen wird bei sich bietenden Gelegenheiten (Reihenlehre, konforme Abbildung, Theorie der komplexen Zahlen) ein Ausblick auf dieses Gebiet gemacht.

Auf gewisse neuere Anschauungsweisen und Methoden, die den Zweck haben, große Gebiete der Wissenschaft unter einheitlichen Gesichtspunkten zu erfassen, kann aus den oben entwickelten Gründen nicht eingegangen werden. Dies gilt insbesondere von der Invarianten-, von der Gruppentheorie und der Theorie der Berührungstransformationen, die nirgends einen eigentlichen Teil des Vortragsstoffes bilden; wenn hin und wieder in der analytischen Geometrie und in der Theorie der Differentialgleichungen diese Begriffe erwähnt und gelegentlich vielleicht auch ausführlicher besprochen werden (z. B. Prag [d.]), so geschieht dies doch nur, um besonders befähigten Studierenden Anregung zu weiterer Umschau zu geben. Auch solche Gelegenheiten sollen, wenn die Zeit es gestattet, nicht unbenützt gelassen werden.

Die Vorlesungen über analytische Geometrie beschränken sich fast ausnahmslos auf die Anwendung von Punktkoordinaten; nur dort, wo auch die Begriffe der projektiven Geometrie in die analytische Geometrie einbezogen werden, finden auch Linienkoordinaten und homogene Koordinaten Erwähnung. Die Grenze der analytischen Geometrie der Ebene bildet in der Regel die Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades; in der räumlichen Geometrie wird auf die allgemeine Gleichung zweiten Grades zumeist nicht eingegangen, man begnügt sich mit den natürlichsten Anordnungen der Flächen gegen das Koordinatensystem.

An allen Hochschulen findet eine Scheidung des analytischen und des geometrischen Vortragsstoffes nach Semestern oder Teilen von solchen statt. Nur an der Lemberger Hochschule zieht man es vor, beide Gebiete in fortlaufender Verbindung zu behandeln und nur ab und zu kurze Zeitabschnitte dem einen oder dem andern allein zu widmen.

18. Was die Stoffgebiete anlangt, welchen die Beispiele und Aufgaben zu entnehmen sind, so haben sich, wie aus der Umfrage hervorgeht, feste Anschauungen gebildet. Neben rein analytischen Beispielen, die zur Pflege des abstrakten Denkens auch notwendig sind, werden zumeist die Geometrie und die Grenzgebiete zwischen Mathematik und Mechanik herangezogen; daneben wird auf Fragen der

Physik und der Geodäsie Bezug genommen. Dagegen werden technische Probleme in den Rahmen der Vorlesungen, von einigen wenigen Ausnahmen abgesehen, nicht aufgenommen. Die Gründe hierfür anzuführen ist schon deshalb notwendig, weil man vielfach der Anschauung begegnet, die Mathematik an der Technischen Hochschule müsse ihre Aufgaben aus der Technik holen.

Technische und praktische Probleme überhaupt vorzuführen hat nur dann einen Wert, wenn die sachlichen Voraussetzungen dafür vorhanden sind. Dies trifft aber schon vermöge der Einstellung der Mathematik in den Lehrplan nicht zu; außerdem sind in den Vorlesungen zumeist Hörer verschiedener Fachrichtungen vereinigt, so daß auch bei Zutreffen jener Voraussetzung sich Schwierigkeiten ergeben würden.

Des weiteren wäre es sehr schwer, genügend einfache und ungekünstelte Aufgaben zu finden, die sachliches Interesse bieten und zugleich geeignet sind, jenen mathematischen Gedanken klar hervortreten zu lassen, den man an ihnen illustrieren will.

Schließlich, und das dürfte der triftigste Grund sein, ist es Aufgabe der späteren technischen Vorlesungen, die Mathematik in ihren Dienst zu ziehen und von ihr jenen Gebrauch zu machen, den der jeweilige theoretische Stand der Disziplin erfordert. Wenn der mathematische Unterricht die Vorbereitung hierzu vermittelt hat, darf man seine Mission als erfüllt ansehen.

19. Übung und Sicherheit im numerischen Rechnen sind für den Techniker zweifellos von großer Bedeutung. Der Hauptsache nach sollten diese Eigenschaften von der Mittelschule mitgebracht und an der Hochschule nur noch vervollkommnet werden. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse nicht gerade günstig, man begegnet bei einem beträchtlichen Teil der Hörerschaft geradezu einer Abneigung gegen das Zifferrechnen und einer Unbeholfenheit in den einfachsten Operationen mit Zahlen, zumal mit Brüchen, daß man staunend fragen muß, ob das die Ergebnisse eines so langen mathematischen Unterrichts seien. Die Ursachen dieser Erscheinung mögen tief liegen; es wäre von großem Wert, wenn sie von berufener Seite eingehend untersucht würden.

Es mag nun gleich erklärt werden, daß der Hochschulunterricht in dieser Richtung nicht viel helfen kann. In einer akademischen Vorlesung umständliche und langwierige Rechnungen auszuführen, geht kaum an, schon deshalb, weil die Hörer erfahrungsgemäß nicht mitfolgen. Auf der andern Seite kann eine noch so ausführliche Beschreibung des Rechnungsvorganges die Rechnung selbst nicht ersetzen. Als ein gutes Auskunftsmittel verbleibt der Modus, daß man die Ergebnisse der vorher ausgeführten Rechnung in sachgemäßer Anordnung und mit allen Details vorführt; das befriedigt das Interesse

und regt manche Hörer doch an, die Rechnung selbständig auszuführen und die Resultate zu kontrollieren.

In den Vorlesungen beschränken sich die Fälle numerischer Rechnungsbeispiele zumeist auf die Ausrechnung der wichtigen analytischen Konstanten: Der Zahlen e, π, der Moduli des gemeinen und natürlichen Logarithmensystems; auf Berechnung von transzendenten Funktionen, auf Approximierung bestimmter Integrale und Wurzeln numerischer Gleichungen. Als notwendig erweist sich die gelegentliche Fortführung bestimmter Integrationen bis zum numerischen Wert besonders dann, wenn in dem analytischen Resultat transzendente Funktionen auftreten; es bleiben sonst leicht Schwierigkeiten bestehen, deren sich der Studierende gar nicht bewußt wird.

Bei praktischen Übungen in den angewandten Fächern sollte keine Gelegenheit unbenützt bleiben, numerische Resultate herzustellen, um die nicht leicht zu erlangende Vertrautheit mit den verschiedenen Maßeinheiten zu fördern.

Für die Hörer der geodätischen Kurse sind besondere Rechenübungen eingerichtet worden; denn hier bilden Messen und Rechnen das Um und Auf der ganzen Betätigung.

20. Zur Pflege des Könnens sind an den Technischen Hochschulen neben den Vorlesungen Übungen (Korrepetitionen) eingeführt, deren Zweck in erster Linie die Behebung der mechanischen Schwierigkeiten in der Anwendung der Mathematik auf naturwissenschaftliche und technische Probleme, also die Einübung der Sätze und der Operationen wäre; darüber hinaus könnte dann zu solchen Problemen selbst übergegangen werden. Das aber setzt aktive Beteiligung der Studierenden voraus und mit der Neigung zu dieser ist es recht übel bestellt. Zwei Ursachen dürften dabei hauptsächlich zusammenwirken: der Übergang von dem Zwange der Mittelschule zur Freiheit der Hochschule und das selten anzutreffende stetige Mitarbeiten neben den Vorlesungen. Mit Unrecht wird das Arbeiten an der Tafel als etwas nicht Hochschulmäßiges empfunden und auch deshalb gemieden, weil die Unvertrautheit mit den Sätzen und Regeln Ungeschicklichkeiten und Fehler besorgen läßt; und doch kann nichts anders als auf dem Wege über diese erlernt werden.

Die ungünstigen Erfahrungen mit der Heranziehung der Studierenden zur aktiven Teilnahme haben vielfach dazu geführt, die Übungen in einem andern Sinne zu verwenden, so zur Vorführung von Beispielen und Aufgaben über das Maß dessen hinaus, was in den Vorlesungen geboten wird; in Brünn (d.) dienen sie geradezu zur Ergänzung und weiteren Ausführung der Vorlesungen und finden in dieser Form zahlreichen Zuspruch.

Um zu einem stärkeren Besuch zu veranlassen, sind die Übungen beispielsweise in Graz obligat gemacht worden in dem Sinne, daß sie

im Meldungsbuch (Index) ausgewiesen und testiert sein müssen; aber erfahrungsgemäß hat ein solches unkontrollierbares Obligatorium nur sehr bedingten Wert.

In Lemberg ist das Obligatorium dadurch eindringlicher gestaltet, daß jeder Studierende bei der Inskription eine Nummer erhält, durch die ihm eine Serie von Aufgaben aus einem bestimmten Werke[1]) zur schriftlichen Bearbeitung auferlegt ist. Die Erledigung dieses Pensums ist Bedingung für die Erlangung der Frequenzbestätigung und für die Ablegung der Einzelprüfung (s. unter 13.).

Die Abhaltung der Übungen fällt der Hauptsache nach den Assistenten zu, die den einzelnen Lehrkanzeln zugeteilt sind; zum Teil wirken auch die Professoren dabei mit. An der Grazer Hochschule fällt die ganze Arbeit den Professoren zu, weil dort Assistentenstellen für Mathematik nicht bestehen. Die Lemberger Schule strebt eine Vermehrung der Assistenten- und die Kreierung von Adjunktenstellen mit dem Hinweis auf die besonders belastende Art der dortigen Übungen an.

21. Unter den Behelfen des mathematischen Studiums und der wissenschaftlichen Arbeit auf diesem Gebiete kommen in erster Reihe die Bibliotheken der Technischen Hochschulen in Betracht. Der Doppelaufgabe, das Quellenmaterial für wissenschaftliche Arbeiten zu bieten und zugleich der Hörerschaft die zum laufenden Studium und zur Weiterbildung erforderliche Literatur bereit zu stellen, können sie, das liegt auf der Hand, nicht voll entsprechen. In Universitätsstädten — also bis auf Brünn bei allen Technischen Hochschulen — kommen die Universitätsbibliotheken zu Hilfe; aber auch das schließt die Heranziehung fremder Büchersammlungen nicht aus. Mehrere der technischen Bibliotheken suchen vornehmlich der zweiten Aufgabe zu entsprechen, sie sind dazu durch das bescheidene Ausmaß der Dotation und durch die Bedürfnisse der technischen Disziplinen gezwungen, deren Befriedigung meist einen großen Aufwand erfordert.

Die Ausstattung der einzelnen Bibliotheken mit mathematischen Werken ist verschieden je nach ihrem Alter, nach dem Modus der Aufteilung der Dotation auf die einzelnen Gebiete, aber auch nach der persönlichen Einflußnahme der Fachvertreter. Besonderes Gewicht wird überall auf möglichste Reichhaltigkeit in den Zeitschriften gelegt, womit allerdings schon ein gut Teil der verfügbaren Mittel aufgebraucht ist.

Im einzelnen sei folgendes bemerkt.

Am reichsten sowohl an älterer wie an neuerer mathematischer Literatur ist die Wiener Bibliothek, eine der bestbestellten technischen Bibliotheken überhaupt. Gut geleitete Käufe und planmäßige Nachschaffungen zur Ergänzung von Zeitschriftenreihen und Ausfüllung sonstiger Lücken, aber auch Schenkungen haben ihr während der

---

[1]) Die zweibändigen Vorlesungen von Prof. Dr. P. Dziwiński.

langen Dauer ihres Bestandes wertvolle Bücherschätze zugeführt, die sie auch im auswärtigen Ausleihverkehr nutzbar macht. In jüngster Zeit ist ihre Benützbarkeit durch die Drucklegung eines systematischen Katalogs erhöht worden, dessen 2. Heft 113 Seiten Großoktav (dazu ein Nachtrag von 31 Seiten aus 1910), die Mathematik und die darstellende Geometrie umfaßt. Im Lesezimmer liegen 47 mathematische Zeitschriften auf.

An der Grazer Bibliothek ist die neuere mathematische Literatur bis 1900 gut vertreten; seither beschränken sich die Anschaffungen vornehmlich auf Studienbehelfe für die Hörerschaft und auf Hauptwerke. Ältere Ausgaben der Klassiker fehlen fast vollständig, dagegen sind die neueren Ausgaben von Lagrange bis Weierstraß sämtlich aufgestellt. Von Zeitschriften und sonstigen periodischen Publikationen, die auf Mathematik Bezügliches bringen, sind 21 vorhanden.

Die beiden Prager Hochschulen besitzen eine gemeinsame Bibliothek, die vermöge ihres hohen Alters mit älteren und neueren Werken wohl gut versehen ist, aber unter sehr ungünstigen räumlichen Verhältnissen zu leiden hat, die auch auf die Benützung hemmend wirken.

In Brünn (d.) ist die Bibliothek wohl mit neuerer Literatur gut versorgt, die ältere ist schwach vertreten und auch an Zeitschriften und Akademieberichten herrscht einiger Mangel.

Die Bibliothek der andern Brünner Hochschule befindet sich entsprechend ihrem kurzen Bestande erst in den Anfängen. Man mußte sich bisher auf die Anschaffung einiger Zeitschriften, unentbehrlicher Sammelwerke beschränken und vor allem auf die Bedürfnisse der Studierenden so weit als möglich Rücksicht nehmen.

Die Lemberger Bibliothek ist auch jüngeren Datums, da die Büchersammlung der ehemaligen Technischen Akademie 1848 mit dem Akademiegebäude durch Feuer zerstört wurde. Durch sorgfältige Pflege ist der Bestand an mathematischen Werken und Zeitschriften auf 1530 Bände gehoben worden.

Mit Ausnahme von Wien sind in der letzten Zeit bei den mathematischen Lehrkanzeln der einzelnen Hochschulen Handbibliotheken geschaffen worden[1]), die vornehmlich den augenblicklichen wissenschaftlichen Interessen der Professoren zu dienen bestimmt sind. Auf die Ausstattung der Hauptbibliothek mit Neuerscheinungen bleibt dies selbstverständlich nicht ohne Einfluß.

Mit diesen Spezialbibliotheken sind kleine Modellsammlungen verbunden, ab und zu werden auch mathematische Instrumente angekauft. Bei den Vorlesungen jedoch dürften Modelle nur sehr selten vorgeführt werden; ihre Benützung erfolgt bei den Übungen und bei

---

[1]) Die Dotation beträgt 200 bis 250 K jährlich für jede Lehrkanzel.

gelegentlichen Anfragen von Studierenden, die sich eingehender mit dem Gegenstande befassen. Im allgemeinen darf bei den Studierenden der Technischen Hochschulen auf erhöhtes räumliches Vorstellungsvermögen und auf leichteres Verständnis für zeichnerische Darstellungen gerechnet werden.

V. Kapitel. Lehr- und Hilfskräfte.

22. Durch die grundlegenden Disziplinen wie Mathematik, darstellende Geometrie, Physik, allgemeine und analytische Chemie, die Naturwissenschaften im engeren Sinne, zum Teil auch Mechanik und Geodäsie, standen die Technischen Hochschulen seit jeher mit den Universitäten in nahen Beziehungen und dieser Zusammenhang, der in unvermindertem Maße auch heute fortbesteht, war für die Ausbildung des wissenschaftlichen Geistes von großer Bedeutung.

Was insbesondere die Vertreter der Mathematik betrifft, so sind sie, wenn man auf die letzten 50 Jahre zurückgreift, zum überwiegenden Teil aus dem Gymnasium hervorgegangen und haben ihre fachliche Ausbildung an der Universität genossen. Daneben sind einige Fälle zu verzeichnen, wo die Betreffenden technische und Universitätsstudien verbanden, zumeist war bei ihnen von vornherein das Ziel auf die Lehrlaufbahn gerichtet. Die Fälle, daß Professoren der Mathematik aus der Technischen Hochschule ausschließlich hervorgingen, können füglich als Ausnahmen bezeichnet werden.

Allerdings hatten auch die Professoren der erstgenannten zahlreichsten Kategorie vor ihrer Anstellung zumeist Gelegenheit, den Studienbetrieb der Technischen Hochschule sei es als Assistenten, sei es als Privatdozenten kennen zu lernen und die meisten verschafften sich auch einen Einblick in die Bedürfnisse der technischen Fächer und in den wissenschaftlichen Stand der technischen Literatur. Eine solche Bezugnahme erweist sich für eine fruchtbringende Gestaltung des Unterrichts als unerläßlich, ihr Fehlen in vereinzelten Fällen hat zu einer schiefen Stellung der Mathematik im ganzen Studienbetriebe geführt.

Fehlgriffe nach dieser Richtung und die ab und zu sich immer wieder vordrängende Meinung, den Technikern werde zu viel Theorie geboten und insbesondere die Mathematik enthalte viel für ihre Zwecke Entbehrliches, haben Anlaß gegeben, daß hin und wieder, wenn auch nicht in sehr lauter Weise, einem radikalen Reformgedanken Ausdruck verliehen wurde, der sich etwa in die Worte fassen läßt: „Den Ingenieur soll in allem, was er braucht, der Ingenieur ausbilden."

Die Verwirklichung dieses Gedankens — sie ist in Österreich nicht zu besorgen — würde einem Aufgeben der erreichten wissenschaftlichen Höhe gleichbedeutend sein; aber auch ein stärkeres

Annähern an ihn könnte im allgemeinen dem Wert des technischen Studiums nicht förderlich sein. Ein theoretisches Fach verlangt einmal von seinem Vertreter völlige Hingabe und dies läßt sich, von seltenen Ausnahmen abgesehen, mit praktischer Betätigung nicht vereinen.

Eine Ausdehnung des Gedankens auf die Mathematik müßte insbesondere den schwersten Bedenken begegnen. Durch alle Stufen unserer Unterrichtsorganisation geht der gesunde Grundsatz, der Lehrer müsse über dem Stoff stehen, den er zu lehren hat; und an der Hochschule tritt noch die Forderung hinzu, der Vertreter eines Faches solle in einem Gebiete desselben bis zu schöpferischer Mitarbeit vordringen, überhaupt sein Fach nach außen hin in irgend einer Form vertreten. Der Ingenieur, der in kein anderes, kein näheres Verhältnis zur Mathematik getreten ist als es ihm der Studiengang bot, wäre außerstande, selbständig über den Gegenstand zu disponieren, neu auftauchenden Bedürfnissen und Fragen aus eigener Kraft zu folgen, seine Wirksamkeit müßte an der Unselbständigkeit scheitern. Der Vertreter der Mathematik an der Technischen Hochschule muß in erster Linie Mathematiker sein, gleichgültig, auf welchem Wege er es geworden ist.

23. Das Institut der Privatdozenten an den technischen Anstalten, den jetzigen Hochschulen, datiert gleichwie an den Universitäten von der großen Schulorganisation des Jahres 1848 und ward zunächst provisorisch geregelt mit der Verordnung vom 19. Dezember 1848. Seine definitive Regelung erfolgte mit Verordnung vom 11. Februar 1888. Diese Habilitationsordnung bezieht sich zwar dem Wortlaute nach auf die Universitäten, hat aber auch auf die Technischen Hochschulen sinngemäße Anwendung zu finden. Als Zulassungsbedingung wird ein inländisches Doktorat gefordert, worunter ursprünglich nur ein solches der Universität gemeint sein konnte; ihm wurde ein Diplom über die strengen Prüfungen (s. 12.) gleichgehalten, gegenwärtig tritt das Doktorat der technischen Wissenschaften in dieselben Rechte; es kann aber über Antrag des Professorenkollegiums von dem Nachweise des Doktorats auch Dispens erteilt werden.

Hinsichtlich der Mathematik ist von der Einrichtung der Privatdozentur seitens der einzelnen Hochschulen in verschiedenem, von der Wiener Hochschule abgesehen eigentlich in geringem Maße Gebrauch gemacht worden. Die verhältnismäßig kleine Zahl von Lehrkanzeln, deren Besetzung dabei in Frage kommt und die überdies in drei nationale Gruppen scharf geschieden sind, bildet den einen Grund, ein zweiter liegt darin, daß die Technischen Hochschulen für die Tätigkeit von Privatdozenten keinen günstigen Boden darbieten, und schließlich kommt auch in Betracht, daß bei einer Besetzung die Privatdozentur an einer Universität mit gleichem Rechte in die Schranken tritt.

Der Zahl nach haben seit Bestand der Institution an den einzelnen Hochschulen Habilitationen für Mathematik (mit Einschluß der Geometrie) stattgefunden:

Wien	20
Graz	1
Prag (d.)	3
Prag (b.)	5
Brünn (d.)	2
Brünn (b.)	2
Lemberg	5.

Die Habilitanden waren der Mehrzahl nach aus der Universität hervorgegangen, ein Teil hatte technische und Universitätsstudien und ein geringer Bruchteil bloß technische Studien absolviert. Zumeist sind es Assistenten, die die venia legendi erwerben; in jüngster Zeit geschah es in Wien wiederholt, daß die Betreffenden an der Universität sich habilitierten und ihre Unterrichtsberechtigung dann auch auf die Technische Hochschule übertragen ließen; der Grund ist naheliegend.

Von den 38 Angeführten haben, soweit ich dies verfolgen konnte, 22 ihr Ziel erreicht: 5 sind Universitätsprofessoren, 16 Professoren an Technischen Hochschulen, 1 Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien geworden; von den übrigen sind einige in andere Staatsstellungen gekommen, nur äußerst wenige in die technische Praxis zurückgekehrt.

24. Den Lehrkanzeln der Mathematik sind, mit alleiniger Ausnahme von Graz, Assistenten als Hilfskräfte beigegeben, deren Aufgabe in der Abhaltung der Übungen und in der Unterstützung des Professors bei den recht umfangreichen administrativen Arbeiten besteht. In Wien datiert die Einrichtung weit zurück und hatte hier in früherer Zeit, wo Übungen in sehr weitem Umfang abgehalten wurden, besondere Bedeutung; die Assistenten jener Zeit spielten bei der Studentenschaft eine große Rolle, verblieben viele Jahre in ihrer Stellung und ihre Namen haben sich erhalten. An den andern Hochschulen sind Assistentenstellen erst nach und nach errichtet worden, für beide Lehrkanzeln gemeinsam; erst mit der steigenden Frequenz wurden die Stellen vermehrt, so daß jetzt zumeist zwei Assistenten der Mathematik bestellt sind — in Lemberg erst seit zehn Jahren. Sollte eine intensivere Pflege der Übungen Platz greifen, was im Interesse der Studierenden zu wünschen wäre, so müßten weitere Vermehrungen erfolgen.

In früherer Zeit wurden vielfach absolvierte Techniker, die sich in der Mathematik hervorgetan, als Assistenten bestellt. Seit langem

jedoch werden für diese Stellen junge Männer bevorzugt, deren Absicht auf die Lehrlaufbahn gerichtet ist, also absolvierte Universitätsmathematiker und insbesondere Kandidaten des Lehramtes an Mittelschulen. Sie finden dann, soweit sie sich nicht durch Habilitation in festere Verbindung mit der Hochschule gesetzt haben, weitere Anstellung an Mittelschulen und anderen höheren Bildungsanstalten, nur wenige wenden sich der technischen Praxis zu.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 6.

DIE MATHEMATISCHEN SCHULBÜCHER AN DEN MITTELSCHULEN UND VERWANDTEN ANSTALTEN.

VON

DR. PHILIPP FREUD
SUPPLENT AN DER I. STAATSREALSCHULE IN GRAZ.

WIEN 1910.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Die mathematischen Schulbücher an den Mittelschulen und verwandten Anstalten.

Von Dr. Philipp Freud.

A. Allgemeiner Teil.

1. Vorbemerkung.

Der vor einem Jahre erschienene Bericht über die mathematischen Lehrbücher der norddeutschen höheren Schulen [1]) weist eine Mannigfaltigkeit von Versuchen auf, dem Unterricht der elementaren Mathematik sachlich neue Gebiete zu erschließen und traditionelle Stoffe nach teils neuen, teils doch nicht alltäglichen Methoden zu behandeln. In der österreichischen Lehrbuchliteratur war bis vor kurzem von solchen didaktischen Experimenten, die auch dann dem Unterricht neue Anregungen geben, wenn sie sich in der Praxis nicht völlig bewähren, wenig zu finden; vielmehr war der Charakter aller unserer Lehrbücher nahezu gleichartig, was hauptsächlich dem Umstand zuzuschreiben sein dürfte, daß der Stoff und zum Teil auch die Unterrichtsmethode in den staatlichen Lehrplänen und Instruktionen bis ins einzelne ausgearbeitet vorlagen. Die Veröffentlichung von Lehrgängen, welche von diesem Muster wesentlich abwichen, mag Lehrern und Verlegern mit Rücksicht auf die Approbationsvorschriften als wenig aussichtsvoll erschienen sein.

Verschiedene Erlässe des Ministeriums [2]) setzen folgende Bedingungen für die Zulassung eines Lehrbuches zum Unterrichtsgebrauch fest: Das Buch muß im Druck vorliegen, seine typographische und sonstige Ausstattung und sein Preis müssen zweckentsprechend sein, ein Lehrkörper muß durch die Landesschulbehörde (die ein Gutachten beifügen kann) den Antrag auf Einführung stellen. Das Ministerium fordert über das Werk die Beurteilung von Schulmännern ein, worauf

[1]) Dr. W. Lietzmann, Stoff und Methode im mathematischen Unterricht der norddeutschen höheren Schulen auf Grund der vorhandenen Lehrbücher, Teubner 1909.

[2]) Hauptsächlich die Erlässe vom 16. April 1850, 17. Juni 1873 und 15. August 1880.

die Approbation gewährt werden kann, die aber für jede nicht wörtlich abgedruckte Neuauflage abermals einzuholen ist. Soll ein Lehrbuch an einer Anstalt durch ein anderes ersetzt werden, so muß den dahinzielenden Antrag des Lehrkörpers eine sachliche Begründung begleiten.

Erst die Reformbewegung, die von der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte ausgegangen ist, hat auch in unserer Lehrbuchliteratur neuartige Versuche hervorgerufen, die umso fruchtbarer zu werden versprechen, als die jüngst erschienenen österreichischen Lehrpläne nur die Grundlinien für einen den heutigen Auffassungen entsprechenden Unterrichtsbetrieb festlegen, für die Ausführung im einzelnen aber weitgehende Freiheit lassen.

Die sachlichen und methodischen Verschiedenheiten der Lehrbücher, die aus diesem Bericht zu ersehen sein werden, entfallen somit größtenteils auf die Erscheinungen der letzten zwei Jahre. Da nun von mehreren der neuen Werke die für die Oberstufe bestimmten Teile noch nicht erschienen sind, wird unsere Lehrbuchliteratur schon in den nächsten Jahren ein mannigfaltigeres und wohl auch sachlich mehr befriedigendes Bild ergeben als dieses Referat zu bieten vermag. Es umfaßt die Lehrbücher, Aufgabensammlungen und numerischen Tafeln, die seit 1884 an österreichischen Mittelschulen [d. i. Gymnasien, Realgymnasien und Realschulen[1])], ferner an Lehrerbildungsanstalten, höheren Handels- und Gewerbeschulen und Mädchenlyzeen eingeführt oder doch zu diesem Zweck bestimmt waren. Dem Bericht ist ein Bücherverzeichnis angehängt, für dessen Vollständigkeit und Genauigkeit im einzelnen allerdings nicht durchaus Gewähr geleistet werden kann. Die Lehrbücher für geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie wurden nicht aufgenommen.

2. Über den allgemeinen Charakter der österreichischen Lehrbücher.

Man unterscheidet häufig zwei Typen von Lehrbüchern: „Systematische Werke“ oder „Leitfäden“ und „methodische Lehrgänge“. Jene sind nur für die Hand des Schülers bestimmt, und sollen ihm in möglichster Kürze die wichtigsten Tatsachen in übersichtlicher Disposition liefern; diese wenden sich vielfach ebenso an den Lehrer wie an den Schüler, sie entwickeln den Stoff nach bestimmten didaktischen Grundsätzen in zusammenhängender Form und mit der Ausführlichkeit, die nötig erscheint, um die methodischen Ansichten des Verfassers zur Geltung zu bringen.

1) Im folgenden bedeutet UR, UG Unterrealschule und Untergymnasium, OR, OG Oberrealschule und Obergymnasium. US, MS, OS Unter-, Mittel- und Oberstufe der Mittelschulen.

Die früheren amtlichen Instruktionen sind für die erste Gattung eingetreten; so sagt der Gymnasiallehrplan von 1884: „Das Lehrbuch kann nach streng dogmatischer Methode, welche für eine kurze schriftliche Darstellung große Vorteile bietet, abgefaßt sein, ohne daß dadurch das heuristische Verfahren im Unterricht beeinträchtigt zu werden braucht.“ Dieser Grundsatz hat bis vor kurzem in unserer mathematischen Schulliteratur unbestrittene Geltung gehabt. Die Verfasser trachteten nach einem möglichst scharf gegliederten System, dessen Details so kurz ausgeführt sind, daß sie dem Lehrer zwar eben nur eine Richtlinie für die praktische Unterrichtsführung geben, aber der häuslichen Wiederholung den Stoff in konzentrierter und darum übersichtlicher Form darbieten. Das Buch für die Unterstufe unterscheidet sich nur durch wenige theoretische Einschaltungen von einer sachlich disponierten Aufgabensammlung (vergl. z. B. die Arithmetik von Wallentin für Untergymnasien), der konstruktive Teil wird von dem beschreibenden völlig abgetrennt (siehe z. B. Schram-Schüsslers „Vorschule“), die einzelnen Lehrsätze erscheinen (in Büchern der Oberstufe) ohne Erwähnung ihres inneren Zusammenhanges auf Grund irgend einer, meist äußerlichen Einteilung gruppiert [1]) und nur mit Rücksicht auf ihre logische Beweisbarkeit aneinandergereiht.

Der Gymnasiallehrplan von 1900 gibt zwar ebenfalls die Unterstützung der häuslichen, wiederholenden Tätigkeit des Schülers als ausschließlichen Zweck des Buches an und erklärt: Das Lehrbuch „hat den zu absolvierenden Lehrstoff in wissenschaftlich-systematischer Anordnung vorzuführen und soll im Untergymnasium mehr den Charakter eines Übungsbuches als den eines Lehrbuches haben;“ aber er kommt etwaigen methodischen Tendenzen der Verfasser doch schon mit dem Wunsch entgegen, das Buch möge „die Mitte zwischen ausführlichen Vortrage und trockener Aufzählung“ halten.

Indessen nähern sich erst einige der neuesten Lehrbücher (z. B. das Unterrichtswerk von Suppantschitsch) mehr der „methodischen“ Richtung, vermutlich in dem Bestreben, zugleich mit dem erneuerten Stoff moderne Methoden auszubreiten und dadurch die Verfolgung der Ziele, die gegenwärtig dem mathematischen Unterricht gesetzt werden, zu fördern.

3. Über die Verbreitung der einzelnen Schulbücher.

Da die Lehrbücher, wie soeben ausgeführt, bis vor kurzem nur geringe inhaltliche und methodische Unterschiede zeigten, wurde ihre

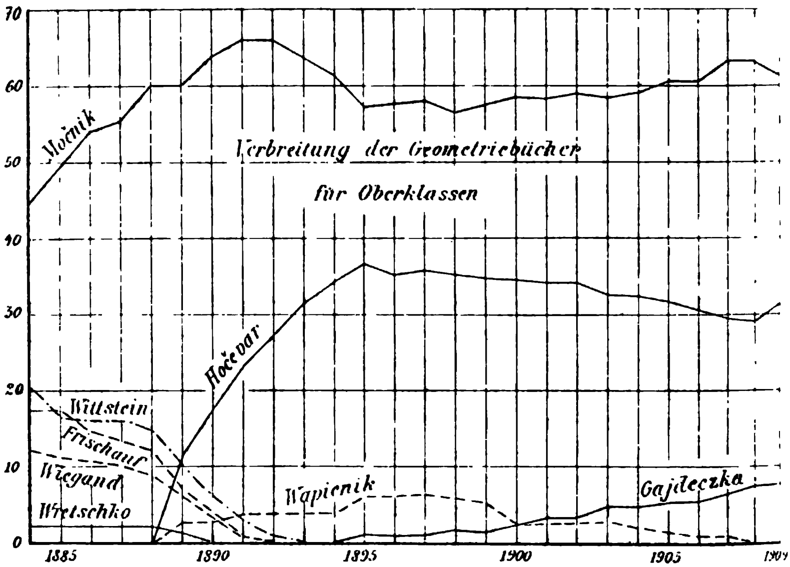
---

[1]) Z. B. wird der erste Hauptabschnitt der Planimetrie nach der Seitenzahl der untersuchten Figuren eingeteilt.

relative Verbreitung nur durch äußere Gründe bestimmt; das Überwiegen des Gebrauches einzelner Werke zeigt daher nicht etwa die allgemeine Parteinahme für eine bestimmte didaktische Richtung an.

Im Auftrag der österreichischen Abteilung der I. M. U.-K. hat Herr cand. phil. R. Urschütz die absoluten Zahlen der Bücher festgestellt, die an den Gymnasien und Realschulen seit 1884 eingeführt waren. Dabei standen die Jahresberichte der Anstalten als einzige Quelle zur Verfügung. In vielen dieser Programme waren allerdings

Fig. 1.

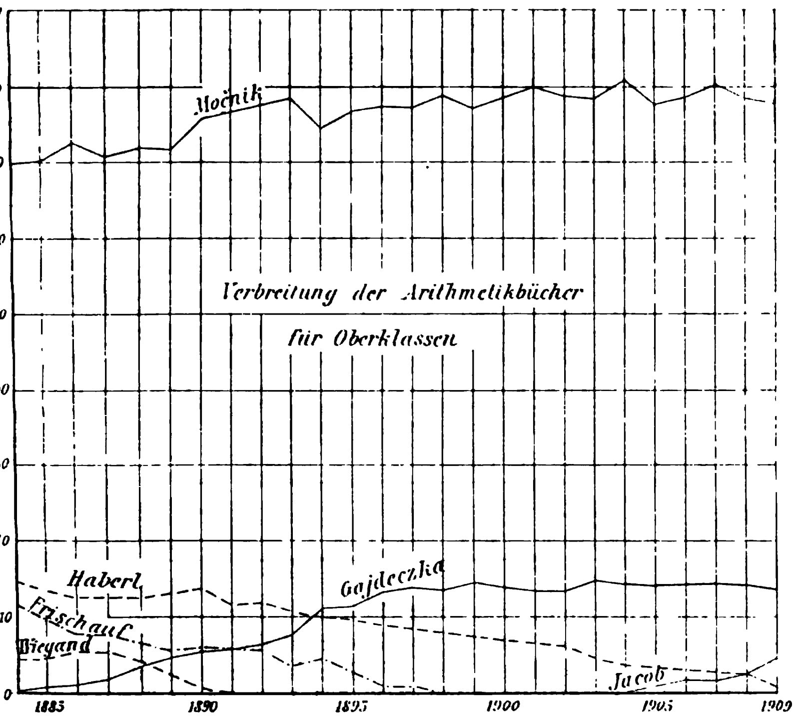


die verwendeten Lehrbücher unvollständig oder gar nicht mitgeteilt; immerhin dürfte das Bild, das sich dabei von der relativen Häufigkeit der einzelnen Werke im Schulbetrieb ergibt, ungefähr der Wirklichkeit entsprechen. Die über das Schuljahr 1909/10 zur Verfügung stehenden Daten waren freilich allzu lückenhaft, um verwendet werden zu können; doch entnimmt der Referent aus einer kursorischen Durchsicht einer größeren Anzahl von Jahresberichten des letzten Schuljahres, daß neben den Neubearbeitungen älterer Werke auch ganz neue, nach modernen Grundsätzen verfaßte Bücher in beträchtlicher Zahl verwendet werden. Speziell dürfte Jacobs Arithmetik jetzt mit in erster Reihe stehen.

In den beiden Diagrammen, Fig. 1 und 2, die der Referent nach den ihm gelieferten Angaben gezeichnet hat, stellt jede Linie die

Verbreitung eines Lehrbuches dar, auf der Abszissenaxe sind die Schuljahre aufgetragen, die Ordinaten bedeuten das prozentuelle Verhältnis der Anzahl von Schulen, an welchen das betreffende Buch eingeführt war, zu der Gesamtzahl der für dieses Jahr angemeldeten Lehrbücher desselben Gegenstandes; z. B. ist in Fig. 1 die Ordinate für Hočevars Geometrie zu 1895: 36, d. h. zu allen Lehrbüchern der Geometrie (Oberstufe), die 1895 von allen Anstalten zusammen angemeldet wurden,[1]) trägt das genannte Werk 36 Prozent bei.

Fig. 2.



In beiden Figuren bemerkt man ein bedeutendes Überwiegen der Bücher von Močnik auf der Oberstufe; dies dürfte seinen Grund[2]) hauptsächlich in dem Umstande haben, daß die Bücher jenes Verfassers unter den ersten nach der Reorganisation der österreichischen Mittelschulen waren, welche den damals neuen Lehrplänen bis ins

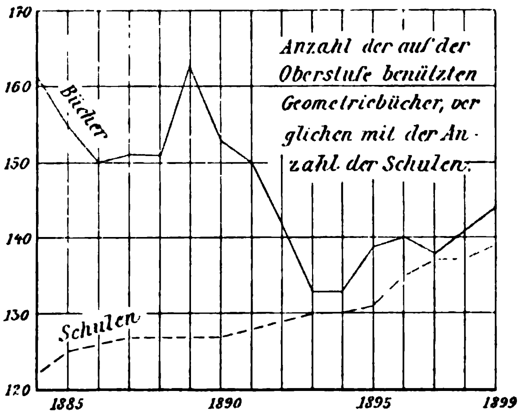
[1]) Manche Anstalt hat gleichzeitig mehrere Bücher über denselben Gegenstand angemeldet.

[2]) Es ist eine ähnliche Erscheinung wie bei dem Unterrichtswerk von Kambly in Norddeutschland.

Detail entsprachen. Früher waren auch ausländische Werke, wie die von Wittstein und Wiegand, ziemlich stark verbreitet, sie sind aber seit etwa 20 Jahren aus unserem Unterrichtsbetrieb vollständig verschwunden.

Das folgende Diagramm zeigt deutlich, wie die Schulen nach dem Ausprobieren verschiedener Lehrtexte in den achtziger Jahren allmählich an einem bestimmten Buch festzuhalten begannen; während noch 1884 an den damals bestehenden 122 Obergymnasien und Oberrealschulen mindestens 162 Lehrbücher der Geometrie für die Oberstufe in Verwendung waren [1]) — einige Anstalten gebrauchten bis zu fünf Büchern dieses Gegenstandes auf einmal — sind 1899 für die 139 derartigen Schulen nur 144 Bücher angezeigt, so daß also nun fast jede in allen Klassen der Oberstufe dasselbe Werk benützt. [2])

Fig. 3.



Die Verwendung von Aufgabensammlungen auf der Oberstufe, unter welchen früher für Geometrie die von Hočevar, für Arithmetik die von Heis und Wallentin am meisten gebraucht wurden, nimmt beständig ab, weil die Lehrbücher jetzt zumeist selbst hinreichenden Übungsstoff enthalten.

Unter den Logarithmentafeln sind die von Schlömilch, danach die von Greve und Jelinek am meisten verbreitet; früher wurde auch die im Taschenformat gedruckte Tafel von Adam viel verwendet.

---

[1]) Tatsächlich war die Zahl der eingeführten Lehrbücher noch bedeutend größer, von vielen Schulen fehlen nämlich, wie schon erwähnt, die Angaben.

[2]) Das Hinaufschnellen der Linie im Jahr 1889 fällt mit der Neueinführung von Hočevars Geometrie in die erste Klasse der Oberstufe vieler Anstalten zusammen.

In den Untergymnasien wurden während der achtziger Jahre fast ausschließlich Močniks Lehrbücher gebraucht, später ist ihre Häufigkeit sehr gesunken und die Bücher von Močevar sind gegenwärtig fast ebenso stark verbreitet. Für Unterrealschulen wurden früher am häufigsten die Arithmetikbücher von Villicus und Ranitzky und die Geometrie von Streißler verwendet, dann haben Močniks Arithmetik und Rossmanith-Schobers Geometrie das Übergewicht erhalten. Außerdem ist die Arithmetik von Glöser und die Geometrie von Menger ziemlich häufig anzutreffen.

Von den österreichischen Mittelschulen mit nicht deutscher Unterrichtssprache[1]) haben die italienischen und ruthenischen fast ausschließlich Übersetzungen von solchen Büchern im Gebrauch, die auch an deutsch-österreichischen Schulen eingeführt sind oder waren[2]), u. zw. verwenden die ruthenischen Anstalten nur Übersetzungen der Bücher von Močnik, ebenso jetzt die meisten italienischen Schulen, während an den letzteren früher mehr die Werke von Wittstein und Frischauf verbreitet waren.

Die rumänischen und slowenischen Anstalten haben früher gleichfalls nur Übersetzungen von Močniks Lehrbüchern benützt; seit 1895, bezw. 1900 sind an deren Stelle in der eigenen Sprache verfaßte Bücher getreten: Arithmetik und Geometrie von Cassovici (rumänisch) und von Matek (slowenisch).

Auch an den polnischen Schulen hat sich von den früher viel verwendeten Übersetzungen der Bücher Močniks jetzt nur die Geometrie für Oberklassen erhalten und in geringerer Verbreitung auch die für Unterklassen. Im übrigen werden fast nur polnische Originalwerke benutzt, am meisten die Lehrbücher der Algebra von Brzostowicz, Dziwinski und Baraniecki und die Geometrie von Jamorgiewicz.

Die tschechischen Mittelschulen verfügen über eine ausgedehnte mathematische Literatur. Man trifft in den Jahresberichten nur noch ganz wenige Übersetzungen aus dem Deutschen (Močnik); vielmehr ergeben sich die folgenden Bücher tschechischer Verfasser als am meisten verbreitet: Die Arithmetikbücher von Machovec, Tuma und Jeřabek (US), Algebra von Taftl, Hoža und Stary-Machovec (OS), Geometrie von Jarolimek (US), Jandečka und Strnad (OS), Aufgabensammlungen von Hromadko-Strnad und Zdrahal, Logarithmentafel von Studnička.

---

[1]) Auch diese Angaben beruhen auf der von Herrn Urschütz gemachten Zusammenstellung.

[2]) Die einzige Ausnahme dürften die italienischen Bücher von Ströll, „Forme geometriche“ und „Elementi di Geometria“ bilden, die an mehreren Unterrealschulen in Verwendung stehen.

Die folgende Besprechung des Inhaltes der Lehrbücher und das Bücherverzeichnis im Anhang beziehen sich nur auf die in deutscher Sprache erschienenen Werke.

B. Besonderer Teil.

1. Numerisches Rechnen.

Das Interesse der Mittelschullehrer für die didaktische Darstellung der Grundrechnungsarten äußert sich in einer beträchtlichen Zahl von Programmaufsätzen und Sonderschriften, die über diesen Gegenstand vorliegen[1]). Auch ein genauer Vergleich der zahlreichen Arithmetiklehrbücher für die Unterstufe zeigt in vielen Details die große methodische Sorgfalt, welche in Österreich diesem Zweig des Unterrichtes gewidmet wird. Allen ist augenscheinlich der Grundsatz gemein, daß der Rechenunterricht der Mittelschule mehr auf Verständnis als auf große Geläufigkeit hinzuarbeiten habe. Mechanische Rechenregeln finden sich nirgends, auf Rechenvorteile wird geringes Gewicht gelegt.

Hier sei nur die viel diskutierte Frage nach der Stellung der Dezimalbrüche erwähnt; in den verschiedenen Ausgaben der Lehrpläne wurden sie bald der Bruchlehre, bald — als nur in der Schreibweise von den dekadischen Zahlen verschieden — dem Rechnen mit diesen eingeordnet. Die erstere Auffassung wird z. B. in dem Lehrbuch von Schram-Schüssler, die letztere sowohl in den alten (z. B. Knirr-Schenk), als auch in den jüngst erschienenen Lehrtexten befolgt. Für das Einordnen der Dezimalzahlen unter die Brüche spricht außer dem inneren Zusammenhang beider auch die Schwierigkeit, das Multiplizieren mit dem gebrochenen Wert zu erklären; gegen jene Einordnung könnte wohl nur eingewendet werden, daß die relativ schwierige Bruchlehre das dezimale Rechnen zu spät an die Reihe kommen lasse.[2]) — Im wiederholenden Kursus der Rechengesetze auf der Oberstufe erscheinen die Dezimalzahlen stets als Bestandteil der Bruchlehre.

---

[1]) Z. B. Bergmann: „Die vier Grundrechnungsarten". (Pichler, 1895). Lanner: „Die wissenschaftlichen Grundlagen des ersten Rechenunterrichtes." (Fromme, 1905).

[2]) Höfler (Didaktik), befürwortet die zuletzt genannte Anordnung (Dezimalzahlen nach dem Positionssystem, nicht als Brüche) und schlägt vor, die Multiplikation mit einer Dezimalzahl durch formale Rekursion zur niedrigeren Stelle zu erklären. Dagegen verbindet E. Lindenthal in seiner „Rechenlehre" von vornherein einfachste, ohne Regeln anschauliche Bruchrechnungen mit dem ganzzahligen Rechnen; die dabei gewonnenen Regeln werden speziell auf die Dezimalbrüche angewendet.

Die Praxis des Rechnens mit größeren Zahlen wird in den Schulbüchern ziemlich gleichmäßig gelehrt; allen ist die sogenannte österreichische Subtraktionsmethode gemein, die darin besteht, daß jede Stelle des Subtrahenden zu der entsprechenden des Minuenden ergänzt und eine etwa nötige Vermehrung der letzteren um eine höhere dekadische Einheit durch deren Addition zur nächsten Stelle des Subtrahenden ausgeglichen wird. Bei der Dezimaldivision wird teils die Vorausbestimmung des höchsten Stellenwertes des Quotienten verlangt, teils zuerst der Divisor auf eine ganze Zahl reduziert; bei Močnik-Zahradniček wird der höchsten Stelle des Divisors zunächst der Stellenwert der Einer verschafft.

Die neuesten Lehrbücher ersetzen vor allem die theoretischen Erläuterungen der Operationen im ersten Jahrgang durch praktische Beispiele mit benannten Zahlen; so wird die Multiplikation mit einem Bruch, die früher entweder durch das Vertauschungsgesetz oder durch formale Rekursion (z. B. mit der Multiplikatorenreihe 8, 4, 2, 1, $^1/_2$, $^1/_4$, . . .) diktiert wurde, jetzt meist an der Hand eines praktischen Beispiels (z. B. Preisbildung) erklärt. Dabei wird auf die vollständige Einsicht in die dem Rechnen zugrunde liegenden Gesetze eher mehr Gewicht gelegt als früher (besonders in dem Buch von Suppantschitsch) und diese Tendenz durch Vermehrung der graphischen Darstellungen unterstützt.

Das abgekürzte Rechnen mit vorgeschriebener Stellenzahl des Resultates steht in manchen älteren Büchern schon im Lehrstoff der ersten Klasse.[1]) Dann rückt es in den Stoff der zweiten Klasse auf, während das Rechnen mit unvollständigen Zahlen (Lehrplan für Gymnasien, 1884) der dritten Klasse vorbehalten bleibt. Neuerdings wird diese ganze Technik erst im Stoff der dritten Klasse dargestellt und zwar im Zusammenhang mit den Flächen- und Körperberechnungen, wodurch sich die Zahl der verwendeten Dezimalstellen von selbst in natürlichen Grenzen hält, die früher nicht selten überschritten wurden. Die meisten Verfasser deuten dabei an, wie die relative Genauigkeit von Zahlen zu vergleichen sei, ohne daß der erreichbare oder erreichte Genauigkeitsgrad bei den einzelnen Rechnungen peinlich untersucht würde. Auch die in den Lehrbüchern der Oberstufe zum zweiten Mal erscheinende Approximationsrechnung geht darin nicht weiter; nur Schmidt (Elementarmathematik I) beschäftigt sich etwas genauer mit ihren theoretischen Grundlagen.

---

[1]) „Erste bis achte Klasse" der Mittelschulen (Realschulen sind siebenklassig) ist gleichbedeutend mit „11. bis 18. Lebensjahr"; die Unterstufe umfaßt die I. bis IV., die Oberstufe die V. bis VIII. Klasse. Nach den neuen Lehrplänen (1908/09) zerfällt der Unterricht in eine Unter- (I. bis III.), Mittel- (IV. bis V.) und Oberstufe (VI. bis VIII. Klasse).

Das Quadrieren und Kubieren dekadischer Zahlen wird meist in Verbindung mit den betreffenden algebraischen Umformungen gelehrt und in den neuen Büchern durch Figuren veranschaulicht; bei Suppantschitsch wird auch das Quadratwurzelziehen geometrisch — nach dem Verfahren des Theon — erklärt. Gegen das mühsame Ausziehen der Kubikwurzel, das sich lehrplangemäß auch in den neuen Büchern für die Unterstufe findet, hat man mehrfach eingewendet, daß es zwei Jahre später durch die Logarithmenrechnung ohnehin überflüssig wird; andrerseits dürften nur eine bis zwei Lehrstunden, die Höfler darauf zu verwenden vorschlägt, dem Schüler nicht die für Anwendungen in der Geometrie nötige Rechensicherheit verschaffen. Ein Ausweg würde wohl darin bestehen. daß den Lehrbüchern dieser Klasse eine Tafel der Kubikwurzeln, etwa aus den Zahlen 1 bis 1000, beigegeben würde.

Das genäherte Radizieren wurde in den älteren Büchern schließlich durch abgekürzte Division bewerkstelligt, später ganz fortgelassen, wird aber neuerdings hie und da wieder aufgenommen (Suppantschitsch, Unterstufe). Eine Begründung numerischer Näherungsformeln, wie $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x$ findet sich gelegentlich in der Algebra der Obersiufe (Hočevar, Schmidt).

Das logarithmische Rechnen erfolgt an Handelsakademien mit der siebenstelligen, sonst mit der fünfstelligen Tafel; erst die neuen Lehrpläne haben neben den fünfstelligen auch die vierstelligen Logarithmen zugelassen. Die (wohl bisher einzige) vierstellige Tafel österreichischen Verlages, von Arbes, ist allerdings gegenwärtig nur an wenigen Schulen eingeführt.[1] Die sogenannten Gauß'schen Logarithmen, die in älteren Büchern, z. B. Wittstein, eingehend behandelt werden, bilden jetzt wohl kaum mehr einen Gegenstand des Unterrichtes. — Jedes Lehrbuch bringt wenigstens das Prinzip der Berechnung der Logarithmen; Jacob begnügt sich mit dem Hinweis darauf, daß z. B. die erste Dezimalstelle des Logarithmus durch Probieren mit der 1., 2., 3. . . . Potenz der zehnten Wurzel aus der Basis zu finden sein muß. Die Mehrzahl der Verfasser benutzt die Methode, den Numerus als Produkt von Potenzen der Form $10^{(\frac{1}{2})^n}$ durch sukzessives Quadratwurzelziehen darzustellen. Wallentin verwendet das Prinzip der Kettenbruchentwicklung, Wittstein die wiederholte Berechnung des geometrischen Mittels eingrenzender Näherungswerte; Schmidt (Realschule) zeigt, wie die Bürgi'schen Logarithmen, die durch Korrespondenz einer arithmetischen und einer

[1]) Diese Tafel bereitet im goniometrischen Teil auf die Dezimalteilung des Winkels vor, indem sie Intervalle von sechs zu sechs Minuten beobachtet. Ein Nachteil dürfte es sein, daß darin die sonst üblichen Tabellen physikalischer und astronomischer Konstanten fehlen.

geometrischen Reihe definiert werden und deren Basis aus der Gleichung $10^{-4} = {}^{x}log.\ (1 + 10^{-4})$ zu bestimmen wäre, verhältnismäßig leicht berechnet werden können und wie man, durch Berechnung des Moduls, zu jedem andern, z. B. zum Zehnersystem übergehen kann Močnik-Zahradniček verspart die Angabe einer Berechnungsmethode der Logarithmen auf das Kapitel über Infinitesimalrechnung.

2. Praktische Rechnungsarten.

In den älteren Lehrbüchern der Arithmetik für Unterklassen nehmen die kaufmännischen Rechnungen einen großen Raum ein und enthalten schon ziemlich komplizierte Aufgabentypen. Beispielsweise findet man schon im Stoff der ersten Klasse des Buches von Wallentin ein Kapitel über die einfachsten Schlußrechnungen (Zweisatz), in dem der zweiten Klasse die Rechnungen des sogenannten Dreisatzes, dann auf Grund der Proportionenlehre eine weitere Reihe dieser Aufgaben, mit Anwendung auf die Berechnung der Prozente „vom, auf und im Hundert"; in den Stoff der vierten Klasse werden die Proportionen von neuem aufgenommen, auf die einfache und zusammengesetzte Regeldetri, den Kettensatz, die Diskontrechnung, Teilregel und Zinseszinsrechnung angewendet. Ein Teil der älteren und selbst noch einige neuere Lehrbücher gründen schon von Anfang an diese Rechnungsarten auf die Proportionen (z. B. Schram-Schüssler, Hočevar, 6. Aufl.), was aber die üble Folge hatte, daß die Schüler das proportionale Schließen selbst völlig verlernten und an der bloßen Rechnungsform festhielten.

Dieser Vorgang, der dem Schüler schon in den Unterklassen eine solche Menge von — angeblich für die Praxis nötigen — Modifikationen desselben Aufgabentypus aufbürdet, wurde später gemildert und ein Blick in ein neues Lehrbuch, z. B. in das von Jacob, zeigt, daß der größte Teil davon verschwunden ist. Die Proportionen treten überhaupt erst bei den Gleichungen, als spezielle Form derselben, auf; in den vorhergehenden Klassen wird nur der Gedanke der proportionalen Abhängigkeit eingeführt und auf die einfachsten Fälle der Schlußrechnung, die jetzt nicht nur kaufmännischen Gegenständen dient, angewendet. Die Zinseszinsrechnung ist als Anwendung der geometrischen Reihen auf die Oberstufe verlegt worden und wird hier mit der Rentenrechnung verbunden.

Einen erheblich größeren Raum als in Mittelschulen nehmen die praktischen Rechnungen in Mädchenlyzeen ein. Der ganze letzte Band des am meisten verbreiteteten Lehrbuches dieser Schulgattung (Duport) ist derartigen Aufgaben gewidmet; er enthält außer der Zinseszins- und Rentenrechnung Abschnitte über Wertpapiere, Wechsel, Versicherungswesen und sogar über Buchhaltung. Auch in dem Buch von

Kraus für Lehrerbildungsanstalten ist dieses Kapitel ziemlich umfangreich. Es versteht sich, daß die Lehrbücher für Handelsakademien darin noch weiter gehen; es treten unter anderem größere Abschnitte über die Tilgung von Anleihen und über Versicherungen hinzu.

3. Die Eigenschaften der ganzen Zahlen.

Aus der Zahlentheorie sind nur sehr geringe Teile in den Elementarunterricht übergegangen und diese sind in der letzten Zeit noch verkürzt worden. Die einfachsten Sätze über Teilbarkeit dienen als Vorbereitung des Bruchrechnens. In neueren Lehrbüchern wird übrigens ein erster einleitender Kurs über Brüche noch vor diese Sätze gestellt. Sie enthalten im allgemeinen einige Regeln zur Entscheidung über Teilbarkeit (Knirr-Schenk benützt dabei das Bild einer Art Zählmaschine mit Kugeln), die einfachsten Sätze über Teilbarkeit von Zahlenverbindungen (Summe, Differenz, ...), den Begriff der Primzahl (Aufsuchung meist mittels des „Siebes des Eratosthenes") und die Primfaktorenzerlegung; diese wird dann zur Bestimmung des größten Maßes und kleinsten Vielfachen mehrerer Zahlen verwendet; daneben tritt mitunter die Kettendivision. Bemerkenswert dürfte der Versuch neuerer Lehrbücher (Jacob, Suppantschitsch) sein, dieses abstrakte Gebiet durchwegs an Beispielen des täglichen Lebens abzuhandeln.

Auf der Oberstufe kommt zu diesen Elementen der Hauptsatz der Teilbarkeitslehre hinzu, daß jeder Teiler des Produktes zweier Zahlen, der zu einem Faktor teilerfremd ist, im andern Faktor aufgeht (mittels Kettendivision bewiesen), dann der Beweis für die Eindeutigkeit der Primfaktorenzerlegung und mitunter (z. B. bei Hočevar) Euklids Beweis für die Unbegrenztheit der Primzahlenfolge. Daß die Zahlenlehre auf der Oberstufe häufig mit Buchstaben statt mit speziellen Zahlen bestritten wird, dürfte sie wohl schwieriger, aber kaum evidenter machen.

Hierher gehört auch die Darstellung einer Zahl in Positionssystemen mit von 10 verschiedener Basis; gewöhnlich wird diese Möglichkeit an den Basen 2 und 12 demonstriert.

Die diophantischen Gleichungen, in verschiedenen Lehrplänen verschiedenen Klassen der Oberstufe zugeteilt, werden durch Probieren, durch die Substitutionsmethode oder nach Eulers Verfahren gelöst. In den Lehrbüchern, die vor der Abschaffung der Kettenbrüche aus dem Lehrplan erschienen sind (z. B. Wallentin) schließt sich an diese Lösungsmethode der Begriff des Kettenbruches mit dem Teilzähler 1; dann werden die einfachsten Eigenschaften der Näherungsbrüche entwickelt, darunter auch die wichtige Tatsache, daß der abgebrochene Kettenbruch die stärkste rationale Approximation liefert;

zuletzt wird Lagranges Methode der Auflösung diophantischer Gleichungen beschrieben.

In den neuesten Lehrplänen sind auch die diophantischen Gleichungen nicht mehr genannt und infolgedessen aus einigen der jüngst erschienenen Lehrbücher weggeblieben. Andere bringen noch das einfachste Auflösungsverfahren der unbestimmten Gleichungen im Kapitel der Bestimmungsgleichungen mit mehreren Unbekannten. Auf die geometrische Deutung geht nur Suppantschitsch (MS) ein. Die meisten Lehrbücher der Oberstufe besprechen auch einige unbestimmte Gleichungen höheren Grades, z. B. die Pythagoräische Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$. Endlich liefern die Progressionen mitunter Aufgaben über ganze Zahlen (Summe der n ersten ganzen Zahlen, ihrer Quadrate und Kuben u. dgl.).

4. Die Grundlagen der Arithmetik; relative und komplexe Zahlen.

Die Grundgesetze der Arithmetik werden auch auf der Oberstufe meist induktiv durch Anschauungsargumente oder Abzählung an kleinen Zahlen gewonnen. Außerdem gibt die Mehrzahl der Lehrbücher, freilich nicht einwandfrei, einige allgemeine Größenbeziehungen als Axiome der Arithmetik an, meist die fünf Größensätze des Euklid. Ein vollständiges System von arithmetischen Axiomen, ungefähr gleichlautend mit dem in Hilberts „Grundlagen der Geometrie“, gibt Suppantschitsch (MS). Jacob (OG, 1907) legt der Arithmetik drei Sätze zugrunde, die im wesentlichen aussagen, daß es Einheiten und Vielheiten gibt und daß die letzteren durch Zusammenfassen ihrer Einheiten als höhere Einheiten, Mengen, begriffen werden können.

Hier sei bemerkt, daß das Wort „Menge“ stets nur im Sinne der endlichen Vielheit vorkommt; auf die Mengenlehre geht kein Autor ein, bloß bei Suppantschitsch (MS) werden einige Eigenschaften der Menge der rationalen Zahlen erwähnt und begründet.

Die Erweiterungen des Zahlensystemes erfolgen im Anschluß an die betreffenden algebraischen Operationen mit wenigstens grundsätzlicher Anerkennung des Prinzipes der Permanenz der Rechengesetze. Allerdings besteht schon über den Umfang der Grundgesetze, die jedesmal als permanent nachzuweisen wären, keine volle Übereinstimmung, z. B. wird das assoziative Gesetz häufig nicht vom kommutativen unterschieden, das distributive wird bei Jacob nicht zu den Grundgesetzen gerechnet etc.

Die Einführung der relativen Zahlen erfolgt fast stets im Anschluß an die Subtraktion oder nach den vier Grundoperationen in absoluten ganzen Zahlen, also vor der systematischen Einführung der

Brüche. Villicus und Jacob (UR 1910) erweitern das Zahlensystem noch vor dem Beginn der Algebra. Wittstein definiert zunächst das ganze System der reellen Zahlen durch Erklärung aller Elementaroperationen mit Einschluß des Logarithmierens und führt dann erst den Aufbau der Arithmetik durch. Nur bei Heis werden die gebrochenen Zahlen, dem historischen Gang entsprechend, vor den negativen behandelt.

Die älteren Bücher beider Stufen (mit Ausnahme der Arithmetik von Villicus) definieren die negativen Zahlen formal als Differenzen, deren Subtrahend größer als der Minuend ist, so daß sie tatsächlich nur eine Erweiterung des Systemes der absoluten Zahlen bilden. Geht man aber, wie die neuen Lehrbücher der Unterstufe es durchwegs tun, (Jacob und Suppantschitsch auch auf der Mittelstufe) von dem Begriff der entgegengesetzten Größen aus, so bilden eigentlich sowohl die negativen als auch die positiven Zahlen neuartige Objekte und die Äquivalenz der Operationen mit absoluten und mit positiven Zahlen wird erst durch die Festlegung des Multiplikationsgesetzes entschieden, eine Tatsache, die von den Verfassern (ausgenommen Suppantschitsch MS und das alte Buch von Villicus) nicht berücksichtigt wird. Die für das Vorzeichen des Produktes nötige Festsetzung wird entweder in der Form: „Mit ($-b$) multiplizeren heißt, das entgegengesetzte des Multiplikanden mit b multiplizieren“ ausgesprochen oder durch Festhaltung des kommutativen (Schneller, Suppantschitsch) oder des distributiven Gesetzes (Močnik-Neumann, Hočevar US) getroffen; dieses letztere Gesetz kommt häufig in der gemilderten Form einer rekurrierenden Reihe von Multiplikationen, z. B. $3.(+15), 3.(+10), 3.(+5), 3.0, 3.(-5) \ldots$, zum Ausdruck. Bei der zusammenfassenden Darstellung der Operationsgesetze auf der Mittelstufe zieht Hočevar zur Begründung der Multiplikationsregel für relative Zahlen das Coulombsche Gesetz der Elektrizitätslehre heran. Mitunter aber trachtet man über die Notwendigkeit einer Festsetzung durch einen Scheinbeweis, der die Permanenz eines Gesetzes stillschweigend als notwendig enthält, hinwegzugleiten (z. B. Heis).

Die komplexen Zahlen werden im Anschluß an das Rechnen mit Wurzeln auf der Oberstufe eingeführt (bei Jacob, 1910, erst zu den quadratischen Gleichungen). Ihre Erklärung wird in der Regel formell algebraisch gehalten, mitunter (Gajdeczka, Schmidt) wird darauf hingewiesen, daß die imaginäre Einheit symbolisch als mittlere geometrische Proportionale zwischen entgegengesetzten reellen Einheiten aufzufassen ist, woran sich die geometrische Darstellung knüpft; eine ähnliche geometrische Erläuterung steht bei Močnik-Zahradniček (OS). Eine genauere Betrachtung der Zahlenebene wird aber, wo sie überhaupt vorkommt, meist erst im Anhang des Buches angestellt und hier mit der trigonometrischen Darstellung der Zahlen verbunden.

Die Gesetze des Rechnens werden durch die Festsetzung, daß die gewöhnliche Polynomrechnung und $i^2 = -1$ gelten solle, aufgefunden, nur bei Gajdecka durch Vektoroperationen veranschaulicht. Jacob (1907) schlägt einen anderen Weg ein; er definiert die komplexe Zahl, zunächst für ganzzahlige Komponenten, als Resultat der gleichzeitigen Zählung in zwei Reihen verschiedenartiger Objekte, so daß die algebraische Bedeutung von i erst durch die Multiplikationsvorschrift festgelegt wird.

In älteren Büchern (Wapienik, Wallentin) wird die trigonometrische Darstellung noch zur Herleitung der sogenannten Moivreschen Formel $[r (\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$ und diese wieder zur vollständigen Auflösung der reinen Gleichungen, nebenbei auch zur Entwicklung der Ausdrücke $\cos n\varphi$ und $\sin n\varphi$ angewendet (diese Formeln auch in Frischaufs „Elementen der Geometrie"). Da die späteren Lehrpläne diese Sätze nicht mehr erwähnen, sind sie leider auch aus dem Anhang der Schulbücher (außer Gajdeczka) verschwunden.

5. Algebra (Identitäten).

Als erstes Objekt der Buchstabenrechnung (in der III. Klasse) dienen die Grundoperationen und ihre Gesetze. Derselbe Gegenstand wurde bis vor kurzem ein zweites Mal auf der Oberstufe (V. Klasse), hier mit dem Anspruch auf erhöhte Wissenschaftlichkeit, behandelt. Besonders in diesem Falle hat sich die Zweistufigkeit als Nachteil erwiesen, indem die Lehrbücher jener wissenschaftlichen Tendenz hauptsächlich dadurch zu genügen suchten, daß sie jedes einzelne Gesetz zur Quelle grundlos komplizierter Umformungen algebraischer Ausdrücke machten. Das arithmetische Pensum dieses Jahrganges stand deshalb bei den Schülern und wohl zumeist auch bei den Lehrern im übelsten Rufe. Die neuen Lehrpläne haben die Zweistufigkeit dieses Gegenstandes aufgegeben und die „allgemeine Arithmetik" in den Anfang der IV. Klasse verlegt, so daß diese zunächst der Fortsetzung und Erweiterung der im dritten Jahre begonnenen Lehre von den Rechengesetzen dienen kann. Allerdings wird auch in manchen der jüngst erschienenen Bücher die Grundlegung der Arithmetik in dieser Klasse vollständig von neuem begonnen (z. B. Gajdeczka, Suppantschitsch) — vielleicht infolge der etwas unbestimmten Ausdrucksweise, die in den neuen Lehrplänen über diesen Punkt herrscht.

Indessen scheint dem Referenten mit der Zweistufigkeit ein Hauptnachteil des üblichen Lehrganges der Algebra noch nicht behoben zu sein; ein solcher dürfte vielmehr noch jetzt darin bestehen, daß dem ganzen ersten Kursus der Algebra kein konkretes Objekt zugrunde

liegt. Die Verfolgung der Operationsgesetze ist ein viel zu allgemeiner Leitgedanke, wie der bloße Anblick des heterogenen Aufgabenmateriales zeigt. Und doch bieten sich für den einleitenden algebraischen Unterricht ungezwungen ganz bestimmte Klassen einfacher Ausdrücke als Gegenstand dar, nämlich für die Algebra des dritten Jahres, im Hinblick auf die gleichzeitigen Flächen- und Körperausmessungen, die homogenen Formen ersten bis dritten Grades (von höchstens drei Unbestimmten), für die IV. Klasse die ganzen und gebrochenen linearen Funktionen einer Variablen [1]). Dies wäre ein Gebiet, in dem wohl auch die rechnerische Technik ein hinreichendes Übungsmaterial finden würde und das in den folgenden Klassen nur noch durch einige rationale Funktionen höheren Grades, durch die Potenzen von rationalem Exponenten und einige Transzendenten zu vermehren wäre, um — von vereinzelten Aufgaben, für die eine besondere formale Vorübung nicht der Mühe wert ist, abgesehen — für die ganze Elementarmathematik auszureichen.

Eine solche Fixierung des Objektes der Algebra, nämlich ihre Beschränkung auf einen engen Kreis einfacher Funktionen, würde auch eine reinlichere Trennung dieses Gebietes von der Arithmetik zur Folge haben. In den meisten Lehrbüchern (unter den österreichischen etwa das von Hočevar ausgenommen) erscheint der fundamentale Unterschied zwischen numerischer Gleichheit und algebraischer Identität verwischt, die aus Unbestimmten gebildeten Ausdrücke werden gerade so wie die entsprechenden Verbindungen spezieller ganzer Zahlen behandelt. So wird, um nur ein Beispiel anzuführen, das „größte gemeinsame Maß" zweier Polynome von dem zweier Zahlen nicht deutlich unterschieden, so daß keine Klarheit darüber entsteht, daß im ersteren Fall das „größte Maß" numerisch sowohl größer wie kleiner sein kann als seine beiden Vielfachen. Ob ferner bei der Zerlegung eines Polynoms für die Koëffizienten der Faktoren Ganzzahligkeit gefordert wird oder nicht, bleibt meist unausgesprochen. Für eine schärfere Trennung von Algebra und Arithmetik spricht auch der von Borel in seinen „Elementen der Mathematik" praktisch geführte Nachweis, daß die Rechengesetze wenigstens ebenso klar mit speziellen Zahlen auseinandergesetzt werden können wie mit Buchstaben.

Das Pensum der Unterstufe umfaßt den Gebrauch der Klammern, die vier Grundoperationen mit ganzen positiven und negativen Zahlen, die Potenzen im engeren Sinn, speziell das Quadrat und den Kubus und die beiden entsprechenden Wurzeln. Die Division wird

---

[1]) Daß die Rechengesetze besser an einem Kreis wohldefinierter Ausdrücke und Aufgaben zu gewinnen wären, deuten auch die „Bemerkungen" zu dem neuen Lehrplan an, indem sie z. B. die inversen Operationen von den Gleichungen aus zu erklären vorschlagen.

häufig erst nach dem Wurzelziehen besprochen. Gebrochene Koëffizienten werden mitunter von Anfang an (Močnik-Neumann), gewöhnlich aber erst mit der algebraischen Darstellung der Bruchgesetze zugelassen, die neuerdings erst auf der Mittelstufe (IV. Klasse) vorkommt.

Der Vergleich neuerer Lehrbücher mit älteren zeigt in methodischer Hinsicht beträchtliche Unterschiede; die Beispiele mit numerischen Daten gewinnen die Oberhand und dienen jetzt meist als heuristisches Hilfsmittel zur Auffindung der Gesetze; diese werden fast konsequent durch graphische Darstellungen (mit Strecken, Rechtecken, Quadern) anschaulich gemacht (vergl. z. B. Suppantschitsch, US, Heft 3). Aus den formalen Aufgaben beginnen die allzu verwickelten Umformungen zu verschwinden — wie z. B. der Vergleich der neuen Ausgabe von Hočevars Arithmetik für die Unterstufe mit der alten deutlich zeigt; dafür wächst die Zahl der angewandten Aufgaben.

Auf der Oberstufe folgen den vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen und Polynomen die Kapitel über Teilbarkeit, Proportionen und Brüche, dann, nach einem Abschnitt über Gleichungen ersten Grades, die Potenzen. Schmidt führt zuerst die drei direkten Operationen durch (Addition, Multiplikation, Potenzieren), dann die inversen (Subtraktion, Division, Wurzelziehen). Jacob (1907) befolgt den bemerkenswerten Grundsatz, neu zu definierende Bildungen möglichst früh einzuführen, wodurch die dabei nötigen Beweise für die Permanenz der Operationsgesetze stark reduziert werden; so entfallen bei ihm z. B. die zahlreichen Sätze über Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen, da er die relativen Zahlen sogleich nach dem Begriff der beiden ersten Grundoperationen definiert und damit die Reduktion auf bloße algebraische Summen gewinnt. Für gebrochene Zahlen wird dieses Prinzip, das auch die Multiplikation und Division zusammenzuziehen gestatten würde, allerdings nicht durchgeführt. Dagegen folgt wieder sofort auf den Begriff der Wurzel die Einführung der gebrochenen Exponenten (ebenso in der neuen Ausgabe von Hočevar) und damit entfallen alle die komplizierten Sätze über die Zusammenziehung von Wurzelausdrücken und der Anlaß, den Schüler mit den wunderlichen Wurzelgebilden der Übungsbücher (Heis, Gajdeczka etc.) zu beschäftigen.

Die Bedeutung der Potenzen mit den Exponenten 1, 0, —1 . . . und mit gebrochenen Exponenten wird fast immer richtig als Festsetzung zum Zweck der Erhaltung der Rechengesetze erklärt.

Der Übergang zu den Logarithmen erfordert die Definition der Potenzen mit irrationalen Exponenten, womit allerdings das Gebiet der Algebra verlassen wird. Diese Erweiterung wird in der Mehrzahl der Lehrbücher nicht berührt, in anderen (z. B. Močnik-Neumann, OS) gerade nur erwähnt; Existenzbeweise geben nur Jakob (1907) und

Hočevar. Die Logarithmenlehre beginnt zumeist mit den Identitäten, welche die Verbindungsgesetze ausdrücken, und spezialisieren sich erst dann auf die Basis 10.

Zu diesem Kapitel der Algebra gehören noch die im Lehrplan abgesonderten arithmetischen und geometrischen Reihen, die ein Feld verschiedenartigster Anwendungen eröffnen, ferner der binomische Satz; er wird durch Induktion am Pascalschen Dreieck oder durch Abzählung der Kombinationen, die bei der Multiplikation von n-Binomen auftreten, gefunden. (Močnik-Zahradniček beweist ihn in der Differentialrechnung durch wiederholte Differentiation.) Die Ausdehnung des Satzes auf Polynome oder auf nicht ganzzahlige und positive Exponenten wird höchstens als möglich erwähnt.

6. Gleichungen.

Numerische Bestimmungsgleichungen einfachster Form kommen gelegentlich schon in den Aufgabenheften für die erste Klasse vor, dann wieder beim Beginn der Buchstabenrechnung. Reine Gleichungen höheren Grades treten bei den Flächen- und Volumsberechnungen (III. Klasse) auf. Die Gleichungen ersten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten bilden den Hauptstoff des vierten Jahres. Die Oberstufe bringt die quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten, einige Gleichungen höheren Grades (trinomische und reziproke), die sich leicht auf quadratische reduzieren lassen und endlich Systeme von Gleichungen mit mehreren Unbekannten, bei welchen ebenfalls leicht ersichtliche Kunstgriffe genügen, um sie auf die vorigen Typen zurückzuführen. Dazu kommen noch Gleichungen, in welchen die Unbekannte unter einem Wurzelzeichen, im Exponenten oder in logarithmischen Ausdrücken auftritt; sie sind immer auf eine der vorhin genannten Formen reduzierbar. Die algebraische Lösung kubischer oder biquadratischer Gleichungen wird außer in dem Übungsbuch von Heis nirgends erwähnt.

Auf die allgemeine Theorie der algebraischen Gleichungen kommen nur die Lehrbücher von Wittstein und Wapienik zu sprechen. Das letztere stellt den Fundamentalsatz der Algebra (der sonst nirgends genannt wird) als Axiom auf und folgert daraus die Anzahl der Wurzeln und die Darstellung der Koeffizienten als deren symmetrische Grundfunktionen. In gewissen Fällen wird die Aufsuchung der Wurzeln auf den Satz, daß rationale Lösungen einer ganzzahligen Gleichung mit dem höchsten Koeffizienten 1 ganzzahlig sind, gestützt (siehe auch die Arithmetik von Salomon).

Von speziellen Lösungsmethoden wäre die trigonometrische Lösung der quadratischen Gleichungen zu nennen (Wallentin, Wapienik), die in dem Fall, daß die Koeffizienten große

Zahlen sind, vorteilhaft ist und die genäherte numerische Berechnung, die der neue Lehrplan aufnimmt. Wapienik bringt auf Grund der — rein algebraisch hergeleiteten — Taylorschen Entwicklung der ganzen Funktion die Newtonsche Näherungsmethode und die Regula falsi. Gajdeczka setzt die Taylorsche Reihe als aus den Elementen der Differentialrechnung bekannt voraus, nimmt ferner an, daß mit Hilfe einer Figur der Parabel $y = x^3$ eine genäherte Lösung der kubischen Gleichung graphisch gefunden sei[1]), und wendet zur Verbesserung dieser Lösung ebenfalls das Newtonsche Verfahren an. Die geometrische Auflösung kubischer Gleichungen wird auch bei Močnik-Zahradniček (OS) angegeben. Andere numerische Lösungsmethoden finden sich bei Heis. (Über die graphische Auflösung transzendenter Gleichungen siehe unter „Variable Größen und Funktionen".)

Bei Systemen linearer Gleichungen wird gewöhnlich wenigstens an Spezialfällen auf die Frage der Unabhängigkeit hingewiesen. Wallentin untersucht auch die homogenen Systeme. Determinanten, die der Gymnasiallehrplan von 1900 ausdrücklich verwirft, treten für Systeme von drei bis vier Gleichungen bei Wallentin und Heis auf, neuerdings wieder in den Büchern von Gajdeczka und Schmidt.

Der Stoff der sogenannten Textgleichungen ist in den älteren Büchern fast durchwegs, in den neueren größtenteils von jener primitiven Art, die vielfach Anlaß zur Heiterkeit gegeben hat. Freilich wird man im Unterricht solche harmlose Aufgabentypen nicht völlig entbehren können, weil der Schüler bei den ersten Übungen im Ansatz von Gleichungen nicht durch den sachlichen Inhalt von dem zunächst formalen Problem abgelenkt werden darf; und so werden wohl einige der vielen Rätselfragen [2]), deren Resultat der Verfasser offenbar gekannt haben muß, ehe er sie formulieren konnte, auch späterhin in den Sammlungen zu finden sein. Aber die neuerdings vielfach vertretene Forderung, daß die Aufgaben ernsteren Anwendungen der Algebra gewidmet werden sollen, beginnt, wie neuere Erscheinungen (z. B. Schmidt) zeigen, auch in unseren Schulbüchern Rücksicht zu finden. Die in Deutschland erschienenen, aber auch für österreichische Schulen bearbeiteten Sammlungen von Heis und Bardey enthalten übrigens eine beträchtliche Anzahl physikalischer und astronomischer Aufgaben. Freilich wären hier häufig nicht die als „bekannt", sondern die als „unbekannt"

---

[1]) Es wäre wohl zu wünschen, daß den Algebra-Lehrbüchern für die Oberstufe je eine Tafel mit den Parabeln $y = x^2$ und $y = x^3$ auf Millimeterpapier als Schablone für die graphische Lösung der quadratischen und kubischen Gleichungen beigegeben würde.

[2]) Z. B. die den alten Arithmetikbüchern (Coss v. Rudolff etc.) entnommenen Aufgaben (vergl. besonders die Sammlung von Heis und das Lehrbuch von Schmidt).

vorausgesetzten Größen direkt aus der Beobachtung zu entnehmen, ein Umstand, der den praktischen Wert solcher Problemstellungen beträchtlich vermindert.

7. Kombinationslehre und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Vom übrigen mathematischen Lehrstoff isoliert, wurde dieses Kapitel dem Pensum der VII. Klasse zugeteilt. Die Lehrbücher bringen die bekannten Abzählungsformeln für Permutationen, Kombinationen und Variationen (ohne und mit Wiederholung). Als algebraische Anwendungen kommen fast nur der Beweis des binomischen Lehrsatzes und die arithmetischen Eigenschaften der Binomialkoëffizienten in Betracht; außerdem etwa noch (vergl. Wallentin) die arithmetischen Reihen höherer Ordnung, speziell diejenigen Summenreihen, die unter den Namen der Polygonal- und Pyramidalzahlen bekannt sind.

Die Lehrbücher für Realschulen und Handelsakademien enthalten auch einen Abschnitt über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Z. B. bringt Hočevar (OR) Aufgaben über entgegengesetzte, totale und zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit und über mathematische Hoffnung. Als Hauptanwendung treten einige einfache Fälle der Versicherungsmathematik hinzu (Kapitalversicherung auf Erlebens- und Todesfall, durch einmalige oder prämienweise Einzahlung, ferner Barwert der Leibrenten).

8. Grenzprozeß und Irrationalzahlen.

Auf der Unterstufe wird der infinitesimale Prozeß stets umgangen. Die periodischen Dezimalbrüche werden rein formal eingeführt. Die Wurzeln aus ganzen Zahlen und die Zahl π werden stillschweigend als bestehend angenommen; man teilt nur mit, daß sie nicht genau, d. h. rational, darstellbar sind, und zeigt, daß sie beliebig eng approximiert werden können. Bei der Berechnung der Rechtecksfläche und bei dem Satz über den Parallelismus proportional teilender Transversalen eines Strahlenbüschels wird die Kommensurabilität der Strecken ohne weiters angenommen. Cavalieri's Prinzip wird nur anschaulich begründet, etc.

Aber auch in den Lehrbüchern der Oberstufe wird auf den infinitesimalen Prozeß selten so ausführlich eingegangen, wie es seiner theoretischen und praktischen Wichtigkeit entsprechen würde, vermutlich deshalb, weil ihm bisher keine eigentliche Berechtigung im Schulunterricht zuerkannt wurde.

Der Grenzbegriff macht jedoch in allen den Fällen keine Schwierigkeit, bei welchen der Grenzwert als rationale Zahl bekannt oder als Maßgröße einleuchtend ist (z. B. der Grenzwert der perio-

dischen Dezimalentwicklung als gemeiner Bruch, die Quadratwurzel als konstruierbare Strecke, der Differentialquotient als Geschwindigkeit). Nur in solchen Fällen tritt die Notwendigkeit, das Zahlensystem zu erweitern, und damit eine Schwierigkeit hinzu, wo die Existenz des Grenzwertes nicht ebenso evident ist, z. B. bei dem Begriff des Verhältnisses inkommensurabler Strecken und bei dem Existenzbeweis des Logarithmus. Daraus würde sich die Methode ergeben, den Schüler mit dem Verfahren des Grenzüberganges zunächst an solchen Fällen, wo der Grenzwert oder doch seine Existenz voraus ersichtlich ist, vertraut zu machen und erst dort, wo dies nicht zutrifft, die irrationale Zahl zu definieren.

Tatsächlich wird der Grenzbegriff in den Lehrbüchern — so weit sie überhaupt auf ihn eingehen, was in den älteren Büchern nicht der Fall ist — meist auf der Oberstufe, bei den periodischen Dezimalbrüchen erklärt.

Jacob (1907) definiert ihn zunächst für abzählbare Zahlenfolgen mit rational bekannter Grenze, später, in der Infinitesimalrechnung, für Funktionen einer stetigen Variablen. Mandl führt ihn in seiner Geometrie vor der Ausmessung des Kreises ein und gibt hierzu gleich mehrere arithmetische und geometrische Beispiele von Grenzübergängen. Da eine klare Auffassung des Grenzbegriffes nicht an unabhängigen Variablen, sondern nur an Funktionen (einer stetig veränderlichen Größe oder eines Index) möglich ist, sind die in den Büchern von Močnik-Neumann und Hočevar (OS) für die Grenze einer unabhängigen Variablen gegebenen Definitionen kaum verständlich[1]; hauptsächlich aus diesem Grunde müssen auch die Erörterungen einiger Lehrbücher (Wapienik, Wallentin u. a.) über das unendlich Große und unendlich Kleine als unkorrekt bezeichnet werden.

Von speziellen Grenzprozessen wären vor allem die Reihen zu nennen. Sie werden allerdings nur in dem Werk von Wittstein allgemein untersucht[2]; außerdem werden bei Salomon und Wallentin im Kapitel der geometrischen Reihen einige Konvergenzbedingungen für Reihen von positiven Gliedern nachgewiesen.

Die übrigen Bücher beschränken sich auf die unendlichen geometrischen Reihen und auf die appproximative Entwicklung von Ausdrücken und Zahlen wie $\sqrt{1+x}$, e, π,... (meist ohne Beweise). — Daneben kommt die Bestimmung von Grenzwerten, wie $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

---

[1]) Für die neue Auflage von Hočevars Lehrbuch (MS) trifft dies nicht mehr zu.

[2]) Der betreffende Band von Wittsteins Lehrbuch (Analysis) dürfte übrigens kaum je dem Unterricht in Österreich zugrunde gelegt worden sein.

(Jacob), $\frac{\sin x}{x}$ u. dergl. gelegentlich vor. Eine Absicht zur systematischen Aufnahme der algebraischen Analysis, wie dies von M. Simon empfohlen worden ist, zeigt sich nirgends.

Die Erklärung der irrationalen Zahlen erfolgt in der Regel bei dem Begriff des Verhältnisses zweier inkommensurabler Maßgrößen, dann ausführlicher beim Wurzelziehen. Die meisten Verfasser begnügen sich damit, unter der — mehr oder weniger stillschweigend gemachten — Voraussetzung der Existenz der Zahlen zu zeigen, daß sie durch Dezimalbrüche beliebig approximiert werden können. Die Permanenz der Gesetze wird entweder gar nicht erwähnt oder kurz aus deren Giltigkeit für die rationalen Näherungswerte gefolgert. Suppantschitsch gibt in der Arithmetik für die Mittelstufe und in einem Anhang zur Geometrie (MS) eine ziemlich eingehende Erklärung der irrationalen Zahlen durch den Schnitt im System der rationalen, indem er sich (in der „Geometrie") auf die Anordnung der Punkte einer Geraden stützt, die Existenz eines die beiden Zahlenklassen trennenden Punktes durch ein Axiom festsetzt und seine Einzigkeit mit dem Archimedischen Axiom begründet. Schmidt erklärt kurz, aber nicht ganz richtig und ohne für die Konvergenz einer Folge mit unbekannter Grenze ein Kriterium anzugeben, daß jede konvergente Zahlenfolge eine irrationale Zahl definiere. Eine einigermaßen ausführliche Behandlung erfahren die irrationalen Zahlen auch in den Büchern von Hočevar und Jacob (1907); der erstere setzt dabei voraus, daß jeder unendliche Dezimalbruch eine Grenze haben müsse, der letztere, daß jede nach einer Seite fortschreitende und beiderseits beschränkte Reihe von Punkten einer Geraden einen Grenzpunkt besitze; die beiden Vorausetzungen werden allerdings nicht ausdrücklich gemacht. Die Rechengesetze gründet Jacob ebenfalls auf die zuletzt genannte Voraussetzung, er benützt also eine Folge von wachsenden Näherungswerten, Hočevar zwei gegeneinander konvergierende dezimale Annäherungsreihen. Die Frage nach der Unabhängkeit der Operationsresultate von den jeweils benützten approximierenden Folgen wird freilich nicht berührt.

Die hauptsächlichen Anwendungen der irrationalen Zahlen bestehen in dem Existenzbeweis der n-ten Wurzel, der Potenz mit irrationalem Exponenten, des Logarithmus, des Verhältnisses inkommensurabler Strecken und der Maßzahlen von Rechtecken und Quadern. Diese Beweise werden meist durch Eingrenzung der betreffenden Größen zwischen zwei gegeneinander laufende Folgen rationaler Werte erbracht; mitunter wird die Führung von Existenzbeweisen aber auch unterlassen und für die Praxis durch Beispiele approximativer Berechnung der fraglichen Größen ersetzt.

9. Variable Größen und Funktionen.

Schon die älteren Bücher für die Unterstufe gehen nicht selten auf die Frage ein, wie sich Operationsresultate mit den Daten ändern. Die Forderung der jüngsten Lehrpläne, das „Erfassen funktionaler Beziehungen anfänglich bei allen besonderen Gelegenheiten innerhalb des mathematischen Unterrichtes" zu pflegen, macht sich in den neuen Lehrbüchern darin geltend, daß Fragen jener Art häufiger behandelt werden. Hie und da geschieht dies schon bei den grundlegenden vier Rechnungsarten durch Änderung einer der gegebenen Zahlen, dann bei der Determination von Konstruktionen (z. B. wird die Aufgabe, ein Dreieck aus zwei Seiten und dem der einen gegenüberliegenden Winkel zu konstruieren, jetzt meist durch stetige Änderung eines Stückes diskutiert), bei der Untersuchung von Lagebeziehungen (z. B. zweier Kreise gegeneinander, deren einen man stetig bewegt), bei der Auswertung von Buchstabenausdrücken, die jetzt häufig nicht nur für ein Wertsystem, sondern für eine Folge von Wertsystemen der Unbestimmten verlangt wird. Auch wird auf die Erklärung der Proportionalitäten mehr Nachdruck gelegt, die proportionale Beziehung von Linien, Flächen und Rauminhalten zur gewählten Einheitsstrecke betont u. dgl. — Die völlige Durchdringung des überlieferten Stoffes und besonders des Aufgabenmateriales mit dem Begriff der Veränderlichkeit dürfte aber erst das Ergebnis einer längeren Praxis der neuen Methoden werden.

Die älteren arithmetischen Lehrbücher für die Oberstufe erwähnen den Funktionsbegriff zum Teil gar nicht, andere definieren ihn eben nur — etwa beim proportionalen Zusammenhang oder bei den goniometrischen Größen. Die Geometriebücher bringen in der Einleitung zur analytischen Geometrie ein Kapitel über die graphische Darstellungen von Gleichungen zwischen zwei Veränderlichen (Gerade, Kreis, Parabel, Sinuslinie u. dergl.).

Erst durch die neuen Lehrpläne findet der Funktionsbegriff schon im ersten Jahr der neu geschaffenen Mittelstufe (IV. Klasse) Aufnahme. Seine Einordnung in den üblichen Stoff wird auf verschiedene Art vorgenommen. Zumeist gibt das Kapitel über Gleichungen zur ersten Erwähnung des neuen Begriffes Anlaß; er wird aber teils dem der Gleichung zugrunde gelegt, teils umgekehrt aus der Gleichung zwischen zwei Variablen gewonnen. Bei einigen werden empirische Kurven als Einleitung benützt, bei anderen die Darstellung spezieller rationaler Funktionen. Die meisten Autoren gehen hier nur auf die ganze lineare Funktion und die graphische Auflösung linearer Gleichungen näher ein, Jacob auch auf die geraden und inversen proportionalen Abhängigkeiten ersten bis dritten Grades. Während dieser Autor ganz langsam von besonderen Koeffizientenwerten zum

allgemeinen linearen Ausdruck aufsteigt und über die genannten speziellen Funktionen nicht hinausgeht, beginnt Schmidt mit dem allgemeinen Funktionsbegriff, verschiedenen Einteilungsarten der Funktionen und ihrer Umkehrung; er wendet die neuen Gebilde zunächst auf das Näherungsverfahren im numerischen Rechnen an und erst später erfolgt die Einschränkung auf lineare und empirisch gegebene Funktionen, die gleich zu (teilweise recht schwierigen) praktischen Aufgaben herangezogen werden.

M. Simon verwirft in seiner Didaktik die graphischen Darstellungen im Unterricht, solange nicht die volle Kontinuität der Zahlenlinie hergestellt ist. Daß die Verfasser der neuen Lehrbücher diese Vorsicht beiseite lassen, dürfte wohl damit zu rechtfertigen sein, daß die Kurven auf der Mittelstufe nicht geometrisch auf Grund von Axiomen untersucht werden, sondern nur als Anschauungsbehelfe auftreten und für diesen Zweck durch die überall dichten Punktmengen, die den rationalen Abszissen entsprechen, hinreichend bestimmt sind. Dagegen erscheint es allerdings bedenklich, wenn man solche Funktionen graphisch durch Kurven darstellt, die zunächst nur für ganzzahlige Abszissen erklärt sind; z. B. zeichnet Gajdeczka Arithmetik) die Exponentialkurve noch vor der Einführung der gebrochenen Exponenten, Kaller in der neuen Ausgabe der Geometrie von Gajdeczka die Linie $y = \frac{x(x-3)}{2}$ als Bild für die Diagonalenanzahl eines regelmäßigen x-Eckes.

Nicht nur die Bücher über Algebra, sondern auch einige neuere Geometriebücher behandeln den Funktionsbegriff im Stoff der IV. Klasse (Planimetrie), z. B. stellt Suppantschitsch die Werte des Teilverhältnisses zu zwei Grundpunkten durch die Hyperbel dar und geht von hier aus ziemlich weit in die graphische Abbildung algebraischer Funktionen und in die analytische Geometrie der Geraden ein. Im weiteren Verlauf gibt die Trigonometrie und die analytische Geometrie Gelegenheit zu Exkursen über Funktionenbilder. In Anhängen ihrer Bücher bringen Mandl (1910) die graphischen Lösungen einer kubischen und einer transzendenten Gleichung geometrischen Inhaltes, Gajdeczka-Kaller die Kurven einiger physikalischer Gesetze etc. In den späteren Kapiteln der Algebra (V. Klasse) ist die Darstellung im Koordinatensystem ein nützliches Hilfsmittel zur Übersicht über den Wertverlauf der Pontenzfunktionen x^n (für ganze und gebrochene, positive und negative n); von den vorliegenden Lehrbüchern gehen nur Hočevar (MS) und Suppantschtitsch (MS) darauf ein und Gajdeczka stellt einige diesbezügliche Aufgaben. Dagegen wird dio Exponentialfunktion in allen neueren Lehrbüchern bildlich dargestellt; Močnik-Zahradniček geht von dieser Linie durch Spiegelung an der Geraden $y=x$ unmittelbar zum Logarithmus über.

Der Verlauf der quadratischen Funktion wird bei Jacob an der Hand des Bildes diskutiert, dieses wird aber zur Lösung der quadratischen Gleichung nicht angewendet. Schmidt benützt die Funktion zunächst zur geometrischen Untersuchung der Parabel und diskutiert dann die verschiedenen Fälle der Wurzeln durch Verschieben des Bildes, Gajdeczka erhält die graphische Auflösung durch den Schnitt der festen Parabel $y = x^2$ mit einer passend gewählten Geraden, ebenso Močnik-Zahradniček.

Im ganzen ergibt sich aus der Übersicht über die neuen Lehrbücher, daß die Funktion weniger zu einem eigenen Objekt des mathematischen Unterrichtes wird als zur Erklärung und Veranschaulichung des traditionellen Stoffes dient.

Auf die allgemeinen Funktionsmerkmale (algebraisch und transzendent, umkehrbar, etc.) geht nur Schmidt ein, u. zw. schon im Stoff der IV. Klasse, allerdings in einer auch inhaltlich anfechtbaren Weise.

10. Infinitesimalrechnung.

Es gibt in der Elementarmathematik bekanntlich eine Reihe von unentbehrlichen Aufgaben, die ihrem Wesen nach der Infinitesimalrechnung angehören und, solange diese im Lehrplan nicht zugelassen war, durch versteckte Differentiation oder Integration behandelt werden mußten. Dazu gehört die Auswertung von Ausdrücken der Form $\frac{0}{0}$; da es sich dabei meist um rationale Funktionen handelt, gelangt man einfach durch die Festsetzung, daß vor der Auswertung gekürzt werden müsse, zum Ziel — was aber, z. B. bei dem Richtungskoeffizienten der Tangente das Unbehagen des Kunstgriffes hervorruft[1]). Bei nichtrationalen Ausdrücken, wie $\frac{\sin x}{x}$ muß eben doch ein Grenzprozeß durchgeführt werden. Der Differentialrechnung gehören eigentlich auch die Aufgaben über Maxima und Minima an; für quadratische Funktionen ist die Lösung leicht durch Nullsetzen der Diskriminante aufzufinden (Močnik-Neumann, Anhang; Hočevar, Arithmetik, OS). In anderen Fällen (vgl. z. B. die Planimetrie von Hartl) muß das Resultat dem Schüler angegeben und ihm nur der algebraische oder geometrische Beweis überlassen werden. Für den physikalischen Unterricht erweisen sich aber alle diese Umgehungen des Kalküls als unzureichend.

---

[1]) Suppantschitsch (MS) benutzt das Auftreten solcher unbestimmter Ausdrücke als Gelegenheit zur Einführung des Grenzbegriffes.

Einige Jahre vor dem Erscheinen der neuen Lehrpläne wurde an einigen Anstalten probeweise mit der Einführung in die Infinitesimalrechnung begonnen; so haben schon damals einige Schulbücher ein einschlägiges Kapitel gebracht, dabei aber wohl mit Rücksicht auf die andern Schulen es vermieden, einen engeren Zusammenhang zwischen dem neuen und dem alten Lehrstoff herzustellen. Daher ist aus ihnen über das didaktische Hauptproblem, wie nämlich die Gedanken der Infinitesimalrechnung in die Elementarmathematik einzuordnen wären, ohne diese wesentlich schwieriger oder umfangreicher zu machen, nicht viel zu ersehen[1]). In der Tat fordern die „Bemerkungen" zum neuen Lehrplan, daß das Differenzieren und (in der Realschule) das Integrieren nicht eine Vermehrung des Lehrstoffes, sondern „eine Vertiefung und dadurch sogar Vereinfachung des bisher Verlangten" bilde; dieser Intention würde das bloße Übernehmen eines nur durch Unrichtigkeiten gemilderten Hochschullehrstoffes, wie es in manchen Lehrbüchern bei uns und auch auswärts geschehen ist, nicht entsprechen.

In den Algebrabüchern von Jacob, Gajdeczka, Schmidt (Realschule, MS)[2]) und Močnik-Zahradniček ist das Kapitel über Infinitesimalrechnung nach den quadratischen Funktionen und Logarithmen, in der Geometrie von Mandl (1909)[3]) nach der Trigonometrie, bei Močnik-Spielmann in die analytische Geometrie eingeschaltet worden. Die Geometrie von Gajdeczka-Kaller bringt in einem Anhang die Elemente der Differentialrechnung an einer Reihe geometrischer Aufgaben.

Der Umfang des in diesen Kapiteln gebrachten Lehrstoffes ergibt sich aus folgenden Schlagworten: Begriff des Differential-

---

[1]) Einige Gesichtspunkte erhält man aus den schon ziemlich zahlreichen Abhandlungen österreichischer Mittelschullehrer über diese Frage, z. B. Tesař, Elemente der Differential- und Integralrechnung (Teubner 1906); Schrautzer, Zur Einführung in die Unendlichkeitsrechnung (Programm — Laibach 1907); Lanner, Neuere Darstellungen der Grundprobleme der reinen Mathematik, (Salle, Berlin 1907); Zimmermann, Zur Einführung der Infinitesimalrechnung (Programm — Horn 1908); Hartl, Erste Einführung in die Elemente der Differential- und Integralrechnung (Wien, Deuticke 1908); Bruno, Die Grundlagen der Integral- und Differentialrechnung (Wien, Hölder 1908); Dintzl, Einführung in die Funktionenlehre (Programm des Erzherzog Rainer-Gymnasiums, Wien 1908); Schmidt, Der Infinitesimalkalkül (Programm der Realschule in Wien, IX., 1909 und 1910).

[2]) Bei Schmidt wird der Differentialrechnung schon anläßlich des Rechnens mit unvollständigen Zahlen durch Verwendung von Differenzwerten einer Funktion (mit Vernachlässigung der Größen zweiter Ordnung) vorgearbeitet.

[3]) In der neuen Ausgabe von 1910 ist der ganze Abschnitt in den Anhang des Buches versetzt, nur der Begriff des Differentialquotienten und das Tangentenproblem in die analytische Geometrie eingeordnet.

quotienten, seine geometrische und (bei Mandl) mechanische Deutung, Differentiationsregeln für die vier Grundoperationen (bei Jacob 1907 nur für die Addition), Differentiation von rationalen und goniometrischen Funktionen und von Wurzelausdrücken, bei Jacob und Močnik-Zahradniček auch Differentiation des natürlichen Logarithmus; Beispiele für die Differentiation mit einer Hilfsvariablen; die Ableitung als Kriterium für das Wachstum der Funktionen (bei Schmidt (MS) nicht berührt), Maxima und Minima analytischer und geometrischer Natur mit Benützung des zweiten Differentialquotienten; unbestimmte Integrale, Integration von Summen, elementare Integrationsformeln, Beispiele für die Integration durch Substitution einer Hilfsvariablen; Definition des bestimmten Integrals durch die Fläche, Zusammenhang mit dem unbestimmten, einige Quadraturen und Kubaturen. Von den Neuausgaben der Bücher Močniks bringt die „Arithmetik" auch eine — übrigens zweifelhafte — Herleitung der Logarithmusreihe und ihre Umformung für praktische Berechnungszwecke, die „Geometrie" die infinitesimale Beschreibung der harmonischen Bewegung und die Zusammensetzung zweier Schwingungen.

Einige Punkte des Inhaltes dieses Kapitels betreffen folgende Bemerkungen: Die Differentiation implizite gegebener Funktionen wird nur bei Jakob (1910) erklärt und dann auf die Differentiation der Potenzen mit negativen und gebrochenen Exponenten angewendet. Gajdeczka dehnt die Differentiationsregel der Potenz mit ganzzahligem Exponenten ohne Begründung auf gebrochene Exponenten aus. — Der Begriff des unbestimmten Integrals ist wegen dessen Vieldeutigkeit nicht leicht verständlich zu machen; das durch die Fläche definierte bestimmte Integral mit unbestimmter oberer Grenze x dürfte im Unterricht vorteilhafter sein.

Was die Methode dieses Kapitels betrifft, so darf es wohl als eine unbestreitbare Forderung für die Einführung der Analysis in den Schulunterricht gelten, daß die Grundbegriffe mit voller Strenge — wenn auch nicht in voller Allgemeinheit, sondern an beliebig einfachen Beispielen — dargelegt und nicht in dem infinitesimalen Dunkel gelassen werden, das in manchen elementaren Schriften über dieses Gebiet herrscht. Von den vorliegenden Lehrbüchern tragen etliche dieser Forderung nicht vollständig Rechnung. Schon der Begriff des Differentials erscheint in den Büchern von Gajdeczka (Arithmetik) Mandl, Močnik-Spielmann und Kaller verschwommen als „unendlich kleine Größe", bei Jacob in der offenbar unrichtigen Erklärung: $df(x) = f(x + dx) - f(x)$; besteht doch das Wesen des Differenzierens darin, aus der rechts stehenden Differenz nur einen gewissen Bestandteil erster Ordnung als „Differential" abzuspalten. Schmidt gibt für das Differential dy_0 eine richtige geometrische Erklärung, er definiert es als das zwischen der Tangente im Punkte (x_0, y_0) und der

Geraden $y = y_0$ gelegene Stück der Geraden $x = x_0 + dx_0$[1]). (Darauf folgt in diesem Buch der Beweis, daß in der Potenzentwicklung der Funktionsänderung stets das erste Glied dem Differential gleich sein muß). — Bei Jacob und Gajdeczka findet sich ferner die Behauptung, daß aus $f'(x) = 0$ das Auftreten eines Maximums oder Minimums folge, was der Schüler schon bei $y = x^3$ als unrichtig erkennt. — Den Beweis dafür, daß das unbestimmte Integral bis auf eine Konstante eindeutig ist, kann man auf der Schule nicht leicht erbringen (er beruht bekanntlich auf dem Rolleschen Satz); man könnte diese Tatsache den Schülern wohl einfach mit der Bemerkung, daß der Beweis schwierig sei, mitteilen ohne einen Scheinbeweis, wie es der im Lehrbuch von Jacob ist, zu führen. Der Zusammenhang zwischen dem durch den Flächeninhalt definierten bestimmten Integral und dem unbestimmten wird bei Mandl und Močnik-Zahradniček einfach und hinreichend streng bewiesen; die Beweise dieser Tatsache bei Jacob und Gajdeczka sind zum mindesten nicht präzise, bei Schmidt ist ihre Darstellung geradezu unverständlich.

11. Einführung in die Raumlehre.

Die Notwendigkeit einer geometrischen Propädeutik ist erst seit kurzer Zeit zu praktischer Anerkennung gelangt. In älteren Büchern für die Unterstufe wird sogleich mit der systematischen Planimetrie begonnen (vergl. z. B. Schram-Schüssler). Später wurde eine summarische Besprechung eines oder zweier geometrischer Körper und eine kurze Übersicht über die allgemeinen Eigenschaften von Raumgebilden (Dimensionszahl, Krümmung, Erzeugung durch Bewegung etc.) als Einleitung vorausgeschickt. Diese Vorbereitung (die z. B. bei Močnik-Spielmann (UG 1904) nicht mehr als 3 Seiten einnimmt) war aber so unzureichend, daß Höfler den einleitenden Abschnitt eines bekannten Lehrbuches als abschreckendes Beispiel in seiner Didaktik wörtlich zum Abdruck bringt.

Indessen stellt schon der Realschullehrplan von 1899 dem — damals freilich nur einstündigen — Geometrieunterricht des ersten Jahres ausschließlich die Aufgabe, die elementaren Gebilde analytisch aus der Anschauung und Beschreibung einer großen Zahl einfacher Körper zu gewinnen. Dies geschieht (z. B. bei Močnik-Spiel-

---

[1]) Indessen würde auch die analytische Erklärung des Differentials — das man im Elementarunterricht übrigens ganz entbehren könnte — keine Schwierigkeit bieten; man hat nur als das Differential $d\,f(x)$ das Produkt $h\,f'(x)$ (abhängig von den beiden von einander unabhängigen Variablen h und x) zu definieren; die spezielle Annahme $f(x) = x$ ergibt dann $d\,x = h$, mithin $d\,f(x) = f'(x)\,dx$.

mann, UR 1904, Menger's Formenlehre 1907) an Würfel, Quader, geraden und schiefen Pyramiden, Zylinder, Kegel und Kugel.

Die Lehrpläne von 1908/09 endlich verlangen nicht nur für das erste Jahr, sondern für die ersten drei Jahre des Mittelschulunterrichtes einen propädeutischen Lehrgang, dessen Stoff und Methode im wesentlichen dadurch zu kennzeichnen sind, daß das einfache geometrische Experiment die Grundlage bilden und den Inhalt bestimmen solle. Äußerlich genommen, umfaßt dieser Vorkursus allerdings die ganze elementare Planimetrie und Stereometrie, einschließlich der Flächen- und Volumsbestimmung und der Ähnlichkeitslehre — aber schon eine flüchtige Durchsicht der zahlreichen seither erschienenen Neuausgaben zeigt das völlig geänderte pädagogische Ziel: an die Stelle der vorwiegenden Beschreibung und Analyse der Figuren sucht man ihre Herstellung zu setzen; z. B. ergeben sich die Kongruenzsätze als Folge der Bestimmtheit von Dreieckskonstruktionen, der Begriff der Ähnlichkeit wird durch Aufgaben über Maßstabsänderungen vermittelt, die Beschreibung der Polyëder mit der Anleitung zur Netzanfertigung verbunden. Hier sei auch bemerkt, daß die früher stark vernachlässigten Abbildungen[1]) sich jetzt großer Sorgfalt erfreuen.

Die praktischen Anwendungen der Elementargeometrie, besonders Feldmessung und die einfachsten physikalischen Messungen, werden in den neuen Büchern ziemlich eingehend berücksichtigt.

Einen besonders auffallenden Unterschied gegen früher bildet in den Lehrbüchern für die Unterstufe die Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie. Im Stoff der ersten Klasse, in dem die bloße stereometrische Beschreibung noch überwiegt, und in dem der dritten Klasse, wo sich zwischen der Flächen- und der Körperberechnung ein natürlicher Parallelismus einstellt[2]), wird diese durch die neuen Lehrpläne angeordnete „Fusion" ziemlich gleichmäßig von den meisten Verfassern durchgeführt. Dagegen wird die Dreiecks-, Vielecks- und Kreislehre des zweiten Jahres nur in einzelnen Lehrbüchern vom Standpunkt der Raumgeometrie aus behandelt, so bei Adler, Rossmanith-Schober (11. Auflage) und Schiffner-Travniček; z. B. werden die Lehrsätze über parallele Gerade vom schiefen Parallelepiped aus gewonnen, die axiale Symmetrie in der Ebene wird mit der räumlichen Symmetrie zur Ebene verbunden, die Sätze über

---

[1]) Z. B. brachte Menger's Formenlehre zu den vielen Körpern, die sie beschrieb, nicht eine einzige stereometrische Figur.

[2]) Ein solcher Parallelismus entsteht wenigstens dann von selbst, wenn man sich auf die Kubatur senkrecht zylindrischer Körper beschränkt; diese Beschränkung wird im Lehrplan für Realgymnasien gefordert, in den später erschienenen Plänen für Gymnasien und Realschulen aber nicht beobachtet.

den Kreis sind in die Lehre von Zylinder, Kegel und Kugel eingeflochten, die Dreieckskonstruktionen ergeben sich (bei Adler) aus der Aufgabe, das vorgezeichnete Netz eines dreiseitigen Prismas zu reproduzieren usf. Dagegen sind in anderen Lehrbüchern für diese Klasse (Močnik-Spielmann, Suppantschitsch, Hočevar) die stereometrischen Teile (Beschreibung einzelner Körper) dem planimetrischen Stoff nur lose angefügt.

12. Die Grundlagen der Geometrie.

Wie bisher fast überall, sind es auch im österreichischen Unterricht Euklids „Elemente", die Grundlegung und Systematik der Geometrie inspirieren. Da Euklid spezielle wissenschaftliche Ziele verfolgt, z. B. im Anfang des ersten Buches die Geometrie unabhängig vom Parallelenaxiom möglichst weit durchzuführen sucht und im zweiten Buch eine strenge geometrische Algebra aufbaut, formuliert er die für diese Probleme wesentlichen Axiome mit aller Strenge, läßt aber, was bei wissenschaftlichen Arbeiten nicht ungewöhnlich ist, die logische Fundierung andrer Teile unberücksichtigt. Er verwendet insbesondere die Tatsachen, die gegenwärtig durch die sogenannten Axiome der Anordnung ausgedrückt werden, ohne sie besonders festgestellt zu haben. Diese Heterogeneität ist bis in die jüngste Zeit unbeachtet geblieben und Euklid's Lehrgang galt als in jeder Hinsicht vollendet. Erst Untersuchungen der letzten Jahre haben gezeigt, wie kompliziert die nötige logische Ergänzung der „Elemente" ausfallen müßte, und damit entsteht das Problem, ein gänzlich neues Unterrichtsverfahren zu suchen, das gleichzeitig logisch befriedigend und pädagogisch brauchbar sei. Daß dieses Problem ein offenes und daß der Zeitpunkt seiner Lösung noch nicht abzusehen ist, bekennt z. B. Borel in der Vorrede zu seinen „Elementen der Mathematik" (II., Ausgabe Stäckel).

Eine Auslese aus den Lehrbüchern kann daher nur das negative Resultat ergeben, daß die vom Gymnasiallehrplan (1884) gestellte Forderung nach „Planimetrie in wissenschaftlicher Begründung" kaum je erfüllt worden ist.

Die Lehrbücher für Oberklassen bringen in einer Einleitung allgemeine Betrachtungen über „Definition, Axiom, Postulat, Lehrsatz". Als „Axiome" bezeichnet z. B. Močnik „Sätze, die man unmittelbar als wahr erkennt", Suppantschitsch „Sätze, durch die wir einfache Beobachtungen an wirklichen Dingen auf die Grundgebilde übertragen", Schmidt Sätze, welche die gegenseitigen Beziehungen der Raumelemente beschreiben und dabei nicht durch einfachere erklärt werden können. Einzelne Verfasser, z. B. Gajdeczka, fügen den

Axiomen die „Postulate“ hinzu, welche die Möglichkeit der Herstellung der in den Axiomen beschriebenen Gebilde garantieren sollen.

Von den „Definitionen“ der Grundgebilde machen die Lehrbücher sich erst allmählich frei. Häufig wird der Körper als ein von allen Seiten begrenzter Raum, die Fläche als ein Stück seiner Grenze, die Linie als Teil der Flächenbegrenzung, der Punkt als Grenze einer Linie definiert (z. B. Močnik 1909). Mitunter wird der „Punkt“ durch Abstraktion vom „materiellen Punkt“ erklärt (z. B. Schram-Schüssler) und von ihm aus werden umgekehrt durch Bewegung die Begriffe der höheren Gebilde gewonnen. Aber auch noch neuere Lehrbücher, z. B. die „Planimetrie“ von Schiffner enthalten fragliche Definitionen wie die folgende: „Wenn wir irgendwo im Raum einen Körper betrachten, der nach und nach kleiner wird, bis der letzte wahrnehmbare Rest verschwunden ist, so werden wir uns noch immer vorstellen können, wo der Körper verschwunden ist. So ein gedachter Ort im Raum — ohne Ausdehnung — wird ein Punkt genannt“; und in der Raumlehre (für Unterklassen) desselben Verfassers findet sich die Reflexion: „Kann es auch verschiedene Arten von Punkten geben? Nein. Warum? Weil Punkte gar keine Merkmale haben, können sie umsoweniger verschiedene Merkmale besitzen. Einen Punkt kann man sich nur denken.“ Ähnlich wie hier dem „Punkt“, ergeht es mitunter den Begriffen „Linie“ und „Fläche“. Die Gerade und die Ebene erklären manche Verfasser (z. B. Wapienik) kurz und richtig als Grundvorstellungen und daher keiner Definition fähig. Dagegen findet sich z. B. bei Sonndorfer die Gerade als Linie erklärt, „welche durchaus nach einer und derselben Richtung läuft“, ganz ähnlich noch in dem neuen Buch von Schiffner-Travniček; bei Gajdeczka als „Linie, die in eine solche Lage gebracht werden kann, daß sie dem Auge als Punkt erscheint“, bei Hartl als die kürzeste Verbindung zweier Punkte. Mandl weist in seinem Lehrbuch auf die Fehlerhaftigkeit einiger solcher Definitionen hin, er erwähnt in diesem Sinn auch die Erklärung der Geraden als Linie, die ihre Lage nicht ändert, wenn man sie um einen ihrer Punkte dreht (Übungsheft). Auch die Ebene wird von einigen Autoren als undefinierbar erklärt, von andern, z. B. Schiffner, als eine Fläche von der Art, daß sie jede Gerade ganz enthält, mit der sie zwei Punkte gemein hat. Schmidt definiert die Ebene als Trennungsfläche zweier Räume, die sich längs ihrer ganzen Ausdehnung gegen beide Teile gleichmäßig verhält, und analog die Gerade, fügt aber hinzu, daß diese und ähnliche Erklärungen der Grundgebilde zum Aufbau der Geometrie nicht benützt werden können; auch er zeigt an einigen solcher Definitionen, wie sie vorhin zitiert wurden, die logischen Fehler auf. Bei Suppantschitsch werden als Grundgebilde zunächst gewöhnliche reale Gegenstände betrachtet und die für den geometrischen Aufbau

wichtigen Merkmale alsdann in der Form von Grundsätzen hervorgehoben.

Der Winkel wird von manchen Verfassern als „Größe der Drehung“ (Schram-Schüssler) oder als „Größe der Abweichung der Richtungen zweier Halbstrahlen“ (Močnik UG 1904) definiert, häufiger als der von zwei Halbstrahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt begrenzte Teil der Ebene, von einigen, z. B. Hočevar UG, wird er gar nicht definiert, sondern nur durch seine Entstehung bei Drehung eines Halbstrahles beschrieben.

Der Einfluß der historischen Tradition zeigt sich besonders in der ungleichmäßigen Auswahl und Betonung der Axiome. Das Parallelenaxiom nimmt fast überall eine Ausnahmestellung ein. In der geometrischen Formenlehre von Močnik-Spielmann (UR 1904) ist es der einzige ausdrücklich formulierte Grundsatz; bei Schmidt (OR) wird es abseits von den übrigen Grundsätzen „zum Zweck der Vereinfachung des Lehrsystems angenommen“. Diese Sonderstellung dürfte sich didaktisch kaum rechtfertigen lassen; der Schüler kann mit Recht fragen, warum der nirgends bewiesene Satz, daß eine durch einen inneren Punkt eines Kreises gehende Gerade diesen zweimal trifft, nicht in der gleichen Weise betont wird, und warum die Tatsache, daß im Kreis zu gleichen Sehnen gleiche Bögen gehören, eines Beweises bedürftiger sei[1]) als die Eindeutigkeit der Parallelenkonstruktion. Eine historische Rechtfertigung für die Sonderstellung des Parallelenaxioms gibt Suppantschitsch. Es findet sich fast überall in der Form: „Durch einen Punkt außerhalb einer Geraden kann zu ihr nur eine Parallele gezogen werden“ — unter Parallelen sind zwei Geraden derselben Ebene und ohne Schnittpunkt verstanden. Nur Hartl wählt den Satz: „Zwei Geraden, einer dritten parallel, sind zu einander parallel“ als Grundlage; Schram (ebene Geometrie) benützt: „Parallele Geraden und nur solche bilden mit jeder Geraden gleiche Gegenwinkel“. In Lehrbüchern der Unterstufe z. B. (Schram-Schüssler, Menger) wird mitunter als „zweiter Grundsatz von den Parallelen“ erklärt, daß die Winkel zwischen zwei Geraden sich bei parallelem Fortschreiten der einen nicht ändern. Bei Schram-Schüssler ist auch die Einzigkeit der zu einer Ebene parallelen Ebene als Axiom formuliert und der „allgemeine Grundsatz“ hinzugefügt: „Wenn eine Gerade oder eine Ebene parallel fortschreitet, ändert die Gerade ihre Richtung und die Ebene ihre Stellung nicht.“

Von Axiomen der Verknüpfung findet sich fast in allen Lehrbüchern der Oberstufe der Grundsatz, daß durch zwei Punkte nur eine

---

[1]) Močnik-Spielmann (UG 1904) gibt diesen Satz über den Kreis sogar ausdrücklich als Beispiel eines beweisbedürftigen Lehrsatzes zum Unterschied von Grundsätzen an, während er tatsächlich mit den dem Schüler hier zu Gebote stehenden Hilfsmitteln nicht beweisbar ist.

Gerade, durch drei Punkte, die nicht in einer Geraden liegen, nur eine Ebene möglich sei; daß eine solche Ebene, bezw. Gerade, existiert, wird nur von wenigen Autoren ausdrücklich erklärt (Gajdeczka, Suppantschitsch, Mandl), bei anderen wird das Axiom durch verschiedene mechanische Erzeugungsarten der Ebene ersetzt, Mandl begründet ihn durch ein Bewegungsargument. Daß eine Gerade, die mit einer Ebene zwei Punkte gemein hat, in ihr liegt, wird wohl durchwegs als Axiom ausgesprochen. Darauf versuchen aber einige Autoren einen Beweis dafür zu gründen, daß zwei verschiedene Ebenen, die einen Punkt gemein haben, sich in einer Geraden schneiden, z. B. Močnik-Spielmann, Mandl, Gajdeczka mittels der unbegründeten Annahme, daß beide Ebenen, wenn sie keine Gerade gemein hätten, notwendig drei nicht in gerader Linie liegende Punkte enthalten müßten (vielmehr wäre zuerst die Möglichkeit eines einzigen gemeinsamen Punktes auszuschließen); Wapienik, Hočevar (1909), Schmidt suchen es ebenfalls zu beweisen, verwenden aber dabei stillschweigend Axiome der Anordnung. Hočevar beweist auf diese Art auch, daß durch drei nicht in einer Geraden liegende Punkte nicht mehr als eine Ebene geht. Alle diese Beweise sind offenbar nicht stichhältig. Die Axiome, welche von der Existenz unendlichvieler Punkte, Geraden etc. sprechen, finden sich nur bei Suppantschitsch vollzählig.

Dieser Autor ist auch der einzige, der die Tatsachen der Anordnung[1]) mit einiger Vollständigkeit formuliert, wie er denn überhaupt eine lückenlose Grundlegung der Geometrie anstrebt; dagegen verzichtet er darauf, die Anzahl der Axiome möglichst zu reduzieren und spricht auch solche, anschauliche klare Sätze, die eines Beweises fähig wären, in der gleichen Form wie die Axiome aus. Auch die Axiome der Kongruenz, darunter einer der Kongruenzsätze für Dreiecke, sind nur in diesem Unterrichtswerk vollständig angeführt, die meisten anderen Bücher haben höchstens einige der allgemeinen Größenaxiome des Euklid übernommen — eine sehr unzureichende Grundlage für die Vergleichung von Strecken und Winkeln. Schram (ebene Geometrie) gründet die Kongruenzlehre auf die Konstruktionen mittels des „Prinzipes der Identität: Stimmen zwei Figuren in den eindeutigen Bestimmungsstücken überein, so sind sie identisch"; ein ähnliches Axiom findet sich bei Schmidt.

Von anderen Axiomen, die hie und da formuliert werden, seien noch folgende erwähnt: Suppantschitsch bringt das sogenannte Axiom des Archimedes, ohne es indessen im Lehrgang anzuwenden. Mandl stellt in der Einleitung die drei Dimensionen des Raumes fest. Der Grundsatz von der Geraden als der Kürzesten

1) Wie z. B.: „Von drei Punkten einer Geraden liegt ein einziger zwischen den beiden anderen".

findet sich in vielen Lehrbüchern. Auch der Satz von Cavalieri wird von manchen Autoren (Wapienik, Gajdeczka) ohne Begründung hingestellt. Der Lehre von der Flächenrechnung legt Gajdeczka das Axiom zu Grunde: „Zwei Figuren sind flächengleich, wenn sie entweder kongruent sind oder durch Addition oder Subtraktion aus kongruenten Figuren zusammengesetzt werden können". Suppantschitsch definiert zunächst nur die Zerlegungsgleichheit als Flächengleichheit; der Fall der Gleichheit durch Subtraktion ergibt sich dann erst aus der der Anschauung entnommenen Tatsache, daß jeder Fläche eine Maßzahl entspreche, so daß auf sie die allgemeinen Größenaxiome anwendbar werden. Er führt zur Untersuchung der Flächen- und Rauminhalte auch das sogenannte Postulat von de Zolt ein, das die Unmöglichkeit aussagt, nach Weglassung eines Teiles einer Fläche oder eines Körpers, mit dem Rest die ursprüngliche Figur wieder auszufüllen.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß bei dem heutigen Stande der Elementargeometrie die Grundlegung entweder lückenhaft ausfällt oder durch eine so große Zahl heterogener Sätze bewerkstelligt werden muß, daß der Schüler über das Fundament, auf dem das System zu erbauen ist, kaum die Übersicht behalten kann. Diesem Umstand ist es wohl zuzuschreiben, daß der neue Lehrplan nur gelegentliche Beispiele des Euklid'schen Schlußverfahrens empfiehlt und, wie es scheint, auf einen logischen Aufbau der Geometrie verzichtet.

13. Planimetrie.

Nach den früheren Lehrplänen wurde die Planimetrie in zwei Stufen unterrichtet, zuerst in der I. bis III., dann wieder in der V. Klasse (der Gymnasien). Die älteren Schulbücher zeigen im Aufbau des Gegenstandes keine grundsätzlichen Unterschiede zwischen beiden Kursen: Der zweite bildet eine erweiterte und — vielfach nur scheinbar — strenger durchgeführte Wiederholung des ersten. Vergleicht man z. B. die Planimetrie bei Schram-Schüssler (Unterstufe) mit der bei Wapienik (Oberstufe), so findet man fast vollständige Übereinstimmung in der Beweismethode (der üblichen Folge von Voraussetzung, Behauptung und Beweis und mit den zahlreichen Umkehrungen, z. B. bei den Relationen im Parallelogramm); nur hie und da werden anschauliche Argumente in der Oberklasse durch anscheinend triftigere ersetzt (z. B. wird hier die gegenseitige Lage zweier Kreise formell streng diskutiert, aber doch stillschweigend die Stetigkeitseigenschaft der geschlossenen Linie benutzt; statt des indischen Beweises für den Satz des Pythagoras wird der Euklidische gegeben u. dgl.). Auch die Anordnung beider Bücher zeigt nur unwesentliche Unterschiede, z. B., daß die Flächenvergleichung auf der Unterstufe mit der Flächenberechnung verbunden, auf der Oberstufe von ihr

getrennt ist. Der Inhalt des höheren Lehrganges endlich hat nur eine ausgedehntere Anwendung der Algebra (Flächenformeln, Ausmessung der Kreisvielecke), den Begriff der Inkommensurabilität und die Erweiterung der Ähnlichkeitssätze zur allgemeinen Ähnlichkeitstransformation voraus, überdies etwa noch ein Dutzend etwas schwierigerer Einzelsätze (Peripheriewinkel, Ptolemäus, goldener Schnitt etc.) mit den zugehörigen Konstruktionsaufgaben.

In den neueren Lehrbüchern vergrößert sich allmählich der Niveauabstand zwischen den beiden Lehrgängen, indem Inhalt und Methode der ersten Stufe erleichtert werden, auf der Oberstufe dagegen relativ neuere Teile der Planimetrie einen größeren Raum erhalten.

Die den neuesten Lehrplänen angepaßten Bücher haben die Zweistufigkeit aufgegeben und bringen nach dem dreijährigen Vorkursus, in dem Planimetrie und Stereometrie verschmolzen und vorwiegend anschaulich dargestellt sind, die Planimetrie für die IV. Klasse in mehr systematischer Durchführung. — Somit kann der Bericht über die Darstellung der Planimetrie auf die Lehrbücher der Oberstufe, respektive Mittelstufe beschränkt werden.

Anordnung der Planimetrie: Die erste Hälfte umfaßt in allen Büchern von Messungen freie Beschreibung und Konstruktion der Figuren, ohne die Begriffe der Ähnlichkeit und Flächengleichheit zu benützen. In den älteren Lehrbüchern (Wapienik, frühere Auflagen von Močnik) ist der beschreibende vom konstruktiven Teil scharf getrennt; die Aufgaben zum ersten Teil fordern somit durchwegs nicht Zeichnungen, sondern Beweise. Močnik-Spielmann (25. Auflage) sieht sich zu dieser Einteilung schon dadurch gezwungen, daß er zunächst nur geradlinige Figuren beschreibt (Gerade, Winkel, Dreieck, Viereck, Vieleck) und dann erst den Kreis einführt. In neueren Werken macht sich dagegen das Bestreben bemerkbar, der zeichnerischen Tätigkeit schon früher Raum zu geben; in diesem Sinn führen Hočevar und Schmidt den Kreis unmittelbar nach der Lehre von der Dreieckskongruenz ein; Gajdeczka und Mandl bringen noch vor der Kongruenzlehre die ersten Eigenschaften des Kreises, an diese schließen sich die elementaren Konstruktionen an; die Neuausgaben von Močnik-Spielmann, ferner Gajdeczka-Kaller und Suppantschitsch geben einen ersten Abschnitt über den Kreis im Anschluß an den Begriff des Winkels und benützen ihn sogleich zur Konstruktion der Dreiecke, die jetzt der Kongruenzlehre vorausgeht.[1])

[1]) Über Versuche, die Kongruenzlehre logisch auf ein allgemeines Postulat über Konstruktionen zu gründen, vergl. das in Nr. 12 gesagte. Kaller bringt in der neuen Ausgabe von Gajdeczkas Lehrbuch den Gedanken, die Kongruenz auf die Eindeutigkeit der Konstruktionen zu stützen, in etwas primitiver Weise dadurch zur Geltung, daß er die Deckungsbeweise der alten Ausgabe statt durch die Worte „zwei Dreiecke sind kongruent, wenn ...... überall durch: „zwei Dreiecke zu konstruieren, die ....“ einleitet

Die zweite Hälfte der Planimetrie enthält die Flächengleichheit und Ähnlichkeit, die Längen- und Flächenmessung und die zugehörigen Konstruktionen, speziell die nach der Methode der algebraischen Analyse. Die Lehrbücher von Wapienik und Mandl bringen die Flächenvergleichung vor der Ähnlichkeitslehre und erzielen dadurch den Vorteil, in dem Begriff der Fläche ein Hilfsmittel für die weniger anschauliche Lehre von den Streckenverhältnissen zu erhalten; die Proportionalität der Abschnitte in einem von Parallelen durchsetzten Strahlenbüschel ergibt sich dann nämlich aus dem Satz, daß sich die Flächen zweier Dreiecke mit einem gemeinsamen Winkel wie die Produkte der einschließenden Seiten verhalten. Auch der Begriff der Inkommensurabilität ist in diesem Fall nur an einer Stelle, bei dem Beweis der Proportionalität zwischen der Rechtecksfläche gegebener Basis und ihrer variablen Höhe, zu berücksichtigen. — Die übrigen Lehrbücher stellen die Ähnlichkeitslehre vor die Flächenvergleichung; diese wieder wird von der Mehrzahl der Verfasser von der Flächenberechnung scharf getrennt, nur in den Büchern von Hartl. Mandl und Suppantschitsch wird der Begriff der Maßzahl neben dem der Kongruenz zur Vergleichung von Flächen herangezogen. Den Schluß der Planimetrie bildet die Ausmessung der Kreislinie und -fläche.

Methode der Planimetrie. Die früher so geschätzte Anordnung der Teile eines Satzes als „Voraussetzung, Behauptung, Beweis" wird in neueren Büchern nur ausnahmsweise beobachtet. man begnügt sich vielmehr meist mit der Unterscheidung: „Lehrsatz, Beweis". Jenes ältere Schema wird z. B. in einem neuen Werk (Suppantschitsch) gewissermaßen als historisches Kuriosum beim gleichschenkligen Dreieck vorgeführt, während gerade dieses Lehrbuch sich mehr eines induktiven Verfahrens bedient, nämlich an einer vorgelegten Figur die merkwürdigen Eigenschaften hervorhebt, sie nachträglich in einen Satz zusammenfaßt und darauf häufig die konstruktive Anwendung folgen läst. Ähnlich geht Kraus in seinem Buch für Lehrerbildungsanstalten vor. — Weitere methodische Versuche, an welchen die Lehrbuchliteratur Deutschlands so reich ist, sind in Österreich nicht gemacht worden; heuristische Prinzipe zur Verbindung größerer Gruppen des Stoffes treten kaum irgendwo auf und auch das Bestreben, auf der Oberstufe durch ein deduktives Verfahren größere Gebiete von einem gemeinsamen Gesichtspunkt aus zu behandeln, zeigt sich nur erst in geringen Einzelheiten. Die neueren Darstellungen der Planimetrie unterscheiden sich in methodischer Hinsicht von früheren eigentlich nur darin, daß der ganze Aufbau jetzt lockerer gehalten wird, sei es, weil die frühere Systematik eben auch nur scheinbar eine völlig strenge war, sei es, weil ihr didaktischer Erfolg nicht befriedigte und von einer Lockerung des Zusammenhanges eine leichtere Auffassung des Gegenstandes erwartet wird. Z. B. sind

die so unbeliebten Umkehrungssätze mit dem inversen Beweisverfahren aus einigen der neu herausgegebenen Lehrbücher ganz fortgelassen worden, u. zw. ohne Ersatz durch positive Überlegungen, wie dies in einigen ausländischen Werken versucht worden ist[1]). — Auch die Systematik der Konstruktionen mit ihren vier Stufen: „Analysis, Konstruktion, Beweis, Determination" wird nur in wenigen Lehrbüchern konsequent befolgt, in manchen (Hočevar, Suppantschitsch) nur historisch mitgeteilt.

Der Begriff der Bewegung tritt auch schon in den älteren Büchern bei der Definition mancher Figuren, z. B. des Kreises, auf, sowie dort, wo der Beweis mit Hilfe der Kongruenz ohne Not schwierig oder gesucht erscheint; auch schon die Kongruenzsätze für Dreiecke selbst werden mit dem Bewegungsbegriff erledigt — wohl im Anschluß an Euklid, der mit seinem Deckungsbeweis des ersten Kongruenzsatzes, da er für die Bewegung keine Axione aufgestellt hat, bekanntlich sein System verläßt. In den Lehrbüchern bildet der Begriff der Bewegung nicht ein neues, logisch verwertetes Element der Grundlage (wie in den Éléments de Géométrie von Méray), sondern ein Anschauungsmittel, das die Deduktion ersetzen soll. — Bei Suppantschitsch wird die Lehre von den Parallelverschiebungen und Drehungen ganz exakt auf die Kongruenzsätze gestützt, somit auch hier nicht als Beweismittel, sondern ihres eigenen Interesses wegen eingeführt; die Kongruenzlehre selbst wird bei Suppantschitsch (nach Euklid, aber im Gegensatz zu den übrigen österreichischen Lehrbüchern) unabhängig von dem Parallelenaxiom aufgebaut. Das Beweisverfahren entspricht dabei etwa dem in Hilberts Grundlagen der Geometrie angedeuteten. Die Verschiebungen und Drehungen werden in diesem Lehrbuch später, bei den Konstruktionen, als Spezialfall der „Transformationsmethode" ausgenützt. (Konstruktionen „durch Drehung" auch bei Hartl).

Die geometrischen Verwandtschaften der Elementargeometrie zugrunde zu legen, ist ein neuerdings vielfach vertretener Vorschlag. In den österreichischen Lehrbüchern sind aber zur Durchführung dieses Gedankens erst einige bescheidene Versuche gemacht worden.[2]) Die Symmetrie zur Axe und zum Zentrum, die einfachste Lageverwandtschaft, ergibt freilich eine Fülle hübscher Anschauungstatsachen und dies wird in den neuen Lehrbüchern der Unterstufe auch ausgenützt, in der Systematik der Oberstufe aber hat

[1]) Ein solcher Ersatz ist auch in einem österreichischen Werk, Witteks Geometrie (OS), angestrebt worden, das aber vergriffen und dem Referenten leider nicht zugänglich geworden ist (vgl. Witteks Aufsatz im Gymn.-Progr., Horn 1886).

[2]) Zum erstenmal wohl in der Geometrie von Wittek (s. d. vorige Fußnote).

sie noch keinen natürlichen Platz gefunden. Sie wird teils (z. B. bei Hočevar und Mandl) nur geometrisch erläutert, ohne mit dem übrigen Stoff in Beziehung zu treten, teils (z. B. bei Gajdeczka und Hartl) dazu verwendet, in besonders einfachen Fällen das Kriterium der Kongruenz zu ersetzen, doch erscheint die Symmetrie nirgends neben der Kongruenz als gleichwertige geometrische Verwandtschaft in ausgedehnter Anwendung. Nur Travniček (MS) scheint auf eine solche Ausnützung des Symmetriebegriffes hinzuarbeiten, indem er einen großen Teil der Planimetrie, allerdings ohne dabei auf strenge Systematik zu achten, allein mit Hilfe der axialen Symmetrie und vor der Aufstellung der Kongruenzsätze durchführt. Suppantschitsch definiert die axial-symmetrischen ebenen Figuren als einseitige Bilder in der Ebene (das sind solche, die von beiden Seiten der Ebene betrachtet, den gleichen Anblick geben), die zentrisch-symmetrischen Figuren mittels des Begriffes der Drehung und verwendet die Spiegelung als Hilfsmittel bei einigen Konstruktionen. — Die Ähnlichkeitsverwandtschaft wird in einigen Büchern, z. B. Mandl, durch die Größenrelationen an ähnlichen Figuren erklärt, in anderen, z. B. Wapienik von der ähnlichen Lage im Strahlenbüschel her eingeführt. Gajdeczka verwendet die perspektive Lage ähnlicher Figuren zu dem Nachweis für die Möglichkeit der ähnlichen Abbildung jeder beliebigen Figur. Suppantschitsch baut die Ähnlichkeitslehre konsequent auf das Problem, die bei der Ähnlichkeitstransformation unveränderlichen Eigenschaften und Größen zu bestimmen. Die Methode der „Konstruktion mittels ähnlicher Figuren" wird überall eingehend behandelt. An die Ähnlichkeitslehre schließt sich der weitere Aufbau der Lehre vom Dreieck und vom Kreis: die merkwürdigen Punkte, Eulers Gerade, der Apollonische Kreis, das regelmäßige Zehneck etc. Es muß indessen hervorgehoben werden, daß die österreichischen Lehrbücher dem anscheinenden Bestreben mancher ausländischer Aufgabensammlungen, eine gewisse Virtuosität in Dreieckskonstruktionen zu erzielen, meist nicht weit folgen. Auch die schwierigeren Lehrsäze, z. B. die über Dreieckstransversalen von Menelaus und Ceva, über den Neun-Punkte-Kreis von Feuerbach u. dergl. findet man nur in wenigen von unseren Büchern erwähnt (so in dem älteren Buch von Sonndorfer, dann bei Suppantschitsch unter den „Aufgaben für Vorgeschrittene").

Von den Gedanken der sogenannten neueren Geometrie zeigen die Lehrbücher, mit Ausnahme der jüngst erschienenen[1]), nur wenige Spuren: Strecken und Winkel werden wohl überall im Anfang auch als mit Vorzeichen versehene Größen erklärt, ohne daß dies

[1]) Und mit Ausnahme des schon 1887 erschienenen, aber wie schon erwähnt, vergriffenen Buches von Wittek.

jedoch vor der Trigonometrie benützt würde, und bei der Ähnlichkeitslehre kommen einige Beispiele von harmonischer Teilung vor. Neuere Bücher, wie die von Suppantschitsch und Schmidt, gehen darin etwas weiter: der erstere führt Punktreihe und Strahlenbüschl schon in den Unterklassen als reziproke Gebilde ein und beschreibt im systematischen Lehrgang ausfürlich den Begriff des Teilverhältnisses und seine Invarianzeigenschaften; unter den Aufgaben kommen auch solche über das Doppelverhältnis vor, ferner die harmonischen Eigenschaften des vollständigen Vierseits, der Polare eines Punktes bezüglich eines Kreises etc. Aber nirgends wird genauer auf projektive Verwandtschaften eingegangen [1]), geschweige denn auf nichtlineare Abbildungen [2]).

Das Bestreben nach theoretischer Erneuerung des Lehrstoffes hat also auf diesem Gebiet nocht nicht viel gezeitigt, hingegen kommen die neuen Bücher der Forderung, den Unterricht der Geometrie in nähere Beziehungen zu ihren praktischen Anwendungen zu bringen, ziemlich weit entgegen. In erster Linie stehen die Aufgaben über Feldmessung, die auch schon in den Lehrgängen für Unterklassen gepflegt werden; die Aufnahmen in verjüngtem Maßstabe bilden ein reiches Anwendungsgebiet der Ähnlichkeitslehre. Bei Suppantschitsch ist ein eigener Abschnitt den Vermessungen ohne Winkelinstrument gewidmet. Hartl's Lehrbuch für Gewerbeschulen bringt eine Reihe von Anwendungen der Ähnlichkeitslehre auf Fragen der Statik. Von praktischen Zeichen- und Meßinstrumenten werden gelegentlich der Transversalmaßstab, das Glasplanimeter, der Proportionalwinkel und Proportionalzirkel, der Pantograph, der Feldwinkelmesser, der Theodolit beschrieben, auf die Verwendung des Millimeterpapieres und der Wage zur Flächenberechnung verwiesen etc.

Hierher gehören auch die näherungsweisen Konstruktionen und Berechnungen, die in den Büchern freilich nur nebenbei zur Sprache kommen, z. B. die Methoden von Renaldi und Herzog Bernhard zur Kreisteilung; ferner zur genäherten geometrischen Rektifikation oder Quadratur des Kreises die Methoden von Dürer $\left(\pi = \frac{25}{8}\right)$, Kochanski $\left(\pi = \sqrt{13\frac{1}{3} - 2\sqrt{3}}\right)$ u. a. Die Frage nach der exakten Ausführbarkeit gewisser Konstruktionen wird bei Suppantschitsch und Schmidt in historischen Notizen berührt.

---

[1]) Hierher wäre nur der Satz von Pohlke zu rechnen, den Schmidt für den Fall der Parallelprojektion (ohne darauffolgende Ähnlichkeitstransformation) behandelt.

[2]) Eine Ausnahme bildet die Inversion am Kreis, über die bei Suppantschitsch einige Aufgaben gestellt werden.

Konstruktionen mit anderen Mitteln als Lineal und Zirkel kommen selten vor; bei Sonndorfer und Suppantschitsch einige Aufgaben reiner Linealkonstruktion und in dem jetzt nirgends mehr eingeführten Buch von Frischauf einige Bemerkungen über J. Steiners und Mascheronis Konstruktionsmethoden[1]). Schmidt bringt auch einige Beispiele aus dem interessanten Kreis der Konstruktionen bei ungünstigen Lageverhältnissen. Das Prinzip der Ökonomie in Elementarkonstruktionen (Geometrographie) wird von Mandl vorübergehend berührt, von Schmidt aber schon ziemlich eingehend durch Abzählung der konstruktiven Einzelschritte an einigen Aufgaben behandelt.

Hartl bringt im Anfang der Planimetrie ein Kapitel über die Konstruktion von Winkeln aus gegebenen Tangenswerten mit Hilfe einer dem Buch beigegebenen Tafel und Frischauf schaltet die Trigonometrie zwischen Ähnlichkeitslehre und Flächenberechnung ein; sonst wird die Planimetrie überall ohne trigonometrische Hilfsmittel durchgeführt, so daß die planimetrischen Rechnungen im wesentlichen nur die Flächenformel des Rechteckes und den Satz des Pythagoras verwenden. Von den zahlreichen rechnerischen und konstruktiven Beweisen dieses letzteren Satzes findet sich in den Lehrbüchern eine mannigfache Auswahl. Seine Umkehrung wird nur auf der Oberstufe, resp. Mittelstufe bewiesen, ebenso seine Verallgemeinerungen auf das schiefwinkelige Dreieck (Projektionensatz und Satz des Pappus). Die interessante Verallgemeinerung Euklids (VI, 31) auf beliebige ähnliche Figuren, die über den drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks errichtet sind, findet sich nur in wenigen Büchern. Mandl schließt aus der Umkehrung dieses letzeren Satzes nach Bolzano auf den Satz des Pythagoras selbst.

14. Stereometrie.

Da die systematische Stereometrie in allen Lehrplänen einem anderen Schuljahr als die Planimetrie zugeteilt wird, kommt es in keinem Lehrbuch für die Oberstufe (oder Mittelstufe) zur „Fusion" beider Gegenstände — ausgenommen die „Elemente der Geometrie" von Frischauf, wo ebene und räumliche Gebilde von vorneherein im Zusammenhang miteinander behandelt sind.

---

[1]) Als Ergänzung zu den Lehrbüchern von J. Frischauf erschien von demselben Verfasser: „Die geometrischen Konstruktionen von L. Mascheroni und J. Steiner, 1869, Graz (Leuschner u. Lubensky).

Vergl. auch A. Adler, Theorie der geometrischen Konstruktionen, 1906, Leipzig (Göschen).

Wie die Planimetrie wurde auch die Stereometrie an Mittelschulen nach den älteren Lehrplänen in zwei Stufen (IV. und VI. Klasse) behandelt, die sich nach Inhalt und Anordnung nicht allzusehr unterschieden; gegenwärtig ist die systematische Stereometrie dem V. Jahrgang allein reserviert.[1]) Die Lehrbücher halten sich dabei etwa an folgende Anordnung: allgemeine Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen im Raume, einschließlich der Körperecken; Beschreibung ebenflächiger Körper (meist mit der Berechnung von Diagonalen u. dgl., bei Suppantschitsch auch mit der der Oberfläche verbunden), dann dasselbe für krummflächige Körper; es folgen die Abzählungssätze für Polyëder (Eulers Satz, reguläre Körper), endlich die Oberflächen- und Volumsberechnungen. Mitunter wird der Kugel ein eigener Abschnitt gewidmet und der über abzählende Polyëdersätze an den Schluß der Stereometrie versetzt.

Methode: Die älteren Lehrbücher übertragen der Selbsttätigkeit des Schülers in der Stereometrie fast ausschließlich Rechnungen, besonders Oberflächen- und Volumsbestimmungen. Die stereometrische Konstruktion, die den planimetrischen Elementaroperationen noch das Verbinden dreier Punkte durch eine Ebene hinzufügt, fehlt in einigen Büchern vollständig, so in Wapienik und in dem neuen von Gajdeczka-Kaller, in den meisten anderen ist sie wenig vertreten, reichlich nur in dem Übungsheft zu Mandls Geometrie. Dieser Mangel an Anregung des Schülers zu eigener Tätigkeit dürfte es verschuldet haben, daß die allgemeinen Sätze über parallele und normale Ebenen und Geraden etc. ein fast berüchtigtes Kapitel der Unterrichtspraxis wurden.[2]) Die neuen Lehrpläne suchen den Übelstand zu mildern und der räumlichen Anschauung ein Übungsfeld zu geben, indem sie als Einleitung in die Stereometrie einen Abschnitt über Schrägrisse, im Gymnasium auch über Orthogonalprojektion auf zwei Tafeln anordnen.[3]) Das stereometrische Zeichnen wird erst durch diese Neuerung in die Gymnasien eingeführt.[4]) Die seither erschienenen Lehrbücher beschränken sich auf Schrägrisse der einfachsten Polyëder

---

[1]) Über räumliche Geometrie im Vorbereitungskursus siehe Nr. 11 (Einführung in die Raumlehre).

[2]) Aus diesem Grund hat wohl Kaller in der neuen Ausgabe von Gajdeczkas Geometrie die Beweise für viele dieser Sätze einfach weggelassen.

[3]) Für das neue Realgymnasium erscheinen, wie für die Realschule, eigene Lehrbücher der darstellenden Geometrie, auf die sich das Referat nicht bezieht.

[4]) Schon vorher war als Ergänzung zu den stereometrischen Lehrbüchern eine Schrift über Schrägrisse: Leitfaden der konstruierenden Stereometrie von Th. Hartwig, 1906, Wien (Fromme) erschienen.

und runden Körper in den übersichtlichsten Stellungen, ohne auf die stereometrischen Grundlagen des Verfahrens weit einzugehen, und auf einige Beispiele der Orthogonalprojektion auf zwei oder drei Tafeln. Die geometrische Bestimmung von Gebilden aus ihrem Grund- und Aufriß wird nur an wenigen Beispielen berührt.

Der Begriff der Bewegung wird für den Raum in demselben Umfang als anschauliches Beweismittel herangezogen wie in der Planimetrie. Der gegenüber der ebenen Geometrie neue Begriff der Symmetrie ohne Kongruenz wird in allen Lehrbüchern wenigstens bei der Gelegenheit der Dreikantvergleichung erwähnt. Bei Sonndorfer wird die räumliche Symmetrie eingehend behandelt, Suppantschitsch bespricht auch die Symmetrieaxen höherer Ordnung der regulären Polyëder. Nur bei diesem Autor und bei Schmidt wird die räumliche Ähnlichkeitstransformation näher untersucht.

Betreffend die Transformation krummer Flächen ineinander, speziell die Abwickelbarkeit, findet man nur gelegentlich eine Bemerkung über die Unmöglichkeit, die Kugel auf eine Ebene abzuwickeln und mitunter, z. B. bei Schmidt einen kurzen Absatz über das Landkartenzeichnen (Mercatorkarten, orthographische und stereographische Projektion). Der Begriff der Zusammenhangszahl von Flächen kommt nur bei Suppantschitsch zur Sprache und wird hier — allerdings in nicht ganz einwandfreier Weise — zum Beweis des Eulerschen Abzählungssatzes über Polyëder angewendet. Dieser Satz wird auf der Oberstufe sonst immer durch die Normalprojektion des Kantennetzes auf eine passende Ebene und durch zweifache Berechnung der Winkelsumme dieser Projektion bewiesen; auf der Unterstufe wird er manchmal induktiv aufgefunden.

Die stereometrischen Rechnungen umfassen neben den einfachsten ebenflächigen und runden Körpern mitunter auch das „Prismatoïd" und verschiedene Spezialformen dieses Körpers (z. B. bei Wittstein, Sonndorfer, Wapienik); die Einführung dieser Körperform hat wohl den Zweck, die Mehrzahl der elementaren stereometrischen Rechnungen unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt zu bringen. Ein anderes Verfahren in derselben Richtung besteht darin, möglichst früh das Prinzip von Cavalieri einzuführen. Es wird teils ohne Begründung, teils bloß mit einer physikalischen Erläuterung aufgestellt, bei Suppantschitsch und Schmidt (für pyramidenförmig ansteigende Körper) streng bewiesen. Jeder Beweis des Prinzipes setzt die Tatsache, daß gerade Prismen mit flächengleicher Basis und gleicher Höhe inhaltsgleich sind, als bekannt voraus und dieser Satz kann nicht umgekehrt auf das Prinzip gestützt werden, was nicht von allen Verfassern beachtet worden ist.

Mitunter sucht man die Cavalierische Überlegung zu vermeiden; bei prismatischen Körpern hat dies keine Schwierigkeit, da ihre

Inhaltsgleichheit durch Addition und Subtraktion kongruenter Stücke festzustellen ist. Daß dies bei Pyramiden nicht mehr ausreicht, erwähnt Suppantschitsch. Frischauf baut die Pyramiden als unendliche geometrische Reihe einander ähnlicher Körper mit bekannter Volumsformel auf; Sonndorfer benützt im wesentlichen dieselbe Zerlegung, vermeidet aber den Grenzprozeß mittels der Hilfsannahme, daß das Volumen der Grundfläche und Höhe proportional sein müsse. Der Wunsch, das infinitesimale Verfahren zu umgehen, führt mitunter auch zu unrichtigen Beweisen für die Volumsformel der Pyramide (z. B. Močnik-Spielmann US, 1909).

15. Trigonometrie.

Die Behandlung der Winkelfunktionen beginnt mit der Feststellung, daß im rechtwinkligen Dreieck die Seitenverhältnisse durch die Winkel allein bestimmt, aber durch planimetrische Mittel im allgemeinen nicht berechenbar sind. Die meisten, besonders die neueren Bücher beschränken sich zunächst auf spitze Winkel, geben die einfachsten Relationen und den Gebrauch der Tafeln an und gehen dann sogleich zur Auflösung des rechtwinkligen und des gleichschenkligen Dreieckes (und der regelmäßigen Vielecke) über. Nur in einigen älteren Werken (z. B. Wapienik) werden die sechs Funktionen gleich anfangs für alle Werte des Argumentes definiert und mitunter (Wittstein, Sonndorfer) folgt hier — noch vor jeder geometrischen Anwendung — der ganze Formelapparat der Goniometrie.

Im nächsten Abschnitt werden die Funktionen für unbeschränkt variable Winkel erklärt, u. zw. bei einigen (Hočevar, Gajdeczka, Wapienik) mit Hilfe des hier neu eingeführten Cartesischen Koordinatensystems (z. B. $\sin\alpha = \frac{y}{r}, \ldots$), von den anderen durch die Festsetzung des entgegengesetzten Vorzeichens für die Projektionen, resp. Lote entgegengesetzter Richtung. Die Änderung der Funktionswerte wird am Einheitskreis, bei Mandl und Gajdeczka auch an den Kurven der goniometrischen Funktionen graphisch dargestellt. Einige Verfasser behalten die Funktionen Secans und Cosecans, wahrscheinlich aus Symmetriegründen, bis hierher bei.

Das Additionstheorem wird meist dadurch bewiesen, daß die Strecke, die im Einheitskreis $\sin(\alpha + \beta)$ darstellt, in zwei Teile zerlegt wird, die, wie leicht zu sehen, je einem der beiden Summanden auf der rechten Seite der behaupteten Identität gleich sind. Bei Gajdeczka-Kaller wird der Sinussatz und der Cosinussatz für beliebige Dreiecke vorausgeschickt; mittels der Relation $c = a\cos\beta + b\cos\alpha$ ergibt sich dann aus dem ersteren die Additionsformel für

den Sinus, aus dem letzteren die für den Cosinus. In beiden Methoden ist zunächst $\alpha+\beta<180°$ anzunehmen und dann die Erweiterung durch sukzessive Additionen von 90° zu erzielen. Dagegen erhält Wapienik das Additionstheorem unmittelbar für alle hohlen Winkel α, β, indem er es ebenfalls auf den Sinussatz stützt, aber diesen nicht für die Innenwinkel des Dreiecks ausspricht, sondern für diejenigen Winkel, welche von den positiven Richtungen der Dreiecksseiten (diese als gerichtete Gerade betrachtet) gebildet werden.

An das Additionstheorem schließen sich die Formeln für die Funktionen der doppelten und halben Winkel, die Umformung der Relationen für den logarithmischen Gebrauch und Beispiele von goniometrischen Gleichungen. Wie die Funktionen berechnet werden, zeigen Hočevar und Gajdeczka, indem sie geometrisch die Fehlergrenze nachweisen, die bei der Ersetzung des Sinus durch den Bogen besteht; Wittstein berechnet auf Grund des Wertes von sin 3° mit Hilfe der Halbierungsformel den Sinus jedes andern Winkels, indem er dessen Maßzahl näherungsweise durch eine Summe von Gliedern $\frac{3}{2^n}$ darstellt. Frischauf bringt hier auch die Entwicklung goniometrischer Funktionen in Potenzreihen.

Es folgen die Relationen im schiefwinkeligen Dreieck; der Sinussatz wird meist durch Einführung einer Höhe oder des Umkreisradius, ausnahmsweise auch mittels des Ptolemäischen Lehrsatzes bewiesen; der Cosinussatz entweder ebenfalls aus dem Umkreisdurchmesser oder mittels des sogenannten Projektionssatzes der Planimetrie; Wapienik leitet, wie früher den Sinussatz, auch den Cosinussatz durch Rechnung aus der Tatsache ab, daß die Projektion eines Dreiecks mit bestimmtem Umlaufssinn auf eine beliebige Gerade 0 ist. — Mit diesen beiden Sätzen, der Tangentenformel und den Mollweideschen Gleichungen wird die Auflösung der Dreiecke bewerkstelligt.

Der sphärischen Trigonometrie (nur in Büchern für Realschulen) wird meist schon im stereometrischen Teil des Lehrganges durch Sätze über Dreikante und Teile der Kugel vorgearbeitet. Mit Hilfe der Polarecke werden dort die 6 (oder 4) Kongruenzsätze für Dreikante bewiesen und die ohne Goniometrie feststellbaren Relationen im Kugeldreieck entwickelt. Die neueren Lehrgänge der sphärischen Trigonometrie zeigen vor allem das Bestreben, das Formelwesen möglichst zu verringern, z. B. sind bei der Neuausgabe des Buches von Gajdeczka der Cotangentensatz, die Gaußschen Gleichungen, die Napierschen Analogien und der trigonometrische Ausdruck für den sphärischen Exzeß entfallen; der Sinussatz, Cosinussatz und die Halbseitenformeln mit ihren dualen Gegenstücken genügen, um die Dreiecksauflösungen durchzuführen.

Der überwiegende Teil der Anwendungen der Trigonometrie besteht in der Auflösung von Dreiecken, Vielecken und einfachen Körperformen aus irgendwelchen Stücken. Die neueren Lehrbücher zeigen gegen die früheren eine beträchtliche Vermehrung der Aufgaben aus der Vermessungslehre, mathematischen Geographie und Astronomie. In Sonndorfers und Mandls Lehrbüchern sind auch die Grundlagen der sphärischen Astronomie ziemlich eingehend dargelegt.

16. Analytische Geometrie. Kegelschnitte in synthetischer Behandlung.

Der Koordinatenbegriff kam bisher auf der Unterstufe nur gelegentlich der Aufgabe vor, ein polygonales Grundstück aufzunehmen oder ein Polygon zu übertragen (Hočevar 1907, Močnik 1904, Adler II). Aber die jetzt vorgeschriebene Einführung des Funktionsbegriffes in den Lehrstoff der IV. Klasse und die Verwendung des Axentrieders in der Lehre von der Schrägperspektive macht den Schüler mit dem rechtwinkligen Koordinatensystem frühzeitig vertraut.

Solchen Aufgaben gegenüber, welche die graphische Darstellung analytisch gegebener Abhängigkeiten fordern, besteht das Ziel der analytischen Geometrie darin, umgekehrt geometrische Probleme analytisch zu formulieren und dadurch zu lösen. Demgemäß wäre es vielleicht das hauptsächliche Ziel des Unterrichtes, die Aufsuchung passender Koordinatensysteme zu gegebenen geometrischen Problemen zu lehren und die algebraische Lösung einer geometrischen Diskussion zu unterziehen. In den Lehrbüchern wird aber gewönlich nicht auf dieses Problem das Hauptgewicht gelegt; der überwiegende Teil der Aufgaben fordert vielmehr Rechnungen auf Grund gegebener Axensysteme, Koordinaten und Gleichungen, wodurch der Schwerpunkt des Gegenstandes aus dem Gebiet der Geometrie mehr in das der formalen Algebra verlegt wird; z. B. sind bei Močnik-Spielmann (1906) unter den 23 Aufgaben über den Kreis nur 4 wirklich geometrische.

Von Koordinatensystemen wird fast allein das rechtwinklige berücksichtigt. Neben ihm werden wohl Polarkoordinaten eingeführt und die Gleichungen der Geraden und Kegelschnitte meist auch in diesem System aufgestellt, aber kaum je in dieser Form angewendet. Schiefe Parallelkoordinaten werden höchstens nebenbei als zulässig erwähnt. Nur bei Sonndorfer werden sie in der Geometrie der Geraden und dann wieder bei den konjugierten Durchmessern der Kegelschnitte ausgiebig benützt. Bei Gajdeczka-Kaller wird auch auf die Lagebestimmung durch die Abstände eines variablen Punktes von zwei festen Punkten oder von einem festen

Punkt und von einer Geraden hingewiesen. Von Koordinatentransformationen kommt überall die Parallelverschiebung vor, nur in einigen Büchern auch die Drehung.

Dieser erste Abschnitt enthält stets den Ausdruck einiger metrischer Größen durch die Koordinaten, z. B. des Abstandes zweier Punkte, der Neigung einer Strecke gegen die Abszissenachse und der Dreiecksfläche. Mitunter (z. B. bei Gajdeczka—Kaller) werden aus diesen Ausdrücken schon hier die ersten Ortsgleichungen abgeleitet (Kreis; Gerade als Ort der Strecken gegebenen Anfangspunktes und gegebener Neigung oder als Ort der Spitzen von Dreiecken gegebener Basis und vom Inhalt 0).

Im zweiten Abschnitt der analytischen Geometrie wird — in den älteren Büchern hier zum ersten Mal — der Begriff der Funktion und der Gleichungen zwischen zwei Variablen sowie ihre graphische Darstellung besprochen. In den folgenden Kapiteln wird dann der umgekehrte Weg eingeschlagen, nämlich jede Linie durch ihre geometrischen Eigenschaften definiert, daraus die Gleichung hergeleitet und aus dieser werden die weiteren Eigenschaften der Kurve geschlossen. Nur das neue Buch von Mandl geht unter der Voraussetzung, daß der Schüler mit der graphischen Darstellung der linearen Funktionen vertraut sei, von der linearen Gleichung aus und gibt dann erst die geometrische Deutung.

Die behandelten Linien sind: Gerade, Kreis, Ellipse, Hyperbel und Parabel, meist in dieser Reihenfolge; Gajdeczka versetzt die Parabel gleich hinter den Kreis, Mandl behandelt die drei Kegelschnitte gleichzeitig. Die allgemeine Gleichung zweiten Grades wird nirgends diskutiert, auch der Zerfall von Kegelschnitten wird kaum irgenwo erwähnt (nur bei Gajdeczka gelegentlich der Hyperbelgleichung). Die Asymptotengleichung der gleichseitigen Hyperbel findet sich nur bei Gajdeczka-Kaller, Močnik-Spielmann (1910) (und in einer Aufgabe bei Mandl). Um die Kegelschnittlinien unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt zu bringen, stellt Wapienik ihre Gleichung auf Grund des konstanten Verhältnisses der Abstände ihrer Punkte von Brennpunkt und Leitlinie auf, in anderen Büchern bildet die Polarengleichung oder die Scheitelgleichung die alle Spezialfälle umfassende Gleichungsform. Daß diese Linien wirklich Schnitte des Kegels sind, wird in der Neuausgabe von Močnik und bei Mandl mit Hilfe der sogenannten Dandelinschen Berührungskugeln synthetisch nachgewiesen, in den anderen Büchern dadurch, daß aus der stereometrischen Figur die Scheitelgleichung abstrahiert wird.

Die Geometrie der Kegelschnitte wird im allgemeinen nicht weit über das hinaus geführt, was sich aus der Fokaldefinition und

der Tangentengleichung fast unmittelbar ergibt[1]). In den Lehrbüchern für Realschulen werden gewöhnlich noch die konjugierten Richtungen besprochen, in einigen auch das konfokale System und seine Rechtwinkligkeit, bei Sonndorfer und Mandl einige Sätze über die Polare, bei Wittstein auch der Krümmungskreis. Überall wird die Fläche des Ellipsen- und Parabelsegmentes, hie und da auch die des Hyperbelsegmentes berechnet.

Unter den Anwendungen der analytischen Geometrie nehmen die konstruktiven den größten Raum ein, z. B. werden die merkwürdigen Punkte des Dreieckes, Potenzlinie und Potenzzentrum von Kreisen und bei Hočevar und Mandl das Apollonische Berührungsproblem (das auch nur in wenigen Lehrbüchern planimetrisch durchgeführt ist), analytisch behandelt. Außerdem werden verschiedenartige Punkt- und Tangentenkonstruktionen der Kegelschnitte aus ihren Gleichungen gefunden. Anwendungen auf andere Gebiete sind in den Lehrbüchern nicht zahlreich; man könnte die Kubatur der Rotationskörper von Kegelschnitten, die numerischen Berechnungen auf Grund der Keplerschen Gesetze (Hočevar), die Reflexion des Lichtes an kegelschnittförmig gekrümmten Spiegeln zitieren und einiges andere.

Die Lehrpläne haben die Kegelschnittlehre der analytischen Geometrie zugewiesen, als ein neues Gebiet, auf dem die Leistungsfähigkeit der analytischen Methode zu erweisen ist. Demgemäß bringen die Lehrbücher selten eine zusammenhängende synthetische Darstellung dieser Linien. Allerdings wird die praktische Konstruktion der Ellipse mit dem Faden, Papierstreifen oder Zirkel in manchen Büchern schon dem Stoff der ersten Klasse eingefügt (Močnik-Spielmann, Realschulen 1904, Menger, Schiffner 1906). In der Projektionslehre der IV. Realschulklasse tritt die Ellipse als affines Bild des Kreises auf; ihre Brennpunktseigenschaften werden gleichzeitig mit denjenigen der beiden anderen Kegelschnittformen eingehend behandelt und konstruktiv verwertet (sehr reichlich z. B. bei Rossmanith-Schober, 11. Auflage). Daß die Ellipse als Zylinderschnitt, alle drei Kurven als ebene Schnitte des Kegels betrachtet werden können, wird auf der Unterstufe nur mitgeteilt. Einen Hinweis darauf, daß sich eine bestimmte Gruppe von Sätzen über den Kreis, z. B. die über Polaren, durch Projektion auf alle Kegelschnitte übertragen lasse, gibt Schmidt (MS), der übrigens auch in der Stereometrie die Konstruktion der Schnitte des Rotationskegels in schiefer Parallelperspektive vornimmt.

Es sei noch erwähnt, daß die zeichnende Geometrie in der Realschule mitunter auch andere Kurven behandelt, z. B. die Evolute

[1]) Hier sei bemerkt, daß bei Mandl und Močnik-Spielmann 1910 die Tangentengleichung auch durch den Begriff des Differentialquotienten hergeleitet wird.

und Evolvente des Kreises, Fehler- und Fußpunktskurven, Rollkurven, Spiralen, Cassinis Ovale etc. (vgl. etwa Streißlers Formenlehre).

C. Bücherverzeichnis.

Der Referent hat nicht alle hier genannten Bücher sich zur Einsichtnahme verschaffen können. Soweit ihm die erfolgte Approbation bekannt war, wurde sie durch ein (a) angedeutet. * heißt: nach den neuen Lehrplänen bearbeitet.

V. Adam, Taschenbuch der Logarithmen (fünfstellig), 34. Auflage, 1906, Wien (Mejstrik).

A. Adler, Einführung in die Geometrie und Grundriß der Geometrie (für die I. und II. Klasse), 2. Auflage, 1910, Wien (Hölder) (a)*.

J. Arbes, Vierstellige Logarithmentafeln, 1905, Wien (Tempsky).

E. Bardey, Aufgabensammlung, für österreichische Mittelschulen bearbeitet von F. Schiffner und G. Wagner, 1903, Wien (Graeser) (a).

H. Bergmeister, Geometrische Formenlehre für Mädchenlyzeen, 2 Teile, 2. Auflage, 1906, Wien (Deuticke) (a).

I. G. Böhm, Kleines logarithmisch-trigonometrisches Handbuch, 4. Auflage, 1882, Innsbruck (Wagner).

V. Bronzin, Lehrbuch der politischen Arithmetik (für Handelsakademien), 1906, Wien (Deuticke) (a).

M. Dolinski, Algebra und politische Arithmetik (für Handelsakademien), 1906, Wien (Fromme) (a).

I. B. Duport, Lehrbuch der Arithmetik für die I. bis III., der Arithmetik und Geometrie für die IV. bis VI. Klasse der Mädchenlyzeen, teilweise 2. Auflage, 1903/06, Wien (Deuticke) (a).

N. Fialkowski, Lehrbuch der Planimetrie für die I. und II. Klasse der Realschulen, 5. Auflage, 1881, Wien (Manz).

Lehrbuch der Geometrie für Oberklassen, 2. Auflage, 1893, Wien (Pichler).

J. Frischauf, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik für Mittelschulen (im Anschluß an E. Heis' Beispielsammlung) 1889. Graz (Leuschner und Lubensky).

— Elemente der Geometrie, 1870, Übungen dazu, 1876 (ebenda).

— Einleitung in die analytische Geometrie, 3. Auflage, 1889 (ebenda).

J. Gajdeczka, Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Untergymnasien, 2. Auflage, 1892, Prag (Tempsky).

— Lehrbuch der Arithmetik für Untergymnasien, 3. Auflage, 1890, Wien (Tempsky).

— Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen, 7. Auflage, 1908 (ebenda) (a).*

— Übungsbuch zur Arithmetik und Algebra, 8. Auflage, (ebenda) (a).*

— Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen, 4. Auflage, herausgegeben von E. Kaller, 1910, Wien (Deuticke).*

— Übungsbuch zur 3. Auflage der Geometrie für Oberklassen, 3. Auflage, 1906 (ebenda) (a).

— Maturitätsprüfungsfragen aus der Mathematik, 2. Auflage, 1905 (ebenda).

J. Gajdeczka, Mathematischer Lernstoff für Lehramtskandidaten der Bürgerschulen, 1909 (ebenda).

F. G. Gauß, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln, kleine Ausgabe, 21./24. Auflage, 1906, Halle (Strien).

A. Gernerth, Grundlehren der ebenen Geometrie, 4. Auflage, bearbeitet von F. Wallentin 1880, Wien (Gerold).

— Fünfstellige gemeine Logarithmen der Zahlen und Winkelfunktionen, 2. Auflage, 1908, Wien (Beck).

M. Glöser, Lehrbuch der Arithmetik für die 1. und 2., Grundzüge der allgemeinen Arithmetik für die 3. Klasse der Realschulen, 6. Auflage, 1907, Wien (Pichler) (a).

A. Greve, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln, 13. Auflage, 1907, Bielefeld und Leipzig (Velhagen und Klasing).

J. Haberl, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik und Algebra, 6. Auflage 1902, Wien (Braumüller).

— Politische Arithmetik,1875, Wien (Braumüller) (vergr.).

Harms, Die erste Stufe des mathematischen Unterrichtes in Aufgaben, 2 Teile, 2. Auflage 1868, Oldenburg (Stalling).

H. Hartl, Aufgabensammlung aus der Arithmetik und Algebra für Mittelschulen, 1898, Wien (Deuticke) (a).

— — für höhere Gewerbeschulen, 3. Auflage, 1906, (ebenda) (a).

— Lehrbuch der Planimetrie für höhere Gewerbeschulen, 2. Auflage, 1909, (ebenda) (a).

E. Heis, Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra, Ausg. für Österreich, 4. Auflage, 1901, Köln (Du Mont-Schauberg) (a).

— Rechenbuch für die Gymnasien, etc. in Österreich, 5. Auflage. 1868, (ebenda) (vergriffen).

F. Hočevar, Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für die Unterstufe, 7. Auflage, 1909, Wien (Tempsky) (a)*.

— Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für die Unterstufe, 9. Auflage, 1910 (ebenda) (a)*.

— Lehrbuch der Arithmetik und Algebra mit Übungsaufgaben, für die Oberstufe, 1902 (ebenda) (a).

— Lehrbuch der Geometrie für die Oberstufe, 2. Auflage, 1905 (ebenda) (a). (von den beiden letzten Werken bestehen Ausgaben für Gymnasien und Realschulen).

— Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für die Mittelstufe, 1910 (ebenda) (a)*.

— Geometrische Übungsaufgaben für die oberen Klassen der Realschulen, 1910, mit Auflösungen von J. Reidinger 1907 (ebenda).

— Geometrische Übungsaufgaben für die oberen Klassen der Gymnasien, 2 Hefte, 3. Auflage, 1896/1900 (ebenda).

F. Höhm, Geometrische Anschauungslehre für die I. bis IV. Klasse der Mädchenlyzeen, 2 Bände, 1904/07 (ebenda) (a).

— Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Mädchenlyzeen, 3 Teile, 1902/06, (ebenda) (a).

J. Jacob, Lehrbuch der Arithmetik für Untergymnasien, 2 Teile, 1905, Wien (Deuticke) (a).

J. Jacob, Dasselbe für Obergymnasien, 1907 (ebenda).
— Arithmetik für die Unterstufe, 1909 (ebenda) (a)*.
— Arithmetik für die Mittelstufe, 1910 (ebenda) (a)*.
— Arithmetik für die VI. Klasse, 1910 (ebenda) (a)* (von den 3 letzten Werken bestehen Ausgaben für Gymnasien und Realschulen).
L. Jelinek, Logarithmische Tafeln (fünfstellig), 7. Auflage, 1908, Wien (Pichler).
G. Kewitsch, Fünfstellige Logarithmen für den Schulgebrauch, 3. Auflage, 1899, Leipzig (Reisland).
J. Knirr, Elemente der allgemeinen Arithmetik, 1879, Wien (Hölder) (a).
— u. J. Schenk, Lehrbuch der Arithmetik für die I. und II. Gymnasialklasse, 1882 (ebenda) (a).
K. Kraus, Grundriß der Arithmetik für Lehrerbildungsanstalten, 4. Auflage, 1908, Wien (Pichler) (a).
— Grundriß der Geometrie für Lehrerbildungsanstalten, 3. Auflage, 1909, (ebenda) (a).
J. de la Lande, Logarithmisch-trigonometrische Tafeln, 8. Auflage, herausgegeben von Heym, Leipzig (Holtzes Nachf).
E. Lindenthal, Rechenlehre (für die I. und II. Realschulklasse), 1896, Wien (Hölder) (a).
W. Ludwig, Lehrbuch der politischen Arithmetik, 1907, Wien (Fromme).
M. Mandl, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen, mit Übungsheft, 1. Ausgabe 1909, 2. Ausgabe 1910 (a).
Ausgaben für Gymnasien und Realschulen, (Manz)*.
J. Menger, Geometrische Formenlehre, für die I. Realschulklasse, 5. Auflage, 1904, Wien (Hölder) (a).
— Grundlehren der Geometrie, für die II. bis IV. Realschulklasse, 7. Auflage, 1904 (ebenda) (a).
F. v. Močnik's Lehrbücher: Ausgaben für alle Schulgattungen, zu verschiedenen Zeiten von verschiedenen Herausgebern bearbeitet (Pscheidl, Maurer, Wallentin, Neumann, Spielmann, . . .), hier nur die neuesten Ausgaben für Mittelschulen, sämtlich bei Tempsky in Wien verlegt:
— Arithmetik für die I. und II. Klasse, herausgegeben von K. Zahradniček, 40. Auflage, 1909 (a)*.
— Arithmetik für die III. und IV. Klasse, herausgeben von K. Zahradniček, 30. Auflage, 1910,*.
— Arithmetik für die V. bis VIII. Klasse, herausgegeben von K. Zahradniček, 31. Auflage 1910,*.
— Geometrie für die I. bis III. Klasse, herausgegeben von J. Spielmann, 28. Auflage, 1909 (a)*.
— Geometrie für die IV. und V. Klasse der Realschulen, herausgegeben von
— J. Spielmann, 25. Auflage, 1910 (a)*.
— Geometrie für die IV. bis VIII. Klasse der Gymnasien, herausgegeben von J. Spielmann, 26. Auflage, 1910*.
— Resultate zur Aufgabensammlung, herausgeben von A. Neumann, 1907.
— Resultate, herausgegeben von Bl. Matek, 2 Hefte, 1905, Wien (Gerold).
— Fünfstellige Logarithmentafel, bearbeitet von J. Reidinger, 2. Auflage, 1906.

F. Nápravník, Vollständig gelöste Maturitätsaufgaben aus der Mathematik 1907, Wien (Deuticke).

J. Nitsche, Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Untergymnasien, 2 Teile, 1902/04, Wien (Deuticke) (a).

K. v. Ott, Tafel der Logarithmen etc. für Mittelschulen, 5. Auflage, 1905, Prag (Calve).

J. Radnitzky, Übungsbuch für den Rechenunterricht in der I. Realschulklasse, 1898, Wien (Hölder) (a).

J. Rogner, Sammlung von Aufgaben aus der Algebra und Arithmetik, 1850, Wien (Gerold).

C. Rohrbach, Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln, 5. Auflage, 1908, Gotha (Thienemann).

K. Rosenberg, Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra (für Lehrerbildungsanstalten), 1905, Wien (Hölder) (a).

— Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie, (für Lehrerbildungsanstalten) 1904, (ebenda) (a).

Rossmanith-Schober, Geometrische Formenlehre, 10. Auflage, und Grundriß der Geometrie, 2 Teile, 11. Auflage, für die I. bis IV. Realschulklasse, herausgegeben von F. Bergmann 1910, Wien (Pichler)*.

G. Rothbaum, Lehrbuch der Algebra und politischen Arithmetik für höhere Handelsschulen, 1906, Wien (Hölder) (a).

M. u. R. Rühlmann, Logarithmisch-trigonometrische Tafeln (fünfstellig), 13. Auflage, 1905, Leipzig (Klinckhardt).

J. Salomon, Lehrbuch der Elementarmathematik für Oberrealschulen, 2 Bände, 4. Auflage, 1874, Wien (Gerold).

— Sammlung von Formeln und Beispielen aus der Arithmetik und Algebra, 6. Auflage (ebenda).

F. Schiffner, Vorschule der Raumlehre und Planimetrie, 3 Hefte für die I. bis III. Klasse der Realschulen, 1906/08, Wien (Deuticke) (a).

— Raumlehre (für die I. bis III. Klasse der Realschulen), 1910 (ebenda)*.

— u. J. Travníček, Raumlehre, 3 Hefte für die I. bis III. Klasse der Gymnasien), 1909/10 (ebenda) (a)*.

O. Schlömilch, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln, 18. Auflage, 1904, Braunschweig (Vieweg).

J. Schmidt, Arithmetik und Geometrie für die Unterstufe der Mittelschulen, 2 Hefte, 1910, Wien (Hölder) (a)*.

— Lehrbuch der Elementarmathematik, I. Band (für die Mittelstufe) (Ausgaben für Gymnasien und Realschulen), 1910 (ebenda)*.

Th. Schneller, Lehrbuch der Algebra und politischen Arithmetik (für Handelsakademien), 1904, Wien (Fromme) (a).

— Lehrbuch der Geometrie (für Handelsakademien), 1907 (ebenda) (a).

J. Schnellinger, Fünfstellige Tafeln der Zehnerlogarithmen, 1892, Wien (Manz).

— Grundlehren der allgemeinen Arithmetik und Algebra, 1875, Wien (Hölder).

J. Schram, Lehrbuch der ebenen Geometrie für Untergymnasien, 1878, Wien (Hölder).

J. Schram, Lehrbuch der Arithmetik für die zwei ersten Gymnasialklassen, 1877 (ebenda) (vergriffen).

— u. R. Schüssler, Vorschule der Mathematik (für Untergymnasien), mit 4 Übungsheften und einem Figurenheft, 1870 (ebenda) (a).

L. Schrön, Siebenstellige Logarithmen, 24. Ausgabe, 1900, Braunschweig (Vieweg).

R. Sonndorfer, Lehrbuch der Arithmetik für die Oberklassen, 1883, Wien (Braumüller).

— u. H. Anton, Lehrbuch der Geometrie für die Oberklassen, 2 Bände, 2. Auflage, 1885 (ebenda).

S. Stampfer, Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln, 14. Auflage 1891, Wien (Gerold).

A. Steinhauser, Lehrbuch der Mathematik für höhere Gewerbeschulen (Algebra), 1875, Wien (Gerold).

J. Streißler, Geometrische Formenlehre, I. Teil, 8. Auflage, 1893; 2. Teil, 9. Auflage, 1887, Triest (Schimpff).

R. Suppantschitsch, Mathematisches Unterrichtswerk: Arithmetik und Geometrie für die I. bis III. Klasse, 6 Hefte, 1910, Wien (Tempsky) (a)*.

— — Lehrbücher der Arithmetik und Geometrie für die Mittelstufe, 2 Bände, 1910 (ebenda) (a)*. (Ausgabe für Gymnasien und Realschulen).

— — Leitfaden der Raumlehre für die IV. Realschulklasse, 1910 (ebenda) (a)*.

J. Thannabaur, Geordnete Aufgabensammlung (für Unterrealschulen), 2. Auflage, 1877, Olmütz (Slawik).

V. Teirich, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen. 2. Auflage, 1868, Wien (Gerold).

— Schulrechenbuch für die unteren Realschulklassen, 4 Hefte, 2. Auflage, 1876, Wien (Hölder).

J. Travniček, Geometrie der Ebene (Mittelstufe, 1. Teil), 1910 (Wien (Deuticke)*.

G. v. Vega, Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch, bearbeitet von Bremiker, 82. Auflage, 1908, Berlin (Weidmann).

F. Villicus, Arithmetische Aufgaben für Untergymnasien, 2 Teile, 1883, Wien (Pichler).

— Geometrische Formenlehre, 3. Auflage, 1882; Ebene und räumliche Geometrie, 2. Auflage, für die I. bis IV. Realschulklasse, Wien (Pichler).

F. Wallentin, Arithmetik für die I. bis IV. Gymnasialklasse, 4. Auflage, 1893, Wien (Gerold) (a).

— Geometrie für die I. bis IV. Gymnasialklasse, 1883 (ebenda).

— Arithmetik für die Oberklassen, 2. Auflage, 1890 (ebenda) (a).

— Grundlehren der räumlichen Geometrie, 1880 (ebenda).

— Methodisch geordnete Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der Arithmetik für die unteren Klassen (mit Auflösungsheft), 1878 (ebenda) (vergriffen).

— Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der Algebra und allgemeinen Arithmetik, 2 Bände für Oberklassen, 6. Auflage, 1906 (ebenda).

— Maturitätsfragen aus der Mathematik, 9. Auflage, 1908; Auflösungen dazu, 5. Auflage, 1906 (ebenda).

A. Wapienik, Lehrbuch der Geometrie für Oberklassen, 1888, Wien (Graeser) (a).

— Lehrbuch der Arithmetik für Oberklassen, 1889 (ebenda) (a).

— Lehrbuch der Arithmetik für die Unterstufe, 1888 (ebenda).

A. Wiegand, Lehrbuch der Mathematik, 8 Teile, 2. Auflage, 1866, Halle (Schmidt).

J. Wittek, Lehr- und Übungsbuch für den geometrischen Unterricht (Unterklassen) 3. Auflage, 1885, Wien (Pichler).

— Dasselbe (Oberklassen), 1. Abtheilung, 1887, (ebenda) (vergriffen).

Th. Wittstein, Lehrbuch der Elementarmathematik, 3 Bände, 20. Auflage, 1908, Hannover (Hahn).

— Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln, 25. Auflage, 1908 (ebenda).

A. Wretschko, Elemente der analytischen Geometrie der Ebene, 1880, Brünn (Winiker).

* * *

Den p. t. Verlagsbuchhandlungen spricht der Referent für die Lehrbücher, die ihm zur Verfügung gestellt wurden, hiermit seinen verbindlichen Dank aus.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 7.

DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT AN DEN UNIVERSITATEN.

VON

DR. R. v. STERNECK,
O. Ö. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT IN GRAZ.

WIEN 1911.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an den Universitäten.

Von Dr. R. v. Sterneck.

1. Organisation und Lehrkräfte.

1. Der Unterricht in der Mathematik an den österreichischen Universitäten wird, wie überhaupt in allen Fächern auf Grund des Prinzips vollständigster Lehr- und Lernfreiheit erteilt. Die zur Erteilung dieses Unterrichtes berufenen Personen sind: 1. Die ordentlichen Professoren, 2. die außerordentlichen Professoren, 3. die Privatdozenten. (Assistenten, Lektoren etc. sind derzeit beim mathematischen Unterricht an den Universitäten nicht in Verwendung).

Die ordentlichen Professoren sind dekretmäßig angestellt und stehen als Staatsbeamte in der VI. Rangklasse. Ihre Lehrverpflichtung ist im Anstellungsdekrete dahin geregelt, daß sie „in der ordnungsgemäßen Vertretung des betreffenden Nominalfaches nach Maßgabe der bestehenden Vorschriften und insbesondere in der Obliegenheit besteht, in jedem Semester durch mindestens 5 Stunden wöchentlich über das Nominalfach zu lesen".

Außerdem ist darin noch die Abhaltung eines Collegium publicum über Spezialpartien des Nominalfaches in jedem dritten Semester zur Pflicht gemacht.

Die außerordentlichen Professoren stehen in der VII. Rangklasse der Staatsbeamten, beziehen aber nur ein etwa der VIII. Rangklasse entsprechendes Gehalt.

Die Anstellungsdekrete lauten ähnlich denen der ordentlichen Professoren, die obligatorische wöchentliche Stundenzahl ist auch meistens 5, dagegen fehlt die Verpflichtung zur Abhaltung der Collegia publica.

Die Privatdozenten endlich sind nicht als staatlich angestellt zu betrachten. Denselben wird seitens der betreffenden Fakultät die Venia docendi auf ihr Ansuchen gewährt und die Erteilung derselben durch das k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht bestätigt.

Durch diese Art der Anstellung ist sowohl den Professoren als auch den Privatdozenten in jeder Hinsicht die volle Freiheit in der Betätigung ihres Lehramtes gewahrt; natürlich ist andrerseits durch den Beisatz „nach Maßgabe der bestehenden Vorschriften" dafür gesorgt, daß diejenigen Partien, die bei Prüfungen u. dgl. zu fordern sind, auch tatsächlich durch die ordentlichen Professoren zum Vortrag gebracht werden. Unter diesen Prüfungen sind, da bei den Rigorosen von bestimmten Partien des Stoffes nicht die Rede ist, vor allem die Lehramtsprüfungen zu verstehen, über deren Umfang genaue Vorschriften erlassen sind. Stehen die Lehramtsprüfungen auch äußerlich nicht in einem direkten Zusammenhang mit der Universität, da die betreffenden Kommissionen ganz unabhängig von dem Einfluß der akademischen Behörden zusammengesetzt werden, so scheint doch in den Anstellungsdekreten mittelbar eine Beziehung zu diesen Prüfungen aufrechterhalten zu sein.

In die Dekrete der außerordentlichen Professoren sind, wo ihre Anstellung zu einem bestimmten Zwecke erfolgte, oft auch relativ spezielle Lehraufträge aufgenommen.

Die Privatdozenten sind hingegen völlig frei in der Wahl des Stoffes ihrer Vorlesungen und können sowohl über größere Hauptgebiete als auch über jedes Spezialgebiet ihres Faches lesen. Es ist auch an den österreichischen Universitäten nicht üblich, daß in irgend einer Form seitens der Professoren auf die Kollegien der Privatdozenten, was den Stoff, die Stundeneinteilung o. dgl. betrifft, irgend ein Einfluß genommen wird, so daß die Privatdozenten wirklich in vollständig idealer Weise sich der uneingeschränkten Lehrfreiheit erfreuen.

2. Aber auch das Prinzip der Lernfreiheit der Studierenden ist, nicht wie an mehreren der anderen Hochschulkategorien, bloß in der Theorie vorhanden, sondern es wird wirklich der Unterricht auf dem Prinzipe vollkommenster Lernfreiheit erteilt. Es steht den Studierenden nicht bloß die Wahl der Vorlesungen an der betreffenden Fakultät vollkommen frei, sondern auch alles, was es an Kontrollen des Verlesungsbesuches u. dgl. an den Universitäten gibt, die Frequenzbestätigungen eingeschlossen, ist eigentlich so ziemlich eine leere Form geworden, da es, wenigstens bei den Vorlesungen, nicht üblich ist, selbst wenn dem Professor die längere Absenz eines Studierenden bekannt sein sollte, die Frequenzbestätigung zu verweigern. Etwas anders steht es allerdings bei den Übungen, in unserem Falle also bei den mathematischen Seminarübungen, wo von dem einen oder anderen Professor die Frequenzbestätigung von der Erfüllung gewisser Voraussetzungen, der Durchführung vorgeschriebener schriftlicher Arbeiten o. dgl. abhängig gemacht wird.

Man hat vielfach Bedenken gegen diese ganz uneingeschränkte Lernfreiheit vorgebracht und es ist ja gewiß nicht zu leugnen, daß durch den Mißbrauch dieser großen Freiheit viele vom richtigen Wege abgelenkt werden und ihr Ziel, wenn sie es nicht ganz aus dem Auge verlieren, so doch unverhältnismäßig spät erreichen. Trotzdem muß man, glaube ich, an dem Prinzip der uneingeschränkten Lehr- und Lernfreiheit unbedingt festhalten, da nur durch sie die Möglichkeit zur vollständigen geistigen Entwicklung der wirklich talentvollen Studierenden geschaffen ist und wenn irgend eine Unterrichtsanstalt, so muß doch die Universität es sein, die die Entwicklung der hervorragenden Talente als ein höheres Ziel betrachtet gegenüber der rationellsten, planmäßigen Ausbildung mittelmäßiger oder gar schwacher Talente; sie muß daher vor allem anstreben, denjenigen Studierenden wirklich etwas zu bieten, die über das Mittelmaß hinausragen.

Von diesem Standpunkte aus wäre es natürlich von größtem Vorteil, wenn sich Mittel und Wege finden ließen, um die übergroße Zahl mittelmäßig und untermittelmäßig begabter Studierender, die sich an die Universität drängen, überhaupt vom Studium fernzuhalten oder es wenigstens zu verhindern, daß sie sich einem so eigenartigen und zur Erreichung eines praktischen Lebenszieles doch nichts weniger als besonders geeigneten Studium zuwenden, wie es gerade die theoretische Mathematik ist. Dann könnte den wirklich Begabten auch wesentlich mehr geboten werden als es jetzt der Fall ist.

3. Vorläufig freilich scheint die Entwicklung der Dinge eher den umgekehrten Weg zu gehen, indem ein geradezu unnatürliches Anwachsen der Frequenz zu bemerken ist. Dies geht mit aller Deutlichkeit aus der folgenden Tabelle hervor, in der die Frequenz der mathematischen Hauptvorlesungen in jedem 5. Studienjahr an den Universitäten von Wien, Graz und Czernowitz (nur von diesen waren dem Verfasser die bezüglichen Daten zugänglich) zur anschaulichen Darstellung gebracht ist.

Durchschnittszahl der pro Semester in einem mathematischen Hauptkolleg inskribierten Hörer.

an der Universität	im Studienjahre:					
	1884/85	1889/90	1894/95	1899/1900	1904/05	1909/10
Wien	27	30	27	73	168	114
Graz	6	6	11	14	58	29
Czernowitz .	4	4	10	8	28	36

4. In den im Reichsrate vertretenen Königreichen und Ländern bestehen 8 Universitäten, und zwar in:

Wien,
Prag (deutsch),
Prag (böhmisch),
Graz,
Innsbruck,
Czernowitz,
Krakau,
Lemberg.

Zur Übersicht der an denselben seit 1870 wirkenden Lehrkräfte der Mathematik diene folgende statistische Zusammenstellung:

Anzahl der Lehrkräfte an den einzelnen Universitäten.

Studienjahr	Wien			Prag (D.)			Prag (B.)			Graz			Innsbruck			Czernowitz			Krakau			Lemberg		
	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.	o. Prof.	a. o. Prof.	Priv. Doz.
1869/70	2	—	—	1	—	—	.	.	.	1	1	—	1	—	—	.	.	.	1	—	—	1	—	—
1874/75	2	—	2	2	—	1	.	.	.	1	1	1	1	1	—	.	.	.	1	—	—	1	—	—
1879/80	2	—	3	2	—	2	.	.	.	1	2	—	1	1	—	1	—	—	1	—	—	1	—	—
1884/85	2	—	3	1	1	2	1	—	1	1	2	1	2	—	1	—	1	—	1	—	—	1	—	—
1889/90	2	—	3	1	1	—	1	—	—	1	1	1	2	—	1	1	—	—	1	—	—	—	1	—
1894/95	3	—	7	1	1	—	1*)	—	—	2	—	1	1	—	1	1	—	—	1	—	2	1	—	—
1899/1900	3	1	6	1	1	—	1*)	—	1	2	—	1	2	—	—	1	—	—	1	—	—	1	—	—
1904/05	3	1	5	2	—	—	1	1	—	2	—	1	2	—	1	—	1	—	1	2	—	1	1	—
1909/10	3	2	4	1	1	—	2	—	1	2	—	1	2	—	1	1	1	—	2	—	—	1	—	1

*) Außerdem 1 supplierender Professor der technischen Hochschule.

II. Die Hauptkollegien.

5. Mit den Hauptkollegien wird ein doppelter Zweck verbunden. Erstens sollen sie die grundlegenden theoretischen Kenntnisse jenen Kandidaten vermitteln, die die Mathematik wissenschaftlich betreiben, also ihre Studien vorerst mit dem Doktorat abzuschließen gedenken und zweitens namentlich auch die zur Lehramtsprüfung erforderlichen Kenntnisse vermitteln.

Namentlich in Rücksicht auf den letzteren Zweck werden diese Hauptkollegien meistens in 3- bis 4jährige, in sich ziemlich geschlossene Vorlesungszyklen vereinigt, wobei aber, besonders wenn mehrere Lehrkräfte zur Verfügung stehen, vor allem darauf gesehen wird, daß jedes Jahr eine Vorlesung auch den Anfängern zugänglich ist und zweitens, daß die Differential- und Integralrechnung, die ja vor allem auch für das Studium der theoretischen Physik notwendig ist, recht bald von jedem einzelnen Studierenden erlernt werden kann.

Es wird sich wohl am meisten empfehlen, zunächst eine Übersicht über die tatsächlich an den österreichischen Universitäten angekündigten Kollegien zu geben; die folgende Aufzählung umfaßt die letzten 5 Studienjahre 1905/06 bis 1909/10. Dabei ist jede Vorlesung bloß mit gekürztem Titel angegeben und nur einmal angeführt, mag sie auch öfters und vielleicht auch von mehreren Professoren gehalten worden sein.

Kurze Titel und Stundenzahlen der in den letzten fünf Studienjahren (1905/06 bis 1909/10) von Professoren angekündigten mathematischen Vorlesungen:

a) Universität Wien.

Differential- und Integralrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.

Zahlentheorie, 5 Stunden durch 2 Semester.

Theorie der Differentialgleichungen, 5 Stunden durch 2 Semester.

Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3 Stunden.

Bestimmte Integrale und Variationsrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.

Theorie der linearen Differentialgleichungen, 5 Stunden.

Elliptische Funktionen, 5 Stunden.

Funktionentheorie, 5 Stunden durch 2 Semester.

Algebra, 5 Stunden durch 2 Semester.

Analytische Geometrie, 4 Stunden durch 2 Semester.

Invariantentheorie mit geometrischen Anwendungen, 2 Stunden.
Algebraische Kurven, 2 Stunden.
Kurven und Flächen 3. Ordnung, 2 Stunden.
Synthetische Geometrie, 4 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgeometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.
Liniengeometrie, 2 Stunden.
Kontinuierliche Gruppen, 2 Stunden.
Nichteuklidische Geometrie, 2 Stunden.
Versicherungsmathematik, 4 bis 6 Stunden durch 2 Semester.
Mathematische Statistik, 3 Stunden.
Invaliditätsversicherung, 2 Stunden.

b) Universität Prag (Deutsch).

Anwendung der Infinitesimalrechnung auf die Geometrie, 3 bis 4 Stunden.
Invariantentheorie, 2 Stunden.
Differential- und Integralrechnung, 4 bis 5 Stunden durch 2 Semester.
Über algebraische Gleichungssysteme, 1 Stunde.
Differentialgleichungen, 5 Stunden.
Einleitung in die Variationsrechnung, 1 Stunde.
Grundbegriffe der Analysis, 2 Stunden.
Analytische Geometrie, 3 Stunden durch 3 Semester.
Elemente der Funktionentheorie, 3 Stunden.
Elemente der Zahlentheorie, 2 Stunden.
Algebraische Gleichungen, 4 Stunden.
Einleitung in die darstellende Geometrie, 2 Stunden.
Grundzüge der Infinitesimalrechnung, 3 Stunden durch 2 Semester.
Gruppentheorie und algebraische Gleichungen, 2 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der analytischen Geometrie, 2 Stunden.
Vektoranalysis, 2 Stunden
Differentialgleichungen, 3 bis 5 Stunden.
Berührungstransformationen, 2 Stunden.
Transformationstheorie, 5 Stunden.

c) Universität Prag (Böhmisch).

Analytische Geometrie des Raumes, 3 Stunden durch 2 Semester.
Über die Grundlagen der Geometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.
Über Determinanten und quadratische Formen, 2 Stunden.
Über elliptische Funktionen, 3 Stunden durch 2 Semester.

Über die numerische Auflösung der Gleichungen, 2 Stunden.
Über die algebraische Auflösbarkeit der Gleichungen, 2—3 Stunden durch 2 Semester.
Theorie der Formen, 2—3 Stunden durch 2 Semester.
Flächen zweiter Ordnung, 3—4 Stunden durch 2 Semester.
Einleitung in die projektive Geometrie, 1—2 Stunden durch 2 Semester.
Differential- und Integralrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.
Projektivische Geometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.
Geometrie der algebraischen Flächen, 3 Stunden.
Integralrechnung und Differentialgleichungen, 5 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgeometrie, 4—5 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgleichungen, 4 Stunden.
Differentialgeometrie der Flächen, 4—5 Stunden durch 2 Semester.
Invariantentheorie algebraischer Formen, 3 Stunden.
Determinanten, 2 Stunden.

d) Universität Graz.

Höhere Analysis, 3 Stunden.
Zahlentheorie, 2 Stunden (bzw. 4 Stunden).
Integralrechnung mit Anwendung auf Geometrie, 5 Stunden.
Kugelfunktionen, 2 Stunden.
Niedere Analysis, 3 Stunden.
Analytische Geometrie, 2 Stunden.
Höhere Geodäsie, 2 Stunden.
Analytische und projektivische Geometrie der Ebene, 5 Stunden durch 2 Semester.
Analytische und projektivische Geometrie des Raumes, 5 Stunden durch 2 Semester.
Allgemeine Arithmetik und Einleitung in die Analysis, 5 Stunden durch 2 Semester.
Differential- und Integalrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.
Elemente der Funktionentheorie, 3 Stunden.
Algebra, 4 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der Integralrechnung, 1 Sunde durch 2 Semester.
Grundzüge der analytischen Geometrie, 4 Stunden (und 2 Stunden) durch 2 Semester.
Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie, 1 Stunde.
Elementarmathematik, 2 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgeometrie, 3 Stunden.

e) Universität Innsbruck.

Reelle Differential- und Integralrechnung, 3 Stunden.
Algebra, 2—3 Stunden durch 2 Semester.
Funktionen komplexer Veränderlicher, 2 Stunden.
Doppelintegrale, 3 Stunden.
Differentialgleichungen. 5 Stunden.
Variationsrechnung, 2 Stunden.
Differential- und Integralrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.
Zahlentheorie, 2 Stunden.
Arithmetik, 3 Stunden.
Differentialgleichungen, 2 Stunden.
Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 3—5 Stunden durch 2 Semester.
Ausgewählte Kapitel der Liniengeometrie, 2—3 Stunden.
Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie und Bewegungslehre, 5 Stunden.
Nichteuklidische Geometrie, 2 Stunden.
Analytische Geometrie der Ebene, 3—5 Stunden durch 2 Semester.
Analytische Geometrie des Raumes, 3 Stunden.
Vektoranalysis und Ausdehnungslehre, 3 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der Theorie algebraischer Kurven und Flächen, 2 Stunden.

f) Universität Czernowitz.

Analytische Geometrie, 4—5 Stunden durch 2 Semester.
Zahlentheorie, 2 Stunden.
Algebraische Zahlen, 2 Stunden.
Differential- und Integralrechnung, 5 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgeometrie, 3 Stunden.
Über die Anzahl der Primzahlen, 1 Stunde.
Funktionentheorie, 5 Stunden.
Spezielle Probleme der Algebra. 1 Stunde.
Nichteuklidische Geometrie, 2 Stunden.
Lineare Integralgleichungen (Theorie und Anwendung), 5 Stunden.

g) Universität Krakau.

Einleitung in die Analysis, 2 Stunden durch 2 Semester.
Differentialgleichungen, 3 Stunden.
Theorie der analytischen Funktionen, 3 Stunden.
Elemente der Variationsrechnung, 1 Stunde.
Integralrechnung, 3 Stunden.
Analytische Geometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.

Differentialgeometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.
Ausgewählte Kapitel der Elementargeometrie, 2 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der analytischen Geometrie, 1 Stunde.
Einleitung in die analytische Geometrie, 3 Stunden durch 2 Semester.
Synthetische Geometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.

h) Universität Lemberg.

Theorie der analytischen Funktionen, 3 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der Theorie der analytischen Funktionen 3 Stunden durch 2 Semester.
Zahlentheorie, 3 Stunden.
Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie, 3 Stunden.
Einleitung in die höhere Analysis, 3 Stunden durch 2 Semester.
Theorie der elliptischen Funktionen, 3 Stunden.
Anwendungen der elliptischen Funktionen. 2 Stunden.
Theorie der algebraischen Funktionen, 2 Stunden.
Gewöhnliche Differentialgleichungen, 3 Stunden.
Partielle Differentialgleichungen, 3 Stunden.
Lineare totale Differentialgleichungen, 2 Stunden durch 2 Semester.
Die Funktionen der Polyeder und die elliptischen Modulfunktionen. 3 Stunden durch 2 Semester.
Invariantentheorie, 2 Stunden.
Neue Geometrie, 2 Stunden durch 2 Semester.
Ausgewählte Kapitel der Differentialgeometrie, 2 Stunden.
Analytische Geometrie der Ebene, 3 Stunden.
Analytische Geometrie des Raumes. 3 Stunden.
Algebraische Kurven, 2 Stunden.

6. Über den in den Hauptkollegien der ordentlichen Professoren behandelten Lehrstoff wäre im einzelnen zu erwähnen:

An der Universität Wien hält Hofrat v. Escherich einen im allgemeinen 3jährigen Zyklus von Vorlesungen, dessen ersten Jahrgang ein Kolleg über Differential- und Integralrechnung bildet, an dem auch die Naturhistoriker und Versicherungsmathematiker teilnehmen können und sollen; im ersten Semester wird die Theorie der Irrationalzahlen, die Potenzreihen und die Differentialrechnung, im zweiten Semester die Integralrechnung behandelt. Im zweiten Jahre wird dasselbe, jedoch allgemein und auch für das Gebiet der komplexen Zahlen behandelt, ferner die vielfachen Integrale, Funktionen einer und zweier Veränderlichen, die Funktionenfolgen, ziemlich eingehend die Mengenlehre, der Kurvenbegriff, Flächeninhaltbegriff etc. — Die Fortsetzung bildet dann das Kolleg über Funktionentheorie, in welchem in

Cauchy'scher Art vom bestimmten Integral ausgegangen wird, aber in der Darstellung die Weierstraß'sche Theorie mit verwoben wird. Von den doppelt periodischen und elliptischen Funktionen wird bloß die allgemeine Theorie vorgetragen, allzuweitgehende Einzelnheiten werden vermieden. — Hofrat Mertens liest außer einem allgemeinen Einführungskolleg über die Infinitesimalrechnung vor allem regelmäßig eingehendere Kollegien über Algebra und Zahlentheorie, je 5stündig durch 2 Semester. — Professor Wirtinger liest vorwiegend über Funktionentheorie und Theorie der Differentialgleichungen. Der Kursus umfaßt 6 Semester.

An der deutschen Universität in Prag liest Professor Pick in jedem zweiten Jahre Differential- und Integralrechnung, sowie Differentialgleichungen (in den übrigen Jahren las bisher Professor Grünwald dieses Kolleg, jetzt ist durch einen Lehrauftrag an den a. o. Professor der Astronomie Oppenheim für dieses Kolleg in jedem zweiten Jahre gesorgt). Außer diesem Kolleg liest Professor Pick in seinem 4jährigen Zyklus noch über Gleichungstheorie, komplexe Funktionen, Zahlentheorie und Differentialgeometrie. Alle diese Kollegien hält Professor Pick mehr elementar, da weitergehende bei den Prager Studierenden nicht viel Anwert finden. Professor Grünwald liest über einzelne Ausschnitte der Differential- und Integralrechnung, Differentialgleichungen, Differentialgeometrie, unendliche Reihen, ferner analytische Geometrie und besondere Kapitel der neueren Geometrie.

In Graz hält Professor v. Dantscher einen 4jährigen Vorlesungszyklus und zwar: Allgemeine Arithmetik, Differential- und Integralrechnung, Funktionentheorie (nach Weierstraß) 4 Semester; analytische und projektivische Geometrie der Ebene und des Raumes, je 2 Semester. Professor v. Sterneck hielt bisher einen 3jährigen Zyklus von Vorlesungen, in welchem die Differential- und Integralrechnung, die Grundzüge der Cauchy-Riemann'schen Funktionentheorie, Algebra und Zahlentheorie (einschließlich der Kummer'schen Idealzahlen), ferner analytische Geometrie und Differentialgeometrie vorgetragen wurden.

In Innsbruck wird dafür gesorgt, daß in jedem zweiten Jahre ein größeres Kolleg über Differential- und Integralrechnung gehalten wird. In den zwischenliegenden Jahren werden die Anfänger in Form von Seminarübungen an der Hand eines Textes, z. B. Dölp, oder neuerdings auch Kowalewski's „Einführung“ mit den Grundzügen der Infinitesimalrechnung bekannt gemacht. Zusammenhängende Vorträge werden dabei nicht gehalten, sondern die Hörer studieren den Text und einmal wöchentlich werden bei einer Zusammenkunft Erläuterungen zu dem Text gegeben, eventuell auch von den Hörern selbst, sowie auch Übungsbeispiele gerechnet, die Hörer namentlich auch aufge-

fordert, die Stellen zu bezeichnen, wo sie Schwierigkeiten gefunden haben. So ist also in Innsbruck in jedem Wintersemester Gelegenheit geboten, in die Infinitesimalrechnung eingeführt zu werden. — Mindestens einmal innerhalb dreier Jahre wird ferner abwechselnd von Professor Zindler und Professor Gmeiner ein großes Kolleg über analytische Geometrie gehalten, während manche der übrigen für die Kandidaten noch nötigen Vorlesungen erst nach vier Jahren wiederholt werden. Dagegen werden auch die Elemente der Determinantentheorie in jedem zweiten Wintersemester an der Hand eines lithographierten Textes in Form von Seminarübungen durchgenommen. Professor Gmeiner liest außerdem noch über allgemeine Arithmetik, Variationsrechnung, Algebra und Funktionentheorie.

An der Universität Czernowitz werden jetzt, wo zwei Lehrkanzeln vorhanden sind, durch die Professoren Plemelj und Hahn die wichtigsten Kapitel in einem etwa achtsemestrigen Zyklus durchgenommen. Es ist dabei in Aussicht genommen, daß jedes zweite Jahr eine Vorlesung über Differential- und Integralrechnung gehalten wird.

In Krakau werden von den Professoren Żorawski und Zaremba Vorlesungen über analytische Geometrie, höhere Algebra, Differential- und Integralrechnung, Differentialgeometrie, die Grundbegriffe der Theorie der analytischen Funktionen, einen kurzen Abriß der Theorie der Differentialgleichungen (vornehmlich der gewöhnlichen) und über synthetische Geometrie gehalten. Der Zyklus dieser Vorlesungen umfaßt 6—8 Semester.

Endlich wird in Lemberg in den Vorlesungen des Professors Puzyna außer der Differential- und Integralrechnung und der analytischen Geometrie vornehmlich noch die Funktionentheorie berücksichtigt.

7. Die Grundlagen der Analysis werden in Wien in den Vorlesungen des Hofrates v. Escherich vollständig exakt behandelt; Professor Wirtinger bespricht dieselben ungefähr in der Art, wie es in den Werken von De la Vallée - Poussin oder Goursat geschieht. Hofrat Mertens legt hingegen auf die einleitenden Kapitel der Analysis, in denen die Grundlagen behandelt werden, weniger Gewicht und vermeidet es, zumal diese Dinge ohnehin in den Vorlesungen des Hofrates v. Escherich eingehend besprochen worden, einen großen Teil des Semesters auf dieselben zu verwenden, um lieber zu höheren Kapiteln der Analysis, Algebra und Arithmetik vordringen zu können. In Prag hat Professor Pick hie und da ein besonderes (kleines) Kolleg über Zahl und Grenzwert gehalten. In Graz werden die Grundlagen der Analysis von Professor v. Dantscher mit möglichst großer Exaktheit und Strenge im Sinne der Weierstraß'schen Theorien in den Vorlesungen besprochen. Professor v. Sterneck behandelt neben der

Dedekind'schen und G. Cantor'schen Einführung der Irrationalzahl und des Grenzwertes und der abstrakten Einführung der komplexen Größen als Zahlenpaare, die Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung vornehmlich in der Peano'schen Darstellung. In Innsbruck wird von Professor Gmeiner in den Vorlesungen über Arithmetik sowie in der Einleitung zur Differentialrechnung eingehend über die Grundlagen der Analysis gehandelt. Die Grundlagen der Geometrie hat er in einem Spezialkolleg über nichteuklidische Geometrie gleichfalls besprochen. Auch an der Universität Czernowitz legen die beiden Professoren Wert darauf, die Grundlagen der Analysis und der Geometrie ausführlich zu behandeln. Professor Hahn hält die starke Betonung der Grundlagen der Analysis und der Geometrie für ziemlich die wichtigste Aufgabe des den Lehramtskandidaten zu erteilenden Hochschulunterrichtes. Er würde neben den Vorlesungen über Differentialrechnung, theoretische Arithmetik, Mengenlehre, Grundlagen der Geometrie, projektive und nichteuklidische Geometrie, in denen derzeit von den Grundlagen meist die Rede ist, auch noch eine Vorlesung über Analysis situs für sehr wünschenswert halten. Auch in Krakau sind die beiden Professoren bestrebt, die Analysis mit moderner Strenge zu behandeln, indem dieselbe auf rein arithmetischer Grundlage entwickelt wird. Auch Professor Puzyna in Lemberg behandelt die Grundlagen der Analysis eingehend, weniger exakt die der Geometrie.

8. Das numerische Rechnen wird in den Vorlesungen und Übungen des mathematischen Universitätsunterrichtes im allgemeinen wenig berücksichtigt. In Wien nimmt Hofrat Mertens in den Vorlesungen über Algebra und Zahlentheorie immer auch konkrete Zahlenbeispiele vor und rechnet sie an der Tafel vollständig durch, um die allgemeinen Lehrsätze daran zu illustrieren, wozu sich z. B. vor allem in der arithmetischen Theorie den binären quadratischen Formen Gelegenheit bietet. Er läßt auch in den Seminarübungen vielfach numerische Rechnungen ausführen; so wird bei ihm an der Tafel $l\,10$ auf 10 Dezimalen mittelst der logarithmischen Reihe von den Teilnehmern am Seminar wirklich ausgerechnet, ebenso π nach der Arcustangens-Reihe. Auch Professor Zindler in Innsbruck führt, wo es der Gegenstand erfordert, z. B. bei der numerischen Auflösung der Gleichungen, der mechanischen Quadratur etc. numerische Beispiele durch oder läßt sie in den Seminarübungen von den Hörern ausarbeiten. Professor Gmeiner berücksichtigt das numerische Rechnen in den Vorlesungen über Arithmetik und Algebra und in den damit verbundenen Seminarübungen. Sonst werden an den Universitäten nur gelegentlich einfachere Beispiele numerisch durchgeführt, im übrigen aber die eigentliche Technik des numerischen Rechnens ziemlich unberücksichtigt gelassen und wenig geübt.

Ohne den großen Nutzen, den eine gewisse Fertigkeit im numerischen Rechnen für jeden, der über sie verfügt, bietet, irgendwie gering einschätzen zu wollen, so ist doch andrerseits das Fehlen einer entsprechenden Übung im numerischen Rechnen kein gar so großer Mangel für den theoretischen Mathematiker als es auf den ersten Anblick scheinen mag. Auch bei der Ausbildung der Lehramtskandidaten scheint dem numerischen Rechnen, wie Professor Hahn ausdrücklich hervorhebt, keine wesentlich größere Bedeutung zuzukommen, als irgend einem anderen Spezialgebiete der Mathematik. Weit größer ist natürlich die Wichtigkeit des numerischen Rechnens für diejenigen, die sich dem Studium der Astronomie oder Geodäsie oder vielleicht praktischen Richtungen, wie der Versicherungstechnik zuwenden wollen; aber allen diesen bleibt es ja ohnehin nicht erspart, sich in die speziellen Rechenmethoden der betreffenden angewandten Disziplinen besonders einzuführen, sei es in den Vorlesungen und Übungen über diese Spezialgebiete, sei es durch eigene Übung. Mit einer allgemeinen Einführung in das numerische Rechnen, wie sie die Universitätsvorlesungen aus Mathematik bieten könnten, würde derjenige, der diese speziellen Anwendungsgebiete betreiben will, ohnehin in keiner Weise das Auslangen finden. Berücksichtigt man ferner, wie außerordentlich zeitraubend sich die Durchführung größerer numerischer Rechnungen sowohl in den Vorlesungen als auch in den Seminarübungen gestalten würde, so wird man kaum eine wesentliche Änderung in der jetzigen relativ geringen Vertretung des numerischen Rechnens im Universitätsunterrichte anstreben wollen.

9. Die Anwendungsgebiete der Mathematik werden in den theoretischen Universitätsvorlesungen gleichfalls sehr wenig berücksichtigt. Es werden nur gelegentlich die Beziehungen zur mathematischen Physik etwas eingehender besprochen, so von den Professoren Wirtinger in Wien, Plemelj und Hahn in Czernowitz, Żorawski und Zaremba in Krakau. Im übrigen müssen einzelne eingestreute Bemerkungen genügen, da die Zeit meist zur Erledigung des theoretischen Stoffes kaum ausreicht. An der deutschen Universität in Prag ist durch Vorlesungen des außerordentlichen Professors der Astronomie, Oppenheim, für jene Gebiete gesorgt, die man gewöhnlich im engeren Sinne als angewandte Mathematik bezeichnet, nämlich Geodäsie, Kartographie, astronomische Geographie. Daß in den eigentlichen mathematischen Vorlesungen die Anwendungsgebiete kaum Erwähnung finden, mag auf den ersten Blick als eine allzu große Einseitigkeit des mathematischen Universitätsunterrichtes erscheinen, indem eben nur die Theorie Berücksichtigung findet. Bei näherem Zusehen stellt es sich jedoch heraus, daß eine bloß gelegentliche, in die theoretischen Vorlesungen einzustreuende Behandlung der überaus großen und weitverzweigten Anwendungsgebiete überhaupt ein Ding

der Unmöglichkeit ist, daß sich eben höchstens einige der allgemeineren Theoreme der theoretischen Physik, speziell der Mechanik zu einer solchen Behandlung eignen. Die Beispiele zu den theoretischen Vorlesungen den Anwendungsgebieten zu entnehmen stößt bereits auf Schwierigkeiten, die so groß sind, daß selbst an den technischen Hochschulen, wie Hofrat Czuber in seinem Berichte (Heft 5 dieser Berichte S. 31) hervorhebt, die Beispiele, wenn sie nicht rein analytisch sind, der Geometrie oder höchstens den Grenzgebieten zwischen Mathematik und Mechanik entnommen werden, gelegentlich wohl auch der Physik und Geodäsie, nicht aber den eigentlich technischen Gebieten, die in den mathematischen Vorlesungen sozusagen gar nicht berücksichtigt werden. Einerseits wären nämlich zum Verständnis solcher Beispiele wieder spezielle technische Vorkenntnisse notwendig, die bei den meisten Studierenden nicht vorhanden sind, andrerseits wäre es auch sehr schwer, genügend einfache und ungekünstelte Aufgaben zu finden, die sachliches Interesse bieten und zugleich geeignet wären, den betreffenden mathematischen Gedanken klar hervortreten zu lassen. Als Hauptgrund führt Hofrat Czuber aber den an, daß es Aufgabe der späteren technischen Vorlesungen sei, ihrerseits die Mathematik in ihren Dienst zu ziehen. Ganz dieselben Gesichtspunkte lassen sich auch beim mathematischen Universitätsunterrichte geltend machen. Es könnten auch da nur in speziell diesem Zwecke dienenden Vorlesungen die Anwendungsgebiete der Mathematik entsprechend behandelt werden und nur durch die Einführung solcher besonderen Vorlesungen könnte der mit Recht getadelten Einseitigkeit des mathematischen Universitätsunterrichtes nach der theoretischen Seite hin einigermaßen gesteuert und denjenigen Studierenden, die sich speziell für die Anwendungen der Mathematik interessieren, Gelegenheit zu einer diesbezüglichen Ausbildung geboten werden. Dies hat schon Hofrat v. Escherich in seiner Rektoratsrede im Jahre 1903 mit Nachdruck hervorgehoben und die Forderung aufgestellt, daß auch an den österreichischen Universitäten diejenigen Einrichtungen getroffen würden, die infolge der Bemühungen F. Kleins an der Universität Göttingen bereits verwirklicht sind und allmählich auch an anderen reichsdeutschen Universitäten Eingang finden. Es sind dies: 1. eine Professur für darstellende Geometrie, reichlich mit Lehrmitteln ausgestattet; 2. Vorlesungen über niedere und höhere Geodäsie; 3. ein Laboratorium für technische Physik und ein elektrotechnisches Laboratorium, jedes unter der Leitung eines speziell hiefür ernannten Professors; 4. ein Versicherungsseminar, das mit dem staatsrechtlichen verbunden ist. Von diesen als wünschenswert hingestellten, in Göttingen bestehenden Einrichtungen zur Belebung der Beziehungen zwischen Theorie und Praxis ist an den österreichischen Universitäten bisher wenig verwirk-

licht worden; in Innsbruck erhielt ein Professor (später ein Dozent) der Mathematik einen Lehrauftrag für darstellende Geometrie und in Wien ist ein Kursus für Versicherungsmathematik und mathematische Statistik eingerichtet worden. Es wäre sehr erfreulich, wenn die Entwicklung der österreichischen Universitäten in dieser Hinsicht recht bald weitere nennenswerte Fortschritte machte.

III. Besondere Vorlesungen.

10. Hier ist zunächst derjenigen Vorlesungen Erwähnung zu tun, welche den Zweck haben, das in der Mittelschule erworbene Wissen zu ergänzen, zu vertiefen und auf festere Grundlagen zu stellen. Solche Vorlesungen sind für alle Studierenden der Mathematik von großem Nutzen, vor allem aber für jene Studierenden dringend nötig, die die Lehramtsprüfung aus Mathematik als Nebenfach ablegen wollen, weil für diese Prüfung, wie noch weiter unten besprochen werden wird, eben gerade die Elementarmathematik etwa in dem Ausmaße, wie sie an den Mittelschulen behandelt wird, erforderlich ist.

Eine eigene Vorlesung über Elementarmathematik gibt es derzeit bloß an der Universität Graz. Nach wiederholten Vorschlägen der philosophischen Fakultät in Graz, denen sich auch spontane Gesuche der Studierenden um Einrichtung solcher Elementarvorlesungen zugesellten, hat sich das Ministerium bestimmt gefunden im Wege eines Lehrauftrages an Professor v. Sterneck dafür vorzusorgen, daß vom Studienjahr 1909/10 angefangen in jedem dritten Studienjahre eine zweistündige Vorlesung durch beide Semester über Elementarmathematik abgehalten wird. Wie sehr diese Einrichtung den Studierenden willkommen ist, beweist die große Zahl der im vergangenen Studienjahre inskribierten Hörer (48 im Wintersemester, 34 im Sommersemester). Unter diesen befanden sich außer den Kandidaten für das Nebenfach und der Kandidatinnen für das Lehramt an Mädchenlyzeen, auch noch andere Studierende, Chemiker etc.

In dieser Vorlesung, die bisher erst einmal abgehalten wurde, wurde Wert darauf gelegt, vor allem den Mittelschullehrstoff möglichst vollständig zur Darstellung zu bringen, dabei aber auch sehr eingehend die Fundamente zu besprechen. Schon die Rechengesetze der ganzen positiven Zahlen wurde eingehend auseinandergesetzt, die Einführung der negativen ganzen Zahlen in der üblichen Weise besprochen, die rationalen Zahlen rein abstrakt als Zahlenpaare, ohne irgendwelche anschauliche Vorstellungen behandelt, die Cantor'sche Theorie der Zahlfolgen und die sich daran schließende Irrationalzahlentheorie ausführlich besprochen, sowie auch die sukzessiven Erweiterungen des Potenzbegriffes. Von dem Begriff der regulären

Folgen wurde auch Gebrauch gemacht, um die Konvergenz der unendlichen Reihe, speziell der geometrischen, exakt zu besprechen. Die komplexen Größen wurden ebenfalls als Paare reeller Größen eingeführt, die Operationen definitionsmäßig eingeführt und nachträglich die Gültigkeit der Rechnungsregeln nachgewiesen, besonderes Gewicht auch auf die geometrische Darstellung gelegt und der Zusammenhang der n-ten Einheitswurzeln mit der Kreisteilung erwähnt. Nicht so vollständige Strenge konnte bei den Grundlagen der Geometrie erreicht werden; es wurden da die didaktischen Gesichtspunkte berücksichtigt, die, zuerst von E. Borel empfohlen wurden und bereits von R. Suppantschitsch in seinen geometrischen Mittelschullehrbüchern verwendet worden sind und die im wesentlichen darin bestehen, die Frage der Unabhängigkeit der Axiome ganz außer Spiel zu lassen und der Verständlichkeit zu liebe eine vom theoretischen Standpunkt übergroße Zahl von Axiomen einzuführen.

Es scheint dieses Verfahren in der Tat der einzig mögliche Weg zu sein, um, ohne in die schwierigen theoretischen Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie, namentlich die der Unabhängigkeit der Axiome einzugehen, einen gewissen Grad von Strenge und logischer Ordnung auch in einer ganz elementaren geometrischen Vorlesung zu erzielen. Sonst ging diese Elementarvorlesung wenig über den Mittelschullehrstoff hinaus; nur die Theorie des Systems zweier und dreier linearer Gleichungen wurde etwas eingehender besprochen und daran die Elemente der Determinantentheorie illustriert.

Außer in Graz wird derzeit an keiner österreichischen Universität ein regelmäßig wiederkehrendes Kolleg über Elementarmathematik gelesen. Nur in Innsbruck liest Professor Zindler hie und da über ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik.

11. Da die sphärische Trigonometrie im Lehrstoff des Gymnasiums nicht vorkommt, so wird an manchen Universitäten dafür gesorgt, daß die Studierenden in den ersten Semestern mit derselben vertraut gemacht werden. Meistens geschieht dies in den Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, in denen wenigstens die Grundformeln abgeleitet werden, so bei Professor Zindler und Gmeiner in Innsbruck, v. Dantscher in Graz, Żorawski und Zaremba in Krakau. Gelegenheit zur ausführlicheren Beschäftigung mit sphärischer Trigonometrie bieten meist die Seminarübungen. So läßt Hofrat Mertens in Wien die sphärische Trigonometrie im Proseminar vortragen und auf verschiedene Aufgaben, z. B. den Feuerbach'schen Satz und das Malfatti'sche Problem auf der Kugel anwenden. Ebenso behandelt Professor Gmeiner in Innsbruck den Gegenstand eingehend im Seminar. Sonst wird im allgemeinen die Behandlung der sphärischen Trigonometrie den Vorlesungen über Astronomie überlassen.

12. Die Einführung von Vorlesungen über darstellende Geometrie scheint an den Universitäten eine immer dringendere, ja unabweisbare Notwendigkeit zu werden. Freilich, zur rein theoretischen Ausbildung eines Mathematikers ist die Kenntnis der darstellenden Geometrie durchaus nicht erforderlich und es kann gewiß nicht geleugnet werden, daß es viele sehr bedeutende Mathematiker gegeben hat, die von darstellender Geometrie nichts verstanden haben. Da aber der Universitätsunterricht speziell auch der Heranbildung der Lehramtskandidaten dienen soll und muß, so liegt die Sache wesentlich anders; denn einerseits ist die Förderung, die das räumliche Anschauungsvermögen gerade durch die Beschäftigung mit darstellender Geometrie gewinnt, für den Lehrer von außerordentlichem Wert, andrerseits ist im neuen Lehrplan für die österreichischen Gymnasien von 1909 ausdrücklich bestimmt: „dem stereometrischen Unterricht in der fünften Klasse wird eine Anleitung zur korrekten Herstellung von Schrägrissen und zur Verwendung senkrechter Parallelprojektion vorausgeschickt, die den Schüler in den Stand setzt, einfache übersichtliche Raumgebilde richtig wiederzugeben, und hiedurch einer nachdrücklichen Pflege des räumlichen Anschauungsvermögens dient." Einen solchen Abriß der ersten Elemente der Projektionslehre finden wir denn auch in dem neuen Lehrbuche der Geometrie für Gymnasien und Realgymnasien (Mittelstufe) von R. Suppantschitsch am Beginne des Abschnittes über Stereometrie auseinandergesetzt.

Die Notwendigkeit der Einführung von Vorlesungen über darstellende Geometrie hat u. a. E. Müller[1]) am Naturforschertage in Salzburg (1909) betont, wobei er seine Ansichten in folgendem zusammenfaßte: „Ich bin mit vielen anderen der festen Meinung, daß jeder Lehrer der Mathematik darstellende Geometrie gehört und konstruktives Zeichnen frequentiert haben sollte. Um dies zu ermöglichen, muß die darstellende Geometrie an jeder Universität in Verbindung mit konstruktiven Übungen gelehrt werden. Vorlesungen und besonders Übungen sind so zu gestalten, daß die Hörer nicht bloß richtig zeichnen, vor allem also die in Tafelzeichnungen und Textfiguren typisch wiederkehrenden Fehler vermeiden lernen, sondern sie müssen auch zur Einsicht gelangen, daß mittels genauer zeichnerischer Darstellungen etwas geleistet werde, daß zumal in vielen Fällen die Konstruktion die Rechnung zu vertreten vermöge. Die Behandlung ganz einfacher technischer Aufgaben wird sich auch hier empfehlen. . . . Im allgemeinen wird man an der Universität mehr theoretische Aufgaben und die Darstellung solcher Objekte berücksichtigen, die im Mittelschulunterricht auftreten."

Auch hier macht sich wieder vor allem in den Kreisen der Studentenschaft der Wunsch nach allgemeiner Einführung von dar-

---

[1]) Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung. Jahrgang 1910, Seite 23.

stellend-geometrischer Vorlesungen an der Universität so sehr geltend, daß in Wien der akademische Mathematikerverein sich selbst einen Kursus über die Elemente der darstellenden Geometrie eingerichtet hat, wobei ein Realschulabiturient die Vorträge hält.

Daß ein derartiges Surrogat dem Bedürfnisse nicht zu entsprechen vermag, liegt auf der Hand, so sehr löblich und anerkennenswert es immerhin ist, daß die Studentenschaft selbst in dieser Weise für eine teilweise Abhilfe des so sehr fühlbaren Mangels vorsorgt. Es sollte doch mindestens erreicht werden, wie Prof. Zindler in Innsbruck hervorhebt. daß jeder Kandidat des Hauptfaches Kenntnisse in der darstellenden Geometrie etwa in dem Ausmaße erwirbt, wie es den älteren Lehrplänen der Realschule entspricht, wo die Zentralprojektion noch nicht gestrichen war; außerdem sollten noch die Elemente der Axonometrie vorkommen.

Ständig eingerichtete, regelmäßig wiederkehrende Vorlesungen aus darstellender Geometrie gibt es derzeit nur an den beiden Universitäten Graz und Innsbruck, wo ein eigener Dozent mit der Abhaltung solcher Vorlesungen betraut ist.

In Graz hält diese Vorlesungen seit über 30 Jahren Privatdozent Schulrat Prof. Streissler, der einen durch 4 bis 5 Semester dauernden dreistündigen Kursus über darstellende Geometrie abhält, in welchem er folgende Gebiete behandelt:

Erstes Semester: Anfangsgründe der normalen und schiefen Projektion;

Zweites Semester: Darstellung der Kurven und Flächen 2. Grades, der kubischen und sphärischen Kegelschnitte und der Cassinischen-Kurven; ferner jener Kurven und Flächen, die in der Physik und Mechanik angewandt werden;

Drittes Semester: Zentralprojektion, insbesondere des Kreises, angewandt auf praktische Perspektive; Hauck'sche Photogrammetrie;

Viertes Semester: Angewandte synthetische Geometrie, insbesondere Konstruktionen aus der Ähnlichkeits- und Potenzlehre, Berührungsprobleme u. s. w.;

Fünftes Semester (eventuell): Kartographie auf Grund der darstellenden Geometrie (auch für Hörer der Geographie).

An diese Vorlesungen schließen sich immer auch Zeichenübungen an, die, so wie die Vorlesungen, fast von allen Lehramtskandidaten besucht werden.

Ähnlich ist die Einrichtung in Innsbruck, wo, nachdem viele Jahre Privatdozent Prof. Schober Vorlesungen über darstellende Geometrie gehalten hatte, zwar mit seinem Tode eine kurze Unterbrechung eintrat, seit etwa 10 Jahren aber wieder regelmäßig für solche Vorlesungen gesorgt ist, indem anfangs Prof. Zindler sie abhielt, seit

1904 aber hiefür wieder ein Honorardozent (Prof. Menger) bestellt ist, der in jedem zweiten Jahr Vorlesungen über darstellende Geometrie, in den dazwischenliegenden Jahren solche über synthetische projektive Geometrie abhält. In Innsbruck ist diese Einrichtung auch aus dem Grunde besonders wichtig, weil in der Stadt keine technische Hochschule ist und daher überhaupt sonst keine Vorlesungen über darstellende Geometrie gehalten werden.

Es ist aber auch in den Städten, in denen sich eine technische Hochschule befindet, nicht gut möglich, daß sich die Lehramtskandidaten, die nicht darstellende Geometrie, sondern Mathematik als Hauptfach haben, die für sie wünschenswerten Kenntnisse aus der darstellenden Geometrie an der betreffenden technischen Hochschule erwerben, da einerseits ja die Vorlesungsstunden meist kollidieren würden, andrerseits die ganze Anlage des Studiums der darstellenden Geometrie an der technischen Hochschule eine für diesen Nebenzweck viel zu breite und zeitraubende ist. Es wäre daher außerordentlich wünschenswert, daß an allen Universitäten selbständige Vorlesungen eingerichtet würden. Bisher sind außer in Graz und Innsbruck nur spärliche Ansätze hierzu vorhanden. So liest Prof. Kohn in Wien gelegentlich über Methoden der beschreibenden Geometrie und Prof. Grünwald an der deutschen Universität in Prag ab und zu zweistündig über darstellende Geometrie, wobei die Darstellung in einer und in zwei Projektionsebenen zugrunde gelegt wird und die Grundaufgaben vermittels dieser Methoden behandelt werden; unter anderem auch die Konstruktion von Dreikanten aus gegebenen Bestimmungsstücken, die Konstruktion einer Sonnenuhr u. dgl. An den übrigen Universitäten fehlt es bisher gänzlich an solchen Vorlesungen; in Czernowitz hat man Schritte eingeleitet, um auch für die dortige Universität eine geeignete Lehrkraft für den Unterricht aus darstellender Geometrie zu gewinnen.

13. Einem besonderen Zwecke, nämlich der Ausbildung von Versicherungsmathematikern, dient der Kurs, der an der Universität Wien von Prof. Tauber über Versicherungsmathematik 4- bis 6stündig durch 2 Semester gehalten wird. Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik halten abwechslungsweise die ordentlichen Professoren der Wiener Universität 3stündig in je einem Semester ab. Endlich hält der Regierungsrat im Versicherungsamte Privatdozent Blaschke regelmäßig eine durch 2 Semester ausgedehnte 3stündige Vorlesung über mathematische Statistik.

14. Von besonderen Vorlesungen sind schließlich noch die der Privatdozenten zu nennen, die in folgendem Verzeichnis, soweit sie in den letzten 5 Studienjahren gehalten wurden, zusammengestellt sind.

Verzeichnis der von Privatdozenten in den Studienjahren 1905/06 bis 1909/10 angekündigten mathematischen Kollegien.

a) Universität Wien.

Mathematische Statistik. 3 Stunden durch 2 Semester.

Elliptische Funktionen. 2 Stunden durch 2 Semester.

Quaternionen und andere hyperkomplexe Zahlensysteme. 2 Stunden.

Theoretische Arithmetik. 3 Stunden.

Differentialgeometrie. 2 Stunden.

Potentialtheorie. 2 Stunden.

Das Pfaff'sche Problem. 2 Stunden.

Elementare Funktionentheorie. 3 Stunden durch 2 Semester.

Funktionen einer reellen Veränderlichen. 2—3 Stunden durch 2 Semester.

Die hypergeometrische Reihe. 2 Stunden.

Unendliche Doppelreihen. 2 Stunden.

Unendliche Gruppen. 2 Stunden.

Zahlentheorie. 3 Stunden.

Grundlagen der Geometrie. 2 Stunden durch 2 Semester.

Endliche diskrete Gruppen. 2 Stunden.

Besprechung neuerer mathematischer Arbeiten. 2 Stunden.

Komplexe Zahlensysteme. 2 Stunden.

Ausgewählte Kapitel der höheren Algebra. 3 Stunden.

Variationsrechnung. 3 Stunden durch 2 Semester.

Theorie der ganzen transzendenten Funktionen. 2 Stunden.

Determinanten. 1 Stunde.

Das Dualitätsprinzip der Geometrie. 2 Stunden.

Theorie der Kettenbrüche und ihre geometrische Deutung. 2 Stunden.

Integralgleichungen. 3 Stunden.

Ausgewählte Kapitel der Funktionentheorie. 2 Stunden.

Analysis situs. 2 Stunden durch 2 Semester.

Die Taylor'sche Reihe und ihre analytische Fortsetzung. 2 Stunden.

Repetitorium der Differentialrechnung mit Anwendungen. 3 Stunden.

Allgemeine Gruppentheorie. 2 Stunden.

b) Universität Prag (Deutsch).

Keine.

c) Universität Prag (Böhmisch).

Einleitung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie des Raumes. 4 Stunden durch 2 Semester.

Theorie der linearen Transformationen und ihrer Gruppen. 3 Stunden durch 2 Semester.

d) Universität Graz.

Darstellende Geometrie. 3 Stunden durch 5 Semester.

e) Universität Innsbruck.

Darstellende Geometrie samt Konstruktionsübungen. 4 Stunden durch 2 Semester.

Perspektive samt Konstruktionsübungen. 4 Stunden.

Linearperspektive samt Konstruktionsübungen. 4 Stunden.

Darstellende Geometrie der krummen Linien und Flächen samt Übungen. 4 Stunden.

Elemente der projektiven Geometrie. 2 Stunden durch 2 Semester.

f) Universität Czernowitz.

Keine.

g) Universität Krakau.

Die Mathematik in Polen am Ende des 17. Jahrhunderts. 1 Stunde.

Die Mathematik zur Zeit der Araber. 1 Stunde.

Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. 2 Stunden.

h) Universität Lemberg.

Differentialgleichungen. 1 Stunde.

Partielle Differentialgleichungen. 1 Stunde.

Zahlentheorie. 2 Stunden durch 2 Semester.

Einleitung in die Analysis. 3 Stunden.

Mathematische Analysis. 3 Stunden durch 2 Semester.

Höhere Analysis. 4 Stunden.

Mengenlehre. 1 Stunde.

IV. Die Seminarübungen.

15. Neben den Vorlesungen finden an allen österreichischen Universitäten mathematische Seminarübungen statt. Diese haben den Zweck, den Studierenden Gelegenheit zu geben, neben der rein rezeptiven Tätigkeit beim Besuche der Vorlesungen auch eine bis zu einem gewissen Grade aktive und selbständige Tätigkeit zu entfalten und den in den Vorlesungen behandelten Lehrstoff auch praktisch einzuüben.

Die Organisation dieser Seminarübungen ist die, daß jeder Ordinarius eine besondere Abteilung derselben leitet. Für die Abhal-

tung der Übungen bezieht der Leiter eine Remuneration und hat auch einen kleinen Betrag zur Verfügung, der in Form von Stipendien zu 40 bis 60 K am Ende des Studienjahres an besonders eifrige Seminarmitglieder zur Verteilung gelangt. Jedes der Seminare verfügt über einen besonderen Raum, in welchem Arbeitstische aufgestellt sind und in welchem auch die Seminarbibliothek untergebracht ist, über welche weiter unten berichtet werden soll. Die Übungen selbst zerfallen wieder in solche für Anfänger und solche für Vorgeschrittene, erstere mitunter gegenüber dem Seminar im engeren Sinne, ausdrücklich als Proseminar bezeichnet, so an den Universitäten Wien, Prag (Böhmisch) und Czernowitz.

Die Anzahl der wöchentlichen Stunden sämtlicher Seminarübungen beträgt in jeder Abteilung, d. h. bei jedem einzelnen Ordinarius in Wien 3 Stunden wöchentlich (davon eine Stunde Proseminar) in Prag (deutsch) 2, in Prag (böhmisch) bei einem der Professoren 3 (davon 1 Stunde Proseminar) beim zweiten 2 Stunden; in Graz je 2, in Innsbruck je 2; in Czernowitz im Wintersemester 4 (davon 2 Stunden Proseminar), im Sommersemester 2, in Krakau je 4 Stunden, davon 2 für Anfänger und 2 für Vorgeschrittene; endlich wird in Lemberg ein zweistündiges Seminar für Anfänger und ein zweistündiges für Vorgeschrittene abgehalten, und zwar leitet dort der Ordinarius das Oberseminar, während der zweite Professor (derzeit ein Privatdozent) die Abteilung für Anfänger leitet.

Wie die Seminare überhaupt, so haben auch die mathematischen bestimmte, vom Unterrichtsministerium genehmigte Statuten, welche den Vorständen das Recht einräumen, die Aufnahme der Studierenden in die Seminare, d. h. die Aufnahme als sogenannte Seminarmitglieder von der Erfüllung bestimmter Bedingungen, zum Beispiel der Ablegung eines Kolloquiums abhängig zu machen. Im allgemeinen wird dies jedoch nicht gehandhabt, sondern jedem Studierenden, der das Seminar inskribiert, die Möglichkeit der Teilnahme an den Übungen geboten. Mitunter wird zwar eine formelle Einzeichnung in ein Verzeichnis, beziehungsweise eine persönliche Anmeldung beim Vorstand des Seminars gefordert, bei welcher Gelegenheit auch Schlüssel zu dem Arbeitszimmer, soweit verfügbar, verteilt werden, im allgemeinen unterscheidet sich aber die Art der Inskription durch nichts von der in irgend ein anderes Collegium publicum.

16. Auch die Frequenzbestätigung wird im allgemeinen nicht von der Erfüllung bestimmter spezieller Bedingungen, etwa einer aktiven Beteiligung des betreffenden Studierenden an den Übungen, abhängig gemacht. Eine Ausnahme hiervon besteht in der von Prof. v. Dantscher geleiteten Abteilung des mathematischen Seminars in Graz, indem dort die Frequenzbestätigung von der Ausführung der sogenannten Pflichtaufgaben abhängig ist, deren in jedem Semester

etwa 3 den Studierenden zur häuslichen Bearbeitung vorgelegt werden. Diese Pflichtarbeiten, deren Gegenstände meist unmittelbar den Vorlesungen des betreffenden Semesters entnommen werden, haben den Zweck, dem Seminarleiter einen Einblick darüber zu verschaffen, wie die Dinge, die in den Vorlesungen gebracht werden, verstanden worden sind, den Studierenden aber Gelegenheit zu bieten, sich in der Darstellung einfacher mathematischer Gegenstände zu üben, damit nicht, wie es sonst gewöhnlich der Fall ist, die zur Lehramtsprüfung erforderliche Hausarbeit den allerersten Versuch einer solchen Darstellung bildet. Beispiele von Themen solcher Pflichtarbeiten sind etwa die folgenden:

1. Erklärung der Konvergenz eines additiven Aggregates von unendlich vielen rationalen Zahlen;

2. Untersuchung des Zusammenhanges zwischen m Funktionen von n Veränderlichen (nach Dini);

3. die projektivische Erzeugung der Raumkurven 3. Ordnung;

4. die vier Rechnungsoperationen im Gebiete der rationalen Zahlen;

5. Erklärung des Doppelintegrals.

In den übrigen mathematischen Seminaren wird die Ausführung schriftlicher Arbeiten den Studierenden im allgemeinen nicht zur Pflicht gemacht, es sei denn, daß ein Studierender ein größeres Thema selbstständig bearbeiten will, das er dann entweder als Doktordissertation oder als Hausarbeit für die Lehramtsprüfung zu verwenden gedenkt.

17. Die Übungen selbst sind also in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle ausschließlich mündliche. Die des Proseminars oder Unterseminars bestehen meist in der Ausführung von Beispielen im direkten Anschluß an die Vorlesungen, die des Seminares in teils von den Studierenden selbstgewählten, theils von den Leitern empfohlenen Themen, die von den Studierenden zum Vortrag gebracht werden. Im einzelnen wäre über die Seminarübungen zu erwähnen:

In Wien läßt Hofrat v. Escherich gewisse Ergänzungsgebiete, die in den Vorlesungen weniger besprochen werden, im Seminar durch die Studierenden vortragen; solche sind z. B. die Integralgleichungen, die Funktionen von unendlich vielen Veränderlichen etc.; auch werden häufig in Arbeit befindliche Doktordissertationen der einzelnen Teilnehmer besprochen. Hofrat Mertens läßt im Seminare namentlich die Theorie der algebraischen Zahlen, den Beweis des allgemeinen Reziprozitätsgesetzes, die Theorie der elliptischen Funktionen aus den Thetareihen, namentlich mit Rücksicht auf die algebraischen Anwendungen, dann auch über komplexe Multiplikation vortragen. Zu diesen schwierigreen Vorträgen werden den Studierenden handschriftliche Hefte in die Hand gegeben, nach denen sie vorzutragen haben oder

auch Originalabhandlungen des Seminarleiters selbst oder anderer, wie etwa die Jacobi'schen Abhandlungen über Thetafunktionen etc. Bei Prof. Wirtinger werden vor allem Funktionentheorie, Integralgleichungen, reelle Funktionen, elliptische Funktionen in der Form von Referaten und Vorträgen der Studierenden, wie auch des Leiters im Seminar durchgenommen; im Proseminar: analytische Geometrie, graphische Darstellung von Funktionen, gelegentlich Reihen. Differentialgeometrie.

An der deutschen Universität Prag hält Prof. Pick mit Vorliebe Seminarübungen über Lie'sche Gruppentheorie, auch über komplexe Funktionen. In Graz verwendet Prof. v. Dantscher je eine Wochenstunde zur Behandlung der wöchentlich gestellten Übungsaufgaben, von denen einige immer auch die Ausführung von numerischen Rechnungen verlangen, die zweite zu Vorträgen der Studierenden, zur Beantwortung von Anfragen und zu Vorträgen des Leiters der Übungen. Prof. v. Sterneck nimmt im Proseminar Übungsbeispiele, die sich an die Vorlesung über Differential- und Integralrechnung anschließen, und den gebräuchlichen Übungsbüchern entnommen werden; im Seminar werden meist kleinere, in sich abgeschlossene Themen von den Studierenden zum Vortrage gebracht, die meist der Arithmetik und Algebra entnommen werden, wie z. B. Transzendenz von e und π. Unmöglichkeit der Trisektion des Winkels mit Zirkel und Lineal, die numerische Auflösung der Gleichungen, die Tschebyschef'sche Primzahlentheorie, der quadratische Reziprozitätsatz und die Kreisteilung, die ganzen Funktionen in bezug auf einen Primzahlmodul, die elliptischen Integrale, die Elemente der Theorie der binären quadratischen Formen, Nachweis der Endlichkeit des Systems der Invarianten und Covarianten einer Reihe binärer Formen etc.

In Innsbruck widmet Professor Zindler in jedem zweiten Jahre eine wöchentliche Stunde der Einführung der Studierenden in die Infinitesimalrechnung, wie dies gelegentlich der Besprechung der Vorlesungen oben bereits mitgeteilt wurde. Auch wurde bereits erwähnt, daß die Determinantentheorie ebenfalls in jedem zweiten Wintersemester an der Hand eines lithographierten Textes in der Form von Seminarübungen durchgenommen wird. Neben dieser Art von Übungen werden auch noch Aufgaben im Anschluß an die Vorlesungen gegeben. Diese werden schriftlich ausgearbeitet. Unter den Studierenden, die sie abgeliefert haben, werden dann jede Stunde einige ausgewählt, die sie an der Tafel nochmals durchrechnen, um Gelegenheit zu haben, auf vorgekommene Fehler oder auf mögliche Verallgemeinerungen usw. aufmerksam zu machen. Auch in den Seminarübungen für Vorgeschrittene beziehen sich die Vorträge der Hörer meist auf die Gebiete der gleichzeitigen Vorlesungen, in selteneren Fällen, wo durch Spezialkollegien dazu Gelegenheit geboten ist, auch auf Themen zu wirklichen Arbeiten, d. h. solchen, bei denen

sich neue Ergebnisse erwarten lassen. Dagegen vermeidet es Professor Zindler, solche Themen, die von vornherein als Referate angelegt sind, als „Seminararbeit" zu geben, weil diese Arbeiten dann als Ersatz für die Hausarbeit der Lehramtsprüfung angesprochen werden, was zu einer Umgehung der Prüfungsvorschriften, wonach um die Hausarbeiten erst im 8. Semester eingereicht werden soll, führt. Bei Professor Gmeiner bestehen die Seminarübungen in der Lösung von (zumeist theoretischen) Aufgaben und der Abhaltung von Vorträgen.

Auch in Czernowitz bestehen die Seminarübungen in der Durchführung von Übungsbeispielen im Anschluß an die Vorlesungen sowie auch in selbständigen Vorträgen und Referaten; ebenso in Krakau, wo aber von den Hörern über die von den Leitern gegebenen Themen auch Hausarbeiten gemacht werden; endlich ist in Lemberg die Einrichtung so, daß im Unterseminar Aufgaben behandelt werden, im Oberseminar Referate, die sich gewöhnlich auf das im vorhergehenden Studienjahr vorgetragene Material beziehen. Solche wurden z. B. im Studienjahr 1909/10 erstattet über Klein's „Vorlesungen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt".

18. Was die Beteiligung der Studierenden an den Seminarübungen betrifft, so geht die allgemeine Erfahrung dahin, daß etwa die Hälfte derjenigen, die die Vorlesungen regelmäßig besuchen, auch an den Seminarübungen teilnehmen. Ist die Anzahl der Teilnehmer daher im allgemeinen nicht groß, so wird dafür von allen Seiten eine recht eifrige Mitarbeit derer, die eben teilnehmen, konstatiert.

Die Wichtigkeit der Seminarübungen ist für die Ausbildung der Studierenden, namentlich der Mittelschullehrer, gewiß eine außerordentlich große, vor allem wegen der damit verbundenen Vortragsübungen. Wenn man auch kaum wird so weit gehen wollen, wie E. Bernheim, der geradezu den Schwerpunkt des Universitätsunterrichtes in die Seminare verlegen möchte, so muß man es doch für äußerst wünschenswert bezeichnen, daß jeder Studierende in einem gewissen Ausmaße sich an Seminarübungen beteiligt. Nach dem Vorschlage des Professors v. Dantscher in Graz sollte der Besuch des mathematischen Seminars durch mindestens 2 Semester für die Lehramtskandidaten obligatorisch gemacht werden, derart, daß der Nachweis über diesen Seminarbesuch ein ebenso unumgängliches Erfordernis für die Zulassung zur Lehramtsprüfung bilden würde, wie etwa der Nachweis über die Absolvierung der experimentell-physikalischen Übungen.

V. Die Prüfungen.

19. Die Prüfungen, denen sich die Studierenden der Mathematik nach Vollendung ihrer Studien unterziehen können, sind wesentlich von zweierlei Art: 1. die sogenannten strengen oder Doktorsprüfungen und 2. die Lehramtsprüfung.

Von diesen sind nur die ersteren als eigentliche Universitätsprüfungen aufzufassen, während die letzteren vor besonderen staatlichen Prüfungskommissionen abgelegt werden, deren Mitglieder zwar meist Universitätsprofessoren sind, die aber als solche der Universität nicht angehören, ähnlich den juristischen Staatsprüfungskommissionen.

Über die Erlangung des Doktorates bestehen besondere Vorschriften, die in der vom Ministerium für Kultus und Unterricht in den Verordnungen vom 16. März 1899, 27. Jänner 1900 und 22. April 1902 erlassenen Rigorosenordnung enthalten sind. Die wichtigsten Bestimmungen derselben sind:

„Zur Erlangung des Doktorats an der philosophischen Fakultät einer Universität der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder ist die Vorlage einer wissenschaftlichen Abhandlung und die Ablegung zweier strengen Prüfungen (Rigorosum) erforderlich. Zweck dieser Prüfungen ist, festzustellen, ob und in welchem Grade eine Befähigung zu wissenschaftlicher Forschung erreicht wurde. Die Zulassung hierzu ist von dem Nachweise abhängig, daß der Kandidat eine in- oder ausländische philosophische Fakultät als ordentlicher, immatrikulierter Hörer durch vier Jahre besucht habe. Die ausnahmsweise Zulassung solcher Kandidaten, welche diesen Nachweis nicht zu liefern vermögen, kann auf Antrag des betreffenden Professorenkollegiums von dem Unterrichtsminister erteilt werden.

Die geschriebene oder gedruckte Abhandlung hat eine wissenschaftliche Untersuchung über ein freigewähltes Thema aus einem der dem Bereiche der philosophischen Fakultät angehörigen und mindestens durch eine Lehrkanzel vertretenen Fächer zu enthalten. Die Abhandlung hat zu zeigen, daß der Bewerber sich auf einem Gebiete die Methode der wissenschaftlichen Forschung angeeignet habe und hat seine Befähigung zu wissenschaftlicher Forschung darzutun. Die vorgelegte Abhandlung wird von dem Dekane zwei Referenten zur Begutachtung zugewiesen. Das mündliche Rigorosum besteht aus zwei strengen Prüfungen, und zwar einer zweistündigen und einer einstündigen. Gegenstand der zweistündigen Prüfung ist ein, entweder der philosophisch-historischen oder der mathematisch-naturhistorischen Gruppe angehöriges durch eine Lehrkanzel vertretenes Fach mit einem anderen Fache derselben Gruppe. Gegenstand der einstündigen

Prüfung ist die Philosophie. Für Kandidaten, deren wissenschaftliche Abhandlung das Gebiet der Philosophie betrifft, ist Gegenstand der zweistündigen strengen Prüfung die Philosophie, Gegenstand der einstündigen strengen Prüfung ein Fach der philosophisch-historischen oder mathematisch-naturwissenschaftlichen Gruppe."

Nach diesen Vorschriften kann die Mathematik in dreierlei Art Gegenstand der Doktorsprüfungen sein: 1. als Hauptfach, zugleich Gebiet der Dissertation, 2. als zweites Fach beim Hauptrigorosum, 3. als Gegenstand des Nebenrigorosums, u. zw. bei Kandidaten, deren Hauptfach Philosophie ist.

20. Es ist nun eine auffallende, gewiß befremdliche Erscheinung, daß an den österreichischen Universitäten die Anzahl der aus Mathematik vorgelegten Dissertationen und der abgelegten Hauptrigorosen aus Mathematik eine sehr kleine ist. Stellen wir zusammen, wie viele solche Hauptrigorosen in den 10 Jahren 1900—1909 (Kalenderjahre) abgelegt wurden, so finden wir nur in Wien die nennenswerte Anzahl von 68, während in Prag (deutsch) keines, in Graz 1, in Innsbruck 7, in Czernowitz 1, in Krakau 4 und in Lemberg 6 Hauptrigorosen aus Mathematik abgelegt wurden. Der geringe praktische Wert, der dem Doktorate als solchem zukommt, hält eben die meisten Studierenden davon ab, es mit genügendem Ernste anzustreben. Dazu kommt noch, daß die Abfassung einer Dissertation gerade in der Mathematik gewiß keine leichte Sache ist und ein besonders intensives Eindringen in den Gegenstand erfordert, wenn die Abhandlung irgend einen, wenn auch noch so kleinen wissenschaftlichen Fortschritt bedeuten soll, während in anderen Fächern, z. B. der experimentellen Physik, sich leichter relativ einfache Probleme in Angriff nehmen lassen, die mit ziemlicher Sicherheit zu einem, wenn auch nicht gerade bedeutenden wissenschaftlichen Ergebnisse führen können. So kommt es, daß die Dissertationen nur in seltenen Fällen dem Gebiete der Mathematik angehören, so daß höchstens als 2. Fach oder im Falle einer philosophischen Dissertation mitunter beim Nebenrigorosum Mathematik geprüft wird. Mag in dem angeführten Umstande mit ein Grund für die Seltenheit mathematischer Hauptrigorosen und Dissertationen liegen, so ist doch nicht zu verkennen, daß sie eine von unserem Standpunkte bedauerliche Erscheinung darstellt, weil sie beweist, wie sehr das Mathematikstudium im allgemeinen als bloßes Brotstudium aufgefaßt wird, das mit der Ablegung der Lehramtsprüfung und der Erreichung einer Lehrstelle an einer Mittelschule seinen naturgemäßen Abschluß findet.

21. Wenden wir uns nunmehr der Besprechung der Lehramtsprüfungen zu, so seien auch hier zunächst kurz die einschlägigen Vorschriften angeführt, soweit sie die Mathematik tangieren. Diese sind

in der Ministerialverordnung vom 30. August 1897 enthalten*) und verfügen u. a. folgendes:

„Die wissenschaftliche Befähigung für das Lehramt an Gymnasien und Realschulen wird durch eine Prüfung ermittelt, zu deren Vornahme das Ministerium für Kultus und Unterricht Prüfungskommissionen in verschiedenen Hauptstädten der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder ernennt.

Um zur Prüfung zugelassen zu werden, ist in der Regel die Absolvierung von vier Universitätsjahren erforderlich.

Kandidaten der naturwissenschaftlichen Lehrfächer haben sich über die Teilnahme an den praktischen Arbeiten in den betreffenden Instituten und Laboratorien auszuweisen.

Das Realschulmaturitätszeugnis (für Studien an der Technischen Hochschule) samt dem Nachweise dreieinhalbjähriger Universitätsstudien an der philosophischen Fakultät in der Eigenschaft eines außerordentlichen Studierenden begründet für einen Kandidaten nur einen beschränkten Anspruch auf Zulassung zur Prüfung, nämlich bloß für das Lehramt an Realschulen und hier mit Beschränkung auf die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer (Mathematik, geometrisches Zeichnen, darstellende Geometrie, Physik, Naturgeschichte Chemie, Geographie).

Der geringe Unterschied in den Lehrzielen jener Gegenstände, welche dem Gymnasium und der Realschule gemeinsam sind, begründet keine Verschiedenheit in der wissenschaftlichen Prüfung. Diese richtet sich im allgemeinen nach den Anforderungen des Gymnasiums. Daher gilt eine für das Gymnasium erworbene Lehrbefähigung auch für die Realschule.

Die spezielle Prüfung des Kandidaten betrifft eine der folgenden Gruppen von Gegenständen (von denen hier nur die mit der Mathematik im Zusammenhang befindlichen angeführt sein sollen):

d) Mathematik und Physik als Hauptfächer,

e) Naturgeschichte als Hauptfach, dazu Mathematik und Physik als Nebenfächer,

f) Philosophie in Verbindung entweder mit Griechisch als Hauptfach und Latein als Nebenfach oder mit Mathematik als Hauptfach und Physik als Nebenfach,

i) Mathematik als Hauptfach in Verbindung entweder mit darstellender Geometrie als Hauptfach oder mit geometrischem Zeichnen und mit Physik als Nebenfächern.

Forderungen der Prüfung im besonderen sind:

Für Mathematik als Hauptfach: Kenntnis der allgemeinen Arithmetik, der synthetischen und der analytischen Geometrie; Kenntnis

*) Eine neue Prüfungsvorschrift ist d. Z. in Vorbereitung.

der Differential- und Integralrechnung und deren Anwendung auf die Geometrie, ferner der Elemente der Variationsrechnung; Vertrautheit mit den Grundzügen der neueren Funktionstheorie;

für Mathematik als Nebenfach: Kenntnis der Elementarmathematik, insbesondere derjenigen Teile, welche am Gymnasium und an der Realschule zu lehren sind; vollkommene Sicherheit und Fertigkeit in der Anwendung der auf diesem Gebiete vorkommenden Methoden der Rechnung und Konstruktion.

Jede Prüfung umfaßt drei Abteilungen: die Hausarbeiten, die Klausurarbeiten, die mündliche Prüfung.

Die häuslichen Aufgaben haben die speziellen Gegenstände der Prüfung in der Art zu umfassen, daß dem Kandidaten Anlaß geboten werde, die Befähigung zu wissenschaftlicher Arbeit und die Gründlichkeit seiner Fachkenntnisse zu beweisen. Zur Bearbeitung der Hausaufgaben wird dem Examinanden ein Zeitraum von drei Monaten für jede Aufgabe gewährt.

Die Klausurarbeiten dienen vornehmlich dazu, zu ermitteln, wie weit der Examinand in seinem Studienkreise auch ohne alle Hilfsmittel ein promptes und sicheres Wissen besitzt.

Die Arbeitszeit beträgt acht Stunden für ein Hauptfach, vier für ein Nebenfach. Die achtstündige Arbeitszeit wird mittags durch eine entsprechende Pause unterbrochen. Dementsprechend besteht die Klausuraufgabe bei den Hauptfächern aus zwei Teilen, deren jeder so zu bemessen ist, daß er in vier Stunden bearbeitet werden kann.

Die mündliche Prüfung betrifft zunächst die Gegenstände, für welche der Kandidat die Lehrbefähigung zu erwerben wünscht und hat das Ergebnis der vorhergehenden Prüfungsstadien zu vervollständigen und zu sichern."

22. In der Praxis wird bei den Hausarbeiten nicht eine wirklich wissenschaftliche Arbeit im engeren Sinn des Wortes von den Kandidaten gefordert, sondern die Hausarbeit soll bloß zeigen, daß der Kandidat imstande ist, über ein Thema, welches die Vorlesungen nicht behandelt haben, sich aus der Literatur eingehend zu unterrichten und die Resultate seiner Studien korrekt und gut verständlich darzustellen. Bei umfangreicheren Themen wird selbstverständlich auch keine erschöpfende Darstellung verlangt, sondern es genügt je nach den Umständen eine übersichtliche Darstellung der Hauptgedanken.

Häufig wird auch die Durchführung von Beispielen zu den einzelnen Theorien gefordert. Um eine Vorstellung von der Art der Themen zu geben, sei hier eine Auswahl aus den in den letzten Jahren von verschiedenen Prüfungskommissionen gestellten Themen angeführt:

Themen der Hausarbeiten.

a) Für das Hauptfach:

Die Theorie der Fourierschen Reihen.

Das isoperimetrische Problem.

Systematische Darstellung der Beweise für den Fundamentalsatz der Algebra.

Über Abelsche Gleichungen.

Die Thetafunktionen und ihre Verwendung in der Theorie der Flächen vierter Ordnung.

Historische Darstellung der Fortschritte der Theorie der algebraischen Gleichungen (in den Hauptzügen).

Die Auflösung algebraischer Gleichungen mit Hilfe von transzendenten Funktionen.

Die partiellen linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung (mit besonderer Berücksichtigung der in der mathematischen Physik auftretenden Typen).

Über invariante Bildungen ternärer Formen.

Die dreifach orthogonalen Flächensysteme.

Die Darstellung der elliptischen Funktionen aus der Differentialgleichung.

Die transzendenten Zahlen, insbesondere e und π.

Die Jacobische Funktionaldeterminante und ihre wichtigsten Verwendungen.

Die Substitutionen aus fünf Elementen.

Theorie der Krümmungslinien für das dreiachsige Ellipsoid nebst Darstellung ihres geometrischen Verlaufes.

Die ganzen Funktionen in bezug auf einen Primzahlmodul.

Die Methoden zur Herstellung sehr großer Primzahlen.

Die Reihen für $\tan x$ und $\sec x$ und die wichtigsten Eigenschaften ihrer Koeffizienten.

Die Bedeutung der Zahl π in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Fehlertheorie.

Die wichtigsten auf Eulersche Funktionen zurückführbaren bestimmten Integrale.

Die Fokaleigenschaften der Flächen zweiten Grades.

Die wichtigsten Sätze und Formeln der Algebra, die eine Übertragung auf Kongruenzen nach einem Primzahlmodul gestatten.

Die Fourierschen Reihen mit besonderer Berücksichtigung der Arbeiten von Fejér und Lebesgue.

Die Darstellung der stetigen Funktionen durch Summen von Polynomen.

Die Verbindungen zwischen Theta- und Sigmafunktion.

Algebraische Behandlung der 27 Geraden auf der Fläche dritter Ordnung.

Über die Lückenfunktionen.

Die Anwendungen der elliptischen Funktionen auf die Geometrie.

Die Fortschritte, welche die Algebra Lagrange, beziehungsweise Gauß, Abel, verdankt.

Die neueren Untersuchungen über ganze Funktionen.

Die singulären Punkte algebraischer Kurven.

Vergleich des Riemannschen und Lebesgueschen Integralbegriffes.

Existenzbeweise in Verbindung mit graphischer Behandlung der gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Der Reyesche Komplex.

Die konfokalen Flächen zweiten Grades.

Die Flächen dritter Ordnung und ihre Abbildung auf die Ebene.

Die Lamésche Differentialgleichung.

Die Gleichung fünften Grades.

Die Raumkurven vierter Ordnung erster Art und die elliptischen Funktionen.

Die rationalen Raumkurven vierter Ordnung.

Das Hauptachsenproblem ebener Schnitte von F_2.

Studium der Abbildung durch $w = \int \frac{dz}{\sqrt[3]{(z-a)(z-b)(z-c)}}$

Der Verlauf der reellen Integralkurven einer gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung (wobei y' eine rationale Funktion von x und y ist) in der Umgebung ihrer singulären Stellen und ebenso eines simultanen Systems von zwei Gleichungen erster Ordnung ist nach den einschlägigen Arbeiten Poincarés darzustellen.

Der Savarysche Satz der ebenen Kinematik und die sich daran schließenden Konstruktionen sind darzustellen und mit Beispielen zu belegen.

Es sind die Anfänge der Flächentheorie unter der Voraussetzung zu entwickeln, daß die Polarkoordinaten eines Punktes als Funktionen zweier Parameter gegeben sind.

In der Theorie der ebenen Kurven sind die wichtigsten Begriffe und Sätze darzulegen, die auch von höheren als zweiten Ableitungen abhängen.

Die allgemeine Flächentheorie ist auf die Ringfläche anzuwenden.

Theorie der linearen Integralgleichungen und der kleinen Schwingungen.

Analogie zwischen den linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen und den algebraischen.

Haupteigenschaften der eindeutigen zweifach periodischen Funktionen.

Die Flächen von konstantem Krümmungsmaße.

Über infinitesimale Transformationen und deren Anwendungen auf Differentialgleichungen.

Die Mittag-Lefflerschen Theoreme.

Die Beschaffenheit einer Potenzreihe in ihrem Konvergenzkreise und am Umfang desselben.

Diskussion der Riccatischen Differentialgleichung.

Die verschiedenen Darstellungsformen der elliptischen Funktionen.

Die Polareigenschaften der Kurven und Flächen zweiten Grades.

Die Modulgruppen und die binären quadratischen Formen.

Die Erzeugungsweisen und Haupteigenschaften der Kurven dritter Ordnung.

Die Zahlensysteme aus mehreren komplexen Einheiten.

Die metrischen Eigenschaften der Flächen zweiter Ordnung.

Das Reziprozitätsgesetz der quadratischen Reste, insbesondere seine Beziehungen zur Kreisteilung.

Die numerische Auflösung der algebraischen Gleichungen.

Die unendlichen Produkte und ihre wichtigsten Verwendungen.

Die Transformation der Variablen in mehrfachen Integralen.

Die Darstellung der ganzen Zahlen durch die binären quadratischen Formen.

Die wichtigsten algebraischen und arithmetischen Anwendungen der Kettenbrüche.

b) Für das Nebenfach:

Die Auflösung der Gleichungen dritten und vierten Grades.

Die Eigenschaften des Neunpunktekreises.

Die Raumerfüllung durch die Kugeln eines Kugelhaufens.

Der Pascalsche und Brianchonsche Satz und ihr Beweis im Fall des Kreises.

Die Potenzsummen der n ersten ganzen Zahlen.

Das allgemeine Glied der Laméschen Reihe und der Satz über den größten gemeinsamen Teiler zweier Glieder.

Die Trägheitsmomente des regulären Tetraeders, Oktaeders und Hexaeders, falls eine Kante Drehungsachse ist.

Die verschiedenen Zahlensysteme, die Ausführung der Rechnungsoperationen in denselben, die Verwandlung von Zahlen verschiedener Systeme, die Teilbarkeitsregeln, namentlich für die Grundzahlen 4, 10, 12.

Die elementar - geometrische Behandlung des Apollonischen Berührungsproblems.

Von einem Würfel mit 20 *mm* Seite sei bekannt, daß sein Schwerpunkt nicht im Mittelpunkte liegt, sondern um 2 *mm* gegen eine Seitenfläche verschoben ist. Wie groß ist für jede einzelne Seitenfläche die Wahrscheinlichkeit, bei einem beliebigen Wurfe nach oben zu liegen zu kommen?

In einem regulären Zehneck wird jeder Endpunkt mit dem drittnächsten durch eine Diagonale verbunden. Es sind die Flächeninhalte der entstehenden 20 Dreiecke, 10 Vierecke und des einen Zehnecks zu berechnen.

Die punktweise Konstruktion der Ellipse und der Hyperbel aus einem Paare konjugierter Durchmesser und ihre analytische Begründung.

Systematische Entwicklung des Potenzbegriffes.

Der Inhalt von Girards „Invention nouvelle en l'algèbre (1629) ist von Blatt *C 2* an bis Blatt *G* in der Ausdrucksweise und Formelsprache der heutigen Mathematik darzustellen.

Die Theorie der periodischen Dezimalbrüche (einschließlich der einfacheren Sätze über Periodenlänge) ist darzustellen und mit Beispielen zu belegen.

Wie haben die alten Griechen numerische Rechnungen durchgeführt?

Die Theorie der endlichen Kettenbrüche, einschließlich der Anwendungen auf diophantische Gleichungen.

Die Rechnungsregeln mit abgekürzten Dezimalzahlen mit Rücksicht auf die dabei geforderte Genauigkeit.

Elementare Theorie der Kreisverwandtschaft.

Die Theorie der Symmetrie nach Möbius mit Berücksichtigung der von Schönflies angegebenen Versehen.

Die Ausführung geometrischer Konstruktionen durch Papierfaltung nach dem Buche von Row.

Die Oberfläche der 15 archimedischen Körper ist durch den Radius der umschriebenen Kugel auszudrücken.

Die Konstruktionen der dem Kreise eingeschriebenen Dreiecke, Vierecke, Fünfecke und Sechsecke vom Standpunkte der Geometrographie.

Die arithmetischen Reihen höherer Ordnung.

Die Darstellung der reellen Zahlen durch systematische Brüche und Kettenbrüche.

Die Weierstraßsche Theorie der irrationalen Zahlen.

Die Sätze von Fermat und Wilson.

23. Was die Forderungen betrifft, die bei der Klausur- und bei der mündlichen Prüfung an die Kandidaten des Hauptfaches gestellt werden, so ist vor allem zu bemerken, daß von Fragen aus der Variationsrechnung gewöhnlich ganz abgesehen wird. Dagegen wird die Prüfungsvorschrift ganz allgemein so gehandhabt, daß auch die Elemente der Algebra, d. h. die Lehre von den symmetrischen Funktionen, die algebraische Auflösung der Gleichungen der vier ersten Grade und von besseren Kandidaten auch die Elemente der Gruppentheorie und der Unmöglichkeitsbeweis der algebraischen Auflösung der Gleichungen höheren als vierten Grades verlangt wird. Im Allgemeinen wird namentlich begriffliche Klarheit und Sicherheit in der Handhabung der Grundzüge der im Gesetze vorgeschriebenen Disziplinen gefordert, während es auf den Umfang der Detailkenntnisse weniger ankommt.

Bei den Klausurprüfungen wird überdies in gewissem Umfange auch die Fähigkeit gefordert, das theoretische Wissen an praktischen Beispielen anwenden zu können. Es wird ferner in den Forderungen immer auch speziell auf diejenigen Gebiete besondere Rücksicht genommen, die an der betreffenden Universität in den Vorlesungen und Seminarübungen tatsächlich durchgenommen worden sind.

24. Auf die Frage, welche Änderungen der Prüfungsvorschrift hinsichtlich des zu fordernden Lehrstoffes etwa wünschenswert erscheinen, sind dem Verfasser dieses Berichtes eine Reihe von Anregungen mitgeteilt worden. Vor allem wären die Grundlagen der Arithmetik und der Geometrie ausdrücklich als Prüfungsgegenstand zu nennen; ferner sollten die Elemente der Algebra und die Elemente der Theorie der Differentialgleichungen genannt sein, wenn man auch ziemlich ungezwungen, wie es auch ganz allgemein geschieht, letztere unter die Integralrechnung subsumieren kann. Es wird ferner eine größere Präzision und Detaillierung der Vorschrift gewünscht, weil hierdurch schon die Aufmerksamkeit auf die Hauptpunkte gelenkt würde; es soll auch ein nicht zu geringes Minimum in den einzelnen Disziplinen in der Vorschrift festgelegt sein. Von mancher Seite wird wieder eine Änderung der bestehenden Normen nicht für notwendig erklärt, da diese so allgemein gehalten sind, daß sie eine Anpassung des Ausmaßes der Forderungen an die Fähigkeiten des einzelnen Kandidaten ermöglichen, was gewiß ein nicht zu unterschätzender Vorteil ist. Endlich wird angeregt, daß, falls es zur Einführung der darstellenden Geometrie in etwas größerem Umfang als es der Lehrplan von 1909 vorsieht, in den Mathematiklehrstoff des Gymnasiums kommen sollte, von den Lehramtskandidaten gelegentlich der Einreichung um die Prüfung obligatorisch die Vorlage von Zeichnungen verlangt werden sollte.

25. Bezüglich der Erfahrungen, die über die Kenntnisse der Kandidaten bei den Prüfungen für das Hauptfach gemacht werden, ist zu erwähnen, daß es sich zeigt, daß die Grundlagen der Analysis, die sukzessive Erweiterung des Zahlbegriffs und die Ausdehnung der Rechengesetze auf die jeweils neu eingeführten Zahlen den Kandidaten sichtlich größere Schwierigkeiten bereiten als das folgende. Trotz der Wichtigkeit, die diesen Dingen gerade für den Mittelschullehrer innewohnt, wird daher von mehreren der Prüfenden solchen Fragen direkt ausgewichen. Es fehlt den Kandidaten im allgemeinen an der erforderlichen Reife, um in diese grundlegenden Fragen Einblick zu gewinnen. In noch höherem Maße würden natürlich die Grundlagen der Geometrie, in moderner Weise aufgefaßt, auf Schwierigkeiten des Verständnisses stoßen, wenn man nicht in Anbetracht der großen Abstraktheit des Gegenstandes von Fragen aus diesem Gebiete überhaupt ganz absähe.

Legt man sich die Frage vor, ob denn nicht dieser allgemein konstatierbare Mangel an Kenntnissen bezüglich der Grundlagen (namentlich der Analysis) den Kandidaten in der Ausübung ihres Lehrberufes in der Mittelschule störend und hinderlich sein muß, so wird man sie zwar leider nicht ganz verneinen können, andrerseits würde man vielleicht doch fehlgehen, wenn man die Bedeutung dieser Grundprobleme für den Mittelschulunterricht allzusehr überschätzte. Bereiten nämlich, wie sich dies eben bei den Prüfungen zeigt, die abstrakten Formulierungen der Grundbegriffe dem Universitätsstudenten nicht unerhebliche Schwierigkeiten, so ist klar, daß im Mittelschulunterrichte von diesen Dingen nur wenig wird die Rede sein können. Man muß vielmehr hier zu anschaulicheren Hilfsmitteln greifen, die sich für die negativen und rationalen Zahlen ja unmittelbar darbieten, für die irrationalen aber in dem Rechnen mit Strecken zu finden sind. Gauß und viele andere große Mathematiker sind doch auch der modernen rein arithmetischen Irrationalzahlentheorie noch vollkommen ferne gestanden und haben anderseits doch außerordentlich viel und gewiß nicht in unstrenger Weise mit irrationalen Größen operiert. Auch im Mittelschulunterricht wird man sich an anschaulichere Vorstellungen anlehnen müssen, da die strengen Theorien der Irrationalzahlen für die Mittelschüler ohnehin viel zu abstrakt wären.

Anders liegt die Sache freilich bei der Einführung der komplexen Zahlen. Wenn diese von einem Lehramtskandidaten nicht ordentlich verstanden wurde, so ist zu befürchten, daß der Betreffende auch als Mittelschullehrer nicht imstande sein wird, andere als konfuse, in hohem Maße unklare Vorstellungen darüber bei den Schülern zu erwecken. Dazu tragen auch die heute üblichen Mittelschullehrbücher der Arithmetik bei, in denen immer noch die $\sqrt{-1}$ einfach als neue Zahlgröße eingeführt wird, nachdem man sich eben überzeugt hat, daß jede Zahl, zum Quadrat erhoben, ein positives Resultat gibt. Dieses

Prinzip, ein unmögliches Problem einfach durch ein Symbol, $\sqrt{-1}$ oder i oder sonst irgend eines für gelöst zu erklären, würde, allgemein angewendet, ja zu den abstrusesten und abenteuerlichsten Dingen führen, die nichts als reiner Unsinn wären, und in der Tat begegnet man einer großen Zahl von Leuten, die die Mittelschule absolviert haben und von den imaginären und komplexen Größen keine andere Vorstellung mitgenommen haben, als daß es sich dabei um ziemlich sinnlose und überflüssige Dinge handelt.

Es scheint daher, daß auf das volle Verständnis der Einführung der komplexen Größen bei der Lehramtsprüfung besonderes Gewicht gelegt werden muß, vorausgesetzt, daß man die Lehre von den komplexen Größen im Mittelschulunterricht der Mathematik überhaupt beibehalten will, was im neuen Lehrplan der Gymnasien von 1909 ja geschieht. Hier versagen nämlich die anschaulichen Einführungsmethoden (wenn man nicht, was ja vielleich ganz gut wäre, als ausschließlichen Träger des Zahlbegriffs die Punkte einer Ebene betrachten will); man muß sich daher entschließen, rein abstrakt vorzugehen, in irgend einer, wenn auch ganz speziellen Weise Zahlenpaare einzuführen und die Operationen, die dem Rechnen mit solchen Zahlenpaaren zugrunde liegen sollen, ebenfalls mit aller Klarheit auseinanderzusetzen. Mit dem bloßen Hinschreiben des Zahltypus $a + bi$ und der Festsetzung $i^2 = -1$ ist absolut nichts geleistet. Hier muß also jedenfalls darauf gesehen werden, daß der angehende Mittelschullehrer sich wenigstens selbst klare Vorstellungen über diese Dinge erworben hat.

Daß die in den Mittelschullehrbüchern üblichen Einführungen absolut unbefriedigend sind und nichts anderes als Zweifel wachrufen, davon kann man sich wiederholt gelegentlich der Prüfungen für das Nebenfach überzeugen, in dem Kandidaten, die sonst den elementaren Lehrstoff nach einem Mittelschullehrbuche sehr gut erlernt haben, über komplexe Größen befragt, ganz im Dunklen herumtappen. Vor kurzem hat der Verfasser dieses Berichtes bei der Prüfung für das Nebenfach einen sehr gut vorbereiteten Kandidaten, der auch über die Zahlen $a + bi$ alles dasjenige vollständig richtig erzählt hatte, was sich in den Mittelschullehrbüchern findet, gefragt, ob er sich denn unter diesen Dingen etwas bestimmtes vorstellen könne oder ob er sie für eine ganz willkürliche, mehr oder minder sinnlose Spielerei halte, worauf sich der Kandidat für das letztere entscheiden mußte. Das war zweifellos noch ein Beweis besonderer Intelligenz, da der Kandidat die Lücken seines Wissens und die Mängel der vorangegangenen Begriffsbildungen wenigstens fühlte. Darauf aufmerksam gemacht, daß doch die theoretische Physik und andere Wissenschaften, die zweifellos mit der Wirklichkeit zu tun haben, vielfach komplexe Größen bei ihren Rechnungen verwenden und daß die Resultate dann mit der Wirklichkeit stimmen,

erklärte er, er könne sich absolut nicht vorstellen, wieso dies komme. Aus solchen Erfahrungen geht hervor, wie notwendig für die Kandidaten des Hauptfaches, die selbst über komplexe Größen in der Mittelschule zu lehren haben, eine strenge Schulung in diesen Dingen ist.

Anders liegt die Sache bei den Grundlagen der Geometrie. Hier sind die Schwierigkeiten gewissermaßen erst nachträglich in den Gegenstand hineingetragen. Mit den Begriffen Punkt, Gerade, Ebene verbindet selbst der naive Mensch sehr klare und eindeutige Vorstellungen und ebenso sind die Axiome der Geometrie, wie man es seit altersher sagte, wirklich einfache, von selbst einleuchtende Wahrheiten. Wenn man vielleicht gelegentlich im Mittelschulunterricht von der Ausschaltung des Parallelenaxioms und der Möglichkeit einer nichteuklidischen Geometrie zu sprechen haben wird, so haben doch eigentliche Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie — soviel steht fest — im Mittelschulunterrichte absolut nichts zu tun. Man wird daher auch bei der Lehramtsprüfung dieses schwierige Gebiet keinesfalls besonders betonen wollen und würde mit solchen Forderungen bei den Prüfungen gewiß auch nur sehr ungünstige Erfahrungen sammeln.

26. Bei der Prüfung für das Nebenfach, d. h. solcher Kandidaten, die nur in den unteren Klassen der Mittelschulen Mathematik zu unterrichten haben werden, wird im allgemeinen nur der Stoff gefordert, der auch schon bei der Maturitätsprüfung geprüft wird. Einige Examinatoren fordern außer dem Gymnasialmaturitätsprüfungs-Lehrstoffe auch noch die sphärische Trigonometrie und etwa noch die Auflösung der Gleichung dritten Grades, oder legen besonderes Gewicht auf die Entwicklung des räumlichen Anschauungsvermögens. In Hinkunft wird entsprechend der Reform des Mittelschullehrstoffes wohl noch etwas mehr gefordert werden müssen. Die Vorbereitung der Kandidaten ist im allgemeinen keine besonders gute, da namentlich die Naturhistoriker wenig Zeit haben, sich dem Mathematikstudium zu widmen, weil sie mit den naturhistorischen Studien ohnehin sehr in Anspruch genommen sind und es an den meisten Universitäten an wirklich elementaren Kollegien fehlt, so daß die Vorbereitung meist nur ganz nebenher auf Grund von Mittelschullehrbüchern erfolgt. Bei solcher Sachlage können die Prüfungsergebnisse keine glänzenden sein, zumal sehr oft Kandidaten, die in der Naturgeschichte ganz Tüchtiges leisten, für Mathematik absolut kein Talent haben und sich doch aus äußeren Gründen dieser Prüfung aus dem Nebenfache unterziehen müssen. Es wäre jedoch zu weit gegangen, wollte man alle Prüfungsergebnisse als schlechte bezeichnen. Es gibt unter den Kandidaten in dieser Hinsicht auch sehr gute Ausnahmen.

Die im allgemeinen schlechte Vorbereitung der Kandidaten hat zur Folge, daß von mancher Seite die ganze Einrichtung des Neben-

faches für eine verfehlte gehalten wird; so sprechen sich Professor v. Dantscher in Graz und Professor Gmeiner in Innsbruck entschieden dafür aus, daß diese Einrichtung abgeschafft werde und jeder Lehramtskandidat, der überhaupt an einer Mittelschule Mathematik vortragen soll, die Prüfung aus dem Hauptfach abzulegen hätte. So sehr in diesem Vorschlage gewiß eine Hebung des ganzen Niveaus des mathematischen Mittelschulunterrichtes begründet wäre, so dürfte er doch kaum zur Durchführung kommen können, da, wie Hofrat Mertens und andere betonen, man dann nicht über die nötige Zahl von Mathematiklehrern in den unteren Klassen der Mittelschulen verfügen würde. Es scheint daher, daß zuächst der Weg beschritten werden muß, den Kandidaten des Nebenfaches durch Abhaltung entsprechender Elementarvorlesungen ein präziseres Wissen aus dem Gegenstande beizubringen; denn daß das bloße Selbststudium nicht einmal zu einer Auffrischung der Kenntnisse, die der Kandidat vor einigen Jahren bei der Maturitätsprüfung noch hatte, ausreicht, ist klar. Es wäre daher zu hoffen, daß die Einrichtung von Kursen über Elementarmathematik, wie an der Universität in Graz, so auch an den übrigen Universitäten ins Leben gerufen würde, damit doch jedem Kandidaten des Nebenfaches einmal in seiner Studienzeit eine, seinen Bedürfnissen und seinem Fassungsvermögen angepaßte Einführung in den Gegenstand zuteil wird. Es würde dies zweifellos auf die Prüfungsergebnisse in der vorteilhaftesten Weise einwirken, da in solchen Vorlesungen ein wesentlich tieferes Verständnis des Stoffes, als es die Mittelschule erzielt, erreicht werden kann.

27. Es seien hier auch kurz die Erfahrungen erwähnt, die einzelne Examinatoren bezüglich der relativen Eignung der Gymnasial- und der Realschulabiturienten für das Mathematikstudium gemacht haben. Hofrat v. Escherich findet, daß die Realschulabiturienten ein prompteres Wissen haben, daß sie in Fragen der Anordnung u. dgl. geschickter sind, daß ihnen aber das kritische Urteil meist mangelt; sie sind ferner den Gymnasiasten in allem überlegen, was die Anschauung betrifft. Professor Pick in Prag teilt mit, daß die Realschüler im allgemeinen einen besseren Durchschnitt zeigen, daß aber gerade die einzelnen besten Studenten in der Regel Gymnasiasten gewesen sind. Professor v. Dantscher in Graz erklärt Auffassung und Darstellungsvermögen bei den Kandidaten, welche das Gymnasium absolviert haben, für ohne Zweifel besser entwickelt als bei denjenigen, welche von der Realschule kommen, er ist daher auch im Interesse der Realschulen der Meinung, daß jeder Mittelschullehrer das Gymnasium absolviert haben sollte. Professor Zindler in Innsbruck hat, was die Auffassung der Theorie und des logischen Aufbaues der Mathematik betrifft, keine Unterschiede bemerkt; doch sind nach seiner Meinung die Realschüler im Rechnen und in der Lösung von Aufgaben ge-

wandter. Die Professoren Żorawski und Zaremba in Krakau finden, daß die Realschulabiturienten sich für die mathematischen Studien im allgemeinen besser eignen als die des Gymnasiums. Die Professoren Wirtinger in Wien, und Plemelj in Czernowitz halten die Vorbildung für ziemlich bedeutungslos und würden die einen vor den anderen in keiner Weise bevorzugen.

28. Für das Lehramt an den Mädchenlyzeen gibt es besondere Prüfungskommissionen. Die Organisation der Prüfung selbst ist ähnlich der für das Mittelschullehramt, nur sind die Forderungen außerordentlich viel geringer. Von den vier Fachgruppen umfaßt die Gruppe *c* Mathematik, Naturgeschichte und Naturlehre. Bei der Prüfung aus Mathematik ist laut der Prüfungsvorschrift (Ministerialverordnung vom 11. Dezember 1900) zu fordern: „Kenntnis der Elementarmathematik, insbesondere derjenigen Teile, welche an Mädchenlyzeen zu lehren sind; vollkommene Sicherheit und Fertigkeit in der Anwendung der auf diesem Gebiete vorkommenden Methoden der Rechnung und Konstruktion sowie der Verwendung derselben im praktischen Leben". Auch für die Kandidatinnen dieses Lehramtes erweist sich daher die Abhaltung von Elementarvorlesungen als außerordentlich wünschenswert.

29. Es wurde bereits erwähnt, daß die Anzahl der Lehramtsprüfungen an allen österreichischen Universitäten die der Rigorosen aus Mathematik ungeheuer stark übersteigt, indem sich die Mathematikstudierenden fast ausnahmslos dieser Prüfung unterziehen. Dies geht aus der folgenden kleinen statistischen Tabelle hervor, die die Anzahl der approbierten Lehramtskandidaten mit den oben näher besprochenen Fachgruppen *d, e* und *i* und der approbierten Kandidatinnen für die Mädchenlyzeen der Fachgruppe *c* in den letzten zwei Studienjahren 1908/09 und 1909/10 enthält. (Von der Fachgruppe der Lehramtsprüfung wurde abgesehen, da aus der statistischen Übersicht nicht hervorgeht, wie viele von diesen, Philosophie zum Hauptfach wählenden Kandidaten gerade die Mathematik zum zweiten Fach haben.)

Vergleichen wir diese Anzahlen, welche der Zeit von zwei Studienjahren entsprechen mit der oben gegebenen, einen Zeitraum von zehn Jahren umfassenden Statistik der mathematischen Hauptrigorosen (Gesamtzahl 87) so erhellt, wiesehr die letzteren gegenüber den Lehramtsprüfungen nur außerordentlich seltene Ausnahmen darstellen.

Statistik der approbierten Lehramtskandidaten in den beiden Studienjahren 1908/09 und 1909/10.

Prüfungskommission	*d*	*e*	*i*	Mädchen Lyzeen *c*	Summe
Wien	89	18	27	11	145
Innsbruck	13	5	.	3	21
Graz	11	9	12	1	33
Prag, deutsche Unterrichtssprache	23	5	21	.	49
Prag, böhmische Unterrichtssprache	57	23	42	3	125
Lemberg	36	25	4	4	69
Krakau	11	8	.	.	19
Czernowitz	1	5	.	.	6
Zusammen .	241	98	106	22	467

VI. Habilitationen.

30. Es wäre eine Unvollständigkeit, wenn wir in diesem Berichte nicht auch der Habilitationen Erwähnung tun wollten. Wenn es auch nicht immer der Fall ist, daß die Habilitation gerade an derselben Universität erfolgt, an welcher der Betreffende seine Studien absolviert hat, zumal die Habilitationswerber ihre Studien meist an mehreren Universitäten, namentlich auch im Auslande, betreiben, so vervollständigt doch die Anzahl der Habilitationen immerhin auch das Bild von dem höheren wissenschaftlichen Betrieb des betreffenden Faches an der einzelnen Universität. Unter den österreichischen Universitäten kann nur die Universität Wien eine nennenswerte Zahl von Habilitationen aufweisen. Ich stelle im folgenden die Zahlen der seit 1870 bis jetzt stattgehabten Habilitationen an den einzelnen Universitäten zusammen:*)

Wien	23
Prag (Deutsch)	6
Prag (Böhmisch)	4
Graz	3

*) Die Ermittlung dieser Anzahlen danke ich Herrn Privatdozenten Dr. L. Hanni.

Innsbruck	1
Czernowitz	—
Krakau	2
Lemberg	5

VII. Lehrmittel.

31. Als solche sind zu nennen: die mathematischen Seminarbibliotheken, die mit den Seminaren verbundenen kleinen Modellsammlungen und die Bestände an mathematischer Literatur in den Universitätsbibliotheken.

Eine ansehnliche mathematische Seminarbibliothek, in der die mathematische Literatur mit ziemlicher Vollständigkeit vertreten ist, namentlich die modernere, besitzt von den österreichischen Universitäten nur Wien. Dort umfaßt der derzeitige Bestand zirka 1528 mathematische Werke, darunter etwa 60 laufende Zeitschriften, die der Seminarleitung im Tausche mit den von ihr herausgegebenen „Monatsheften für Mathematik und Physik" zukommen und den Hauptwert der Seminarbibliothek bilden. In diesen „Monatsheften" werden, nebenbei bemerkt, auch die wertvolleren der als Dissertationen verfaßten Abhandlungen abgedruckt, während sonst in Österreich die Drucklegung der Dissertation im allgemeinen nicht vorgeschrieben ist. Die Dotation des Seminars, die zur Ergänzung der Bibliothek verwendet wird, beträgt derzeit jährlich 1480 K. — An der deutschen Universität Prag stehen bloß 400 K jährlicher Dotation für die mathematische Seminarbibliothek zur Verfügung (einschließlich der Abteilung für mathematische Physik), was natürlich nicht ausreicht, um mit dem modernen Anwachsen der Literatur halbwegs Schritt zu halten. — In Graz war es bis vor kurzem ebenso; es hat sich jedoch im vergangenen Jahre über Eingabe der Seminarvorstände das Ministerium bestimmt gesehen, die ordentliche Dotation, einschließlich der Abteilung für mathematische Physik auf 600 K zu erhöhen, so daß jetzt für die beiden mathematischen Abteilungen in Summe 400 K zur Verfügung stehen. Bisher enthält die Grazer mathematische Seminarbibliothek nur etwa 180 Bibliotheksnummern, verdient also kaum den Namen einer Bibliothek. — In Innsbruck umfaßt die Bibliothek des Seminars für Mathematik und mathematische Physik derzeit 575 Inventarnummern. — In Czernowitz wurden bisher nur kleine außerordentliche Dotationen bewilligt, eine ständige Dotation fehlt. Die Seminarbibliothek umfaßt dementsprechend nur einen größeren Bücherkasten. — In Krakau und Lemberg sind in den Seminarbibliotheken die wichtigsten mathematischen Lehrbücher vorhanden.

32. Auch die Modellsammlungen der mathematischen Seminare sind mangels entsprechender Mittel an den österreichischen

Universitäten im allgemeinen ganz klein und umfassen meist nur einige Fadenmodelle der Flächen 2. Grades und Kartonmodelle. Nur in Innsbruck verfügt das Seminar über eine nennenswertere Sammlung geometrischer und kinematischer Modelle, die derzeit 53 Inventarnummern umfaßt.

33. Reichhaltiger als in den Seminarbibliotheken ist die mathematische Literatur, namentlich die ältere, in den Universitätsbibliotheken vertreten. An der Spitze steht, was Reichhaltigkeit betrifft, auch hier unbestritten die Wiener Universitätsbibliothek, die nach einer ungefähren Zählung, soweit sich eine solche an der Hand der vorhandenen Repertorien eben vornehmen läßt, ungefähr 9500 Bände mathematischer Werke enthalten dürfte. Der jährliche Zuwachs an Büchern mathematischen Inhalts beträgt zirka 220 Bände; der für mathematische Neuanschaffungen jährlich verwendete Teil der Dotation 1600 K. In Wien ist überdies auch Gelegenheit geboten, die Bibliothek der technischen Hochschule, die eine besonders komplette Sammlung der mathematischen Literatur und namentlich sehr vollständige Zeitschriftenserien enthält, zu benutzen. Die Zahl der im Lesezimmer derselben aufliegenden mathematischen Zeitschriften beträgt 47. In Prag wird die Universitätsbibliothek, was die mathematische Literatur anlangt, als nicht besonders leistungsfähig geschildert; doch auch dort findet die notwendige Ergänzung durch den reichen Bestand an mathematischen Werken und Zeitschriften an der Bibliothek der technischen Hochschulen statt. In Graz sind im systematischen Katalog, der gegenwärtig etwa $^3/_5$ des Gesamtbestandes umfaßt, zirka 2150 mathematische Werke verzeichnet, unter denen sich allerdings sehr zahlreiche Dissertationen und Schulprogrammaufsätze befinden. Die Zahl der spezifisch mathematischen laufenden Zeitschriften beträgt 8, die Durchschnittszahl der jährlich zuwachsenden Bände mathematischen Inhalts etwa 110, der Durchschnitt des für den mathematischen Zuwachs jährlich verausgabten Betrages etwa 500 K.*) Auch in Graz ist die neuere mathematische Literatur an der Bibliothek der technischen Hochschule gut vertreten; die Zahl der dort laufenden periodischen Publikationen, die auf Mathematik bezügliches bringen, beträgt 21. Was die Universitätsbibliothek in Innsbruck betrifft, so ist an derselben die mathematische Literatur ziemlich gut vertreten, was zum Teil einer außerordentlichen Dotation von 4000 K zu verdanken ist, die Prof. Wirtinger für die Jahre 1898 und 1899 erwirkt hat. In Czernowitz weist die Universitätsbibliothek hinsichtlich der Mathematik so starke Lücken auf, daß zur Erreichung entsprechender Leistungsfähigkeit größere außerordentliche Dotationszuschüsse erfor-

*) Für die Mitteilung dieser Daten über die Grazer Universitätsbibliothek bin ich Herrn Amanuensis Prof. Dr. Witasek zu Dank verpflichtet.

derlich wären, die aber bisher vom Ministerium nicht bewilligt worden sind. Die Universitätsbibliothek in Krakau ist ebenfalls nur in sehr mangelhafter Weise mit mathematischen Büchern versehen, während in Lemberg wenigstens die ältere Literatur in der Universitätsbibliothek gut vertreten ist und sich dort überdies die mit neueren mathematischen Werken und Zeitschriften relativ gut ausgestattete Bibliothek der technischen Hochschule befindet.

VIII. Reformbestrebungen.

34. Die Reformbestrebungen, von denen hier zum Schlusse noch die Rede sein soll, beziehen sich nicht auf Einzelheiten des mathematischen Universitätsunterrichtes, die, wie bereits eingangs erwähnt, sich als interne Angelegenheiten des Unterrichtsbetriebes jedes einzelnen Universitätslehrers der allgemeinen Diskussion mehr oder weniger von selbst entziehen; auch über Reformpläne, die sich auf etwa neu einzuführende Spezialvorlesungen, die obligatorische Beteiligung an den Seminaren, die Prüfungsvorschriften und deren Handhabung beziehen, ist bereits an den betreffenden Stellen des Berichtes gesprochen worden. Es erübrigt aber noch, einer, und zwar der wichtigsten Reformbestrebung zu gedenken, in der im Gegensatz zu dem sonst so allgemeinen Zwiespalt der Meinungen in Reformfragen alle österreichischen Mathematiker eines Sinnes sind; es sind dies die Bestrebungen zur Erreichung einer größeren Zahl von Lehrkanzeln der Mathematik an den einzelnen Universitäten.

Betrachten wir die Tabelle auf Seite 5, so zeigt sie, daß im Studienjahr 1909/10 nur an der Universität Wien eine größere Anzahl systemisierter Professuren der Mathematik (nämlich 5) bestehen, während an keiner der übrigen österreichischen Universitäten die Anzahl der ordentlichen und außerordentlichen Professoren in Summe die Zahl 2 übersteigt. Diese Sachlage hat bereits im Jahre 1907 die philosophischen Fakultäten veranlaßt, im Wege einer aus Delegierten derselben zusammengesetzten Deputation dem k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht folgende Eingabe zu unterbreiten, die hier auszugsweise in ihren wesentlicheren Punkten mitgeteilt sei:

„Die Zahl der Lehrkräfte für Mathematik und demzufolge die Organisation des Unterrichtes in diesem Fundamentalfache an den philosophischen Fakultäten der österreichischen Universitäten ist so weit entfernt, selbst den bescheidensten Anforderungen der modernen Wissenschaft zu entsprechen, daß der von der philosophischen Fakultät der Universität Krakau ausgegangene Vorschlag, daß ein von den philosophischen Fakultäten der österreichischen Universitäten gemeinschaftlich auszuarbeitender, auf den genannten Übelstand bezüglicher Bericht dem k. k. Ministerium unterbreitet werde, mit allgemeinem Beifall aufgenommen wurde.

Seit einem halben Jahrhundert wurden die Anforderungen, denen der Unterricht der Mathematik an einer Universität zu genügen hat, tief umgestaltet und vervielfältigt.

Soll der Universitätsunterricht der Mathematik, als Hauptfach betrachtet, den modernen Anforderungen an Strenge entsprechen, so kann er nicht mehr die einfache Fortsetzung des Gymnasialunterrichtes sein; es müssen vielmehr auch die elementaren Teile der Mathematik, zwar kurz, dafür aber in streng wissenschaftlicher Weise durchgenommen werden. Es muß also gegenwärtig eine gewisse Zahl von Lehrstunden der elementaren Mathematik gewidmet werden.

Außerdem haben sich in der Mathematik ganz neue Zweige entwickelt. Bei der wissenschaftlichen Bedeutung dieser neuen Disziplinen ist es unumgänglich notwendig, dieselben in den regelmäßigen Lehrplan aufzunehmen; wer könnte daran denken, z. B. die moderne Funktionentheorie oder die synthetische Geometrie im Universitätsunterrichte unberücksichtigt zu lassen. Der Unterricht in diesen neuen Disziplinen erfordert wieder eine Vermehrung der Lehrstunden. Da aber wegen des deduktiven Charakters der Mathematik für die Reihenfolge der Vorträge wenig Spielraum bleibt, so ist es erforderlich, die elementaren Kollegien jährlich zu halten, um so mehr, als ohne diese die Studierenden auch dem Unterricht in der Physik nicht mit Nutzen folgen können. Dies ist aber nur bei einer entsprechenden Zahl von Lehrkräften möglich.

Aber auch noch aus einem anderen Grunde erfordert der Unterricht in der Mathematik, als Hauptfach betrachtet, eine größere Zahl von Lehrkräften und Lehrstunden. Die Mathematik hat sich wie die Naturgeschichte alten Stils oder die historischen Wissenschaften in neuerer Zeit so weit differenziert, daß sie eigentlich in mehrere, durch Inhalt und Methode gesonderte Fächer zerfallen ist. Zum mindesten sind in der reinen Mathematik die folgenden sehr ausgedehnten Gebiete zu unterseheiden:

1. Zahlentheorie und höhere Algebra.

2, Die höhere Analysis, welche Differential- und Integralrechnung, die Theorie der Differentialgleichungen, die Variationsrechnung, die Funktionentheorie usw. umfaßt.

3. Die analytische und synthetische Geometrie samt der Theorie der Transformationsgruppen.

Ausser diesen, der reinen Mathematik angehörenden Disziplinen wären noch diejenigen Zweige der angewandten Mathematik zu nennen, welche wegen ihres innigen Zusammenhanges mit der reinen Mathematik nur von Fachmathematikern sachgemäß vorgetragen werden können. Unter diesen sind, abgesehen von der theoretischen Astronomie und der mathematischen Physik, vor allem zu erwähnen:

1. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung samt ihren mannigfaltigen Anwendungen.

2. Die analytische Mechanik, und endlich

3. als von besonderer Bedeutung für die Entwicklung der räumlichen Anschauung die darstellende Geometrie und die mannigfaltigen graphischen Methoden (graphische Statistik, graphische Integrationsmethoden).

Wenn man nun einerseits den Umstand in Betracht zieht, daß, abgesehen von einigen ungewöhnlich genialen Männern kein Mathematiker mehr als eines der genannten Gebiete wirklich zu beherrschen imstande ist; wenn man andrerseits erwägt, daß ein anregender Unterricht, welcher den Hörer in die bezügliche Forschungsmethode einzuführen vermag, nur von einem solchen Lehrer gegeben werden kann, welcher in der betreffenden Disziplin selbst tätig ist, so wird man zugeben müssen, daß die Last des Unterrichtes in der gesamten Mathematik unmöglich von zwei Professoren getragen werden kann.

Betrachten wir andrerseits die Mathematik als Hilfswissenschaft, so muß hervorgehoben werden, daß die Bedeutung der Mathematik für andere Wissenschaften seit einem halben Jahrhundert in außerordentlichem Maße gewachsen ist. Die Physik und mit ihr die Mathematik ist tief in die Naturwissenschaften eingedrungen und dringt in dieselben täglich tiefer ein. Eigentlich sollte keinem Naturwissenschaftler die Thermodynamik fremd sein und die theoretische Chemie ist jetzt überhaupt nur denjenigen zugänglich, die mit der Thermodynamik vertraut sind. Nun aber kann vom Verständnis der Thermodynamik nur bei solchen Studierenden die Rede sein, die gewisse Kenntnisse aus der Differential- und Integralrechnung besitzen. Es muß daher auch denjenigen Hörern die Möglichkeit zur Erwerbung gewisser Kenntnisse aus der höheren Mathematik geboten werden, die sich dem Studium der Naturwissenschaften widmen wollen. Diesem Zweck entspricht aber keiner, der zum Lehrplan der Mathematik als Hauptfach gehörigen Kurse. Die Behandlung der Mathematik als Hilfwissenschaft muß wegen der wenigen Lehrstunden, die zur Verfügung stehen, eine ganz andere sein. Es muß hier viel mehr Gewicht auf die Intuition gelegt werden; außerdem müssen viele Begriffe und Sätze zur Erleichterung des Verständnisses nicht in ihrer vollen Allgemeinheit, sondern unter zweckmäßig gewählten Einschränkungen vorgetragen werden. Dieser Sachverhalt hat auch bereits in der Literatur seinen Ausdruck gefunden, indem eine ganze Reihe von ersten Kräften in deutscher, französischer, italienischer und englischer Sprache Lehrbücher, welche diesem Zwecke angepaßt sind, herausgegeben haben (Lorenz, Appell, Burkhardt, Nernst und Schönflies u. s. w.). Mit einem Worte, es muß der Unterricht eine von der Mathematik als Hauptfach unabhängige Organisation besitzen.

Um allen diesen Forderungen halbwegs gerecht zu werden, bedarf man wenigstens dreier Professoren und auch diese Zahl genügt nur dann, wenn zwei von den drei Lehrkanzeln mit je einem Assistenten ausgestattet werden; es müßten nämlich die zu den elementareren Kollegien gehörenden Übungen von den Assistenten unter der Kontrolle der betreffenden Professoren geleitet werden. Denn sollen die Übungen wirklich fruchtbringend gestaltet werden, so müssen sie individualisiert werden, wie dies in allen praktischen Fächern und der darstellenden Geometrie an den technischen Hochschulen längst der Fall ist. Das heißt, es genügt nicht, im Hörsaal mit einem oder mehreren Studierenden an der Tafel Beispiele durchzuführen, sondern es muß den Studierenden eine Auswahl vorgelegt werden, aus der sie sich nach ihrer persönlichen Neigung wählen und nun diese gewählten Aufgaben unter persönlicher Anleitung des Professors und des Assistenten ausarbeiten, Selbsttätigkeit, sei es auch auf noch so bescheidener Stufe, ist für den künftigen Lehrer ein unbedingt notwendiges Erfordernis, soll er seinerzeit im Unterricht über die erforderliche Sicherheit und Lebendigkeit verfügen.

Da nun offenbar das ganze Unterrichtswesen in einem Reiche in erster Linie von dem Unterricht an den Universitäten abhängig ist, da also eine gute Organisation des Universitätsunterrichtes von grundlegender Bedeutung für den allgemeinen Bildungszustand ist, so sind die philosophischen Fakultäten der österreichischen Universitäten der Meinung, daß es dringend notwendig ist, den geschilderten Bedürfnissen des Universitätsunterrichtes Genüge zu leisten.

Es sollten demnach an der philosophischen Fakultät einer jeden österreichischen Universität mindestens drei Lehrkanzeln für Mathematik vorhanden sein, und zwar mit folgenden Lehrverpflichtungen:

1. Für Zahlentheorie und höhere Algebra,
2. für die mathematische Analysis,
3. für Geometrie.

Mindestens zwei dieser Lehrkanzeln sollen ordentliche, mit Assistenten ausgestattete Lehrkanzeln sein.

Da nun aber auch Universitäten vorhanden sein sollen, an welchen auch wissenschaftliche Spezialstudien in weiterem Ausmaße betrieben werden können, so sind an den philosophischen Fakultäten der größeren Universitäten, außer den schon genannten Lehrkanzeln und den zugehörigen Assistentenstellen, wenigstens noch die folgenden Lehrkanzeln erforderlich:

1. Eine zweite ordentliche Lehrkanzel für die höhere Analysis,
2. eine ordentliche, mit einem Assistenten ausgestattete Lehrkanzel für angewandte Mathematik, welche überhaupt an den österreichischen Universitäten noch fehlt.

Wie bescheiden die obigen Forderungen sind, ersieht man am besten aus einem Vergleich mit den ausländischen Universitäten auf Grund der folgenden Tabelle:

Durchschnittszahl der Professuren für reine und angewandte Mathematik an einer Universität

in	Ordentliche Professoren	Außerordentliche Professoren	Gesamtzahl der Professoren
Österreich *)	1·7	0·5	2·2
Deutschland	2·1	1·3	3·4
Italien	3·9	0·5	4·4
Frankreich..........	2·7	1·0	3·7
Rußland	3·7	0·4	4·1

*) auf 1910 richtig gestellt.

Bei der Zusammenstellung dieser Tabelle sind die an den deutschen Universitäten vorhandenen Honorarprofessoren und die „Chargés de Cours" und die „Maitres de Conférences" der französischen Universitäten zu den außerordentlichen Professoren gerechnet worden.

Es ist aus der angeführten Tabelle unmittelbar, auch ohne jede Erläuterung ersichtlich, daß die an den deutschen, italienischen, französischen und russischen Universitäten schon jetzt herrschenden Verhältnisse bedeutend günstiger sind, als sie an den österreichischen Universitäten selbst dann herrschen würden, wenn die oben ausgedrückten Wünsche von seiten des k. k. Ministeriums Gewährung finden sollten.

Unter diesen Umständen halten es die philosophischen Fakultäfen der österreichischen Universitäten für ihre Pflicht, das k. k. Ministerium darauf aufmerksam zu machen, daß die Anzahl der Stellen für Mathematik den gesteigerten wissenschaftlichen und didaktischen Anforderungen nicht mehr entspricht und gegenüber den genannten Staaten erheblich im Rückstande ist. Wenn daher in Erkenntnis dieser Sachlage die einzelnen Universitäten den besonderen

Bedürfnissen entsprechend Vorschläge zur Vervollständigung der mathematischen Lehrkanzeln erstatten werden, bitten die philosophischen Fakultäten aller österreichischen Universitäten das k. k. Ministerium, dem ja die gleichmäßige Wahrung aller wissenschaftlichen Interessen anvertraut ist, die Realisierung dieser Anträge nachdrücklich zu vertreten".

Seit der Überreichung dieses Memorandums ist eine kleine Vermehrung der Professuren der Mathematik erfolgt, indem wenigstens die Universität Czernowitz, die bis dahin gar nur eine einzige mathematische Professur hatte, eine zweite, vorläufig außerordentliche Professur erhielt. Ferner wurde die zweite Professur an der böhmischen Universität in Prag, die bis dahin eine außerordentliche war, in eine ordentliche Professur verwandelt. Im übrigen aber sind wir von der Erfüllung selbst dieser bescheidenen Wünsche wohl noch außerordentlich weit entfernt. Möge die weitere Entwicklung der österreichischen Universitäten in dem Sinne erfolgen, daß der Mathematik wenigstens nach und nach die ihr als Wissenschaft und Lehrgegenstand gebührende Stellung an den Universitäten eingeräumt werde.

35. Was speziell die Reformen der Ausbildung der Kandidaten für das Lehramt der Mathematik an den Mittelschulen anlangt, so hat sich mit dieser Frage neuerdings der Verein „Mittelschule" in einer am 5. Juni 1909 veranstalteten Besprechung beschäftigt, in welcher Gymnasialdirektor Dr. Jacob das Referat und Hofrat v. Escherich das Korreferat führte.

Der Referent faßte seine Vorschläge in Folgendem zusammen: „Im Interesse einer gründlichen wissenschaftlichen Vorbildung des künftigen Mittelschullehrers sind Vorlesungen über Elementarmathematik mit besonderer Berücksichtigung des Schulbetriebes und mit anschließenden Übungen, ferner Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik und über darstellende Geometrie dringend geboten. Selbstverständlich wäre nicht das Geringste erreicht, wenn der künftige Lehrer bloß verpflichtet würde, diese Vorlesungen zu inskribieren; ja auch damit wäre wenig geholfen, wollte man sich mit bloßen Kolloquien aus diesen Gegenständen begnügen. Vielmehr müßten diese Disziplinen beim Staatsexamen Gegenstand ernster Prüfung werden. In der Regel sollte einem Kandidaten, der aus Elementarmathematik nicht entspricht, die Befähigung, diese Disziplinen in der Mittelschule zu lehren, von der Staatsprüfungskommission gar nicht zuerkannt werden".

An diesen Vorschlägen ist vor allem die Forderung nach Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, der vom Referenten ein besonders bildender Wert für den angehenden Mittelschullehrer zuge-

sprochen wird, bemerkenswert. Der Vorschlag geht allerdings darin etwas weit, die Geschichte der Mathematik sogar in die Prüfungsvorschrift aufzunehmen.

Der Korreferent Hofrat v. Escherich trat für folgende Reformvorschläge ein:

„1. Für eine allseitige Ausbildung vom Lehramtskandidaten für Mathematik erscheint es dringend geboten, daß neben den Vorlesungen aus theoretischer Mathematik auch solche aus angewandter Mathematik (darstellender Geometrie, Geodäsie. graphische Methoden) veranstaltet werden.

2. Vorlesungen über bestimmte Materien, zu denen auch Elementarmathematik samt Grundlagen und darstellende Geometrie gehören, sollen für alle Lehramtskandidaten obligatorisch sein. Sie sind zu ergänzen durch tiefere Ausbildung, entweder nach Seiten der theoretischen oder angewandten Mathematik. wobei die Wahl der Richtung dem Kandidaten überlassen bleibt. Dementsprechend ist auch die Prüfungsordnung zu modifizieren, jedoch so, daß den Hauptgegenstand für die Prüfung aus Mathematik die theoretische Mathematik bildet.

3. Diese Vorlesungen haben selbstverständlich durchwegs den strengsten gegenwärtigen Anforderungen der Wissenschaft zu genügen, zugleich ist den Übungen, Seminaren und Proseminaren eine erhöhte Aufmerksamkeit zuzuwenden und ihnen eine größere Ausdehnung und Bedeutung zu geben.

4. Es sind die notwendigen äußeren Vorbedingungen für einen derartigen Unterrichtsbetrieb zu schaffen. Hierzu gehören: Lese-, Arbeitszimmer, Seminarräume, Zeichensäle, Sammlungen; ferner die nötige Anzahl von Dozenten und Assistenten“.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 8.

BERICHT

ÜBER DIE SPEZIELLEN

VERHÄLTNISSE DES ÖFFENTLICHEN MATHEMATIKUNTERRICHTES

AN DEN

VOLKS- UND MITTELSCHULEN GALIZIENS.

VON

S. ZAREMBA,
PROFESSOR AN DER KRAKAUER UNIVERSITÄT.

UNTER MITWIRKUNG EINER REIHE VON FACHGENOSSEN.

WIEN 1911.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

I. Einleitende Bemerkungen und allgemeine Übersicht der in diesem Berichte berücksichtigten Lehranstalten Galiziens.

Der Gegenstand dieser Schrift besteht in der Erstattung eines Berichtes über die speziellen Verhältnisse, welche sich auf den Unterricht der Mathematik in den galizischen Lehranstalten beziehen.

Es kommen daher alle galizischen Schulen in Betracht, mit Ausnahme der Hochschulen, welche speziellen Referenten zugeteilt worden sind.

Wegen der Schwierigkeiten, welche der Beschaffung der auf Privatschulen sich beziehenden Daten entgegenstehen, will ich mich ausschließlich auf die Besprechung der öffentlichen Schulen und derjenigen, welche das Öffentlichkeitsrecht haben, beschränken. Alle diese Lehranstalten stelle ich in der folgenden Übersicht zusammen:[1])

I. Öffentliche Volks- und Bürgerschulen:

Mit polnischer Unterrichtssprache	2699
Mit ruthenischer Unterrichtssprache	2299
Mit deutscher Unterrichtssprache	24
Im Ganzen	5019.

II. Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen:

A. Öffentliche Lehrerseminarien:

Mit polnischer Unterrichtssprache	7
Mit polnisch-ruthenischer Unterrichtssprache	7

B. Öffentliche Lehrerinnenseminarien:

Mit polnischer Unterrichtssprache	1
Mit polnisch-ruthenischer Unterrichtssprache	3

[1]) Siehe den Bericht des k. k. Landesschulrates Galiziens über die öffentliche Erziehung im Schuljahre 1908/1909.

III. Öffentliche Mittelschulen:

A. Knabengymnasien:

Mit polnischer Unterrichtssprache................47
Mit ruthenischer Unterrichtssprache.............. 5
Mit deutscher Unterrichtssprache................ 1

B. Realgymnasien für Knaben:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 3

C. Realschulen für Knaben:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 14

IIIa. Privatmittelschulen mit Öffentlichkeitsrecht:

A. Knabengymnasien:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 7
Mit ruthenischer Unterrichtssprache.............. 1
Mit polnisch-ruthenischer Unterrichtssprache........ 2

A 1. Mädchengymnasien:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 7
Mit ruthenischer Unterrichtssprache.............. 1

B. Realgymnasien für Knaben:

Mit polnischer Unterrichtsssprache............... 3

B 1. Realgymnasien für Mädchen:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 2

C. Mädchenlyzeen:

Mit polnischer Unterrichtssprache................11
Mit ruthenischer Unterrichtssprache.............. 1
Mit deutscher Unterrichtssprache................ 1

IV. Handelsschulen:

Handelsakademien und mit denselben verbundene andere Handelsschulen:

Mit polnischer Unterrichtssprache................ 2

V. Gewerbliche Lehranstalten:

A. Gewerbeschulen:

Mit polnischer Unterrichtssprache 2

B. Handwerkerschulen:

Mit polnischer Unterrichtssprache 5

VI. Landwirtschaftliche Schulen:

A. Landwirtschaftliche Akademie in Dublany 1
B. Landwirtschaftliche Mittelschule in Czernichów ... 1
C. Niedere Ackerbauschulen 6

Die vorstehenden Lehranstalten zerfallen in solche, deren Organisation in der Kompetenz der Landesbehörden liegt und von der Zentralregierung der Monarchie nur genehmigt zu werden braucht, und solche, welche für die ganze Monarchie nach völlig einheitlichen, von der Zentralregierung erlassenen Vorschriften organisiert sind und sich voneinander höchstens nur durch die Unterrichtssprache unterscheiden. Indem in diesem Berichte nur die speziellen galizischen Verhältnisse besprochen werden sollen, muß sich derselbe auf die Schulen der ersten Kategorie beschränken. Diese Schulen sind die folgenden:

1. Die Volks- und Bürgerschulen;
2. die Lehrer- und Lehrerinnenseminare;
3. die Realschulen;
4. die landwirtschaftlichen Schulen.

Die Volks- und Bürgerschulen bilden die eigentlichen primären Schulen des Landes; die Schulpflicht beginnt mit dem vollendeten 6. Lebensjahre und dauert in den größeren Städten, wo Bürgerschulen vorhanden sind, 7 Jahre, sonst aber 6 Jahre.

Das Ziel der Lehrer- und Lehrerinnenseminarien besteht in der Ausbildung des Lehrpersonals für die primären Schulen; die genannten Seminarien sind als Mittelschulen anzusehen.

Die Realschulen, welche 7klassige Mittelschulen sind, haben vor allem den Zweck, ihre Zöglinge zum Studium an den Technischen Hochschulen vorzubereiten; es sind also den Gymnasien sehr verwandte Schulen, welche sich von denselben hauptsächlich durch ihre exakt wissenschaftliche von der mehr philologischen Richtung der Gymnasien unterscheiden und nur aus 7 Klassen bestehen, während die Gymnasien 8klassige Schulen sind.

Das allgemeine Ziel der landwirtschaftlichen Schulen ist in genügender Weise durch ihre Benennung gekennzeichnet. In diesen Schulen tritt der Mathematikunterricht stark in den Hintergrund; an der landwirtschaftlichen Akademie zu Dublany wird Mathematik gar nicht gelehrt, an der landwirtschaftlichen Mittelschule zu Gzernichów umfaßt der mathematische Lehrstoff nur einen Teil desjenigen der höheren Klassen einer Realschule, an den niederen Ackerbauschulen endlich wird Mathematik in einem noch kleineren Umfange gelehrt.

Da außerdem hinsichtlich der Lehrmethode die landwirtschaftlichen Schulen nichts Bemerkenswertes aufweisen und wegen ihrer geringen Zahl vom Standpunkt der öffentlichen Erziehung keine größere Bedeutung haben, so halten wir es für überflüssig, diese Schulen näher zu besprechen. Wir werden also im folgenden nur die primären Schulen, die Lehrer- und Lehrerinnenseminarien sowie die Realschulen berücksichtigen. Unter diesen Schulen sind vom Standpunkt des mathematischen Unterrichtes die Realschulen bei weitem die interessantesten.

Wir wollen daher mit diesen Anstalten anfangen und bei ihnen am längsten verweilen.

II. Der mathematische Unterricht an den galizischen Realschulen.

1. Der Lehrplan.

Im Jahre 1909 hat das österreichische Schulwesen tiefgreifende Umwälzungen, welche sich im besonderen auch auf die galizischen Mittelschulen erstreckt haben, erfahren.

Um die gegenwärtig befolgten Lehrpläne, soweit sie sich auf den mathematischen Unterricht beziehen, richtig zu verstehen und zu beurteilen, ist es notwendig, die Leitideen der Reformen des Jahres 1909 ins Auge zu fassen. Die genannten Leitideen hängen mit dem Entwicklungsgang der Mathematik selbst eng zusammen. Bekanntlich ist der Ursprung der wirklich neuen Begriffe und Theorien, welche im Laufe der Zeit die Mathematik bereicherten, nicht auf reinmathematischem Gebiete, sondern auf den Anwendungsgebieten der Mathematik zu suchen; die Physik im weitesten Sinne ist es, welche dem Mathematiker immer neue Probleme stellt und sie ist es auch, welche ihn oft auf die richtige Methode zur Auflösung dieser Probleme führt. Nun aber, der wissenschaftlichen Kritik zufolge, betrachten es die Mathematiker als eine ihre Hauptaufgaben, die rein mathematischen Begriffe von den nichtmathematischen Elementen, in Verbindung mit

welchen sie zuerst zum Bewußtsein kommen, zu sondern, rein mathematisch zu begründen und zu logisch unanfechtbaren Theorien zu verknüpfen. Diese Richtung der mathematischen Untersuchungen hat eben zur grundsätzlichen Arithmetisierung der modernen Analysis geführt.

Aus den vorhergehenden Umständen entspringen nun eigentümliche Schwierigkeiten für den Pädagogen. Eine mathematische Theorie in ihrer endgültigen Gestalt ist ein kompliziertes, künstlich zusammengesetztes Verstandesgebilde, welches für den Anfänger unverständlich ist und wohl auch unverständig zu sein scheint. Andrerseits, schon wegen mangels an Zeit, ist es nicht möglich, den historischen Entwicklungsgang der mathematischen Theorien im Unterrichte wirklich vorzuführen.

Wegen dieses Sachverhaltes ist man im elementaren Unterrichte genötigt, darauf zu verzichten, den Anforderungen der reinen Wissenschaft zu genügen. Man begegnet daher Schritt auf Schritt beim elementaren Unterrichte in der Mathematik den folgenden schwierigen Fragen:

1. Wie weit kann man die wissenschaftliche Strenge treiben, ohne unverständlich zu werden?

2. In welchem Maße müssen die Anwendungen der Mathematik berücksichtigt werden, um deren Verständnis zu sichern?

3. Wie weit muß die wissenschaftliche Strenge getrieben sein, damit der Unterricht nicht in einen oberflächlichen ausarte?

Der Standpunkt, welcher diesen Fragen gegenüber dem neuen Lehrplan entspricht, ist geradezu entgegengesetzt demjenigen, von welchem aus der ältere Lehrplan als wohlbegründet erscheinen würde. In diesem Gegensatze liegt eben der ganze Charakter der Reformen des Jahres 1909.

Im älteren Lehrplane wird der Lehrer mit Betonung darauf aufmerksam gemacht, daß in den höheren Klassen das logische Moment im Unterricht besonders berücksichtigt werden muß.

Der neue Lehrplan dagegen warnt wiederholt vor der verfrühten Einführung abstrakter Begriffe, wissenschaftlich korrekter Definitionen und grundsätzlicher Führung strenger Beweise; er empfiehlt vielmehr die mathematischen Theorien in Verbindung mit ihren mannigfaltigen Anwendungen zu setzen, ohne für den Schüler selbstverständliche Dinge durch streng formale Beweise zu „verdunkeln".

Der Charakter des neuen Lehrplanes kennzeichnet sich schon in der Formulierung des allgemeinen Lehrzieles des mathematischen Unterrichtes. Während im älteren Lehrplane dieses Lehrziel als in der „gründlichen Kenntnis der sogenannten Elementarmathematik"

bestehend bezeichnet worden ist, besteht, dem neuen Lehrplane gemäß, das genannte Lehrziel in der „gründlichen Kenntnis der sogenannten Elementarmathematik nebst der Erfassung und Anwendung des Funktonsbegriffes". Da nun der Funktionsbegriff nichts anderes ist als das mathematische Bild eines Naturgesetzes, so mußte dieser Begriff in einem Lehrplane, welcher auf die Anwendungen der Mathematik das größte Gewicht legt, notwendig in den Vordergrund rücken. Im engsten Zusammenhange damit befindet sich offenbar der Umstand, daß durch den neuen Lehrplan die Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung in den Unterricht an den Mittelschulen eingeführt werden.

Die geschilderten allgemeinen Tendenzen des neuen Lehrplanes wird man im folgenden Auszuge [1]) aus dem Lehrplane im einzelnen verfolgen können.

Erste Klasse.

(3 Stunden wöchentlich.)

Das Rechnen. Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen benannten und unbenannten Zahlen in einem sich allmählich erweiternden Bereiche. Römische Ziffern. Die vaterländischen Münzen, Maße und Gewichte. Dezimalzahlen. Vorübungen im Bruchrechnen, wobei die Brüche als besondere Arten von benannten Zahlen aufgefaßt werden, so daß für die Durchführung der durchgenommenen Bruchaufgaben die Aufstellung der Bruchregeln nicht notwendig ist.

Geometrie. Die einfachsten geometrischen Gebilde (der Kubus und die Kugel) zunächst durch unmittelbare Anschauung. Übungen im Gebrauche des Zirkels, des Lineals und des Dreiecks; der Transporteur. Die einfachsten Eigenschaften besonderer geometrischer Gebilde (Winkel von 90° und 60°; gleichschenklige, gleichseitige und rechtwinklige Dreiecke usw.) und ihre gegenseitigen Beziehungen. Parallelismus von Geraden und Ebenen an besonderen Beispielen. Flächeninhalt eines Quadrats, eines Rechtecks, Rauminhalt eines Kubus und derjenige eines rechtwinkligen Parellelepipedons, als Anwendungen des metrischen Maßsystems.

Zweite Klasse.

(3 Stunden wöchentlich für Mathematik und 2 für das geometrische Zeichnen.)

Das Rechnen. Teiler und Vielfache einer ganzen Zahl; Bestimmung der Primzahlen in einem allmählich sich erweiternden Bereiche. Die allgemeinen Bruchregeln; Verwandlung gemeiner Brüche in

---

[1]) Erlaß des k. k. Landesschulrates vom 20. Juli 1909, Z. 37271.

Dezimalbrüche. Direkt proportionale und umgekehrt proportionale Größen als Einführung in das funktionale Denken. Zahlreiche Übungen im Rechnen mit Dezimalzahlen in einem sich allmählich erweiternden Bereiche. Die einfachsten Beispiele aus der Zinsrechnung.

Geometrie. Symmetrie ebener und räumlicher Gebilde durch Anschauung. Bestimmung eindeutiger Bestimmungsstücke ebener Figuren aus den Konstruktionsbedingungen (nicht aus den Kongruenzsätzen). Verschiedene Anwendungen in Verbindung mit den im Schulgebäude und je nach Möglichkeit außerhalb desselben ausgeführten Messungen. Dreiecke, Vierecke, Vielecke (besonders die regelmäßigen); der Kreis. Gerade Prismen und Pyramiden. Der Zylinder und der Kegel. Die Kugel mit Berücksichtigung der für die Geographie notwendigen Kenntnisse.

Geometrisches Zeichnen. Weitere Übungen im Gebrauche der Instrumente für das geometrische Zeichnen. Konstruktionsaufgaben im Zusammenhang mit dem geometrischen Unterricht.

Dritte Klasse.

(3 Stunden wöchentlich für Mathematik und 2 für das geometrische Zeichnen.)

Die Anfangsgründe der allgemeinen **Arithmetik** als Abschluß des bisherigen Rechenunterrichtes; das Ausdrücken der Rechengesetze in Worten und Buchstaben; die einfachsten Umformungen arithmetischer Ausdrücke; Übungen im Substituiren (Verifikation der erhaltenen Formeln durch Einsetzen numerischer Werte). Die negativen Zahlen im Zusammenhange mit den natürlichsten Anwendungen (die Thermometerksala, die Wasserstandskala, die Zahlenachse).

Abhängigkeit der Flächeninhalte einfacher Figuren von ihren Abmessungen, die zugehörigen Formeln, das Vergleichen der Flächeninhalte zweier Figuren. Die Rauminhalte gerader Prismen und Zylinder. Messung zugänglicher Gegenstände im Lehrsaal und außerhalb desselben.

Der Pythagoräische Lehrsatz und zahlreiche Anwendungen desselben. Die Pyramide, der Kegel und die Kugel; Flächen- und Rauminhalte dieser Figuren, ohne jedoch auf den Beweis der auf die Kugel bezüglichen Formen einzugehen.

Vielseitige Verknüpfung der geometrischen und arithmetischen Lehren. Die graphische Darstellung der vier Grundrechnungsarten an Strecken. Geometrische Deutung der Entwickelungen folgender Ausdrücke: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)\ (a-b)$, $(a+b)^3$ usw.

Berechnung der Quadrat- und Kubikwurzel einer gegebenen Zahl im Zusammenhange mit geometrischen Anwendungen.

Das abgekürzte Rechnen. Beurteilung des Genauigkeitsgrades einer Berechnung, wenn der Genauigkeitsgrad der durch direkte

Messung bestimmten Bestimmungsstücke bekannt ist. Angenäherte Schätzung des Resultates einer Rechnung. Prüfung der durch Rechnung erhaltenen Resultate mittels direkter Messung (Abwägung).

Weitere Einübung der Schüler im funktionalen Denken durch das Studium der Veränderungen, welche durch Veränderung gewisser geometrischer Elemente in gewissen Gebilden in den anderen Elementen derselben Gebilde hervorgerufen werden. Anwendungen des Zeichnens im verjüngten Maßstabe.

Besprechung derjenigen Gleichungen, auf welche die geometrischen Studien dieser Klasse führen.

Der Unterricht im **geometrischen Zeichnen** wird denselben Grundsätzen gemäß wie in der vorhergehenden Klasse gegeben.

Vierte Klasse.

(4 Stunden wöchentlich für Mathematik und 2 für das geometrische Zeichnen.)

Allgemeine Arithmetik. Erläuterung der allgemeinen Operationsgesetze und ihres Zusammenhanges durch Übungen im Umformen algebraischer Ausdrücke und besonders durch Auflösung von Gleichungen sowie durch Ausführung der entsprechenden Proben. Übungen im funktionalen Denken durch die Hinweise auf die Veränderlichkeit der Resultate bei Änderung der einzelnen Ruheelemente. Vertiefung des Verständnisses des Dezimalsystems und sehr leichte Übungen in anderen Systemen. Teiler und Vielfache ganzer Zahlen, Bruchrechnen. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Verhältnisse und Proportionen. Die rein quadratischen Gleichungen. Graphische Darstellung linearer Funktionen und deren Anwendung auf die Gleichungen ersten Grades.

Planimetrie (bis zu den Kongruenzsätzen). Wiederholung und Vertiefung des schon vorher durchgenommenen Lehrstoffes unter Erläuterung der Euklidischen definierenden und beweisenden Darstellungsform an charakteristischen Beispielen. Gruppierung des übrigen Lehrstoffes womöglich in Form von Aufgaben.

Lösung der Konstruktionsaufgaben durch allgemeinere Methoden (auch durch Konstruktion abgebraischer Ausdrücke) mit Ausschluß gekünstelter Aufgaben.

Geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie. Das Zeichnen der Kegelschnitte auf Grund der Brennpunkteigenschaften; Konstruktion der durch einen gegebenen Punkt gehenden Tangenten.

Das Zeichnen der beiden Projektionen eines Körpers auf Grund der direkten Anschauung in einfachen Fällen. Geometrische Begründung der Begriffe der horizontalen und vertikalen Projektion eines Punktes, einer Geraden usw. Konstruktion der wirklichen Gestalten

ebener Figuren. Anwendung der Drehungsmethode auf Polyeder. Konstruktion schiefwinkliger Projektionen von Polyedern sowie von Seitenprojektionen derselben. Ebene Schnitte eines Polyeders. Polyedernetze. Konstruktionen von Schatten in einfachen Fällen.

Fünfte Klasse.

(Mathematik 4 Stunden wöchentlich, geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie 2 Stunden.)

Arithmetik. Potenzen und Wurzeln an einfachen Beispielen. Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten, auch die einfachsten Fälle von solchen Gleichungen mit mehr als einer Unbekannten. Die einfachsten auf Gleichungen zweiten Grades reduzierbaren Gleichungen höheren Grades. Irrationale und komplexe Zahlen, so weit die vorgenannten Gleichungen auf dieselben führen. Graphische Darstellung des Trinoms zweiten Grades. Die Logarithmen.

Planimetrie. Weiterführung und Abschluß des Lehrstoffes der vierten Klasse.

Stereometrie. Haupteigenschaften der körperlichen Ecken im allgemeinen; besondere Berücksichtigung der dreiseitigen körperlichen Ecken (Polarecken). Oberflächen- und Rauminhaltsberechnungen der Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel und ihrer wichtigsten Teile. Der Eulersche Satz und die regelmäßigen Polyeder.

Geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie. Systematische Durcharbeitung der Grundaufgaben der darstellenden Geometrie über Punkte, Gerade und Ebenen mit Benutzung der Horizontal- und Vertikalprojektion und gelegentlich verschiedener Seitenprojektionen und das im engsten Zusammenhange mit dem in der vierten Klasse gegebenen Unterrichte. Anwendung des vorhergehenden auf zusammengesetzte Aufgaben, im besonderen auf die Darstellung der regelmäßigen Prismen und Pyramiden in gegebener Lage zu den Projektionsebenen. Bestimmung der ebenen Schnitte von Prismen, Pyramiden und anderer Polyeder. Durchschnittslinie von Polyedern in den einfachsten Fällen.

Sechste Klasse.

(Mathematik 4 Stunden wöchentlich, geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie 3 Stunden.)

Arithmetik. Die einfachsten logarithmischen Gleichungen und Exponentialgleichungen. Die arithmetischen Reihen erster Ordnung und die geometrischen Reihen samt Anordnungen auf Zinseszins- und Rentenrechnung.

Goniometrie, ebene und sphärische Trigonometrie. Die Winkelfunktionen; graphische Darstellung derselben behufs leichteren Einprägens ihrer Eigenschaften und ihrer gegenseitigen Beziehungen. Auflösung von Dreiecken. Wiederholung der aus der Planimetrie und Stereometrie bekannten Sätze und Methoden; gelegentlich Vergleichung derselben mit den trigonometrischen Methoden. Grundbegriffe der sphärischen Trigonometrie mit Vorführung nur derjenigen Sätze und Formeln, welche für die späteren Anwendungen notwendig sind. Für das schiefwinklige Dreieck werden nur der Sinussatz und der Cosinussatz entwickelt.

Vielseitige Anwendungen der Trigonometrie auf Aufgaben aus der Feldmeßkunst, der Geographie, der Astronomie usw., wobei die Schüler womöglich selbst die Bestimmungsstücke (wenn auch nur in großer Annäherung) durch direkte Messung ermitteln sollen.

Darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen. Die rechtwinkligen Projektionen des Kreises. Die vom Kreise auf die Projektionsebenen geworfenen Schatten bei Parallelbeleuchtung. Die schiefe Projektion des Kreises. Haupteigenschaften der Ellipse als rechtwinklige oder schiefwinklige Projektion des Kreises angesehen. Das Zeichnen der Zylinder und Kegel (vornehmlich der Rotationszylinder und Rotationskegel, sowie der aus ihnen zusammengesetzten Figuren auch in schiefwinkligen Projektionen. Tangentialebenen der Zylinder und Kegel. Ebene Schnitte, Netze und in leichten Fällen Durchschnitte dieser Flächen untereinander. Näheres Studium der ebenen Schnitte des Rotationskegels und Vorführung der für die Konstruktion wichtigeren Eigenschaften. Die Kugel; ebene Schnitte und Tangentialebenen derselben; eigener und geworfener Schatten bei Parallel- und Zentralbeleuchtung.

Siebente Klasse.

(Mathematik 5 Stunden wöchentlich, darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen 2 Stunden.)

Arithmetik. Elemente der Kombinationslehre (das Permutieren, Variieren und Kombinieren in den einfachsten Fällen). Der binomische Lehrsatz für ganze, positive Exponenten. Die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendung auf die einfachsten Aufgaben aus der Lebensversicherung.

Analytische Geometrie. Anwendung der analytischen Methode auf Linien ersten und zweiten Grades unter Anknüpfung an die für einzelne Funktionen durchgeführte graphische Darstellung; gelegentlich sollen die in der Planimetrie gebrauchten Methoden zur Lösung der durchgearbeiteten Aufgaben wiederholt werden.

Durcharbeitung derjenigen Anwendungen der Differential- und Integralrechnung, welchen man im bisherigen Studium der Mathematik und Physik begegnet ist. Angenäherte Lösung algebraischer Gleichungen (und gelegentlich einfachster transzendenter) mittels graphischer Methoden.

Abschluß und Wiederholung des ganzen Schullehrstoffes aus der Mathematik, im besonderen der Gleichungen, Reihen, der Stereometrie, Trigonometrie und analytischen Geometrie. Ergänzung und Vertiefung einzelner Partien. Statt der Aufgaben, welche einen rein formalen Charakter haben, sind solche Aufgaben durchzunehmen, welche für die verschiedenen Disziplinen des Lehrstoffes von Bedeutung sind.

Darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen. Darstellung von Rotationsflächen, deren Achse zu einer der Projektionsebenen senkrecht ist. Tangentialebenen und ebene Schnitte.

Anfangsgründe der Perspektivlehre, soweit dieselben notwendig sind, um einen in rechtwinkligen Projektionen gegebenen Gegenstand darzustellen.

Wiederholung und Ergänzung des ganzen Lehrstoffes mittels Durcharbeitung komplizierter und lehrreicher Aufgaben, welche auch eine praktische Bedeutung haben.

Schriftliche Arbeiten. In jeder Klasse 3 Schularbeiten pro Semester; außerdem Hausarbeiten von einer Stunde zur andern.

2. Unterrichtsmethode und Schulbücher.

Eine dem neuen Lehrplan entsprechende Unterrichtsmethode konnte sich bei der Kürze der seit der Reform verflossenen Zeit selbstverständlich noch nicht entwickeln; es bedarf mehrerer Jahre dazu, damit eine bestimmte Interpretation des genannten Lehrplanes sich in der Schulpraxis fixiere. Wir können daher, was die Unterrichtsmethode betrifft, an dieser Stelle nur die dem Lehrplane für die galizischen Realschulen beigefügten, aus dem Ministeriallehrplane genommenen „Bemerkungen" der Hauptsache nach anführen und darauf die Schulbücher kurz besprechen. In den genannten Bemerkungen werden die Leitideen des vorhergehenden Lehrplanes folgenderweise ausgedrückt:

1. Anpassung an die jeweilige Entwicklung der Schüler.
2. Vereinfachung des Lehrganges durch nähere Verbindung zusammengehöriger Lehren, namentlich auf allen Stufen zwischen Arithmetik und Geometrie.
3. Allseitige Anpassung des mathematischen Lehrstoffes an die einschlägigen Unterrichtsfächer und an die Anwendungsgebiete des wirklichen Lebens.

4. Erfassen funktionaler Beziehungen bei allen Gelegenheiten des mathematischen Unterrichtes.

5. Pflege der räumlichen Anschauung, unterstützt durch einschlägige manuelle Tätigkeit (Anfertigung von Modellen, Messungen u. dgl.).

6. Beseitigung veralteter oder didaktisch als unfruchtbar erkannter Stoffe, Verzicht auf unbedeutende Einzelheiten, Beseitigung mancher Wiederholungen, Verschiebungen einzelner Lehrpartien im Lehrplane.

Neben diesen allgemeinen Grundsätzen besteht das Charakteristische der betrachteten „Bemerkungen" in dem Nachdruck, mit welchem der Lehrer vor den Gefahren einer allzu theoretischen Richtung des Unterrichtes gewarnt wird, und außerdem in dem Rate, den Schwerpunkt des Unterrichtes auf zweckmäßig gewählte Aufgaben zu verschieben.

Im offiziellen Journal des k. k. Landesschulrates vom 1. Juli 1910 werden Schulbücher, deren Titel ich in deutscher Übersetzung folgen lasse, empfohlen:

Ignacy Kranz. Arithmetik für die 1., 2. und 3. Klasse *(Krakau, 1910, 1911).*

Derselbe. Anschauliche Geometrie für die 1., 2. und 3. Klasse *(Krakau, 1910).*

Sobeski und Tafera. Arithmetik für die 1. und 2. Klasse *(Lemberg, 1894).*

Baraniecki. Arithmethik und Algebra für die 1. und 2. Klasse *(Krakau, 1894).*

Jamrógiewicz. Anschauliche Geometrie *(Lemberg, 1901).*

Močnik-Maryniak. Anschauliche Geometrie *(Lemberg, 1904).*

Dziwiński. Handbuch der Arithmetik und Algebra für die höheren Klassen *(Lemberg, 1910).*

Baraniecki. Algebra für die höheren Klassen *(Krakau, 1892).*

Kostecki. Algebra für die höheren Klassen *(Lemberg, 1902).*

Von diesen Lehrbüchern bestreben nur diejenigen des Direktors Kranz und des Dr. Dziwiński sich dem neuen Lehrplan anzupassen; die übrigen sind, wie schon aus ihren Erscheinungsjahren hervorgeht, vor der Einführung der neuen Lehrpläne veröffentlicht worden.

3. Das Prüfungswesen.

Die Aufnahmsprüfung. Die beim Eintritt in die erste Klasse aus der Mathematik abzulegende Prüfung besteht aus einem schriftlichen und einem mündlichen Teile; dieselbe bezieht sich auf das Zahlenanschreiben, Zahlenlesen, dann auf die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen.

Beim Eintritt in die höheren Klassen ist der Lehrstoff, auf welchen sich die Prüfung erstreckt, durch den Lehrplan bestimmt.

Orientierungs- und Klassifikationsprüfungen.[1]) Unter Orientierungsprüfungen versteht man diejenigen den Schülern gestellten Fragen, welche eine gehörige Verarbeitung der einzelnen Lektionen bezwecken und also einen integrierenden Bestandteil des Unterrichtes bilden; die bezüglichen Antworten der Schüler unterliegen keiner Klassifikation.

Die Klassifikationsprüfungen dienen, ihrer Benennung gemäß, vor allem dazu, die Fortschritte der Schüler zu beurteilen und werden nach Abschluß einer ganzen Partie vorgenommen.

Die Maturitätsprüfung.[2]) Die neuesten Bestimmungen schaffen den schriftlichen Teil der Prüfung aus der Mathematik ab. Bei der mündlichen Prüfung (welche höchstens 15 Minuten dauern soll) hat der Abiturient einen Überblick über den auf der Oberstufe behandelten mathematischen Lehrstoff durch die Vertrautheit mit den Methoden der einzelnen Gebiete bei der Lösung von Aufgaben zu erweisen, und zwar sowohl bei Aufgaben abstrakter Natur wie auch bei solchen, welche sich auf andere Wissenschaften und auf das praktische Leben beziehen.

Auszuscheiden sind Aufgaben, welche eine durch außergewöhnliche Übung erlangte Gewandtheit in algebraischen Umformungen und geometrischen Konstruktionen oder die Kenntnis vieler bloß gedächtnismäßig festzuhaltender, namentlich praktisch belangloser Einzelnheiten und Formeln verlangen.

Ein Rundschreiben (vom 12. Mai 1908, Z. 20247) des k. k. Landesschulrates ergänzt diese Verordnungen folgendermaßen:

„Die Prüfung soll nicht in einer trockenen Untersuchung der von den Abiturienten durch eine fieberhafte Gedächtnisarbeit der für kurze Zeit erlangten, untereinander nur lose zusammenhängenden Einzelheiten bestehen; es handelt sich vielmehr um die Ermittlung des Grades ihrer allgemeinen Bildung, welche in der zwanglosen Beherrschung der grundlegenden Kenntnisse, in der Gewandtheit im logischen Denken und in der korrekten Ausdrucksweise zur Geltung kommt."

4. Die modernen Tendenzen in der Organisation der Realschulen und die Tätigkeit der Lemberger Gesellschaft der Lehrer höherer Schulen.

Da die Organisation der galizischen Realschulen in erster Linie von den Landesbehörden abhängt und nur der Genehmigung seitens

[1]) Erlaß des k. k. Landesschulrates vom 14. Jänner 1909, Z. 1712.
[2]) Erlaß des k. k. Landesschulrates vom 12. Mai 1908, Z. 20247.

der Zentralregierung bedarf, so erregt dieselbe ein besonders lebhaftes Interesse in den Kreisen der galizischen Lehrerschaft.

Dieses Interesse findet seinen Ausdruck vor allem in der Tätigkeit der Lemberger Gesellschaft der Lehrer höherer Schulen (Towarzystwo Nauczycieli Szkół wyższych), welche die den Angelegenheiten der Mittelschulen gewidmete Monatschrift Muzeum herausgibt.

Zur Abkürzung wollen wir in der Folge die genannte Gesellschaft durch T. N. S. W. bezeichnen.

Dem Beschluß der 22. allgemeinen Versammlung der T. N. S.W. gemäß, hat sich am 28. Oktober des Jahres 1906 die Krakauer Kommission zur Beratung einer Reform der Mittelschulen unter dem Vorsitz des Dr. Kasimir Morawski, Professor an der Krakauer Universität, konstituiert. Die Aufgaben dieser Kommission waren die folgenden:

1. Ausarbeitung eines Entwurfes für die Begründung einer Probemittelschule.

2. Ausarbeitung eines Reformentwurfes des galizischen Mittelschulwesens.

Auf der 23. Versammlung des T. N. S. W. im Jahre 1907 hat Professor Łopuszański einen vorläufigen Bericht über die Arbeiten der Kommission erstattet; bei dieser Gelegenheit hat er die Bedeutung der praktischen Übungen und der Arbeiten in Werkstätten hervorgehoben; er hat auch mit Nachdruck die innigste Verknüpfung der Arithmetik und Geometrie im Unterrichte befürwortet und hat die Ansicht ausgesprochen, daß in den niederen Klassen die Anschauungsmethode beim Unterricht in der Geometrie ausschließlich angewandt werden sollte.

Auf der im Jahre 1908 gehaltenen 24. allgemeinen Versammlung der T. N. S. W. hat Professor Wasung, als Referent der Krakauer Kommission, den Entwurf des Lehrplanes einer achtklassigen Mittelschule vorgelegt. Dieser Entwurf wurde mit ganz geringen Änderungen angenommen. [1])

Die Zeit, welche im Lehrplane der Krakauer Kommission dem Mathematikunterrichte (samt der darstellenden Geometrie und dem geometrischen Zeichnen) wöchentlich zugewiesen worden ist, ist aus der Stundenübersicht (Seite 15) zu entnehmen:

Eine Anzahl von Mitgliedern der Krakauer Kommission hat sich zu einer „Gesellschaft zur Begründung einer Musterschule“ vereinigt. Die Bestrebungen dieser Gesellschaft sind am 9. Oktober des Jahres 1907 durch den Landesrat (Sejm krajówy) als einer materiellen und moralischen Unterstützung wert erklärt worden.

---

[1]) Muzeum, 1908, T. II.

Klasse	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Zusammen
Mathematik	3	2	2	3	3	3	3	4	23
Mathematische Übungen	1	2	2	.	.	.	.	.	5
Geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie	.	.	.	.	.	2	2	2	6

Als auf der 25. Versammlung der T. N. S. W. im Jahre 1909 der Referent der Krakauer Kommission über die weiteren Arbeiten derselben einen Bericht erstattete, gab er in ihrem Namen die folgenden Winke:

1. Es soll angestrebt werden, daß die Realschulen mit den Gymnasien gleichberechtigt werden.

2. Zunächst soll darauf verzichtet werden, alle existierenden Realschulen in achtklassige Schulen umzugestalten.

3. Dagegen sollten die Lehrpläne dieser siebenklassigen Schulen im Geiste des von der Krakauer Kommission ausgearbeiteten Planes verändert werden.

4. Es sei wünschenswert, eine der existierenden Realschulen probeweise in eine achtklassige Schule umzugestalten.

Im engen Zusammenhang mit der besprochenen Tätigkeit der T. N. S. W. steht der im Landesrate vom Abgeordneten Dr. **Bandrowski** am 6. Oktober des Jahres 1909 gestellte Antrag, die auf die Realschulen Galiziens bezüglichen Gesetze vom 24. August des Jahres 1899 in der Weise zu ändern, daß die Realschulen in achtklassige Schulen umgestaltet und mit den Gymnasien gleichberechtigt erklärt werden.

Am 19. Oktober des Jahres 1910 wurde dieser Antrag auf Grund des Referates des Abgeordneten **Halban** angenommen. Dieser Beschluß des Landesrates (Sejm krajówy), für welchen noch die Genehmigung der Zentralregierung erwartet wird, ist vor allem daher bedeutungsvoll, da im Ministerialerlaß vom 8. April des Jahres 1909, Z. 14741, durch welchen die neuen Lehrpläne für die österreichischen Gymnasien eingeführt worden sind, hervorgehoben wird, daß die von

verschiedenen Seiten befürwortete Umgestaltung der Realschulen aus sieben- in achtklassige Schulen einen Konflikt heraufbeschwören würde mit den auf die Realschulen bezüglichen Gesetzen der verschiedenen Länder des Reiches.

Um das Bild der Tätigkeit der T. N. S. W. und derjenigen ihrer Krakauer Kommission zu vervollständigen, muß noch angeführt werden, daß auf der 26. im Jahre 1910 abgehaltenen Versammlung diese Gesellschaft, auf Antrag des Professors Bykowski, sich gegen die Errichtung von Realgymnasien ausgesprochen hat und die folgenden von Professor Wasung gestellten. auf die Ausbildung der Lehrkräfte für die Mittelschulen bezüglichen Wünsche als wohlbegründet bezeichnet hat:

1. Es sollten die für die Lehrerschaft bestimmten Studienreisestipendien für die Ferienzeit bedeutend vermehrt werden.

2. Es sollten den Lehrern anstandslos halbjährige Beurlaubungen behufs wissenschaftlicher Weiterbildung zugestanden werden.

3. Es sollten an den Universitäten außer den Fortbildungskursen auch pädagogisch-didaktische Kurse eingerichtet werden.

4. Es sollten in größeren Städten, wo mehrere Mittelschulen sich befinden, pädagogische Bibliotheken gegründet werden.

Das lebhafte Interesse unserer Lehrerschaft für die auf den Mathematikunterricht bezüglichen Fragen ist auch in einer Reihe von Schriften zum Ausdruck gekommen; ich führe hier die neuesten von diesen in polnischer Sprache verfaßten Arbeiten an, indem ich deren Titel ins Deutsche übersetze.

A. Gedroyć. Über die methodische Behandlung der Elementargeometrie. Programm der Realschule von Tarnopol, 1902/03 und 1904/05.

R. Moskwa. Einleitung in die Geometrie. Programm des V. Gymnasiums in Lemberg, 1903/04.

K. S. Strutyński. Kritik der Grundlagen der Elementargeometrie. Programm des I. Gymnasiums in Kołomyja, 1906/07.

L. Böttcher. Einige Bemerkungen über die Reform des Mathematikunterrichtes in den Mittelschulen. Muzeum, 1907, T. II, p. 163.

J. Sitnicki. Elementare Darstellung der Grundbegriffe der Differentialund Integralrechnung. Programm der Realschule in Tarnopol, 1909/10.

A. Hoborski. Über den neuen Entwurf einer Reform des Mathematikunterrichtes an den Mittelschulen. Muzeum, 1908, T. I, p. 139.

W. Rembacz. Die Bedeutung der darstellenden Geometrie als allgemein bildenden Lehrgegenstandes. Programm der II. Realschule in Lemberg, 1907/08.

A. Hoborski und A. Wilk. Die Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung. Krakau, 1910.

W. Arvay. Einige Bemerkungen über den mathematischen Unterricht an den Gymnasien. Mit besonderer Berücksichtigung der I. Klasse. Programm des I. Gymnasiums in Tarnów, 1909/10.

J. Ralski. Die Grundzüge der Differential- und Integralrechnung für Mittelschulen. Programm der Realschule zu Jaroslau, 1909/10.

K. S. Strutyński. Einige Bemerkungen über den dem Lehrplane von 1909 entsprechenden Mathematikunterricht an den Gymnasien. Muzeum, 1911, T. I, p. 28.

Auch der k. k. Landesschulrat Galiziens hat sein lebhaftes Interesse für die auf den mathematischen Unterricht bezüglichen Fragen durch die am 6. Februar dieses Jahres (1911) veranstaltete Enquete bezeugt. Auf dieser Enquete sollte die Interpretation der neuen Lehrpläne der Mittelschulen, soweit sie sich auf den mathematischen Unterricht beziehen, einer Diskussion unterzogen werden. Der bezügliche Fragebogen lautete folgendermaßen:

1. Wie soll im mathematischen Unterrichte der Funktionenbegriff in methodischer Weise entwickelt werden; wie sollen die Schüler zum funktionalen Denken gebracht werden? In welcher Klasse sollte der Unterricht in dieser Richtung begonnen werden? Wie müßte man dabei die analytische und die graphische Methode verwenden? (Referent Professor Hozdyński).

2. Wie müßte der Unterricht in der Differential- und Integralrechnung in den obersten Klassen der Mittelschulen geführt werden und in welcher Beziehung zur analytischen Geometrie sollte sich dieser Unterricht befinden? (Referent Dr. W. Lewicki).

3. Wie würde der durch den Lehrplan vorgeschriebene Lehrstoff aus der Stereometrie unter die höheren Klassen derart zu verteilen sein, damit der Grundsatz der ununterbrochenen Verknüpfung der Geometrie mit der Arithmetik und Algebra gewahrt bleibe? (Referent Direktor Kranz).

Was die erste Frage betrifft, waren alle Mitglieder der Enquete der Ansicht, daß der Funktionenbegriff von der ersten Lektion an gepflegt werden solle. Bei der Besprechung der zweiten Frage stellten sich zwei verschiedene Ansichten heraus; die Minderzahl der Anwesenden hat sich für die Benutzung der Methode der Grenzwerte ausgesprochen und war der Meinung, daß man aus der Infinitesimalrechnung nur Weniges, aber verhältnismäßig gründlich durchnehmen sollte. Die Mehrzahl dagegen hat die Anwendung der Leibnizschen Differenzialmethode befürwortet und hat sich im allgemeinen für die Vorführung verhältnismäßig umfassender geometrischer Anwendungen ausgesprochen.

Zum Schluß will ich noch anführen, daß mir Herr Dr. Placyd Dziwiński, Professor an der Technischen Hochschule in Lemberg, gütigst folgendes mitgeteilt hat.

Vor 25 Jahren, also kurz nach der Gründung des T. N. S. W., haben die Schulmänner von Lemberg die Notwendigkeit empfunden, die Unterrichtsmethode in der Mathematik durch Einführung neuer Ideen zu reformieren. Infolgedessen wurde durch den Landesschulrat im Jahre 1888, unter dem Vorsitz des Professors Dr. Wł. Zajączkowski, eine Enquete veranstaltet, an welcher, unter anderen, die Herren Placyd Dziwiński, Jan Franke, Emil Sawicki, Józef Zaleski und Artur Bobin teilgenommen haben. Auf dieser Enquete wurde der vom Dr. Dziwiński vorgelegte Plan eines Lehrbuches der Algebra für die Mittelschulen einer eingehenden Diskussion unterzogen. Während dieser Diskussion wurde hervorgehoben, daß die herrschende dogmatische Unterrichtsmethode höchst unzweckmäßig sei, und man ist übereingekommen, daß die vom Prof. Dr. Dziwinski befürwortete, in einer naturgemäßen Entwicklung der mathematischen Begriffe bestehenden Methode vorgezogen werden müsse. Den Ergebnissen der vorgenannten Enquete gemäß wurde der vom Prof. Dr. P. Dziwiński vorgelegte Plan eines Lehrbuches der Algebra durch den Landesschulrat genehmigt.[1]) Im Jahre 1890 erschien die erste Auflage des vom Prof. Dr. Dziwiński geplanten Lehrbuches; dasselbe wurde dann im Jahre 1891 in die Mittelschulen eingeführt.

Obgleich in diesem Buche das Wort Funktion erst gegen das Ende erscheint, so fällt es doch beim Lesen des genannten Buches gleich auf, daß schon damals Prof. Dziwinzki die Notwendigkeit der Pflege des funktionalen Denkens, welche mit solchem Nachdrucke in den neuesten Lehrplänen betont wird, mit voller Klarheit erkannt hatte. Die dritte Auflage des Lehrbuches des Prof. Dziwiński, welche im Jahre 1907 erschienen ist, war binnen einem Jahre nach der Einführung der neuen Lehrpläne vergriffen, indem dieses Lehrbuch das einzige war, welches dem Geiste dieser Lehrpläne entsprach. Im Jahre 1910 ist endlich die vierte, den neuen Lehrplänen für die Mittelschulen genau entsprechende Auflage des Lehrbuches Prof. Dziwiński erschienen.

5. Allgemeine Betrachtungen über den neuen Lehrplan der Mathematik für Realschulen und über die Maturitätsprüfung.

Dem neuen Lehrplane liegt unzweifelhaft eine weit richtigere Vorstellung über die Entwicklungsgesetze des menschlichen Geistes

[1]) Erlaß vom 7. Juli des Jahres 1888, Z. 9343.

zugrunde als diejenige, welche den älteren Lehrplänen entsprach. Der neue Lehrplan beachtet sehr wohl, daß der einzelne Mensch, so wie die Menschheit, sich gleichzeitig und nicht in nacheinanderfolgenden Zeiträumen in den verschiedenen Richtungen entwickelt; er nimmt auch den Umstand in Betracht, daß die Entwicklung in jeder einzelnen Richtung nicht in fortwährendem Erfassen durchwegs neuer Dinge besteht, sondern auch darin, daß früher erlangte Ergebnisse einer immer strengeren Kritik unterzogen und infolgedessen vervollständigt und verschärft werden. Andrerseits aber scheint es nicht minder unzweifelhaft zu sein, daß der neue Lehrplan den Lehrer vor eine viel schwierigere Aufgabe stellt, als es die älteren Lehrpläne getan haben. Der Erfolg des Unterrichtes nach dem neuen Lehrplane hängt hauptsächlich von der zweckmäßigen Wahl der Aufgaben ab und von der Art und Weise, wie diese Aufgaben mit den Schülern durchgearbeitet werden. In dieser Hinsicht geben der Lehrplan und die hinzugefügten Bemerkungen gewiß sehr wichtige, aber auch nur sehr allgemeine Winke. Nun wird wohl jeder Lehrer auf jeder Stufe des Unterrichtes zugeben, daß die zweckmäßige Wahl der mathematischen Aufgaben und die sachgemäße Durcharbeitung derselben zu den schwierigsten Dingen für den Lehrer gehören. Es ist daher erlaubt zu befürchten, daß der neue Lehrplan, wegen der allzuhohen Anforderungen, die er an die Lehrerschaft stellt, nicht alle erwarteten Resultate geben wird.

Der neue Lehrplan muß auch aus anderen Gründen einiges Bedenken hervorrufen; allerdings wird der Lehrer im Lehrplane selbst und in den hinzugefügten Bemerkungen mit Recht gewarnt vor der verfrühten Einführung des wissenschaftlichen Formalismus (scharfe Definitionen, strenge Beweise, Beweise von Tatsachen, die dem Schüler als selbstverständlich erscheinen u.s.w.); indessen läßt sich wohl nicht leugnen, daß ein Abiturient einer Mittelschule eine klare Vorstellung von dem, was die mathematische Strenge ist, haben muß und daß entgegengesetztenfalls der ganze mathematische Unterricht als verfehlt zu bezeichnen wäre. Dies ist aber nur dann zu erzielen, wenn in den höheren Klassen beim mathematischen Unterrichte das logische Moment in gebührender Weise betont wird, wenn dem Schüler auseinandergesetzt wird, was eigentlich Sache der Vereinbarung, was eine notwendige Tatsache und was ein eines Beweises bedürftiger Satz ist. Nun wird in dieser Richtung der Lehrer im neuen Lehrplane und in den beigefügten Bemerkungen wenig, wie es uns scheint, zu wenig Anregung finden.

Betrachten wir statt der allgemeinen Anlage des neuen Lehrplanes den von ihm umfaßten Lehrstoff, so wird wohl dessen Umfang von manchem Pädagogen als zu groß befunden werden. Ist die Einführung der Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung eine glückliche Neuerung?

Die Sache scheint mir ziemlich zweifelhaft zu sein. Da nämlich im Mittelschulunterrichte von einer streng wissenschaftlichen Behandlung dieser Disziplin doch nicht die Rede sein kann, so muß der Unterricht in derselben das Intuitionsvermögen des Schülers in hohem Maße beanspruchen; es fragt sich aber dann, ob der neue Lehrplan nicht zuviel von der Begabung eines Durchschnittsschülers einer Mittelschule verlangt?

Sehr auffallend ist der Gegensatz, welcher zu bemerken ist zwischen dem großen Umfange des mathematischen Lehrstoffes im neuen Lehrplane und den sehr beschränkten Mitteln, welche nach den gegenwärtigen Vorschriften zur Verfügung stehen, um bei der Maturitätsprüfung die mathematischen Kenntnisse der Abiturienten zu beurteilen: die schriftliche Prüfung ist abgeschafft worden und die mündliche darf höchstens 15 Minuten dauern. Da nun aus Gründen praktischer Natur es schwer fallen würde, die Dauer der mündlichen Prüfung in genügender Weise zu verlängern, so würden wir der Meinung sein, daß die schriftliche Prüfung aus der Mathematik bei der Maturitätsprüfung in einer geeigneten Form wieder eingeführt werden sollte.

6. Ausbildung der Lehrkräfte.

Wir beschränken uns in dieser Frage mit dem Hinweis auf die erschöpfende Arbeit des Herrn Dr. Loos, „Die praktische Vorbildung für das höhere Lehramt in Österreich“, wo auch die galizischen Verhältnisse berücksichtigt worden sind.

III. Der mathematische Unterricht an den Volks- und Bürgerschulen.

1. Die verschiedenen Typen von primären Schulen.

Das primäre Schulwesen Galiziens ist durch das von dem k. k. Landesschulrat veröffentlichte Gesetz vom 23. Mai 1895 geregelt worden.

Nach diesem Gesetze fängt, wie wir es schon in der Einleitung gesagt haben, die Schulpflicht mit dem vollendeten sechsten Jahre an und dauert im allgemeinen sechs Jahre, nur in größeren Städten, wo Bürgerschulen vorhanden sind, dauert sie ein Jahr länger.

Der verbreitetste Typus von primären Schulen in Galizien ist derjenige der allgemeinen Volksschule. In kleineren Ortschaften sind die allgemeinen Volksschulen die einzigen Lehranstalten und der Unterricht umfaßt dann in diesen Schulen eine Zeitdauer von sechs

Jahren, so daß die Kinder in diesen Schulen die ganze Schulpflicht erfüllen.

In größeren Städten treten die allgemeinen Volksschulen in Verbindung mit den Bürgerschulen auf. In diesem Falle beträgt die Lernzeit in der Volksschule vier Jahre. Nach Absolvierung dieser Schule mit genügendem Erfolge treten die Kinder in die Bürgerschule ein, falls sie nicht eine Mittelschule zu besuchen anfangen. In der Bürgerschule dauert der normale Unterricht drei Jahre, so daß die Kinder nach Absolvierung der Bürgerschule jedenfalls die Schulpflicht erfüllt haben. Es ist aber zu bemerken, daß an den Bürgerschulen öfter ein- bis dreijährige ergänzende Kurse (Fortbildungskurse) eingerichtet sind.

Grundsätzlich findet eine Trennung der Geschlechter in den allgemeinen Volksschulen nicht statt, aber in größeren Ortschaften gibt es besondere Schulen für jedes Geschlecht. In den Bürgerschulen dagegen sind die Geschlechter immer getrennt und es gelten besondere, wenn auch sehr wenig voneinander verschiedene Bestimmungen für die Schulen eines jeden Geschlechtes.

In den allgemeinen Volksschulen entspricht nur ausnahmsweise jedem der sechs Schuljahre eine besondere Klasse, vielmehr ist bei weitem die Mehrzahl der Volksschulen einklassig.

Damit eben hängt der Umstand zusammen, daß der Unterricht in der Volksschule auf vier Stufen verteilt ist. Jede der zwei ersten Stufen dauert ein Jahr, dagegen jede der beiden höheren Stufen zwei Jahre.

2. Der mathematische Unterricht an den allgemeinen Volksschulen.

Eine bemerkenswerte Besonderheit der galizischen Volksschulen besteht darin, daß der Lehrgang nicht nur durch ein Programm und sehr eingehende Instruktionen geregelt ist, sondern auch noch dadurch, daß auf jeder Stufe das durch den k. k. Landesschulrat veröffentlichte Lehrbuch gebraucht werden muß.

Die Unterrichtszeit in der Mathematik beträgt auf jeder Stufe drei Stunden wöchentlich.

Auf der ersten Stufe wird das Zählen von 1 bis 10 (in den mehrklassigen Schulen von 1 bis 20) und das Anschreiben der Zahlen in diesem Bereiche gelehrt. Selbstverständlich werden gleichzeitig in diesem Bereiche die einfachsten Aufgaben mit benannten Zahlen durchgearbeitet. Das Rechnen ist natürlich ausschließlich Kopfrechnen und nur die Daten und die Resultate werden angeschrieben.

Auf der zweiten Stufe tritt eine Änderung nur insofern ein, als der Zahlenbereich bis 100 erweitert wird.

Erst auf der dritten Stufe (3. und 4. Schuljahr), wo der Zahlenbereich bis 1000 erweitert wird, beginnt das schriftliche Rechnen und die systematische Unterweisung in den vier Grundrechnungsarten. Auf dieser Stufe erlernen die Schüler die Dezimalzahlen und üben sich im Lösen von Aufgaben, in welchen gemeine Brüche mit kleinen Nennern auftreten.

Auf der vierten Stufe (5. und 6. Lehrjahr) wird der Zahlenbereich bis zu 1,000.000 erweitert, es werden die allgemeinen Bruchregeln gelehrt und zahlreiche Aufgaben durch Schlußrechnung gelöst.

Auf den verschiedenen Stufen lernen die Schüler allmählich die verschiedenen landesüblichen Maßeinheiten und ihre Einteilung kennen.

Beim Zeichnen erfassen die Schüler die wichtigsten geometrischen Gestalten und mit Hilfe von Modellen erlernen sie das Berechnen der Flächen- und Rauminhalte in den einfachsten Fällen.

In denjenigen Schulen, welche 5 bis 6 Klassen umfassen, erweitert man etwas den Lehrstoff durch Heranziehen der Proportionen, der Gesellschafts- und Mischungsrechnung sowie der Zins- und Zinseszinsrechnung (mit Hilfe geeigneter Tabellen); es wird außerdem noch die einfache Buchhaltung gelehrt.

3. Der mathematische Unterricht in den Bürgerschulen.

Auch in den Bürgerschulen sind der Lehrstoff und die Lehrmethode durch den Lehrplan und die entsprechenden Instruktionen bis aufs einzelne bestimmt. Außerdem ist für Mathematik ein bestimmtes Lehrbuch, dasjenige von Dr. Seweryn Dniestrzański, vorgeschrieben.

In jeder der drei Klassen werden drei Stunden wöchentlich dem Mathematikunterricht gewidmet.

I. Klasse.

Die vier Rechnungsarten mit ganzen beliebig großen Zahlen. Dezimalzahlen und gemeine Brüche. Aufgaben aus dem praktischen Leben. Übungen im Kopfrechnen. Verhältnisse und Proportionen. Die Regeldetri. Die verschiedenen landesüblichen Maßeinheiten. Eine Schulaufgabe monatlich.

II. Klasse.

Wiederholung des Lehrstoffes der ersten Klasse. Die Zinsrechnung und die Zinseszinsrechnung mit Hilfe geeigneter Tabellen. Gesellschafts- und Mischungsrechnung. Kopfrechnen. Berechnung der Flächeninhalte und in Verbindung damit die Berechnung des Quadrats und der Quadratwurzel einer gegebenen Zahl.

III. Klasse.

Außer der Wiederholung des Lehrstoffes der beiden vorigen Klassen werden die Anfangsgründe der kaufmännischen Arithmetik und die Berechnung der Flächeninhalte und Rauminhalte der einfachsten, krummbegrenzten Gebilde gelehrt.

In den Mädchenschulen wird derselbe Lehrstoff durchgearbeitet, nur werden solche Beispiele bevorzugt, welche mit dem Frauenleben in engerer Berührung stehen.

IV. Die Lehrer- und Lehrerinnenseminarien. Ausbildung der Lehrkräfte für die primären Schulen.

1. Allgemeines.

Die Lehrerinnenseminarien weichen in ihrer Einrichtung so wenig von den Lehrerseminarien ab, daß es genügen wird, nur die letzteren zu besprechen.

In Galizien besteht ein Lehrerseminarium aus einer vorbereitenden Klasse, vier Klassen des eigentlichen Seminars und einer Übungsschule, welche eine vierklassige Volksschule ist.

Um in die vorbereitende Klasse eines Lehrerseminariums aufgenommen zu werden, muß der Kandidat volle 14 Jahre alt sein.

Behufs praktischer Vorbildung für ihren künftigen Beruf wohnen die Zöglinge der III. Klasse des Seminars dem Unterrichte in der Übungsschule in bestimmten Stunden bei und besprechen darauf das Gehörte mit dem Lehrer in besonderen Konferenzen. Jeder Zögling der IV. Klasse gibt selbst wöchentlich zwei im voraus schriftlich von ihm ausgearbeitete Stunden Unterricht in der Übungsschule unter der Kontrolle des Lehrers und bei Anwesenheit aller seiner Kameraden; darauf werden diese Unterrichtsstunden in besonderen Konferenzen von allen Zöglingen der IV. Klasse mit dem Lehrer besprochen.

Der gegenwärtig geltende Lehrplan für die Lehrerseminarien ist im Jahre 1909 eingeführt worden.

2. Der mathematische Unterricht.

In der vorbereitenden Klasse wird einfach der Lehrstoff der Bürgerschule wieder durchgenommen.

Der Lehrstoff des eigentlichen Seminars wird folgendermaßen auf die vier Klassen verteilt:

Erste Klasse.

(4 Stunden wöchentlich.)

Arithmetik. Allgemeiner Begriff einer Größe und einer Zahl. Die vier Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen, Die ganzen Zahlen angesehen als Polynome, welche nach Potenzen der Zahl 10 geordnet sind. Die Teilbarkeitsmerkmale der ganzen Zahlen durch gewisse besondere Divisoren (2, 4, 8, 3, 9, 11). Der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache zweier oder mehrerer Zahlen. Gemeine Brüche und Dezimalzahlen. Verhältnisse und Proportionen. Potenzieren und Radizieren. Kopfrechnen.

Geometrie. Kongruenz und Flächeninhalt geradliniger Figuren.

Zweite Klasse.

(3 Stunden wöchentlich.)

Arithmetik. Kurze Wiederholung des in der vorigen Klasse aus der Algebra Erlernten. Operieren mit zusammengesetzten algebraischen Ausdrücken. Gleichungen ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten nebst Anwendungen auf Aufgaben aus dem praktischen Leben. Die Regeldetri. Kopfrechnen.

Geometrie. Ähnlichkeit geradliniger Figuren. Theorie des Kreises und die wichtigsten Eigenschaften der Kegelschnitte.

Dritte Klasse.

Arithmetik. Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten nebst Anwendungen auf praktische Aufgaben.

Anfangsgründe der kaufmännischen Arithmetik: Die einfache Buchhaltung in ihrer Anwendung auf kleine Geschäfte. Das Kopfrechnen.

Geometrie. Stereometrie. Konstruktion von Polyedernetzen. Das Messen von Grundstücken mit den einfachsten Mitteln. Das Zeichnen leichter Situationspläne.

Vierte Klasse.

Wiederholung des Lehrstoffes der vorigen Klassen. Besonderes Studium der Unterrichtsmethoden und der Schulbücher für die galizischen Volksschulen.

3. Das Prüfungswesen.

Diejenigen Kandidaten, welche mit gutem Erfolge eine Bürgerschule absolviert haben, werden ohne Prüfung in die Vorbereitungsklasse aufgenommen; sonst müssen sie sich einer Prüfung, welche unter andern auch das Rechnen umfaßt, unterziehen.

Nach Absolvierung der zweiten Klasse des Seminars haben die Zöglinge eine Reifeprüfung zu bestehen.

Das betreffende Reifezeugnis berechtigt den Kandidaten zur provisorischen Bekleidung der Stellung eines Lehrers in einer allgemeinen Volksschule. Frühestens nach zwei Jahren einer erfolgreichen Lehrtätigkeit kann der Kandidat sich einer Prüfung zur Erlangung des Patentes eines Volksschullehrers unterziehen. Die betreffende Prüfungskommission wird durch den Minister für Kultus und Unterricht auf eine Zeitdauer von drei Jahren ernannt. Das nach bestandener Prüfung erlangte Patent berechtigt den Kandidaten zu einer fixen Anstellung als Lehrer an einer allgemeinen Volksschule. Frühestens ein Jahr nach der Erlangung des Lehrerpatentes für eine allgemeine Volksschule und nach einer sehr erfolgreichen Lehrtätigkeit während dieser Zeit kann sich der Lehrer einer Prüfung zur Erlangung des Lehrerpatentes für eine Bürgerschule unterziehen. Diese Prüfung wird vor einer besonderen vom Minister für Kultus und Unterricht ernannten Kommission abgehalten. Für Galizien gibt es zwei solche Kommissionen, von denen die eine in Krakau und die andere in Lemberg ihren Sitz hat. Um den Kandidaten die Vorbereitung zur Bürgerschulprüfung zu erleichtern, errichtet der Landesschulrat an den Lehrerseminarien und auch an anderen Lehranstalten einjährige Kurse für Volksschullehrer, und zwar können nur solche Lehrer, welche die Prüfung zur Erlangung des Volksschullehrerpatentes mit Auszeichnung bestanden haben, um die genannten Kurse zu besuchen, für ein Jahr mit vollem Gehalte beurlaubt werden. Zum Besuche dieser Kurse können auch solche Abiturienten der Lehrerseminarien zugelassen werden, welche die Reifeprüfung mit Auszeichnung bestanden haben.

4. Ausbildung der Lehrkräfte für Lehrerseminarien.

Von den Lehrern an den Lehrerseminarien werden dieselben Qualifikationen gefordert wie von den Mittelschullehrern.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 9.

DER UNTERRICHT IN DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

AN DEN

REALSCHULEN UND REALGYMNASIEN

VON

PROFESSOR AUGUST ADLER,
DIREKTOR DER K. K. STAATSREALSCHULE IM 7. BEZIRKE WIENS.

DER UNTERRICHT IN DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

AN DEN

TECHNISCHEN HOCHSCHULEN

VON

DR. E. MÜLLER,
O. Ö. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN.

WIEN 1911.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

DER UNTERRICHT IN DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

AN DEN

REALSCHULEN UND REALGYMNASIEN

VON

PROFESSOR AUGUST ADLER,
DIREKTOR DER K. K. STAATSREALSCHULE IM 7. BEZIRKE WIENS.

Inhalt.

Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den Realschulen und Realgymnasien.

Von Professor **August Adler**, Direktor der k. k. Staatsrealschule im 7. Bezirke Wiens.

A. Geschichtliche Bemerkungen.

1. Im Jahre 1770 wurde in Wien die Real-Handelsakademie mit zwei Jahrgängen errichtet; sie war der erste Versuch der Einbürgerung des höheren realistischen Unterrichtes in Österreich.

Diese „Realschule“ erfuhr mancherlei Wandlungen; ihre Schicksale gewannen aber für alle ähnlichen Unterrichtsanstalten Österreichs vorbildliche Bedeutung. Nach ihrem Muster wurden 1811 in Brünn, 1815 in Brody, 1817 in Lemberg und Triest Schulen gegründet.

2. Im Jahre 1815 wurde das Wiener polytechnische Institut errichtet und die Verbindung der obenerwähnten „Wiener Realschule“ mit diesem Institut angeordnet. Der Lehrer der Naturwissenschaften an der Wiener Realschule Johann Josef Prechtl hatte die Organisationspläne für das polytechnische Institut verfaßt; er wurde sein erster Direktor.

Die Wiener Realschule selbst führte jetzt den Titel „Realschule des polytechnischen Instituts“; sie bestand aus zwei Jahrgängen und blieb bis zum Beginne des Schuljahres 1851/52 Glied des polytechnischen Instituts.

3. Am 23. März 1848 wurde das k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht geschaffen. Es schritt sofort zu der unerläßlich erscheinenden, durchgreifenden Reform der Gymnasien und Realschulen.

Am 16. September 1849 erschien der von Feuchtersleben und Exner sorgfältigst vorbereitete „Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Österreich“. Dieser heute

noch in vielem mustergültige, grundlegende Entwurf*) wurde am 2. März 1851 genehmigt.

Mit dieser kaiserlichen Verordnung wurde auch die „Wiener Realschule" vom polytechnischen Institut getrennt und wurden gleichzeitig zwei k. k. Oberrealschulen in Wien (auf der Landstraße**) und am Schottenfelde***) errichtet. Die Schottenfelder Oberrealschule erhielt das Inventar der Wiener Realschule; sie kann daher als Fortsetzung der Wiener Realschule und damit als die älteste Realschule†) Österreichs bezeichnet werden.

4. Rasch hintereinander wurden nun in den größeren Städten Österreichs Realschulen errichtet. Ihre Lehrpläne wurden durch das Organisationsstatut vom 13. April 1851 bestimmt (dieses Statut ist wieder abgedruckt in der 2. Auflage des Organisationsentwurfes Wien 1871, k. k. Schulbücherverlag). Die Realschule bestand ihm zufolge aus sechs Klassen.

Diese Organisation der Realschule, in die eine Art gewerblichen Unterrichtes hineingelegt wurde, überdauerte zwei Jahrzehnte. In den letzten Jahren dieser Epoche wurde aber der Wunsch, die Realschulen mit größerem humanistischen Bildungsinhalte auszustatten, immer allgemeiner und dringender.

5. Die fühlbarsten Gebrechen der bestehenden Unterrichtsordnung wurden zunächst durch die Verordnung vom 21. August 1867 beseitigt. Die Unterrealschule wurde auf vier, die Oberrealschule auf drei, die vollständige Realschule also auf sieben Jahrgänge erweitert. Der Zweck der Realschule sollte von nun an sein: Eine allgemeine Bildung mit besonderer Berücksichtigung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer zu geben.

Nur das Lehrziel und die Verteilung des Lehrstoffes auf die einzelnen Klassen wurden von der Regierung festgestellt; die methodische Durchführung wurde dem Lehrkörper und den einzelnen Lehrern selbst überlassen, wie dies auch im Jahre 1851 der Fall war.

6. Auf Grund der gemachten Erfahrungen wurde im Jahre 1879 ein Normallehrplan für Realschulen in Österreich herausgegeben (im k. k. Schulbücherverlag in Wien); ein Jahr nachher

---

*) Im k. k. Schulbücherverlage in Wien erschien 1871 ein Wiederabdruck (als 2. Auflage) des Organisationsentwurfes. Diese Neuauflage enthält: I. Einen Gymnasialplan, II. einen Plan der Realschulen. Der Gymnasialplan enthält bereits Instruktionen für den Unterricht in den einzelnen Lehrgegenständen.

**) Gegenwärtig: K. k. Staatsrealschule im III. Bezirke Wiens.

***) Gegenwärtig: K. k. Staatsrealschule im VII. Bezirke Wiens.

†) Gegenwärtig ist in Österreich nur der Name „Realschule" gebräuchlich; jede österreichische Realschule besteht, sobald sie vollständig ist, aus einer Unterrealschule (die ersten 4 Klassen) und einer Oberrealschule.

wurde übrigens schon eine Änderung in der Verteilung des geometrischen Lehrstoffes der Unterrealschule vorgenommen.

Im Anschlusse an diesen Normallehrplan erschienen zum erstenmale Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen in Österreich; sie sollten eine Erläuterung zu dem in kurzen Zügen abgefaßten Lehrplane bieten, seine Absichten verdeutlichen und an bewährten Beispielen veranschaulichen.

7. Dieser Normallehrplan für die Realschulen hatte zwei Jahrzehnte Gültigkeit. Immer häufiger auftretende Klagen über zu große Anforderungen an die Schüler und über nicht befriedigende Erfolge der humanistischen Seite der Realschulbildung machten das Erscheinen eines neuen Normallehrplanes (1898) notwendig; eine Neubearbeitung der „Instruktionen wurde 1899 herausgegeben. Dieser neue Normallehrplan hatte nur ein Jahrzehnt Bestand.

8. Die wiederholt und von verschiedenen Seiten in dringendster Weise verlangte Entlastung der Schüler, die Fortschritte der Wissenschaften und die didaktischen Verbesserungen, ferner die geänderten Auffassungen über Ziel und Wege des Unterrichtes in den einzelnen Lehrfächern, endlich der Wunsch, daß der Schüler möglichst viel in der Schule selbst erarbeite, von häuslicher Arbeit tunlichst befreit werde, machten eine tiefergehende Änderung im Unterrichtsplane nötig.

Ein neuer Normallehrplan erschien am 8. April 1909. Eine Änderung des Charakters der Realschule wurde dabei nicht ins Auge gefaßt, auch schon aus dem Grunde nicht, weil kurz vorher über vielfachen Wunsch das achtklassige Realgymnasium und das achtklassige Reform-Realgymnasium geschaffen wurden, Mittelschularten, die zwischen der Realschule und dem Gymnasium stehen.

Literatur zur Geschichte der österreichischen Realschulen.

1. An erster Stelle sind hier zu nennen die Abhandlungen:

a) „Zur Geschichte der Realschule Wiens“ von Johann Engel im I. Jahresberichte der k. k. Oberrealschule am Schottenfelde in Wien, für das Studienjahr 1851/52, Seite 1 bis 12, Quartformat.

b) „Fünfundzwanzig Jahre Realschul-Geschichte“ von Dr. Josef Kolbe im 1. Jahrgang der Zeitschrift für das Realschulwesen, Seite 1 bis 9, 1876.

c) „Realschule, I. Geschichte“ von Dr. Adolf Ficker, umgearbeitet von Dr. Erich Wolf in der Schmid'schen Enzyklopädie des gesamten Erziehungs- und Unterrichtswesens, 5. Band, Seite 373 bis 379, Leipzig 1883.

d) „Zur Geschichte der österreichischen Realschule unter der Regierung Kaiser Franz Joseph I," von Karl Klekler, Direktor der k. k. Staatsrealschule im 7. Bezirke Wiens. Zeitschrift für das Realschulwesen, Jahrgang 1898. Seite 691 bis 752.

2. Geschichtliche Bemerkungen über die österreichische Realschule finden sich auch in den Jahresberichten mancher Realschulen anläßlich ihrer Schuljubiläen, so insbesondere in der Festschrift zum 50. Jahresberichte der Schottenfelder k. k. Staatsrealschule im 7. Bezirke in Wien für das Studienjahr 1900/01 in der Arbeit „Vorgeschichte, Gründung und Geschichte der Schottenfelder Oberrealschule (Österreichs älteste Realschule)" von Moriz Kuhn, Seite 1 bis 92.

Genannt sei noch der Aufsatz von Robert Kirchberger „Die darstellende Geometrie an unserer Realschule seit derem Bestande" im 31. Bande der Zeitschrift für das Realschulwesen. 1906, Seite 705 bis 719.

3. Für das Gedeihen einer jeden Schulgattung ist eine Zeitschrift von größtem Werte. Die österreichische Realschule besitzt glücklicherweise seit langem die vortrefflich geleitete „Zeitschrift für das Realschulwesen".

Ihr 1. Jahrgang wurde (1876) herausgegeben von Dr. Josef Kolbe, J. C. V. Hoffmann, W. F. Warhanek, der 2. bis 13. von Dr. Josef Kolbe, Adolf Bechtel, Moriz Kuhn, der 14. (1889) bis 22. (1897) von Dr. Josef Kolbe, Adolf Bechtel, Moriz Glöser; seit 1898 wird die Zeitschrift für das Realschulwesen herausgegeben von Emanuel Czuber, Adolf Bechtel und Moriz Glöser.

In dieser Zeitschrift erschienen zahlreiche, die darstellende Geometrie und ihren Unterricht betreffende Abhandlungen, die auch mitbestimmend waren bei der Abfassung der Normallehrpläne und der Instruktionen. Die Lehrer der darstellenden Geometrie an den österreichischen Realschulen waren in ihrem Fache schriftstellerisch sehr tätig; zahllose Programmarbeiten in den Jahresberichten der Realschulen zeugen auch dafür.

Bemerkt sei, daß das seit dem Jahre 1869 erscheinende Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht seit 1876 jährlich ein Verzeichnis sämtlicher in Österreich in dem betreffenden Jahre veröffentlichten Programmarbeiten bringt.

Die „Zeitschrift für das Realschulwesen" ist übrigens nicht die erste in Österreich herausgegebene Zeitschrift für Realschulen. Schon 1857 erschien „Die Realschule, ein Organ für österreichische Real-, Handels- und Gewerbeschulen"; ihr

1. und ihr 2. Jahrgang wurden herausgegeben von E. Hornig und W. F. Warhanek, ihr 3., 4., 5. Jahrgang von A. Schmidt und W. F. Warhanek, ihr 6. und ihr 7. (letzter) Jahrgang von Dr. B. Kopetzky, A. Král, W. F. Warhanek. Der 3., 4., 5. Jahrgang dieser Zeitschrift führen auch den Titel: „Zeitschrift für die österreichischen Realschulen und verwandten Lehranstalten", der 6. und 7. Jahrgang den Titel: „Zeitschrift für Realschulen und Gymnasien und verwandte Lehranstalten."

Nach einer Pause von 7 Jahren erschien „Die Realschule, Zeitschrift für Realschulen, Bürgerschulen und verwandter Lehranstalten", herausgegeben von Ed. Döll, der erste Jahrgang 1871, der zweite 1872 (Redaktion: Ed. Döll und M. Kuhn), der dritte 1873, der vierte und letzte 1875.

B. Ziel und Umfang des Unterrichtes.

I. Realschulen.

1. Nach dem Lehrplane vom 8. April 1909 beginnt der Unterricht im geometrischen Zeichnen mit der 2. Klasse und wird hier, wie auch in der 3. Klasse vom Lehrer der Mathematik in wöchentlich zwei aufeinanderfolgenden Stunden erteilt. Das geometrische Zeichnen steht lehrplanmäßig in beiden Klassen in Verbindung mit dem Unterrichte in der Arithmetik und Geometrie.

In der 4. Klasse wird der Schüler (nach der Behandlung der Kegelschnitte) durch die Projektionslehre in die darstellende Geometrie eingeführt; dem Unterrichte sind in dieser Klasse 3 Stunden wöchentlich zugewiesen. Die darstellende Geometrie selbst wird in der 5. und 6. Klasse in je 3 und in der 7. Klasse in 2 Stunden wöchentlich gelehrt.

2. Das **Lehrziel für das geometrische Zeichnen auf der Unterstufe** (2. bis 4. Klasse) ist: „Fertigkeit im Linearzeichnen, namentlich auch in der zeichnerischen Durchführung geometrischer Konstruktionsaufgaben; Darstellung einfacher Gegenstände durch Projektionen."

Das **Lehrziel für die darstellende Geometrie auf der Oberstufe** (5. bis 7. Klasse) ist: „Kenntnis der wichtigsten Gesetze und Aufgaben der orthogonalen Projektionsmethode, der Grundbegriffe der schiefen Projektion und der Perspektive nebst ihren Anwendungen auf die Darstellung einfacher technischer Objekte."

3. Zu diesen Lehrzielen gelangt der Lehrplan durch folgende **Lehrstoffverteilung:**

a) Die Einführung in die Raumlehre*) in der ersten Klasse umfaßt: Vorübungen im Anschauen einfacher Körperformen, namentlich des Würfels und der Kugel, Übungen im Gebrauch von Zirkel, Lineal, Dreieck, Maßstab, Transporteur. Messen und Zeichnen von Gegenständen in der Umgebung. Vertrautwerden mit den Eigenschaften und Beziehungen einfachster individueller Raumgebilde (Winkel von 90°, 60°, gleichschenklige, rechtwinklige, gleichseitige Dreiecke u. dgl.), Parallel- und Normalsein von Geraden und Ebenen an individuellen Flächen- und Körperformen.

b) Raumlehre in der zweiten Klasse: Anschauung der Symmetrie von körperlichen und ebenen Gebilden. Einsicht in die ausreichenden Bestimmungsstücke einer ebenen Figur durch Konstruktion. Mannigfaltige Anwendungen zu Vermessungen im Schulzimmer, womöglich auch im Gelände, Dreiecke, Vierecke, Vielecke (namentlich regelmäßige), Kreise.

Für das geometrische Zeichnen in der 2. Klasse bestimmt der Lehrplan von 1909: „Fortgesetzte Übungen im Gebrauch der Zeicheninstrumente. Konstruktionsaufgaben im Anschluß an den Lehrstoff der Raumlehre, auch angewendet auf das Zeichnen einfacher geometrischer Zierformen.“

c) Der geometrische Lehrstoff der dritten Klasse umfaßt: Die Flächenverwandlung und die Flächenberechnung; den pythagoräischen Lehrsatz mit reichlichen Veranschaulichungen und Anwendungen; die graphische Darstellung der vier Rechnungsarten, der Ausdrücke für $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$ usw.; die Betrachtung der Änderung der Längen-, Flächen- und Raumausdehnungen der (in unmittelbarer Anschauung und beim Zeichnen in verjüngtem Maßstabe) als ähnlich erkannten Figuren.

Das geometrische Zeichnen in der 3. Klasse ist eine Fortsetzung und Erweiterung der Übungen der 2. Klasse.

d) Der Unterricht im geometrischen Zeichnen in der vierten Klasse beginnt mit der Darstellung der Kegelschnittslinien auf Grund ihrer Brennpunkteigenschaften. Die Konstruktion der Tangenten in einem Punkte oder von einem Punkte außerhalb des Kegelschnittes ist dabei zu lehren.

---

*) Der Lehrplan für Geometrie in der 1., 2. und 3. Klasse ist bereits in dem Berichte: Der mathematische Unterricht an den Realschulen von Franz Bergmann. 1. Heft. Seite 7 bis 10 angegeben; er mußte hier wiederholt werden, soweit er mit dem geometrischen Zeichnen zusammenhängt.

Daran schließt sich: Anschauungsmäßiges Zeichnen von Grund und Aufriß einfacher Körper in besonderen Lagen gegen die Rißebenen. Geometrische Festsetzung der Begriffe Grund- und Aufriß für Punkte, Linien usw. Ermittlung der Länge und Tafelneigung von Strecken sowie der Gestalt geradliniger, in projizierenden Ebenen liegender Figuren. Darstellung ebenflächiger Körper in gedrehten Stellungen. Zeichnen von Seiten- und Schrägrissen solcher Körper. Schnitte mit projizierenden Ebenen, Netze ebenflächiger Körper. Einfache Schattenkonstruktionen für diese Körper bei Parallelbeleuchtung.

Die Lagenbeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen sind bei sich ergebenden Gelegenheiten zu erörtern.

e) Die Oberstufe beginnt in der fünften Klasse im engen Anschluß an den Unterricht in der 4. Klasse und umfaßt:

„Systematische Durchführung der Grundaufgaben der darstellenden Geometrie über Punkte, Geraden und Ebenen, mittels Auf- und Grundrisses unter gelegentlicher Benutzung des Kreuzrisses oder anderer Seitenrisse. Anwendung dieser Konstruktionen zur Lösung zusammengesetzter Aufgaben, insbesondere zur Darstellung regelmäßiger Prismen und Pyramiden von vorgeschriebener Gestalt und Lage samt ihren Schatten, zur Ermittlung ebener Schnitte von Prismen, Pyramiden oder anderen ebenflächigen Körpern und deren Netzen, ferner zur Aufsuchung der Durchdringungsfigur zweier solcher Körper in den einfachsten Fällen."

f) Lehrstoff für die sechste Klasse ist:

„Darstellung des Kreises in Normalrissen, Schlagschatten des Kreises auf Ebenen bei Parallelbeleuchtung. Schrägriß des Kreises. Ableitung der konstruktiv wichtigsten Eigenschaften der als Normal- oder Schrägriß aufgefaßten Ellipse aus den entsprechenden Eigenschaften des Kreises. Darstellung von Zylindern und Kegeln (hauptsächlich Drehzylindern und Drehkegeln) und daraus zusammengesetzten Körperformen auch im Schrägriß. Berührungsebenen an Kegel- und Zylinderflächen. Ebene Schnitte, Netze und leichtere Fälle von Durchdringungen dieser Flächen. Schattenkonstruktionen für Parallelbeleuchtung. Näheres Eingehen auf die ebenen Schnitte von Drehkegeln; Ableitung der konstruktiv wichtigsten Eigenschaften dieser Schnittlinien.

Darstellung der Kugel, ihrer ebenen Schnitte und Berührungsebenen; Konstruktion der Eigenschattengrenze und des Schlagschattens auf Ebenen für Parallel- und Zentralbeleuchtung".

g) In der siebenten Klasse ist zu lehren:

„Darstellung von Drehflächen, deren Achsen zu einer Rißebene senkrecht stehen, Berührungsebenen und ebene Schnitte.

Die Grundbegriffe der Perspektive, soweit sie zur Darstellung eines durch Normalrisse gegebenen ebenflächigen Gegenstandes erforderlich sind.

Wiederholung und Ergänzung des behandelten Gebietes der darstellenden Geometrie an lehrreichen zusammengesetzten Aufgaben, die sich auch auf praktische Anwendungen beziehen sollen."

II. Realgymnasien.*)

1. Für das geometrische Zeichnen sind im Lehrplane dieser achtklassigen Anstalt keine Unterrichtsstunden vorgeschrieben, wie dies für Realschulen der Fall ist. Im übrigen stimmen die Vorschriften für den Unterricht in der Geometrie für die ersten drei Klassen mit denen des Realschullehrplanes überein.

2. Der Unterricht in der darstellenden Geometrie wird in der fünften und sechsten Klasse durch zwei Stunden in der Woche erteilt und hat als Ziel: „Sicherheit in der Darstellung der wichtigsten Körperformen durch Normalrisse und Fertigkeit im Erfassen der gestaltlichen Verhältnisse von Körpern, die durch solche Risse gegeben sind."

3. Die Einführung in die darstellende Geometrie in der fünften Klasse stimmt mit der in die Projektionslehre der vierten Realschulklasse fast überein: „Anschauungsgemäßes Zeichnen von Grund- und Aufriß einfacher Körper in besonderen Lagen gegen die Rißebenen. Geometrische Festsetzung der Begriffe Grund- und Aufriß für Punkte, Linien usw. Hauptgesetze über die Risse eines Punktes. Darstellung ebenflächiger Körper in gedrehten Stellungen. Zeichnen von Seiten und Schrägrissen solcher Körper."

Dann sind in der fünften Klasse noch zu nehmen: „Konstruktion der Schnitte von Geraden mit Ebenen, von Ebenen untereinander und von ebenflächigen Körpern mit Ebenen. Schattenkonstruktionen für ebenflächige Körper bei Parallelbeleuchtung.

Lösung der allerwichtigsten Grundaufgaben, anknüpfend an die Körperdarstellung. Zeichnen von Körpernetzen."

4. Der Lehrstoff für die sechste Klasse der Realgymnasien ist:

„Gestaltermittlung einer durch Normalrisse gegebenen ebenen Figur und Zeichnen der Normalrisse einer ebenen Figur von vorgeschriebener Gestalt und Lage. Anwendung dieser beiden Konstruktionen zur Lösung verschiedener Aufgaben, insbesondere zur Darstellung regelmäßiger Prismen und Pyramiden von vorgeschriebener Gestalt und

---

*) Nach dem „Normallehrplane des achtklassigen Realgymnasiums" vom 8. August 1908.

Lage. Darstellung von Kreisen, Drehkegeln und Drehzylindern oder daraus zusammengesetzten Körperformen auch im Schrägriß.

Darstellung von Kugeln und Drehkörpern.

Ebene Schnitte von Zylindern, Kegeln, Kugeln und Drehkörpern. Die einfachsten Schattenkonstruktionen für Zylinder, Kegel und Kugel."

III. Reform-Realgymnasium.

Das Reform-Realgymnasium ist eine achtklassige Mittelschule, die durch die Verordnung des k. k. Ministers für Kultus und Unterricht vom 8. August 1908 ins Leben gerufen wurde.

Die Unterstufe des Reform-Realgymnasiums umfaßt vier Klassen und hat genau denselben Lehrplan wie die Unterrealschule.

Die Oberstufe besteht aus vier Klassen, in denen lateinische Sprache, eine zweite lebende Sprache, Freihandzeichnen obligate Lehrgegenstände sind. Der Lehrplan der Oberstufe gleicht sonst ganz dem Lehrplane eines humanistischen Obergymnasiums; die griechische Sprache wird aber nicht gelehrt.

Darstellende Geometrie wird auf der Oberstufe nicht obligat gelehrt.

IV. Gymnasium.

An diesen Anstalten sind geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie nicht obligate Unterrichtsgegenstände.

Vereinzelt wird auch im humanistischen Obergymnasium*) darstellende Geometrie als freier Gegenstand vom Professor des Freihandzeichnens gelehrt. Die Schüler des Untergymnasiums müssen im Gebrauche des Zirkels und des Lineals geübt werden. Die Schüler des Obergymnasiums lernen einige Grundsätze der darstellenden Geometrie im stereometrischen Unterrichte kennen; der Lehrplan schreibt nämlich vor: „Dem stereometrischen Unterrichte in der 5. Klasse wird eine Anleitung zur korrekten Herstellung von Schrägrissen und zur Verwendung senkrechter Parallelprojektion vorausgeschickt, die den Schüler in den Stand setzt, einfache übersichtliche Raumgebilde richtig wiederzugeben und die hierdurch einer nachdrücklichen Pflege des räumlichen Anschauungsvermögens dient."

---

*) Siehe Dr. E. Dintzl: „Der mathematische Unterricht an den Gymnasien". Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich, Heft 3, 12. Abschnitt.

C. Überblick über frühere Lehrpläne.

Österreich gilt seit langem als das „Land der darstellenden Geometrie". Der Leser wird sich daher nicht nur für den gegenwärtigen Lehrplan, der übrigens erst vom Schuljahre 1911/12 angefangen in allen Klassen einzuhalten ist, interessieren, sondern auch für die Lehrpläne vergangener Zeiten.

1. Das oben erwähnte **Organisationstatut vom Jahre 1851** enthält das Wort „darstellende Geometrie" überhaupt nicht; es verbindet das geometrische Zeichnen mit dem Freihandzeichnen unter dem Titel „Zeichnen". (Nur in der 2. Klasse wird Geometrie vom Zeichnen getrennt).

Als Ziel des Unterrichtes im Zeichnen wird im Organisationsstatut gefordert:

a) Für die Unterrealschule (die ersten 3 Klassen): „Übung in der Formenauffassung überhaupt und Gewandtheit in der Wiedergabe derselben";

b) für die Oberrealschule (die 4., 5. und 6. Klasse): „Fortbildung der Schüler in der Geschicklichkeit des freien Handzeichnens und in der Fertigkeit der linearen Konstruktion mit Hinwirkung auf die Bildung ihres Geschmackes sowohl, als auch auf die Überwindung der Schwierigkeiten beim Linearzeichnen nach den Regeln der Projektions-, der Schattenlehre und der Elemente der Linearperspektive".

Wie dieses Ziel erreicht wurde, ersieht man aus den Jahresberichten älterer Realschulen. Der Jahresbericht 1852/53 der k. k. Staatsrealschule im VII. Bezirke Wiens z. B. enthält folgenden streng nach dem Organisationsentwurf (wie es im Jahresbericht heißt) in dem Berichtsjahre eingehaltenen Lehrplan:

1. Klasse*) (10 Wochenstunden): „Elemente der Geometrie in Verbindung mit dem Zeichnen geometrischer Formen aus freier Hand; perspektivisches Zeichnen geometrischer Objekte aus freier Hand; perspektivisches Zeichnen aus freier Hand der regelmäßigen Polyeder, des Zylinders, des Kegels, der Pyramide, der Kugel: Schatten dieser Körper. — Dann Fortsetzung der Geometrie und des geometrischen Zeichnens mit Zirkel und Lineal".

2. Klasse (1. Semester: 2, 2. Semester: 3 Wochenstunden): „Das Wichtigste aus der Planimetrie: Flächen- und Körperberechnung (Toisieren); die Kegelschnittslinien; Situationszeichnen; Vermessungen auf dem Felde".

3. Klasse: (2 Wochenstunden): „Baukunst".

*) Die Schüler durchschnittlich 11 Jahre alt.

4. Klasse (2 Stunden wöchentlich): „Entwerfen ebener geometrischer Formen, einfache Regeln der Perspektive, Rotationsflächen, freies Auffassen regelmäßiger Polyeder; geometrische Konstruktionen mit Zirkel und Lineal; die Elemente der Projektionslehre."

5. Klasse (4 Wochenstunden): „Regeln der freien Perspektive nach der Anschauung, Zeichnen verschiedener Körper (Baudetails) aus freier Hand nach den Regeln der Perspektive; Projektionslehre in Verbindung mit Dachausmittlung, Steinschnitt und Schattenlehre; Linearperspektive mit Anwendung auf praktisch vorkommende Gegenstände".

6. Klasse (4 Stunden wöchentlich): „Zeichnen von Baudetails und ganzen Gebäuden nach Vorlegeblättern, Zeichnen von Maschinenbestandteilen nach Vorlegeblättern und Modellen, teils auch nach den im Zeichensaale gehaltenen Vorträgen. Im 2. Semester Exkursionen, um Kirchen aufzunehmen nach den Regeln der freien Perspektive".

2. Obiger Lehrplan stellte an die Schüler und auch an die Lehrer hohe Ansprüche; es wurden aber an ihm jedes Jahr kleinere und auch größere Änderungen vorgenommen, wie sich aus den Jahresberichten der k. k. Staatsrealschule im VII. Bezirke Wiens ergibt. Im Schuljahre 1856/57 wurde an dieser Anstalt zum ersten Male ein Lehrbuch der darstellenden Geometrie, und zwar das von Schnedar benutzt; es nimmt offenkundig Einfluß auf die Lehrpläne der folgenden Jahre.

Die dringend notwendige gründliche Änderung des Lehrplanes trat aber erst im Schuljahre 1868/69 ein. Der Jahresbericht für 1870/71 der wiederholt genannten Realschule gibt folgenden Lehrplan für das Berichtsjahr:

1. Klasse (6 Wochenstunden): „Grundbegriffe der Geometrie über Punkt, gerade Linie, Kurve, Dreieck, Viereck, Polygon, Kongruenz, Ähnlichkeit, Kreis, Ellipse, Vorführung einfacher Körper, Zeichnen von geometrischen Gebilden und Ornamenten aus freier Hand."

2. Klasse (3 Stunden): „Wiederholung und Weiterführung des in der 1. Klasse Gelernten; es wird aber nicht mehr aus freier Hand, sondern mit Zirkel und Lineal gearbeitet. Flächenberechnung."

3. Klasse (3 Stunden): „Das Wichtigste aus der Stereometrie mit Einschluß von Volumsberechnungen; Elemente der Projektionslehre, Darstellung technischer Objekte nach kotierten Tafelzeichnungen."

4. Klasse (3 Stunden): „Konstruieren von Dreiecken, Vierecken, Kreisen, Kegelschnitten, Zykloiden; graphisches Rechnen; Elemente der darstellenden Geometrie. (Punkt, Gerade und Ebene)."

5. Klasse (3 Stunden): „Elemente der darstellenden Geometrie; Schnitt von Ebenen mit Körpern und krummen Flächen."

6. Klasse (3 Stunden): „Wiederholung des Lehrstoffes der 5. Klasse; körperliche Ecke, Körperschnitte, Kegelschnitte, Berührungsebenen, Durchdringungen."

7. Klasse*) (3 Stunden): „Perspektive, Wiederholung und Darstellung technischer Objekte."

3. Der **Lehrplan vom 15. April 1879** (im geometrischen Zeichnen etwas abgeändert durch den Ministerialerlaß vom 23. April 1880) regelt den Unterrichtsbetrieb im „Geometrischen Zeichnen" (Genauer: „Geometrie und geometrisches Zeichnen in der Unterrealschule, Elemente der darstellenden Geometrie in der Oberrealschule" in der folgenden Weise:

2. Klasse (3 Stunden):

a) Geometrie. „Elemente der Planimetrie bis zur Flächenberechnung."

b) Geometrisches Zeichnen. „Übungen im Gebrauche der Reißinstrumente. Konstruktionsübungen im Anschlusse an den in der Planimetrie abgehandelten Lehrstoff und unter Berücksichtigung der einfachen ornamentalen Formen."

3. Klasse (3 Stunden):

a) Geometrie. „Flächenverwandlung, Flächenberechnung im Einklange mit dem mathematischen Lehrstoff. Anwendung der algebraischen Grundoperationen zur Lösung einfacher Aufgaben der Planimetrie.

b) Geometrisches Zeichnen. „Die in der 2. Klasse geübten Konstruktionen werden fortgesetzt, mit Berücksichtigung des in der Geometrie behandelten Lehrstoffes vervollständigt und ornamentale Anwendungen auf Fälle und Beispiele aus der technischen Praxis hinzugefügt."

4. Klasse (3 Stunden):

a) Geometrie. „Elemente der Stereometrie. Lage von Geraden und Ebenen gegen einander mit Rücksicht auf die Bedürfnisse des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie. Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel; Größenbestimmung der Oberfläche und des Rauminhaltes dieser Körper."

b) Geometrisches Zeichnen. „Erklärung und Darstellung der Kegelschnittslinien, elementare Entwicklung ihrer wichtigsten Eigenschaften und deren Anwendung zu Tangentenkonstruktionen. — Darstellung des Punktes, der Geraden und der gewöhnlichen geometrischen Körper sowie der einfachsten technischen Objekte mittels zweier Projek-

---

*) Im Schuljahre 1870/71 hatte die Anstalt zum ersten Mal sieben Klassen.

tionsbilder auf Grund bloßer Anschauung und im Anschluß an den zugehörigen Lehrstoff der Stereometrie."

5. Klasse (3 Stunden): „Wiederholung der wichtigsten Lehrsätze über die Lagenverhältnisse der Geraden und Ebenen. Durchführung der Elementaraufgaben der darstellenden Geometrie über orthogonale Projektion mit Rücksicht auf die Bestimmung der Schlagschatten begrenzter Linien und ebener Flächen vorzugsweise bei parallelen Lichtstrahlen."

6. Klasse (3 Stunden): „Orthogonale Projektion der Pyramiden und Prismen, ebene Schnitte und Netze dieser Körper; Schattenbestimmungen. — Das Wichtigste über die Darstellung krummer Linien. — Darstellung der Zylinder-, Kegel- und Rotationsflächen, letztere mit Beschränkung auf die Flächen zweiter Ordnung; ebene Schnitte und Berührungsebenen, sowie einfache Beispiele von Durchdringungen dieser Flächen. — Die Bestimmung der Selbstschatten-Grenzlinien und der Schlagschatten."

7. Klasse (3 Stunden): „Vervollständigung des in der 5. und 6. Klasse vorgenommenen Lehr- und Übungsstoffes, betreffend die Berührungsaufgaben und Schattenkonstruktionen. Elemente der Linearperspektive und Anwendung derselben zur perspektivischen Darstellung geometrischer Körper und einfacher technischer Objekte. Wiederholung der wichtigsten Partien aus dem Gesamtgebiete der darstellenden Geometrie."

Der geometrische Unterricht in der 1. Klasse wurde im „Freihandzeichnen" in wöchentlich sechs Stunden gelehrt; er umfaßte: „Anschauungslehre, Zeichnen ebener geometrischer Gebilde aus freier Hand nach den Vorzeichnungen, die der Lehrer an der Tafel entwirft und mit kurzen zum Verständnisse notwendigen Erklärungen begleitet, nämlich: Gerade und krumme Linien, Winkel, Dreiecke, Vielecke, Kreise, Ellipsen, Kombinationen dieser Figuren. Das geometrische Ornament; Elemente des Flachornamentes."

Der Lehrplan vom Jahre 1879 gab Zeit und Lehrstoff genug, um dem Schüler eine gute geometrische Ausbildung angedeihen zu lassen, insbesondere dann, wenn das Freihandzeichnen in der 1. Klasse vom Lehrer der Geometrie unterrichtet wurde.

4. Der **Lehrplan vom Jahre 1898** verminderte den Lehrstoff und die Unterrichtszeit für das „Geometrische Zeichnen" (genauer wie früher: „Geometrie und geometrisches Zeichnen in der Unterrealschule, Elemente der darstellenden Geometrie in der Oberrealschule") beträchtlich.

Die geometrische Formenlehre in der ersten Klasse wurde jetzt nicht mehr im Freihandzeichnen (sechs Wochenstunden) gelehrt und gründlich eingeübt; sie war im Anschlusse an die Arithmetik in nur einer Stunde wöchentlich durchzunehmen. In der 2., in der 3.

und in der 7. Klasse verlor das „geometrische Zeichnen" je eine Stunde wöchentlich. — In der 4. Klasse entfiel die Lehre von den Kegelschnitten, in der 6. Klasse die Lehre von den Rotationsflächen zweiten Grades (außer Kegel und Zylinder) und in der 7. Klasse entfiel die Perspektive.

Eine gründlichere geometrische Ausbildung der Schüler war nach diesem Lehrplane und der zur Verfügung stehenden Zeit nicht möglich.

5. Der **neue Lehrplan vom Jahre 1909** für das „Geometrische Zeichnen" (jetzt genauer: „Geometrisches Zeichnen in der Unterrealschule, darstellende Geometrie in der Oberrealschule") erhöht wieder den Umfang des Lehrstoffes und die zum Unterrichte verfügbare Zeit. Er geht in manchem auf den Lehrplan vom Jahre 1879 zurück; die Elemente der Perspektive, auch die Rotationsflächen (Drehflächen) sind wieder zu lehren, dazu ist noch die schiefe Projektion an vielen Beispielen (Schrägrissen) einzuüben.

6. Zum Schlusse sei noch eine Tabelle über die den verschiedenen Lehrplänen entsprechenden wöchentlichen Stundenzahlen für Geometrie und geometrisches Zeichnen, beziehungsweise darstellende Geometrie angefügt.

Lehrplan vom Jahre		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII	Summe der wöchentlichen Stundenzahl	
		Klasse								
1879	Theoretischer Unterricht	*)	1	2	2	2	2	2	11	18 (ohne 1. Klasse)
	Geometrisches Zeichnen	—	2	1	1	1	1	1	7	
1898	Theoretischer Unterricht	1	1	1	1½	2	2	1	9½	16
	Geometrisches Zeichnen	—	1	1	1½	1	1	1	6½	
1909	Theoretischer Unterricht	**) 1	**) 1	**) 1	1	2	2	1	9	18
	Geometrisches Zeichnen	—	2	2	2	1	1	1	9	

*) In Verbindung mit Freihandzeichnen in 6 Stunden wöchentlich.
**) In Verbindung mit Arithmetik.

D. Methodik.

I. Instruktionen für den Unterricht.

1. Im Jahre 1879 erschienen, wie schon oben erwähnt, im Anschlusse an den Normallehrplan zum erstenmale die ausführlichen „Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen in Österreich". Sie sollten, wie es in der Einleitung heißt, dem Lehrer, ohne seiner Selbständigkeit den erwünschten Spielraum zu entziehen, eine Richtschnur für sein Verhalten im Unterrichte bieten und ihn vor Umwegen und Mißgriffen auf dem Wege zum vorgeschriebenen Ziele bewahren; sie sollten aber auch dem zur unmittelbaren Leitung der Lehranstalt sowie den zur Oberaufsicht Berufenen bei der Ausübung ihrer Funktionen dienlich sein. Eine zweite, teilweise geänderte Auflage dieser Instruktionen wurde schon 1881 herausgegeben.

2. Im Jahre 1899 erschien im Anschlusse an den Normallehrplan von 1898 eine Neubearbeitung der Instruktionen. Die neuen Instruktionen sind, was das geometrische Zeichnen und die darstellende Geometrie anbelangt, etwas kürzer gehalten als die früheren Instruktionen; sonst aber stimmen sie mit ihnen meist genau überein.

3. Im Jahre 1909 wurde ein neuer Normallehrplan für die Realschulen herausgegeben. Bei den einzelnen Unterrichtsgegenständen dieses Lehrplanes sind Bemerkungen (im folgenden immer mit „Bemerkungen" bezeichnet), welche die Instruktionen vom Jahre 1899 (im folgenden kurz „Instruktionen" genannt) ergänzen und abändern, „ohne jedoch in den übrigen Teilen ihre Geltung im bisherigen Sinne aufzuheben", wie in der Einbegleitung zum Normallehrplane von 1909 hervorgehoben wird.

4. Alle Normallehrpläne, Instruktionen und Bemerkungen wurden von hervorragenden Fachmännern bei Benutzung von Gutachten, Erörterungen in Fachzeitschriften, Beschlüssen von Fachvereinen sorgfältigst ausgearbeitet; sie enthalten sehr viele gediegene, wertvolle Belehrungen und Winke, obwohl manches der früheren Instruktionen heute nicht mehr als zutreffend angesehen wird. Man kann behaupten, daß die Mehrzahl der Lehrer sich genau an die Instruktionen hielten und auch in Zukunft die Instruktionen und Bemerkungen einhalten werden, wenn auch die Individualität des Lehrers und die Schule, aus der er hervorging, großen Einfluß auf seine Methode haben. Auch die Lehrbücher mußten sich den Instruktionen anpassen, wenn sie die Approbation erlangen wollten. Die Instruktionen sind also von bestimmendem Einfluß auf die Gestaltung des Unterrichtes in Österreich gewesen.

Der Leser erhält aus diesen „Instruktionen" und „Bemerkungen" den besten Einblick in die Unterrichtsmethode der darstellenden

Geometrie an den österreichischen Realschulen; das Nachfolgende ist daher zum Teil ein Auszug aus diesen Instruktionen und Bemerkungen.

II. Geometrisches Zeichnen in der Unterrealschule.

1. Nach den früheren Lehrplänen war Geometrie und geometrisches Zeichnen in der Unterrealschule (1. bis 4. Klasse) eine Unterrichtseinheit, d. h. es wurden beide Fächer von einem Lehrer unterrichtet und im Zeugnisse durch eine Note zensuriert. Nach dem gegenwärtig geltenden Lehrplane (vom Jahre 1909) ist dagegen in der Unterrealschule die Geometrie mit der Arithmetik unter dem Namen „Mathematik" vereinigt; das geometrische Zeichnen bildet für sich einen Gegenstand, der übrigens in der 2. und 3. Klasse von dem Lehrer der Mathematik zu unterrichten ist und der in Verbindung mit der Geometrie steht.

Die Methodik des mathematischen und damit des geometrischen Unterrichtes ist in dem Artikel „Der mathematische Unterricht an den Realschulen" von Schulrat Professor Franz Bergmann im 1. Hefte dieser Berichte, Seite 36 ff eingehend geschildert; im folgenden wird daher nur der Unterrichtsvorgang im geometrischen Zeichnen in der 2. Klasse (2 Stunden), 3. Klasse (2 Stunden), 4. Klasse (3 Stunden), darzulegen sein.

2. Die Schüler werden im geometrischen Zeichnen zunächst mit den einfachsten Zeichenhilfsmitteln bekannt gemacht, über deren Gebrauch, über die Merkmale guter Zeichenrequisiten belehrt; es werden ihnen die häufigst vorkommenden mechanischen Vorrichtungen (z. B. Aufspannen des Zeichenpapiers) gezeigt.

Die ersten Zeichenübungen sind vorbereitende Versuche im Zeichnen von geraden Linien und Kreisbogen. Die Schüler müssen dabei in dem Gebrauche der Reißschiene, der Zeichendreiecke, des Maßstabes, des Transporteurs, der Reißfedern ununterbrochen unterwiesen werden.

Um die unerläßliche Geschicklichkeit in der Handhabung der Zeichenrequisiten zu erreichen, genügt es nicht, daß der Lehrer bei jeder sich darbietenden Gelegenheit (auch in oberen Klassen) darüberspricht, es muß jedem Schüler einzeln an die Hand gegangen werden; dies übersteigt aber bei Klassen mit großer Schülerzahl (die unteren Klassen der Realschulen sind fast ausnahmslos überfüllt) die Kräfte eines Lehrers. Glücklicherweise wird gegenwärtig an vielen Realschulen dem Lehrer im Zeichenunterrichte (auch in dem der darstellenden Geometrie) ein Assistent zur Seite gestellt, sobald die Schülerzahl mehr als dreißig beträgt.

3. Sind die eben erwähnten Vorübungen erledigt, so werden entweder passend gewählte Zierformen gezeichnet oder es schließt sich das Zeichnen dem in der Geometrie (Mathematik) durch genommenen Lehrstoff an. Jede Zeichnung soll vom Lehrer an der Tafel mit Zirkel und Lineal korrekt vorgezeichnet werden. Die Schüler müssen von allem Anfange an zur größten Sorgfalt und Reinlichkeit beim Zeichnen angehalten werden; ihr Bleistift sei stets gut gespitzt, alle ihre Zeichenrequisiten peinlich sauber.

Um bei der Durchführung geometrischer Zeichnungen gleichmäßig vorgehen zu können, müssen die Zeichenblätter einer Klasse gleiches Format besitzen und gleichmäßig beschrieben sein. Beim Zeichnen (insbesondere beim Auftragen der Annahmen) muß ein Maßstab, nötigenfalls auch ein Transporteur benutzt werden. Auf geschmackvolle Ausführung der Zeichnungen und ihrer Beschreibung (für den Text die Rundschrift, für die Figuren die Steinschrift) muß immer streng gehalten werden.

Die Anzahl der in einem Jahre vom Schüler angefertigten Zeichenblätter ist meist gering, denn es kann nur ganz ausnahmsweise gestattet werden, daß die Schüler auch zu Hause an diesen Zeichenblättern arbeiten, obwohl viele Schüler um die Erlaubnis dazu bitten.

In der 4. Klasse sind zunächst die Kegelschnitte auf Grund ihrer Brennpunkteigenschaften darzustellen; es ist dabei das Zeichnen krummer Linien und der Gebrauch des Kurvenlineals einzuüben. Hierauf folgt in dieser Klasse eine Einleitung in die Projektionslehre.

Der Verfasser möchte an dieser Stelle auf ein einfaches, übrigens längst bekanntes Instrument hinweisen, das auffallenderweise noch nicht in die Lehrbücher aufgenommen wurde:

Vier Streifen aus Holz oder starkem Papier werden so miteinander verbunden, daß sie ein in den Eckpunkten A, B, C, D gelenkiges Rechteck samt den Verlängerungen seiner kürzeren Seiten AD und BC nach entgegengesetzten Richtungen bilden. Faßt man dieses Instrument in zwei gegenüberliegenden Eckpunkten des Rechteckes an, so kann man ihm durch Bewegung unschwer die Gestalt eines symmetrischen Trapezes geben; die vier Streifen bilden dabei die Diagonalen AB und CD des Trapezes und seine gleichlangen Seiten AD und CB samt deren Verlängerungen.

Hält man nun die Seite AD z. B. fest, so beschreibt der Schnittpunkt der Diagonalen des Trapezes eine Ellipse, deren Brennpunkte A und D sind; die Punkte B und C beschreiben die Leitkreise, die Symmetrale des Trapezes ist stets Tangente dieser Ellipse. Hält man aber eine der Diagonalen des Instrumentes fest, so beschreibt der Schnittpunkt der beiden gleichlangen Trapezseiten eine Hyperbel, deren Brennpunkte die Endpunkte der festgehaltenen Strecke sind;

die Leitkreise dieser Hyperbel, ihre Tangenten werden auch erhalten etc. . . . .

Dieses leicht herzustellende Instrument bietet so viele Beziehungen mit der in der vierten Klasse zu behandelnden Kegelschnittslehre, es paßt so gut in die Absichten des gegenwärtigen Lehrplanes, daß es wohl verdient, in die Lehrbücher überzugehen.

III. Darstellende Geometrie.

Die Bemerkungen zum Lehrplane 1909 empfehlen einen Unterrichtsvorgang, der in mehreren wichtigen Punkten von dem in den früheren Instruktionen angegebenen abweicht; im folgenden wird darauf wiederholt verwiesen werden. Schon hier aber glaubt der Verfasser sagen zu sollen, daß er mit diesen „Bemerkungen" sich vollständig einverstanden erklären muß nach den Erfahrungen, die er im Unterrichte machte.

a) Aufgabe des Unterrichtes.

Jetzt wie früher wird als Hauptaufgabe des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie die Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens bezeichnet; daneben soll noch eine gewisse Konstruktionsfertigkeit, wie sie für das Studium an der technischen Hochschule unentbehrlich ist, erreicht werden.

Der Lehrplan 1879 und noch mehr der vom Jahre 1898 forderten eine wissenschaftliche, systematische Begründung der Projektionslehre; es wurde mit der Darstellung von Punkten, dann Geraden, Ebenen . . . . begonnen, dann erst wurden Körper dargestellt; Körperformen technischen Charakters waren fast ausgeschlossen. Die „Bemerkungen" verlangen dagegen, daß die Konstruktionsübungen sich möglichst an Körperformen anschließen, daß die Körperdarstellung mehr betont werde und daß sich der Lehrer nicht bloß auf die in der Stereometrie behandelten Grundformen beschränke. „Die darstellende Geometrie soll ja im Realschulunterrichte mehr als eine Methode zur Lösung rein theoretischer Aufgaben der Stereometrie sein; die Schüler sollen vielmehr auch eine Vorstellung davon erlangen, welchen Wert das in dieser Disziplin gewonnene Wissen und Können für das Verständnis und die Beherrschung des praktischen Lebens hat."

b) Unterrichtsmethode im allgemeinen.

1. Das Hauptgewicht im Unterrichte ist auf das anschauliche Erfassen der Konstruktion zu legen; der Schüler muß im Unterrichte angehalten werden, sich ununterbrochen das im Geiste vorzustellen, worüber gesprochen wird. Jede Aufgabe ist zuerst im Raume zu lösen und vom Lehrer mit allen passenden Mitteln zu

veranschaulichen; der Schüler soll gewöhnlich mit eigenen Mitteln (Hefte, Bleistifte . .) diese Veranschaulichung vornehmen.

Die zeichnerische Durchführung einer Aufgabe erfolgt erst dann, wenn ihre Lösung im Raume von den Schülern verstanden wurde. Diese Zeichnung soll der Lehrer in der Regel selbst an der Tafel in korrekter und geschmackvoller Weise entwerfen und zwar stets mit Zirkel und Lineal; Zeichnen aus freier Hand möge dabei tunlichst vermieden werden. „Der Schüler soll zur Überzeugung kommen, daß diese Figuren nicht bloß eine Versinnlichung von Raumfiguren bilden, wie die zum Beweise geometrischer Sätze gezeichneten Figuren, sondern daß ihre Ergebnisse nach Gestalt und Maß verwertbar sein müssen, daß solche Zeichnungen umständlichere oder gar unausführbare Rechnungen ersetzen sollen".

Jedem Leser sind einige Aufgaben bekannt, die für letzteren Zweck passend sind (z. B. die Zusammensetzung von Kräften im Raume). Eine Aufgabe, die der Verfasser regelmäßig durchnimmt, möge erwähnt werden: „Aus drei Punkten, deren gegenseitige Lage völlig gegeben ist, wird gleichzeitig ein Luftballon beobachtet: aus den dabei gefundenen drei Höhenwinkeln des Luftballons ist seine Höhe zu bestimmen". Die zeichnerische Lösung dieser Aufgabe, die mancherlei konstruktives Interesse besitzt, ist unverhältnismäßig kürzer als ihre rechnerische.

2. Der Wortausdruck der Schüler muß stets klar und korrekt sein. Die Verwendung einiger Fachausdrücke ist nötig. Die „Bemerkungen" zeichnen sich auch dadurch aus, daß sie möglichst viel deutsche Fachausdrücke geben, beziehungsweise einführen, z. B. Risse statt Projektionen, Rißebenen statt Projektionsebenen (Grundriß, Aufriß, Seitenriß, Kreuzriß . . . waren schon früher geläufig), Schrägbilder oder Schrägrisse statt schiefer Projektionen, Normalriß, Ordnungslinie (Verbindungslinie von Grund- und Aufriß eines Punktes) statt des früher gebräuchlichen unschönen Wortes „Ordinale".

3. Sehr zu begrüßen ist es auch, daß die „Bemerkungen" auf den Wert der Schrägrisse für den Unterricht hinweisen; die „Instruktionen", die sonst viele wertvolle Bemerkungen enthalten, hatten bedauerlicherweise geradezu abgeraten, perspektivische Bilder (wie es dort heißt) zu verwenden. „denn es sei unpassend, derartige Bilder anzuwenden, bevor sie noch gelehrt worden seien".

Schrägbilder erleichtern außerordentlich das Verständnis der Schüler, wie sicher jeder Lehrer weiß. Die Hauptschwierigkeit bei Beginn des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie liegt zum Teile darin, daß immer zwei Bilder eines Gegenstandes vorliegen, aus denen der Schüler lernen soll, sich den Gegenstand im Raume vorzustellen, ihn „aufzubauen". Das Schrägbild gibt aber nur ein Bild

und wird vom Schüler leicht richtig aufgefaßt, gewöhnlich sogar richtiger als ein Modell[1]), das auf dem Tische steht.

Schrägbilder werden auch in anderen Unterrichtsgegenständen als Erläuterungsfiguren benutzt; der Schüler muß daher schon aus diesem Grunde in der darstellenden Geometrie möglichst bald die richtige Herstellung von Schrägbildern kennen lernen.

4. Die technische Hochschule setzt (in Österreich) Fertigkeit und Genauigkeit im konstruktiven Zeichnen voraus; der zeichnerischen Ausbildung der Schüler ist daher volle Aufmerksamkeit zu schenken; sie gelingt bei größerer Schülerzahl wegen der geringen dafür zur Verfügung stehenden Zeit (die Schüler dürfen nur ganz ausnahmsweise an ihren Zeichnungen auch außerhalb der Schulzeit arbeiten) nur, wenn ein Assistent dem Lehrer zur Seite steht.

5. Lange Zeit war in der darstellenden Geometrie keine einheitliche Bezeichnung vorhanden; es erwuchsen daraus nicht geringe, unnütze Schwierigkeiten im Unterrichte. Josef F. Heller suchte Abhilfe zu schaffen durch die Abhandlung: „Über eine einheitliche Bezeichnung in der darstellenden Geometrie", Zeitschrift f. d. Realschulwesen, 21. Band, 1896, Seite 15—21. Auf Grund dieser Anregungen kamen am 7. deutsch-österreichischen Mittelschultage (Wien, April 1900) viele Lehrer der darstellenden Geometrie überein zu bezeichnen:

„Punkte durch große lateinische, Linien durch kleine lateinische, Ebenen durch griechische Buchstaben; Raumelemente und ihre Ableitungen durch gleiche Buchstaben mit unterscheidenden Beifügungen; Risse durch oben angebrachte Striche, Spuren (von Geraden oder Ebenen) durch unten angebrachte Ziffern, Schatten durch angefügte römische Ziffern, Deckungen durch Einklammerung, Umklappungen (Drehungen um 90°) durch den Zeiger °."

Diese Bezeichnungsweise wird gegenwärtig vielfach, leider aber nicht allgemein, angewendet.

c) Auswahl und Verteilung des Lehrstoffes.

1. In der IV. Klasse läßt man zunächst ganz anschauungsgemäß Grund- und Aufriß eines Quaders, dann die Risse von Prismen, Pyramiden, Drehzylindern, Drehkegeln, Kugeln, zusammengesetzter Körper (auch technische Einzelheiten sind als derartige Körper zu benutzen) zeichnen. Man verwendet dabei auch Modelle, die man im verjüngten Maßstabe zeichnen läßt.

---

[1]) Wertvolle „Modelle für den Unterricht in der darstellenden Geometrie" wurden vor Kurzem konstruiert von Prof. Jos. Mattauch; sie sind bei A. Pichlers Witwe u. Sohn, Wien, V., Margaretenplatz 2 zu beziehen.

Von jedem der dargestellten Körper zeichne der Lehrer Seitenrisse; er gewöhne die Schüler tunlichst bald daran, Aufriß und Seitenriß (insbesondere Kreuzriß) ebenso als zugeordnete Risse anzusehen wie Grund- und Aufriß.

Die „Bemerkungen" empfehlen auch die konstruktive Durchführung der Drehung eines dargestellten Körpers um eine zu einer Rißebene senkrechte Achse, verbunden mit einer Schiebung des Körpers parallel zu dieser Rißebene. Diese Konstruktion läßt sich schon auf dieser Unterrichtsstufe unschwer durchführen. Durch zwei bis dreimaliger Wiederholung solcher Drehungen abwechseind um erst- und zweitprojizierende Achsen werden sehr anschauliche Bilder gewonnen.

An der Hand aller dieser Übungen entwickelt der Lehrer die einfachsten Sätze über Risse von Strecken und Flächen, dann die für die Projektionslehre erforderlichen stereometrischen Begriffe und Sätze; diese Begriffe und Sätze sind aber keineswegs in einem Zuge, sondern immer erst dort zu behandeln, wo sich ihre Einführung unerläßlich zeigt.

2. In der V. Klasse ist stets an den Unterricht in der IV. Klasse anzuschließen und nur allmählig zur abstrakten, systematischen Einführung in die darstellende Geometrie überzugehen.

Den „Instruktionen" folgend wurden früher die Ebenen gleich anfangs durch ihre Spuren bestimmt und Aufgaben mit so gegebenen Ebenen ausgeführt. Jeder erfahrene Lehrer weiß, daß dieser Vorgang den Schülern viele Schwierigkeiten bereitet. Die „Bemerkungen" empfehlen, eine Ebene zunächst als durch ein Dreieck gegeben anzunehmen und bei dieser Annahme die Aufgaben: „Einzeichnen von Geraden und Punkten, von Spurparallelen . . ." durchzunehmen und dann erst auf die Bestimmung der Ebene durch Spuren (als besonderer Fall eines Dreieckes) überzugehen. Diese Darstellung ist, wie die Erfahrung lehrt, für die Schüler viel leichter verständlich; sie schließt sich auch dem technischen Zeichnen an, wo kaum je Spuren von Ebenen zur Anwendung kommen.

Die wenigen Grundaufgaben der darstellenden Geometrie müssen in der 5. Klasse sehr eingehend durchgenommen und sehr oft wiederholt werden; es muß den Schülern gesagt werden, daß die sichere Kenntnis dieser Grundaufgaben für die darstellende Geometrie genau so unerläßlich ist, wie die der einfachsten Rechenregeln und Formeln für die Mathematik. Alle übrigen Aufgaben behandle der Lehrer mehr als Übungsaufgaben, benütze dabei die schon bekannten Seitenrisse und Drehungen als wertvolle Konstruktionsmittel und lasse im übrigen dem Schüler die Freiheit, auch einen längeren Weg einzuschlagen, wenn er nur zu dem angestrebten Ziele führt.

Jede der Grundkonstruktionen soll den „Bemerkungen“ zufolge gleich auf oberflächige Körper angewendet werden; ein sehr richtiger Grundsatz.

Die „Instruktionen“ bezeichneten die Deckelemente (Punkte oder Geraden, von denen eine Projektion zusammenfiel) als ein äußerst fruchtbares Konstruktions- und Erklärungsmittel, was jeder Lehrer bestätigen wird.

3. In der sechsten Klasse hat der Unterricht lehrplangemäß mit der Darstellung des Kreises im Normalriß zu beginnen; dann ist sein Schrägriß als Schatten bei Parallelbeleuchtung zu erklären und es sind daraus die konstruktiv wichtigsten Eigenschaften der Ellipse abzuleiten. Späterhin sind die Ellipse und die Kegelschnitte als Schnitte von Drehkegeln zu betrachten.

Von den in dieser Klasse zu behandelnden Körpern (hauptsächlich Drehzylindern und Drehkegeln und daraus zusammengesetzten Körperformen) sind auch Schrägrisse zu zeichnen, ihre ebenen Schnitte und leichtere Fälle von Durchdringungen sind auch zu behandeln, zum Schlusse noch die Kugel, ihre ebenen Schnitte, ihr Schatten bei Parallel- und Zentralbeleuchtung.

4. In der siebenten Klasse sind nach dem gegenwärtigen Lehrplane auch Drehflächen zu betrachten und die Grundbegriffe der Perspektive zu lehren. Beides war nach dem Lehrplane vom Jahre 1898 nicht gestattet, sehr zum Schaden der geometrischen Ausbildung der Schüler.

In der 7. Klasse ist dann noch die Wiederholung und Ergänzung des behandelten Gebietes vorgeschrieben; die Wiederholung (an lehrreichen zusammengesetzten Aufgaben) namentlich mit Rücksicht auf die Reifeprüfung am Schlusse des Schuljahres. Als Ergänzungen kommen nach den „Bemerkungen“ in Betracht: „Kotierte Projektionen mit Hinweis auf ihre praktische Verwendung, Aufgaben über Dreikante, sphärische Dreiecke, Konstruktion von Sonnenuhren, Projektion der Erde und Himmelskugel mit ihren wichtigsten Kreisen, stereographische Projektion, Darstellung der Schraubenlinie“. Der Lehrer wird den Umständen entsprechend die Auswahl treffen.

IV. Prüfungen, insbesondere die Reifeprüfung.

1. Im Unterrichte der darstellenden Geometrie treten die Prüfungen, namentlich die mündlichen Prüfungen, in den Hintergrund. Derartige Prüfungen werden nur beim Abschlusse einer Lehrstoffpartie (in der 4. und 5. Klasse einer kleineren, in der 6. und 7. Klasse einer größeren) als Wiederholen des durchgearbeiteten Gegenstandes vorgenommen. Bei diesen mündlichen Prüfungen ist auch auf den Wortausdruck des Schülers besonders zu achten. Die Prüfung kann abgebrochen

werden, sobald der Grad des Wissens des Schülers sicher beurteilt werden kann.

Der Lehrer erlangt übrigens ein genaues Urteil über den Stand des Wissens und Könnens der Schüler bei vielen sich darbietenden Gelegenheiten: Durch die Antworten der Schüler bei der kurzen, Wiederholung zu Beginn jeder Unterrichtsstunde, durch die Einsicht in die häuslichen Aufgaben der Schüler (von Woche zu Woche sind von der 4. Klasse an kleine Hausübungen vorgeschrieben), beim Nachsehen und Besprechen der von den Schülern angefertigten Zeichnungen, endlich durch die schriftliche Bearbeitung von Aufgaben („Schularbeiten"), die vom Schüler von Zeit zu Zeit, etwa dreimal im Semester zu leisten sind.

Die Wucht der Angriffe, welche der ganze Unterrichtsbetrieb der Mittelschulen in jüngster Zeit zu bestehen hatte und deren Ergebnis die neuen Lehrpläne von 1909, die neuen Reifeprüfungsvorschriften von 1908 und die Vorschriften über Prüfen und Klassifizieren vom Jahre 1908 sind, richtete sich nur wenig gegen den Unterricht in der darstellenden Geometrie. Die hier seit langem geübte Umterrichtsmethode entsprach meist den Hauptforderungen der neuen Vorschriften; es wurde immer in der darstellenden Geometrie möglichst viel in der Schule selbst erarbeitet; die darstellende Geometrie war auch immer ein Lieblingsgegenstand der meisten Schüler.

2. Die Vorschrift vom Jahre 1908 für die Abhaltung der Reifeprüfungen an Realschulen der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder fordert: „Der Examinand muß auf dem Gebiete der orthogonalen Projektion einschließlich der Schattenlehre hinreichende Sicherheit in der Lösung von Aufgaben dartun; insbesondere soll aus der schriftlichen Arbeit hinreichende Korrektheit der Zeichnung und entsprechende Kenntnis der für den Techniker unumgänglich notwendigen Konstruktionen zu entnehmen sein." *)

3. Alle Kandidaten müssen sich einer schriftlichen Prüfung aus der darstellenden Geometrie unterziehen, für die fünf Stunden Arbeitszeit bestimmt sind. Eine mündliche Prüfung aus der darstellenden Geometrie ist nur dann abzulegen, wenn das Ergebnis der schriftlichen Prüfung aus diesem Fache nicht genügend war oder wenn es von den Leistungen in der obersten Klasse stark abweicht.

---

*) Bemerkt sei, daß sowohl die erste Maturitätsprüfungsvorschrift vom Jahre 1872 als auch die zweite vom Jahre 1899 fast wortgetreu die nämlichen Forderungen stellen. Die Vorschrift vom Jahre 1872 enthält noch den Zusatz: „Aus der Zentralprojektion (Perspektive) genügt ein die Anfangsgründe umfassendes Maß allgemeiner Kenntnisse."

4. Was die Themen für die schriftliche Prüfung anbelangt, so muß vorschriftsmäßig folgender Vorgang eingehalten werden: Der Lehrer der darstellenden Geometrie in der obersten Klasse verfaßt drei Gruppen von je drei Aufgaben und versieht diese Aufgaben mit Koordinatenangaben derart, daß jede der Aufgaben auf einem Zeichenblatte von mäßigen Dimensionen (30 $\times$ 45 cm^2) Platz findet. Diese Themenvorschläge müssen vom Direktor der Realschule eingesehen, nötigenfalls mit dem Fachlehrer besprochen und hierauf versiegelt dem zuständigen Landesschulinspektor übermittelt werden; letzterer wählt eine der Gruppen zur Bearbeitung aus.

5. Den nichtösterreichischen Leser wird es sicher interessieren, eine derartige Gruppe von Aufgaben kennen zu lernen. An der k. k. Staatsrealschule im 7. Bezirke Wiens z. B. wurden bei der Reifeprüfung im Sommertermine 1909 folgende Aufgaben gestellt:

a) „Eine die Grundrißebene berührende Kugel mit dem Mittelpunkte O (0, 5, 3) ist gedeckt durch eine zylindrische Platte (Durchmesser 10 *cm*, Höhe 2 *cm*); man konstruiere für parallel einfallende (45°) Lichtstrahlen die sich ergebenden Schatten.

b) Gegeben sind 4 Punkte: O (0, 1, 8), A (—5, 2, 6), B (—1, 4, 4), C (6, 3, 9); die Strecken OA, OB, OC stellen Kräfte ihrer Richtung und Größe nach dar; man konstruiere ihre Resultierende.

c) Gegeben eine Ebene Σ (—5, 5, 2) und zwei Punkte A (0, 3, 7), B (2, 0, 5); es sind jene Punkte der Ebene Σ zu konstruieren, die von A den Abstand $a = 7$ und von B die Entfernung $b = 3^1/_2$ haben.

(Als Längeneinheit ist 1 *cm*, als Koordinatenursprung der Mittelpunkt des Zeichenblattes anzunehmen)."

6. Der Prüfungskandidat hat nicht nur die konstruktive Lösung der gestellten Aufgaben, sondern auch noch eine erschöpfende Erklärung der gelieferten Konstruktion zu geben; die für Niederösterreich geltenden Vorschriften fügen jedoch hinzu, daß diese Erklärung der Konstruktion allein ohne jede Durchführung der Konstruktion nicht als genügende Leistung zu betrachten sei.

7. Ein Teil der Unterrichtszeit in der 7. Klasse muß dazu verwendet werden, die Schüler auf die Reifeprüfung vorzubereiten. Dies gelingt am besten durch das vollständige und sorgfältige Durcharbeiten einiger zusammengesetzter Aufgaben; die späterhin vom Lehrer einzusendenden Themenvorschläge dürfen sich selbstverständlich nicht unter diesen durchgenommenen Aufgaben befinden. Eine nicht geringe Mühe erfordert es, die Schüler anzuleiten, die geforderten Erklärungen zu den Konstruktionen in ausreichender und doch nicht zu weitschweifiger Weise zu geben.

E. Lehrbücher und Aufgabensammlungen.

1. Die „Instruktionen" verlangen, daß im Lehrbuche der Unterrichtsstoff in richtiger Anordnung und angemessener Menge enthalten sei; das Lehrbuch sei übersichtlich; der Schüler soll nur das Notwendigste im Lehrbuche vorfinden, aber so dargestellt, wie er es braucht. Einfachheit, Klarheit, Präzision und Eleganz in Wort und Bild werden von den Instruktionen als notwendige Eigenschaften jedes Lehrbuches der darstellenden Geometrie bezeichnet; die Abbildungen des Buches müssen so rein und korrekt sein, daß sie dem Schüler als Muster zur Nachahmung dienen können.

2. Diesen Idealen nachstrebend wurden in Österreich eine Reihe vortrefflicher Lehrbücher über darstellende Geometrie veröffentlicht. Ihre Titel sollen der Zeit ihres Erscheinens nach hier angegeben werden; die älteren von ihnen sind gegenwärtig an Schulen nicht mehr in Gebrauch; sie sind aber auch heute noch recht beachtenswert für den Lehrer:

F. A. Heißig „Lehrbuch der darstellenden Geometrie und ihrer Anwendung auf Schattenkonstruktionen, freie Perspektive und auf das technische Zeichnen". Mit 28 Kupfertafeln und zirka 300 Figuren. Wien, Gerold 1859.

Rudolf Schnedar „Grundzüge der darstellenden Geometrie", Brünn, Winiker. (Dies Buch erlebte die 7. Auflage; die 1. Auflage erschien 1856, die 4. im Jahre 1869.)

Josef Streißler „Elemente der darstellenden Geometrie der ebenen und räumlichen Gebilde". Vollständige Umarbeitung der Schnedarschen „Grundzüge der darstellenden Geometrie". Mit 321 Figuren auf 8 Tafeln. Brünn, Karl Winiker. 1. Auflage 1876, 2. verbesserte Auflage 1879, 3. gekürzte Auflage 1894, 4. gekürzte Auflage 1900.

Karl Günther „Lehrbuch der darstellenden Geometrie". 1. Auflage 1862 bei Sallmayer. Wien; 2. verbesserte Auflage bei Karl Gräser in Wien.

Irenäus Kreuszel „Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Mittelschulen und zum Selbstunterrichte". Mit 398 in den Text gedruckten Holzschnitten. Brünn bei Karafiat, 1876.

Franz Smolik „Lehrbuch der darstellenden Geometrie". Zwei Teile. Brünn, L. A. Stipek, 1876.

Franz Smolik „Elemente der darstellenden Geometrie". Ein Lehrbuch für Oberrealschulen im Sinne des Normallehrplanes und der Instruktionen. Prag, Tempsky, 1882. 2. veränderte Auflage, neubearbeitet von J. F. Heller, 1900, 3. im wesentlichen unveränderte Auflage, bearbeitet von J. F. Heller, Wien, 1905.

Josef Menger „Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Oberrealschulen". Wien bei Hölder. 1. Auflage 1882; 2. verbesserte und gekürzte Auflage 1899; 3. inhaltlich im wesentlichen unveränderte Auflage 1907; 4. nach den neuen Lehrplänen umgearbeitete Auflage 1910.

Klemens Barchanek „Lehr- und Übungsbuch der darstellenden Geometrie für Oberrealschulen". Wien. Tempsky. 1. Auflage 1902, 2. im Sinne des Normallehrplanes gekürzte Auflage 1096, 3. nach dem neuen Lehrplane von Emil Ludwig umgearbeitete Auflage 1910.

Franz Schiffner „Leitfaden für den Unterricht in der darstellenden Geometrie an österreichischen Realschulen". Wien bei Deuticke, 1. Auflage 1905; 2. textlich unveränderte Auflage 1907; 3. Auflage in drei Teilen, 1910.

Franz Schiffner „Geometrisches Zeichnen". Leitfaden für den Unterricht an österreichischen Realschulen. Wien, Fr. Deuticke, 1910.

Josef Mattauch „Lehr- und Aufgabenbuch der darstellenden Geometrie für Oberrealschulen". Wien. A. Pichler. 1910.

Richard Suppantschitsch „Leitfaden der darstellenden Geometrie für die 5. und 6. Klasse der Realgymnasien". Wien, Tempsky, 1910.

Richard Suppantschitsch „Leitfaden der darstellenden Geometrie für die 5. bis 7. Klasse der Realschulen". Wien, Tempsky, 1911.

Smolik-Heller „Raumlehre und darstellende Geometrie für die 4. bis 7. Klasse der Realschulen". Bearbeitet von Karl Hahndel. 4. Auflage; Wien, F. Tempsky, 1911.

Johann Renner, „Lehrbuch der darstellenden Geometrie und des geometrischen Zeichnens für die Mittel- und Oberstufe der Realschulen". I. Teil. Für die 4. Klasse. Wien. C. Fromme, 1011;

II. Teil. Für die 5. Klasse. Wien, C. Fromme. 1911.

Arnold Schwefel „Lehr- und Aufgabenbuch der darstellenden Geometrie für die oberen Klassen der Realschule. I. Teil. Für die 4. Klasse, Wien, C. Fromme 1911."

3. Die meisten der eben genannten Lehrbücher der darstellenden Geometrie enthalten eine große Zahl von Übungsaufgaben und Beispielen. An den österreichischen Realschulen werden noch vielfach verwendet:

a) Das zahlreiche kotierte Aufgaben enthaltende Werk:

J. F. Heller „Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der darstellenden Geometrie“. 1. Auflage in 3 Teilen, 1892, 1893; 2. umgearbeitete Auflage in 2 Teilen, 1906; 3. (nach dem Lehrplane vom Jahre 1909 umgearbeitete) Auflage in 2 Teilen, 1909, 1911. Wien, A. Hölder.

b) Das wertvolle Werk:

Dr. Emil Müller „Technische Übungsaufgaben für darstellende Geometrie“; 3 Hefte zu je 10 Blatt. Leipzig und Wien, Fr. Deuticke, 1910.

An Aufgabensammlungen aus der darstellenden Geometrie sind in Österreich noch erschienen:

J. Mikoletzky „Aufgaben aus der darstellenden Geometrie“. (59 Seiten, nicht kotierte Aufgaben enhtaltend.) Wien, Ed. Hölzel, 1877.

Joachim Steiner „Sammlung von Maturitätsaufgaben aus der darstellenden Geometrie“ nach den offiziellen Jahresberichten der österreichischen Realschulen zusammengestellt. Wien, A. Hölder, 1887. I. Teil. 733 Aufgaben aus der orthogonalen Projektion. II. Teil. 296 Aufgaben aus der Zentralprojektion.

Joachim Steiner „Studienblätter“, vorgedruckte Annahmen für Schulbeispiele aus der darstellenden Geometrie. I. Teil, 5 Hefte in Großquart. Als Lehrbehelf für die k. u. k. Kadettenschulen vorgeschrieben. Verlag von Friedrich Kaiser in Wien VI.

Rudolf Schill „Maturitätsaufgaben aus der darstellenden Geometrie nebst vollständigen Lösungen“, Wien, Fr. Deuticke. I. Teil 1904. II. Teil 1907. III. Teil 1908 (Der Verfasser unterzog sich der Aufgabe, die seit 1890 bei den schriftlichen Reifeprüfungen in Österreich gestellten Themen systematisch zusammenzustellen. 589 Aufgaben mit 384 Figuren auf 73 autographierten Tafeln).

Sehr schöne Zeichnungen enthält das wertvolle Werk:

Josef Wildt „Praktische Beispiele aus der darstellenden Geometrie für Lehranstalten mit bau- und kunstgewerblicher Richtung“. I. Lieferung, 12 Blätter (58·5 *cm* × 41·5 *cm*) mit erklärendem Text. Reichenberg, J. Fritsche, 1895. II. Lieferung, 12 Blätter (43 *cm* × 69 *cm*) mit Textheft. Wien, A. Pichler, 1902.

DER UNTERRICHT IN DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

AN DEN

TECHNISCHEN HOCHSCHULEN

VON

DR. E. MÜLLER,
O. Ö. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN.

Inhalt.

I. Geschichtliche Entwicklung des Unterrichtsbetriebes.

II. Die allgemeinen Vorlesungen und Übungen.

III. Die Sondervorlesungen und die Heranbildung der Lehramtskandidaten.

IV. Lehrmittel.

V. Reformgedanken.

Vorbemerkung.

Zufolge der Lehrfreiheit an den Hochschulen, also des Fehlens irgendwelcher Vorschriften über Inhalt und Umfang der Vorlesungen ist die Behandlung eines jeden Lehrgegenstandes an den einzelnen technischen Hochschulen sehr verschieden. Da auch nur höchst selten zwischen Fachkollegen Aussprachen über die Art und Weise des Unterrichtes oder nur über den Umfang des in den Vorlesungen und Übungen behandelten Stoffes stattfinden, Veröffentlichungen darüber aber gänzlich fehlen, so wandte ich mich zur Gewinnung verläßlicher Auskünfte mit einem 17 Punkte umfassenden Fragebogen an die einzelnen Hochschulen. Für die erhaltenen Mitteilungen bin ich den Herren Professoren Dr. A. Denizot, E. Janisch, M. Pelišek, F. Procházka (und dessen Assistenten Dr. Fr. Kadeřávek), Th. Schmid, Dr. R. Schüssler und Dr. E. Waelsch zu großem Dank verpflichtet. Einige von ihnen hatten die besondre Liebenswürdigkeit, auf wiederholte Anfragen bereitwilligst Auskünfte zu erteilen.

Trotzdem vermochte ich meist nur über den eigenen Unterrichtsbetrieb eingehender zu berichten, da ich nur hier das Unterrichtsziel und den Weg zu seiner Erreichung genauer anzugeben vermochte. Wenn ich auf diese Dinge näher eingegangen bin, so geschah es in der Absicht, ein ungefähres Bild davon zu geben, wie an einer österreichischen technischen Hochschule die darstellende Geometrie betrieben wird. Nach manchem Zweifel wagte ich es sogar, in unterrichtliche Details einzugehen, weil darüber gewöhnlich nichts in die Öffentlichkeit dringt, trotzdem ein Austausch diesbezüglicher Erfahrungen und Meinungen pädagogisch wertvoll wäre.

Der Bericht ist demnach, wie ich mir bewußt bin, sehr subjektiv gefärbt. Um ihn über diese Sphäre hinaus zu heben, wurde ein historischer Abriß, insbesondere über die Lehrkräfte für darstellende Geometrie an den technischen Hochschulen Österreichs, vorangeschickt. Ferner habe ich alle mir sonst zugegangenen Mitteilungen verwertet.

Breiter als unbedingt notwendig ist der Abschnitt über die Sondervorlesungen und die Heranbildung der Lehramtskandidaten gestaltet worden, da ähnliche Einrichtungen in andern Ländern gar nicht oder nur in viel geringerem Umfang bestehen und ich der Ansicht bin, daß dieser wichtigen Lehraufgabe der technischen Hochschulen Österreichs alle beteiligten Faktoren, insbesondre auch die Unterrichtsverwaltung, mehr Beachtung schenken müßten.

In dem Schlußabschnitt „Reformgedanken" sind sehr dringliche Wünsche für eine pädagogisch richtige Gestaltung des darstellend-geometrischen Unterrichtes besprochen, aber auch fernere Zukunftspläne für eine vertiefte Ausbildung der Lehramtskandidaten angedeutet.

Attersee, am 26. Juli 1911.

Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den Technischen Hochschulen.

Von Dr. **E. Müller**, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien.

I. Geschichtliche Entwicklung des Unterrichtsbetriebes.

1. Das Auftreten der darstellenden Geometrie als besondre Disziplin. In der Entwicklung der Wissenschaften wiederholt sich immer wieder die Erscheinung, daß Gruppen von Kenntnissen, Erfahrungen oder Fertigkeiten, an denen man allmählich Verwandtes erkannt hat, von den oft verschiedenen Gebieten, mit denen sie bisher verknüpft erschienen, losgelöst und zu einer besondern Disziplin oder Wissenschaft zusammengefaßt werden. Dieser für den gesamten Kulturfortschritt der Menschheit so wichtige Spaltungsprozeß führte auch zur Schaffung der darstellenden Geometrie. Die ihr zugrunde liegenden graphischen Verfahrungsarten wurden zum Teil schon im Altertum, in größerem Umfang jedenfalls im Mittelalter in Künsten und Handwerken geübt und weiter gebildet.

Die Loslösung dieser rein geometrischen Elemente von ihren verschiedenen Anwendungsgebieten (wie Baukunst, Bauhandwerke, zumal Zimmerei und Steinmetzerei, Ingenieurkunst, Befestigungslehre, Malerei) und ihre Zusammenfassung zu einer selbständigen Disziplin, der „géométrie descriptive", ist unlöslich mit dem Namen Gaspard Monge verknüpft, obgleich die Abtrennung sich schon bei A. F. Frézier[1] (1738), ja in ersten Anfängen bei A. Dürer[2] (1525) findet. Aber die Selbständigkeit dieser neu geschaffenen Disziplin wurde nur allmählich anerkannt. Während sie an der nach Monge's

[1] Traité de Stereotomie, Strasbourg 1838; nouvelle éd. Paris, t. I. 1754.

[2] Underweysung der Messung mit Zirckel und richtscheyt etc., Nürnberg 1525. Um einiges gekürzt und neuerem Sprachgebrauch angepaßt von A. Peltzer unter dem Titel „Albrecht Dürer's Unterweisung der Messung" herausgegeben, München 1908.

Plänen organisierten und 1795 eröffneten „École polytechnique“ in Paris eine überragende Stellung erhielt (es war ihr fast die halbe Unterrichtszeit gewidmet), findet man sie in den Lehrplänen der 1806 und 1815 gegründeten polytechnischen Schulen in Prag und Wien als besondern Unterrichtsgegenstand lange Jahre gar nicht vor. Das für den Techniker unbedingt Notwendige aus der darstellenden Geometrie wurde eben in den betreffenden Anwendungsgebieten, im „Maschinenzeichnen“ und in der „Baukunst“ gelehrt[1]). Erst nach achtjährgen Anstrengungen gelang es im Jahre 1842, die Studienhofkommission zur Errichtung einer eigenen Lehrkanzel für darstellende Geomerie am k. k. polytechnischen Institute in Wien zu bewegen.[2]) Wenn man sieht, welch tiefgehende Wirkung in Frankreich durch den Unterricht in der darstellenden Geometrie ausgeübt wurde, so muß man es im Interesse der wissenschaftlichen Belebung Österreichs sehr bedauern, daß sich hier dieser Einfluß erst ein halbes Jahrhundert später wirksamer geltend machen konnte.

2. Die Lehrkräfte für darstellende Geometrie an den Hochschulen Österreichs. Da die Entwicklung eines Faches an Hochschulen eng mit den Persönlichkeiten verknüpft ist, welche es lehren, so möge eine kurze Übersicht jener Professoren folgen, die die darstellende Geometrie an den 7 österreichischen technischen Hochschulen gelehrt haben oder noch lehren. Einige kurze biographische Notizen sollen zur Kennzeichnung des Bildungsganges und der gegenseitigen Beeinflußung dienen.

a) Wien.

Die 1842 geschaffene Lehrkanzel für beschreibende Geometrie wurde vorerst durch den nachmaligen Generaldirektor der österreichischen Staatseisenbahn-Gesellschaft und Erfinder eines erfolgreichen Lokomotiven-Systems, Wilhelm v. Engerth suppliert. Als Professoren wirkten:

---

[1]) Vgl. F. J. Obenrauch, Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Österreich, Brünn 1897, S. 228 f. — Diesem eine Fülle wertvoller Daten enthaltenden, leider aber an Unübersichtlichkeit krankenden Werk sind viele Angaben der nächsten Nummer entnommen.

Dem auf die darstellende Geometrie gegründeten Maschinenzeichnen am k. k. polytechnischen Institute in Wien entstammte das erste österreichische Lehrbuch der darstellenden Geometrie von J. Arbesser: „Constructionslehre mit ihren Anwendungen auf Schattenconstruction, Perspektive und Maschinenzeichnung“, Wien 1824. Der Verfasser war Assistent der Maschinenlehre und Maschinenzeichnung bei Professor J. Arzberger, dem das Buch gewidmet ist.

[2]) Rektoratsrede von Professor Dr. J. Finger, 14. Oktober 1890, S. 38.

1843—1870 Johann Hönig.

(Geboren 1810, Karlsbrunn, Schlesien. Nach Besuch der mährisch ständischen Akademie war er zwei Jahre Baupraktikant, besuchte 1829—1833 das polytechnische Institut in Wien, war daselbst vier Jahre Assistent für Maschinenlehre und Mechanik, dann Zeichenlehrer und später auch Lehrer der Zivilbaukunde an der Berg- und Forstakademie in Schemnitz. Durch sein Buch: „Anleitung zum Studium der darstellenden Geometrie", Wien 1845, hat er eine bedeutende Wirkung ausgeübt.)

1870—1877 Rudolf Niemtschik.

(Geboren 1831, Friedeck, Schlesien. Realschule und mehrjährige praktische Tätigkeit im Baufach, 1852—1856 polytechnisches Institut in Wien, 1857—1861 Assistent bei Hönig, 1861—1870 Professor der darstellenden Geometrie am Joanneum in Graz. Rege literarische und Lehrtätigkeit, der eine Gehirnentzündung ein plötzliches Ende setzte.)

1877—1891 Dr. Rudolf Staudigl.

(Geboren 1838, Wien. Realschule, polytechnisches Institut, 1861—1866 Assistent bei Hönig, als welcher er auch durch drei Jahre Vorträge über Ornamentik zu halten hatte. Lehramtsprüfung aus darstellender Geometrie, Mechanik und Maschinenbau sowie Mathematik. 1866/67 versah er die Honorardozentenstelle für technisches und Freihandzeichnen und war dann drei Jahre Adjunkt der Lehrkanzel für darstellende Geometrie. 1869 habilitierte er sich als Privatdozent für neuere Geometrie. Nach Hönigs Rücktritt vom Lehramt wurde er außerordentlicher Professor für darstellende Geometrie mit der Verpflichtung, auch Vorlesungen über Neuere Geometrie zu halten. Sein langjähriges, sich stetig verschlimmerndes Lungenleiden zwang ihn die letzten Lebensjahre zur Einschränkung seiner Lehrtätigkeit und fesselte ihn wiederholt für längere Zeit an das Krankenlager. Hauptwerke: „Grundzüge der Reliefperspektive", Wien 1868; „Lehrbuch der neueren Geometrie", Wien 1870; „Die axonometrische und schiefe Projektion", Wien 1875. Seine mustergültigen allgemeinen Vorlesungen sind 1882 als Autographie erschienen. Durch seine Sondervorlesungen hat er großen Einfluß auf die Ausbildung der Lehramtskandidaten ausgeübt.)

1891—1902 Dr. Gustav Adolf Viktor Peschka[1]).

(Geboren 1830, Joachimsthal, Böhmen. Polytechnisches Institut in Prag, Konstrukteur in Maschinenfabriken, 1852—1857 Adjunkt am Polytechnikum in Prag, 1857—1863 Professor für darstellende Geometrie, Mechanik usw. an der technischen Lehranstalt in Lemberg, 1863—1891 Professor für Mechanik, Maschinenlehre usw. und von 1867 an auch für darstellende Geometrie am Polytechnikum in Brünn. Ein Jahr nach seinem Übertritt in den Ruhestand starb der bis dahin kräftige und gesunde Mann. Hauptwerke: „Freie Perspektive" (zusammen mit E. Koutny), Hannover 1868; „Kotierte Ebenen", Brünn 1877; „Darstellende und projektive Geometrie", vier Bände, Wien 1883—1885; „Abhandlungen über Normalenflächen").

---

[1]) Durch die Abkürzung der Vornamen „Gustav Ad. V." bildetete sich die Meinung, Peschka sei adelig gewesen. Es wird dies hier nur deshalb berichtigt, weil sich die falsche Schreibweise „v. Peschka" immer mehr eingebürgert. Sie findet sich in Chr. Wieners „Abschnitt über die Geschichte der darstellenden Geometrie" und leider auch in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, III A B 6, E. Papperitz, Darstellende Geometrie.

Seit 1902 Dr. Emil Müller.

(Geboren 1861, Landskron, Böhmen. Technische Hochschule und Universität in Wien, Lehramtsprüfung aus Mathematik und darstellender Geometrie, 1886—1890 Assistent bei Staudigl. Zwei Jahre Lehrer am technologischen Gewerbemuseum in Wien, zehn Jahre an der kgl. Baugewerkschule zu Königsberg i. Pr., 1899—1902 zugleich Privatdozent für Geometrie und Mechanik an der Universität daselbst.)

Der großen Hörerzahl wegen wurde 1892 eine II., vorerst außerordentliche Lehrkanzel errichtet. An ihr wirkten mit der Verpflichtung, auch Vorlesungen über neuere (d. h. projektive) Geometrie zu halten:

1892—1895 Franz Ruth.

(Geboren 1850, Stockerau, Niederösterreich. Ingenieurschule in Graz Assistent für niedere Geodäsie in Graz, Assistent und Adjunkt an der Bergakademie in Leoben, Privatdozent für neuere Geometrie in Graz. 1895 als ordentlicher Professor für Geodäsie nach Prag berufen.)

1895/96 und 1896/97 Lewin Kugelmayer als Supplent.

(Professor an der Staatsgewerbeschule im I. Bezirke Wiens, ehemaliger Assistent Staudigls.)

1897—1899 Dr. Johann Sobotka.

(Geboren 1862, Řepnik, Böhmen. Hochschulstudien in Prag, Zürich und Breslau. Assistent bei Tilscher. 1899—1904 an der böhmischen technischen Hochschule in Brünn, seit 1904 Professor der Mathematik an der böhmischen Universität in Prag. — Schrieb ein Lehrbuch der darstellenden Geometrie in böhmischer Sprache (Prag 1906, 1907) und eine stattliche Reihe beachtenswerter Abhandlungen über darstellende und Infinitesimalgeometrie.)

Seit 1899 Theodor Schmid.

(Geboren 1859, Erlau, Ungarn. Technische Hochschule und Universität in Wien, Realschullehrer. 1899/1900 als Supplent, seit 1900 als außerordentlicher und seit 1906 als ordentlicher Professor.)

b) Prag (deutsch und böhmisch).

Schon 1830—1833 hielt Karl Wiesenfeld (geboren 1802, Brünn, Mähren, † 1870), Leutnant im Pionierkorps und supplierender Professor der Baukunst, außerordentliche Vorlesungen über darstellende Geometrie am polytechnischen Institut, die dann von den Adjunkten der Mechanik Wenzel de Laglio, Johann Sochor und Vinzenz Hausmann fortgesetzt wurden. Der Landtag hatte schon 1843 die Schaffung einer Dozentur für diesen Gegenstand genehmigt: aber erst 1850 wurden ordentliche Vorlesungen angeordnet und 1850—1852

durch Wiesenfeld[1]) und nach dessen Rücktritt von Rudolf Skuherský abgehalten. Erst 1854 wurde die Lehrkanzel für darstellende Geometrie systemisiert. Es wirkten an ihr:

1854—1883 Rudolf Skuherský.

(Geboren 1828, Opočno, Böhmen. Gymnasium, polytechnische Institute in Prag und Wien (ein Jahr École polytechnique in Paris), 1851/52 Assistent Hönigs; † 1863. Hauptwerk: „Die orthographische Parallelperspektive", Prag 1858.)

1863—1864 Rafael Morstadt, als Supplent (Adjunkt Skuherskýs).

Schon Skuherský hielt 1861/62 unobligate Vorlesungen in tschechischer Sprache. Nach der Reorganisation des Institutes im Jahre 1864 wurde deutsch und tschechisch gelesen, bis 1869 die Trennung in eine deutsche und eine böhmische (tschechische) Anstalt erfolgte. Zu Beginn des Studienjahres 1864/65 wurden Fiedler und Tilscher berufen, von denen Fiedler deutsch las.

1864—1867 Dr. Wilhelm Fiedler.

(Geboren 1832, Chemnitz, Sachsen. Universität. Seit 1853 Lehrer der höheren Gewerbeschule seiner Vaterstadt. 1867 nach Zürich berufen, seit Herbst 1907 im Ruhestand. Von den zahlreichen Werken dieses allgemein bekannten Geometers seien hier bloß „Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage", Leipzig 1871 (4. Auflage des I. Teiles 1904) und die „Cyklographie", Leipzig 1882, erwähnt.)

1867—1898 Dr. Karl Josef Küpper.

(Geboren 1828, Düsseldorf a. Rh. Gewerbeinstitut und Universität in Berlin, Lehrer an der Gewerbeschule in Trier. † 1900. Die meisten seiner zahlreichen Arbeiten beziehen sich auf die Theorie der algebraischen Kurven. Auf diesem Gebiete hat er auch in Österreich sehr anregend gewirkt.)

1898—1901 Karl v. Ott und Anton Grünwald, als Supplenten.

Seit 1901 Eduard Janisch.

(Geboren 1868, Wien. Technische Hochschule und Universität in Wien (auch Berlin und Straßburg), drei Jahre Assistent bei Peschka. 1896—1900 Lehrer an den Staatsgewerbeschulen in Bielitz und Brünn. Zuerst außerordentlicher Professor, seit 1904 Ordinarius.)

Am böhmischen polytechnischen Institute, beziehungsweise an der böhmischen technischen Hochschule wirkten:

---

[1]) Näheres über Wiesenfeld sowie die Lehrer der darstellenden Geometrie an dem deutschen Polytechnikum in Prag in dem Werke: „Die k. k. Deutsche Technische Hochschule in Prag 1806—1906. Festschrift zur Hundertjahrfeier". Prag 1906, S. 371, 357—359, 289 f.

1864—1895 Franz Tilscher.

(Geboren 1825, Budečko, Mähren. Genieoffizier, Professor der darstellenden Geometrie an der Genieakademie zu Klosterbruck bei Znaim. Seit 1895 im Ruhestand. Hauptwerke: „Die Lehre der geometrischen Beleuchtungskonstruktionen“, Wien 1862; „System der technisch-malerischen Perspektive“, Prag 1867 (2. Auflage 1883.)

1896—1908 Karl Pelz.

(Vorher in Graz, siehe Seite 47.)

Der großen Hörerzahl wegen wurde 1907 auch an dieser Hochschule eine II. Lehrkanzel für darstellende Geometrie errichtet, nachdem schon 1901 eine erste und 1905 eine zweite Parallelvorlesung eingeführt worden war. Gegenwärtig wirken:

Seit 1907 Vinzenz Jarolímek.

(Geboren 1846, Pardubitz, Böhmen. Technische Hochschule, Absolutorium der Maschinenbauabteilung, Lehramtsprüfung aus Mathematik und darstellender Geometrie. 1873—1895 Professor, 1895—1904 Direktor der böhmischen Realschule in Prag II. 1904 Landesschulinspektor in Brünn und gleichzeitig seit 1905 Dozent für synthetische Geometrie an der böhmischen technischen Hochschule daselbst. Im Studienjahr 1906/07 supplierte er in Prag den beurlaubten Professor Pelz und eine der Parallelvorlesungen.)

Seit 1908 Friedrich Procházka.

(Geboren 1855, Rakonitz, Böhmen. Böhmische technische Hochschule in Prag, Assistent und Privatdozent daselbst, Realschullehrer, seit 1897 Realschuldirektor, 1904—1908 Professor an der böhmischen technischen Hochschule in Brünn.)

Seit 1901 wirkt außerdem (jetzt als dritte Lehrkraft) Adjunkt
B. Chalupníček.

(Absolvierter Bauingenieur, langjähriger Assistent bei Pelz, seit 1906/07 Adjunkt.)

c) Graz.

Auch an der 1814 gegründeten ständisch-technischen Lehranstalt „Joanneum“ in Graz, aus der die jetzige Technische Hochschule hervorgegangen, wurde erst spät die darstellende Geometrie als obligates Lehrfach eingeführt.

1842—1844 hielt der Professor der Mechanik, Josef v. Aschauer, die ersten außerordentlichen Vorlesungen über darstellende Geometrie, die 1844/45 sein Nachfolger Wilhelm v. Engerth (siehe Seite 42) fortsetzte. Im Studienjahre 1845/46 wurde ein selbständiger dreistündiger Kursus eingerichtet, den gegen Remuneration

1845—1847 Moriz Wappler

(Professor des technischen Zeichnens an der Realschule in Graz, von 1847 an Professor der Baukunst am Joanneum, von 1863 an Professor des Hochbaues am Wiener Polytechnikum),

1848—1849 Schnitzer v. Lindenstamm,

1849—1854 Max Bauer

(Realschulprofessor)

abhielten. Erst 1854 wurde eine eigene ordentliche Lehrkanzel geschaffen, an der wirkten:

1854—1859 Max Bauer.

1859—1861 Friedrich Kammerer

(Assistent Bauers als Supplent).

1861—1870 Rudolf Niemtschik.

(Vgl. Seite 43.)

1871—1880 Emil Koutny.

(Geboren 1843, Brünn. Technisches Institut (Maschinenfach) in Brünn, Assistent für darstellende Geometrie, seit 1868 Privatdozent für Schattenlehre und Perspektive daselbst, zugleich Werkstättenbeamter der österreichischen Staatseisenbahngesellschaft. † 1880. Er schrieb: „Freie Perspektive", Hannover 1868, zusammen mit Peschka (s. diesen) und eine Reihe beachtenswerter Abhandlungen über darstellende Geometrie, insbesondre Beleuchtungslehre.)

1881—1896 Karl Pelz.

(Geboren 1845, Běleč, Böhmen. Polytechnikum Prag, 1870—1875 Assistent daselbst (Küpper), Realschullehrer in Teschen und (seit 1876) in Graz, zugleich Privatdozent an der technischen Hochschule dieser Stadt. 1878 außerordentlicher Professor. 1896 - 1908 an der böhmischen technischen Hochschule in Prag. † 1908. Er förderte die darstellende Geometrie durch zahlreiche wichtige Abhandlungen.)

Seit 1896 Dr. Rudolf Schüssler.

(Geboren 1865, Wien. Universität Wien, Vorlesungen über darstellende Geometrie an der technischen Hochschule (Staudigl); Lehramtsprüfung; Assistent an den technischen Hochschulen in Wien (Peschka) und Graz (Pelz), Privatdozent in Graz.)

d) Brünn (deutsch).

Das k. k. technische Institut in Brünn wurde 1849 gegründet; die Vorlesungen über darstellende Geometrie supplierte 1850—1851 Anton Mayssl, Professor an der Oberrealschule. Hierauf wirkten

1851—1867 Georg Beskiba

(Architekt und Professor der Bauwissenschaften).

1867—1891 Dr. Gustav Peschka.

(Vgl. Seite 43.)

1891—1909 Otto Rupp.

(Geboren 1854, Neureisch, Mähren. Technische Hochschule, Assistent Peschkas, seit 1881 Privatdozent für neuere Geometrie, 1891—1893 Supplent. Schrieb einige geometrische Abhandlungen.)

Seit 1910 Dr. Emil Waelsch.

(Geboren 1863, Prag. Technische Hochschule und Universität, Lehramtsprüfung. Studierte an den Universitäten in Leipzig (1884/85 und 1892/93) und Erlangen (1885/86). 1886—1892 Assistent bei Küpper, 1890—1895 Privatdozent für Geometrie an der deutschen technischen Hochschule in Prag; 1895—1910 Professor der Mathematik an der deutschen technischen Hochschule in Brünn.)

Die Lehrkanzel ist jetzt in eine solche für Geometrie umgewandelt, an der der gesamte geometrische Unterricht des I. Jahrganges vereinigt ist, also: analytische Geometrie und Vektorenrechnung, geometrische Anwendungen der Differential- und Integralrechnung, Kurven und Flächen zweiter Ordnung, Elemente der projektiven Geometrie, Vektoranalysis.

e) Brünn (böhmisch).

Die Hochschule wurde 1899 errichtet. Als Professoren der darstellenden Geometrie wirkten an ihr:

1899—1904 Dr. Johann Sobotka.

(Vgl. Seite 44.)

1904—1908 Friedrich Procházka.

(Vgl. Seite 46.)

Seit 1908 Miloslav Pelišek.

(Geboren 1855, Krouna in Böhmen. Deutsche technische Hochschule und Universität in Prag. Lehramtsprüfung. 1881—1886 Assistent bei Küpper (gleichzeitig auch für Mathematik). 1886—1908 Professor an den böhmischen Staatsgewerbeschulen in Pilsen und Prag. 1908/09 supplierte er bloß die Lehrkanzel.)

f) Lemberg.

Im Jahre 1843 wurde die staatliche Real- und Handelsakademie in Lemberg durch einen technischen Kurs erweitert, aus dem sich allmählich eine technische Akademie entwickelte, die 1871 zur Hochschule mit polnischer Unterrichtssprache erhoben wurde [1]).

Die Vorlesungen über darstellende Geometrie hielten:

1852/53 der Professor der Mechanik Vinzenz Hausmann (suppliert).

1857—1863 Dr. G. Peschka.

(Vgl. Seite 43.)

---

[1]) Obenrauch, Seite 355.

1863—1871 Wojnarowski.

1871—1886 **Karl Maszkowski**[1]).

(Ingenieurausbildung an der technischen Hochschule in Wien; Professor der darstellenden Geometrie an der landwirtschaftlichen Schule in Dublany. In Lemberg anfangs auch Professor der Mechanik.)

1887—1911 Dr. Mieczysław Łazarski.

(Technische Hochschule in Karlsruhe, Ingenieurprüfung; erwarb 1876 in Lemberg die Lehrbefähigung für Realschulen, Lehrer an der Realschule in Stanislau. 1883 Dr. phil. (Universität Lemberg); 1886 Habilitation für darstellende Geometrie an der technischen Hochschule in Lemberg. 1879—1887 veröffentlichte er (meist in den Sitzungsberichten der Akademie zu Krakau) einige geometrische Arbeiten und 1903—1906 seine Vorlesungen (polnisch).

Seit 1. April 1911 ist die Lehrkanzel unbesetzt.

Mit Rücksicht auf die große Hörerzahl bestehen seit 1907 die Kurse A und B (vgl. Seite 56). Der Kurs B, dessen Umwandlung in eine zweite ordentliche Lehrkanzel bevorsteht, war bisher von Dozenten vertreten, und zwar:

1907—1910 Dr. Alfred Denizot.

(Universität Berlin, Dr. phil., Lehrbefähigung für höhere Schulen. Assistent am physikalischen Institut zu Halle a. S., Assistent für darstellende Geometrie an den technischen Hochschulen zu Aachen und Charlottenburg. Seit 1910 Professor der allgemeinen und analytischen Mechanik an der technischen Hochschule in Lemberg.)

Seit 1910 Kazimierz Bartel.

(Technische Hochschule in Lemberg, Universitäten in Lemberg und München.)

Schließlich sei noch angefügt, daß die darstellende Geometrie in einem über die Realschulen hinausgehenden Ausmaß noch gelehrt wird an der 1872 gegründeten Hochschule für Bodenkultur in Wien, an den montanistischen Hochschulen in Leoben in Steiermark (errichtet 1849, Hochschule seit 1894) und Přibram in Böhmen (gegründet 1849, reorganisiert 1874, Hochschule seit 1894), und an den Militärakademien in Wiener Neustadt und Mödling bei Wien.[2])

Wegen der Pflege der darstellenden Geometrie an den Universitäten vgl. den Bericht von Dr. R. v. Sterneck, Der mathematische Unterricht an den Universitäten, Wien 1911, Nr. 12.

---

[1]) Neben ihm hat längere Zeit der jetzige Professor des Eisenbahn- und Tunnelbaues, Skibiński, darstellende Geometrie vorgetragen.

[2]) Über den Einfluß der Offiziere auf die Ausbildung der darstellenden Geometrie, vgl. Obenrauch, S. 225 ff.

3. Strömungen in der Lehrweise der darstellenden Geometrie. Aus der im vorhergehenden gegebenen Übersicht über die Vertreter der darstellenden Geometrie an den österreichischen technischen Hochschulen ist zu ersehen, daß die meisten von ihnen aus technischen Hochschulen hervorgegangen sind, ja viele darunter sogar mit der technischen Praxis in näheren Beziehungen standen. Diesem Umstand ist es wohl zuzuschreiben, daß an den österreichischen Hochschulen, vor allem aber an der Wiener Schule, die darstellende Geometrie in ziemlich enger Berührung mit deren praktischen Anwendungen blieb und daher auch von den Vertretern der rein praktischen Fächer geschätzt wurde und noch geschätzt wird. Besonders fand die Art und Weise, wie Staudigl den Unterricht in seinem Fach gestaltete, allgemeine Anerkennung.

Eine andere, fast rein theoretische Richtung führte Peschka ein und einige seiner Schüler folgten ihm darin. Obgleich auch er aus der Praxis hervorgegangen war und im Anfang seiner akademischen Tätigkeit die praktischen Anwendungen der darstellenden Geometrie pflegte[1]), so stellte er später die rein theoretische Perspektive an die Spitze und legte das Hauptgewicht auf die Durchführung der Grundaufgaben in den verschiedenen Abbildungsarten, ohne deren Anwendungen in den konstruktiven Übungen zu betonen. Es trat dadurch die Ausbildung der Hörer gerade nach derjenigen Richtung in den Hintergrund, die für die praktischen Anwendungen von höchstem Werte ist.

Alle darstellenden Geometer, ob sie nun der rein theoretischen oder der praktischen Richtung huldigen, betonen als den Hauptzweck ihres Unterrichtes die Ausbildung des räumlichen Anschauungsvermögens. Referent möchte aber neuerdings hervorheben[2]), daß ihm die Ansicht irrig erscheint, diese Ausbildung sei unabhängig von den geometrischen Gebilden, womit man sich beschäftigt, sondern ist der festen Überzeugung, daß sie wesentlich von diesen Gebilden abhängt. „Das abstrakte geometrische Vorstellen zum Beispiel, wie es etwa aus der Beschäftigung mit der synthetischen projektiven Geometrie entspringt, ist von ganz andrer Art als das Vorstellen, wie es der Techniker in erster Linie braucht. Ihm handelt es sich gewöhnlich nicht um Linien oder Flächen, die bloß soweit definiert sind, daß sie noch mannigfaltige Gestalten annehmen können, sondern vor allem um Gegenstände von genau bestimmten Formen. Er muß imstande sein, sich von solchen Gegenständen nach Zeichnungen rasch eine möglichst klare und bis in alle Einzelheiten bestimmte Vorstellung zu bilden, und

---

1) Belege dafür fanden sich in seinem Nachlaß in Mengen.

2) Vgl. E. Müller, Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technische Hochschulen, I. Bd., Leipzig u. Berlin 1908, S. IV f., und R. Suppantschitsch, Die verschiedenen Arten des räumlichen Anschauungsvermögens, Z. österr. Gymn., Wien, 10 (1909), p. 940–946.

umgekehrt solche Vorstellungen wieder durch Zeichnungen andern zu übermitteln. Die Ausbildung nach dieser Richtung muß, neben dem Lehren und Einüben oft auftretender Konstruktionen, im Unterricht der darstellenden Geometrie für Techniker in erster Linie angestrebt werden. Hierzu ist es aber nötig, daß man die Konstruktionsübungen soweit als möglich an Körperformen durchführen läßt, wie sie dem Ingenieur später entgegentreten." In dieser Überzeugung hat Referent an der Ausgestaltung des darstellend-geometrischen Unterrichts an der technischen Hochschule in Wien als Nachfolger Peschkas gearbeitet.

Auf die Theoretisierung des darstellend-geometrischen Unterrichts hat unzweifelhaft W. Fiedler durch seinen schönen einheitlichen Aufbau der darstellenden Geometrie den größten Einfluß in Österreich, Deutschland, der Schweiz und Italien ausgeübt. Durch ihn wurde auch die innige Verknüpfung der darstellenden mit der projektiven Geometrie herbeigeführt[1]), die so viele wissenschaftliche Früchte getragen hat.

Aber die Wissenschaften können nur selten um ihrer selbst willen gelehrt werden! Insbesondre dürfen die Vertreter der theoretischen Disziplinen an den technischen Hochschulen nie vergessen, daß die Heranbildung von Technikern ihre Aufgabe ist, daß sie also für diesen Zweck ihren Unterricht gestalten müssen, sollen ihre Bestrebungen nicht zum größten Teil unfruchtbar und anerkennungslos bleiben. Gegen die völlige Theoretisierung der darstellenden Geometrie haben sich auch in Österreich, wo doch eingehendere Kenntnis dieser Wissenschaft unter den Technikern sehr verbreitet ist, zahlreiche Stimmen erhoben. Sie ist aber auch im allgemeinen Interesse sehr bedauerlich. Denn wenn die darstellende Geometrie nicht so gelehrt wird, daß die Hörer für die praktischen Anwendungen hinreichend vorgebildet sind, so werden die Versuche nicht ausbleiben, Praktikern selbst diesen Unterricht zu überantworten, Versuche, die wahrscheinlich keine günstigeren Ergebnisse zeitigen[2]), jedoch auf die wissenschaftliche Weiterbildung der darstellenden Geometrie hemmend wirken würden.

II. Die allgemeinen Vorlesungen und Übungen.

4. Lehrkanzeln und Hörerzahlen. Wie schon aus Nr. 3 hervorgeht, befinden sich an den technischen Hochschulen in Wien, Prag (b) und Lemberg je zwei, an den vier andern Hochschulen nur je eine systemisierte Lehrkanzel für darstellende Geometrie.

Die Scheidung der Hörer geschieht an den ersteren Hochschulen nach den Fachabteilungen. In Wien zum Beispiel gehören gegenwärtig

---

[1]) Ein ähnliches Ziel strebte in Wien J. Schlesinger an; vgl. S. 88, Fußn.

[2]) Vgl. Nr. 27.

die Hörer der Bauingenieur-, Architektur- und allgemeinen Abteilung[1]) (Lehramtskandidaten und Geodäten) der I. Lehrkanzel (Prof. Müller), die Hörer der Maschinenbau-Abteilung der II. Lehrkanzel (Prof. Schmid) zu. Für die Hörer der chemischen Abteilung besteht keine Verpflichtung zum Besuch der darstellend-geometrischen Vorlesungen.

An beiden Lehrkanzeln (sowie an den andern technischen Hochschulen) sind es regulär die Hörer des ersten Jahrganges, die Vorlesungen und Übungen besuchen. Nur jene Hörer höherer Jahrgänge, die im ersten Jahre ihrer Studien die konstruktiven Übungen zur darstellenden Geometrie nicht beendet, also auch keine Besuchsbestätigung erhalten haben, lassen sich ein zweitesmal für diesen Gegenstand einschreiben. Da erfahrungsgemäß in den ersten Semestern die akademische Freiheit am meisten zum Unfleiß verlockt, so ist die Zahl der ein zweitesmal inskribierten Hörer nicht unbedeutend. Sie betrug in Wien an der I. Lehrkanzel im Studienjahr 1910/11 69, also ungefähr 15 Prozent der inskribierten Hörer.

Um zu illustrieren, mit welchen Hörerzahlen in Wien gerechnet werden muß, sei auf nachfolgende zwei Tabellen hingewiesen.

In ihnen sowie in den folgenden Angaben bezeichnen, in Übereinstimmung mit dem Bericht von E. Czuber, S. 4, die Buchstaben I, H, M, A die Abteilungen für Ingenieurwesen, Hochbau (Architektur), Maschinenbau und die allgemeine Abteilung, ferner KT und GK die Kurse für Kulturtechnik und Geodäsie, endlich a. o. H. die (keiner bestimmten Fachabteilung angehörigen) außerordentlichen Hörer.

Hörer der darstellenden Geometrie in Wien.

I. Lehrkanzel.

Studienjahr	I	H	A u. GK	a. o. H	Summe der Hörer
1902/03 .	220	36	30	20	306
1903/04 .	255	33	38	14	340
1904/05 .	264	43	47	25	379
1905/06 .	322	43	61	14	440
1906/07 .	298	57	84	11	450
1907/08 .	269	49	53	18	389
1908/09 .	307	56	57	14	434
1909/10 .	305	60	51	13	429
1910/11 .	315	76	42	8	441

[1]) Bezüglich der Organisation der techn. Hochschulen vgl. den Bericht von E. Czuber, I. Kap.

II. Lehrkanzel.

Studienjahr	M	a. o. H. und andere Abt.	Summe der Hörer
1902/03	190	22	212
1903/04	147	56	203
1904/05	154	24	178
1905/06	197	43	240
1906/07	235	47	282
1907/08	252	4	256
1908/09	316	5	321
1909/10	335	1	336
1910/11	322	3	325

Ferner waren 1910/11 in

Prag (d) an		200	Hörer
Prag (b)	I. Abteilung	200	"
	II. "	200	"
	III. "	215[1])	"
Graz über		200	"
Brünn (d)		140	"
Brünn (b)		151	"
Lemberg	Kurs A zirka	220	"
	" B "	220	"

für darstellende Geometrie inskribiert.

5. Lehrstoff und Lehrstunden an den einzelnen Hochschulen. Auf Anordnung des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht vom 20. Februar 1884, Z. 1986, sind in die Vorlesungsverzeichnisse der technischen Hochschulen detaillierte Unterrichtsprogramme aufzunehmen.

Nach diesen Verzeichnissen (Studienjahr 1909/10) sind Lehrstoff und Lehrstunden für die darstellende Geometrie an den einzelnen Hochschulen folgendermaßen festgelegt.

Wien.

I. Lehrkanzel (Prof. Dr. E. Müller); I, H, A (GK).

Orthogonalprojektion: Seitenrisse und ihre Verwendung. Entbehren der Projektionsachse. Kurze Wiederholung der Grundauf-

---

1) 46 H, 95 GK, 62 KT, 12 a. o. H.

gaben unter Benutzung dieser beiden Konstruktionsprinzipien. Affinität. Allgemeine Eigenschaften krummer Linien und Flächen. Darstellung des Kreises und einige hieraus folgende Eigenschaften der Kurven zweiter Ordnung. Darstellung von Kegel-, Zylinder-, Kugel-, Dreh- und Schraubflächen und von technischen Gegenständen, an denen sie auftreten. Ebene Schnitte, Durchdringungen (Stichkappen und Gewölbeformen), Schattenbestimmung. Kotierte Projektion (Geländefläche). Dachausmittlung. Orthogonale Achsonometrie. Schiefe Projektion: Achsonometrische Darstellung technischer Gegenstände auf Grund des Pohlkeschen Satzes und Schattenbestimmung an ihnen. Lösung der wichtigsten Grundaufgaben in beliebiger achsonometrischer Darstellung und bei gegebener Sehstrahlenrichtung. Zentralprojektion: Praktische Methoden zur perspektiven Darstellung technischer Gegenstände. Grundaufgaben. Kollineation. Darstellung von Kreisen, Kugeln und Drehflächen, Schattenbestimmung.

Vorträge: (W) 5, (S) 4.
Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

II. Lehrkanzel (Prof. Th. Schmid); M.

Abbildung geometrischer Gebilde und einfacher Maschinenbestandteile nach den verschiedenen (unmittelbaren und achsonometrischen) Projektionsmethoden, zumeist unter Voraussetzung von Parallelbeleuchtung (Isophoten). Elementaraufgaben; ebene Figuren (Affinität); eckige Körper. Kugel, Zylinder; Kreis und Ellipse (Polarität, Antipolarität); ebene Kurven, Kegel, Kegelschnitte (Kollineation). Drehflächen, Röhrenflächen. Raumkurven, abwickelbare Flächen. Schraubenflächen. windschiefe Flächen.

Vorträge: (W und S) 4.
Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

Prag (deutsch).

(Prof. Ed. Janisch).

Wintersemester: Das Dreikant und die Polyeder. Die achsonometrischen Darstellungsmethoden. Freie Perspektive. Die kotierte Projektion.

Sommersemester: Die Flächen zweiten Grades. Die abwickelbaren und die windschiefen Flächen. Rotationsflächen. Umhüllungsflächen.

Vorträge: (W) 5, (S) 3.
Konstruktive Übungen:

a) Für I, H, M (W und S) 8,
b) für GK (W) 6, (S) 4,
c) für KT (W und S) 6.

Prag (böhmisch).

Orthogonale, kotierte, zentrale Projektion, Achsonometrie. Grundlagen der projektiven Geometrie. Theorie der Kurven und Flächen zweiten Grades. Drehflächen, abwickelbare und windschiefe Flächen, Hüll- und Schiebflächen.

I. Abteilung (Prof. V. Jarolímek[1]); I.
II. „ (Prof. F. Procházka); M.
} Vorträge: (W) 5, (S) 4. Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

III. Abteilung (Adjunkt B. Chalupníček):

Vorträge: (W) 5, (S) 4,
Konstruktionsübungen: (W und S) 6
} für H und den Vorbereitungskurs für montanistische Hochschulen.

Vorträge: (W) 5
Konstruktionsübungen: (W) 4
} für KT,

Vorträge: (W) 5
Konstruktionsübungen: (W) 6
} für GK.

Graz.

(Prof. Dr. R. Schüssler).

Orthogonale Projektion, orthogonale und klinogonale Achsonometrie. Zentrale Projektion. Kotierte Ebenen. Konstruktive Theorie der Kurven und Flächen.

Vorträge: (W) 5, (S) 3.

Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

Brünn (deutsch).

(Prof. Dr. E. Waelsch).

Lotrisse. Achsonometrie, Parallel-, Zentral-, Reliefperspektive. Elemente der Photogrammetrie. Raumkurven und Flächen. Kurven und Flächen zweiter Ordnung. Regel-, Rotations-, Schraubflächen, Umhüllungsflächen, topographische Flächen. Durchdringungen. Beleuchtungslehre. Kinematische Geometrie; Verzahnungen, Getriebe.

Vorträge: (W und S) 5.

Konstruktionsübungen: (W) 8, (S) 6.

---

[1]) Seit längerer Zeit krankheitshalber beurlaubt.

Brünn (böhmisch). [1]

(Professor M. Pelíšek.)

Schiefe und normale Achsonometrie. Kotierte Projektion und topographische Flächen. Affinität und Zentralkollineation in der Ebene und im Raum. Perspektive. Drehflächen. Windschiefe Flächen. Schraubflächen. Elemente der projektiven Geometrie. Projektive Eigenschaften der Kurven und Flächen zweiten Grades. Elemente der kinematischen Geometrie.

Vorträge: (W und S) 6.

Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

Lemberg.

Methoden der darstellenden Geometrie: Zentralprojektion. Punktreihen und Strahlbüschel. Projektivität derselben, Theorie der Kurven zweiter Ordnung. Kollineation, Ähnlichkeit, Affinität. Involution, Kongruenz und Symmetrie ebener Systeme. Kollineation und Affinität räumlicher Systeme. Orthogonalprojektion. Achsonometrie. Vielflache

Theorie der Kurven und Flächen im allgemeinen: Raumkurven und abwickelbare Flächen: Kegel und Zylinder, Raumkurven dritter und vierter Ordnung; Schraublinie und abwickelbare Schraubfläche. Theorie der windschiefen Flächen: Das einschalige Hyperboloid, das hyperbolische Paraboloid, die windschiefen Schraubflächen. Theorie der Nichtregelflächen zweiter Ordnung: Kugel, Drehflächen zweiter Ordnung. als Kollineationsgebilde der Kugel, die dreiachsigen Flächen zweiter Ordnung als Affinitätsgebilde der Drehflächen zweiter Ordnung. Theorie der Dreh- und Hüllflächen. Konstruktion der Eigen- und Schlagschatten sowie der Lichtgleichen auf krummen Flächen.

Kurs A (bis 1. April 1911 Professor Dr. M. Łazarski) I, G. K. Kurs B (Dozent K. Bartel). H, M.	Vorträge: (W und S) 4. Konstruktionsübungen: (W und S) 6.

6. Vergleichung von Lehrstoff und Lehrstunden. Aus den Aufzählungen in Nr. 5 ersieht man, daß an den technischen Hochschulen Österreichs für darstellende Geometrie Jahreskurse mit durchschnittlich 4 Vortrags- und 6 Konstruktionsstunden in der Woche bestehen. Prag (d. und b.) und Brünn (d. und b.) überschreiten diese Stundenzahlen um weniges.

Das Niveau des Unterrichtes steht in diesem Fach an den technischen Hochschulen Österreichs bedeutend höher als an denen des

[1] Die Vorlesungen führen hier den Titel (in Übersetzung): Darstellende Geometrie in Verbindung mit projektiver Geometrie.

des Deutschen Reiches, zumal Preußens. Dies ist darin begründet, daß in Österreich bisher die übliche Vorbildung für den Besuch der technischen Hochschule die Realschule war, an der während 3—3½ Jahren die Schüler mit den Elementen der darstellenden Geometrie (vgl. den Bericht von A. Adler) vertraut gemacht werden und auch eine ziemliche Konstruktionsfertigkeit erlangen. Wenn auch jetzt[1]) den Absolventen der Reform-Realgymnasien mit einer viel geringeren darstellend-geometrischen Vorbildung der Übertritt an die technische Hochschule gestattet ist, so wird durch sie hoffentlich das Niveau nicht heruntergedrückt werden. Denn es war für Schüler dieser Anstalten, die an den Besuch einer technischen Hochschule denken, von vorneherein eine weitere fakultative Ausbildung in der darstellenden Geometrie, insbesondre im konstruktiven Zeichnen beabsichtigt; die Unterrichtsverwaltung wird sicherlich im Interesse eines guten Weiterkommens der Absolventen dieses neuen und Erfolg verheißenden Schultyps die hierzu notwendigen Einrichtungen treffen. Die Absolventen der (humanistischen) Gymnasien müssen vor der Aufnahme an eine technische Hochschule an dieser eine Prüfung aus dem Freihandzeichnen und geometrischen Zeichnen (d. h. darstellende Geometrie) ablegen.[2]) (Näheres in Nr. 7).

Wenn auch die obigen Programmauszüge keineswegs sichere Schlüsse auf die abgehaltenen Vorträge gestatten, so ist aus ihnen doch zu entnehmen, daß z. B., trotz der sonstigen Übereinstimmung des Lehrstoffes, in Wien und Graz die Vorträge mehr nach der praktischen Seite neigen, während die andern Hochschulen mehr die Theorie bevorzugen. Die Programme von Prag (b), Brünn (b) und Lemberg erwähnen ausdrücklich die Behandlung der Elemente der projektiven Geometrie, die von Brünn (d und b) die Behandlung der Elemente der kinematischen Geometrie. Letztere Einrichtung ist für Maschinenbauabteilungen sicherlich zu begrüßen.

Der Nachahmung der in Brünn (d.) getroffenen Neueinrichtung, nämlich der Vereinigung aller geometrischen Disziplinen in eine „Lehrkanzel für Geometrie“ (vgl. Seite 48) stehen schwere Bedenken gegenüber, wenngleich Professor Waelsch mitteilt, daß sie sich gut bewähre.

Denn einmal wird man nur selten eine Kraft finden, die wirklich alle hier vereinigten Einzeldisziplinen voll zu vertreten vermag.

[1]) Ministerial-Verordnung vom 27. März 1909, Z. 1997, R. G. Bl. Nr. 65.

[2]) Im Gesetz vom 10. April 1872, betreffend die Organisation der Technischen Hochschule (des polytechnischen Institutes) in Wien heißt es im § 14: „Als ordentliche Hörer werden diejenigen aufgenommen, welche ein staatsgiltiges Maturitätszeugnis erworben haben, wobei Gymnasialschüler noch eine hinreichende Fertigkeit im geometrischen und Freihandzeichnen nachzuweisen haben.“ Gleich lautet § 7, Absatz 1 des vom Unterrichtsminister erlassenen Organischen Statutes für die k. k. Technische Hochschule in Wien.

besonders wenn die darstellende Geometrie, wie es doch wünschenswert erscheint, die Technischen Anwendungen mehr berücksichtigen soll. Ferner wird die Stundenzahl für die betreffende Lehrkraft viel zu hoch. Die Lehrkräfte an den technischen Hochschulen sind gegenüber denen der Universitäten ohnedies so viel stärker belastet, daß sie alle Anstrengungen machen müßten, um mehr Zeit für wissenschaftliches Arbeiten zu gewinnen.

7. Die Vorbildung der Hörer und die Aufnahmsprüfung. Klagen über Verschlechterung des an die Hochschulen kommenden Schülermaterials tauchen in den letzten Jahren aus Hochschullehrerkreisen häufiger auf. Solche Urteile müssen aber skeptisch aufgenommen werden, weil zuverlässige Vergleichsmethoden des einstigen mit dem jetzigen Schülermaterial fehlen. Die Erinnerung an die eigene Jugendzeit, die meist mitspielt, gibt einen falschen Maßstab, denn sie malt ein Bild vom eigenen Wissen und Können zur damaligen Zeit, das selten ähnelt. Je weiter man geistig fortschreitet und je mehr der eigene Wissensumfang wächst, desto geringfügiger erscheint einem das elementare Wissen, wie es die Mittelschule liefert, insbesondre im eigenen Fachgebiet. Fast alle älteren Lehrer behaupten, daß die Schüler in früheren Zeiten viel mehr gewußt hätten als jetzt. Je länger man nämlich einen Gegenstand lehrt, desto durchsichtiger, selbstverständlicher, ja oft nichtiger erscheint einem das Gelehrte und man entsetzt sich dann darüber, daß die Schüler Schwierigkeiten im Verständnis oder in der Auffassung solch einfacher Dinge finden. Es liegt hier immer eine ähnliche subjektive Täuschung vor wie im Lobe der „guten alten Zeit“.

Auch die Realschulen beschuldigt man, sie gäben keine zureichende Vorbildung für die technischen Hochschulen und seien diesbezüglich in den letzten Jahren schlechter geworden. Daß sich unter der großen Masse von Studierenden, die sich jetzt zum Hochschulstudium drängen, viele untaugliche Elemente befinden, daß an gar vielen Mittelschulen aus nationalen und andern Gründen zu weitgehende Milde waltet, soll völlig zugegeben werden. Aber daß die Schulen selbst schlechter geworden seien, halte ich zum mindesten für unbewiesen. Die Einzelausbildung in manchen Fächern ist in stofflicher Hinsicht reduziert worden; dafür hat sich aber die allgemeine Ausbildung gehoben, die Methodik verbessert und der Geist, in dem gegenwärtig an den Realschulen unterrichtet wird, ist gegen den früheren Drillunterricht wesentlich fortgeschritten. Es steht zu erwarten, daß man die Wirkung auch an den Hochschulen fühlen wird, wenn sich erst einmal die neuen Unterrichtspläne eingelebt haben. Für gar manche Mißerfolge und Mängel des Hochschulstudiums sollte man nicht die Mittelschulen, sondern die mangelhaften unterrichtlichen Einrichtungen der Hochschulen verantwortlich machen.

Die Stundenzahl für darstellende Geometrie ist an den Realschulen im Jahre 1898 verringert worden. Dadurch hat vor allem die Zeichenfertigkeit der Absolventen, wie man aus dem Vergleich mit Zeichnungen aus früheren Zeiten ersehen kann, abgenommen. Es spielt aber auch die Zeichenfertigkeit heutzutage nicht mehr die Rolle wie einstens. Wenn auch infolge der geringeren Stundenzahl die Fertigkeit etwas zurückgegangen sein mag, so kann Referent in die Klage über ungenügende Vorbildung der Hörer in seinem Fach nicht einstimmen. Er hat vor zwei Jahrzenten als Assistent mehrere Jahre an derselben Lehrkanzel gewirkt, die er jetzt leitet, und merkt keinen wesentlichen Unterschied zwischen einst und jetzt. Es gibt heutzutage Talentierte und Untalentierte. Fleißige und Unfleißige wie vor zwei Jahrzehnten und die Durchschnittsleistungen sind mindestens ebensogut wie damals. Übrigens mögen die Verhältnisse bezüglich der Vorbildung in Wien auch besser sein als in der Provinz; Brünn (b), besonders aber Lemberg (Professor Dr. Denizot) klagt über unzureichende Vorbildung der Realschüler in der darstellenden Geometrie.

Eine beachtenswerte Erscheinung ist die wachsende Zahl von Gymnasialabsolventen, die sich den technischen Studien zuwenden. Wie schon in Nr. 6 erwähnt, müssen diese vor ihrer Aufnahme als ordentliche Hörer[1]) eine Prüfung aus dem Freihandzeichen und dem geometrischen Zeichnen (d. h. der darstellenden Geometrie) ablegen. Letzterer Prüfung haben sich nun in Wien unterzogen:

Im Studienjahr	An der I. Lehrkanzel	An der II. Lehrkanzel	Summe
1903/04	20	34	54
1904/05	36	25	61
1905/06	25	21	46
1906/07	26	28	54
1907/08	31	45	76
1908/09	25	44	69
1909/10	32	43	75
1910/11	33	58	91

[1]) An der Wiener Hochschule werden auch die außerordentlichen Hörer, die Vorlesungen über darstellende Geometrie besuchen wollen und nicht die nötigen Vorkenntnisse durch Zeugnisse belegen können (mit Bezug auf § 15, Absatz 2, des Seite 57, Fußn.[2]) zitierten Gesetzes vom 10. April 1872), zur Ablegung einer Aufnahmsprüfung verhalten. Diese Maßnahme bezieht sich insbesondre auf jene Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie, die vom Gymnasium kommen (Vgl. Nr. 17).

Da an der II. Lehrkanzel jene Hörer die Aufnahmsprüfung ablegen, die in die Maschinenbauabteilung eintreten wollen, so lehrt diese Aufstellung, daß unter den vom Gymnasium kommenden Hörern sich viel mehr dem Studium des Maschinenbaues als dem des Bauingenieurwesens zuwenden, obgleich sonst die Hörerzahl an der Bauingenieurabteilung in den betrachteten Jahren bedeutend höher als an der Maschinenbauabteilung war.

Diese „Aufnahmsprüfung“ wird an allen Hochschulen in sehr milder Form abgehalten, nirgends werden dabei von den Prüflingen dieselben Kenntnisse und Fertigkeiten aus der darstellenden Geometrie gefordert, wie sie der Durchschnittsrealschüler besitzt. An manchen Hochschulen wird nur mündlich, also nur an der Tafel geprüft, und die gestellten Fragen dienen z. B. bloß dazu „sich zu überzeugen, ob eine gewisse Fähigkeit zur Raumvorstellung ausgebildet sei“, ja es wird die Prüfung auch „ziemlich als Formsache“ angesehen.

In Wien hat sich eine etwas strengere Handhabung dieser Prüfung herausgebildet; die Forderungen für sie und der Termin ihrer Abhaltung sind in der „Zusammenstellung der wichtigsten gesetzlichen Bestimmungen und Verordnungen für die k. k. Technische Hochschule in Wien“ (1905, Seite 14, Fußnote 3) festgelegt.[1]) Die Prüfungen werden der Hauptsache nach schriftlich abgehalten, das heißt, die Kandidaten müssen drei bis vier bestimmte Aufgaben (in ungefähr drei Stunden) zeichnerisch lösen. Jene Kandidaten, bei denen diese schriftliche Prüfung kein sicheres Urteil ergibt, werden noch mündlich geprüft. Es ist damit allmählich eine sichtbare Hebung des Wissensniveaus der zur Aufnahmsprüfung Kommenden erreicht worden. Dieses ist aber für das Mitkommen der Gymnasiasten unbedingt notwendig, wenn die Vorlesungen, wie üblich, auf einer gewissen Bekanntschaft mit den Elementen aufgebaut werden.

Allgemein ist der lebhafte Wunsch nach Einrichtung von Kursen, in denen jene Gymnasiasten, die sich dem technischen Studium

---

[1]) *a)* Fertigkeit in der Ausführung der planimetrischen Elementarkonstruktionen mit Hilfe des Zirkels und der Zeichendreiecke. Haupteigenschaften und Konstruktionen der Kegelschnitte (Ellipse, Parabel und Hyperbel) und ihrer Tangenten.

b) Orthogonale Projektion. Elementaraufgaben über Punkt, Gerade und Ebene.

Darstellung von ebenen Vielecken und Kreisen (in beliebigen Ebenen liegend), von Prismen, Pyramiden, Rotationszylindern und Rotationskegeln. Ebene Schnitte und Durchdringungen von Prismen und Pyramiden. Schattenbestimmungen für ebenflächig begrenzte Körper.

Der Examinand muß imstande sein, vorstehende Aufgaben in sorgfältiger und genauer Zeichnung in Bleistift und Tusche auszuführen.

Für die Aufnahmsprüfung aus dem geometrischen und Freihandzeichnen wurde vom Professorenkollegium ein einziger, und zwar unerstreckbarer Termin für die Zeit kurz nach dem 15. Oktober festgesetzt.

zu widmen gedenken, in die Elemente der darstellenden Geometrie durch Vorträge und konstruktive Übungen eingeführt werden. Einige solcher Kurse bestehen bereits und manche sollen sich sehr gut bewähren. Professor Dr. Schüssler teilt mit, daß er jedem Absolventen eines Gymnasiums, der in seinem Reifezeugnis eine Note über den erfolgreichen Besuch eines solchen Kurses aufweist, die Aufnahmsprüfung erlasse. Die Mehrzahl der Herren Kollegen neigt zu einer Aufhebung dieser Prüfung. Nur Professor Schmid spricht sich für deren unbedingte Beibehaltung aus[1]). Solang die erwähnten Kurse keine feste Gestaltung gewonnen und sich noch oft in den Händen von Lehrern befinden, die keine Lehrbefähigung für darstellende Geometrie erworben haben, erscheint es auch dem Referenten ratsam, daß sich die technischen Hochschulen das Recht wahren, durch eine Prüfung die hinreichende Vorbildung dieser Hörer zu überwachen. Es ist sonst eine Überflutung der technischen Hochschulen mit Gymnasiasten zu befürchten, die das Niveau der darstellend-geometrischen Vorlesungen herabdrückt. Professor Dr. Waelsch fordert die Aufnahme der darstellenden Geometrie in den Lehrplan der Gymnasien, da ein entwickelterer Raumsinn zur allgemeinen Bildung gehöre.

Über das Weiterkommen der Gymnasiasten in der darstellenden Geometrie sprechen sich die meisten Fachvertreter nicht gerade ungünstig aus. Es wird aber mit Recht betont, daß sich in der Regel auch nur solche Gymnasialabiturienten dem technischen Studium widmen, die dafür besondere Vorliebe, wahrscheinlich also auch Talent besitzen. Gewöhnlich stehen sie in der Zeichenfertigkeit gegen die Realschulabiturienten bedeutend zurück und müssen sich (in Wien wenigstens, wo Vorkenntnisse vorausgesetzt werden) sehr anstrengen, um mit diesen Schritt halten zu können. Obgleich manche dieser jungen Leute auch vorzügliche Erfolge in der darstellenden Geometrie erzielen, so erkennt man bei den Prüfungen viele der ehemaligen Gymnasiasten daran, daß sie bei ganz guten Kenntnissen in schwierigeren, an der Hochschule vorgetragenen Gebieten plötzlich bei der Ausführung elementarer Konstruktionen stecken bleiben. Es fehlt ihnen eben die durch jahrelange Übung erreichte Sicherheit des Realschülers. Die Lehrer der darstellenden Geometrie an den technischen Hochschulen Österreichs können daher nicht dankbar genug dafür sein, daß die meisten ihrer Hörer schon eine Sicherheit in der Durchführung der elementaren Konstruktionen von der Mittelschule mitbringen, die bei dem üblichen Unterrichtsbetriebe an den Hochschulen, auch bei vermehrter Stundenzahl, nie erzielbar wäre.

---

[1]) Auch Professor Procházka ist der Meinung, daß die Aufnahmsprüfungen nicht aufgehoben, sondern eher erschwert werden sollten; jedoch steht seine Äußerung in keinem Zusammenhang mit den oberwähnten Kursen.

8. Einzelheiten über die Durchführung der Vorlesungen, zumal an der I. Lehrkanzel in Wien. Um eine etwas genauere Vorstellung zu geben, wie an einer österreichischen technischen Hochschule die Vorlesungen über darstellende Geometrie gehalten werden, muß Referent seine eigenen Vorlesungen als Beispiel heranziehen; denn die der anderen Fachkollegen sind ihm weder dem genaueren Inhalt und Umfang nach noch weniger in ihren leitenden Gedanken bekannt. Nur hie und da kann auf die zugegangenen Berichte Bezug genommen werden.

Obschon wir in Österreich mit einer sicheren Kenntnis des Grund- und Aufrißverfahrens bei den angehenden Technikern rechnen können, so findet doch wohl überall eine kurze Wiederholung dieser Elemente oder wenigstens einiger ihrer Teile in der einen oder andern Form statt (z. B. Dreikantaufgaben). Referent nimmt diese Wiederholung so vor, daß sie der Förderung seiner Hauptbestrebungen dient, alle Konstruktionen in solcher Form zu lehren, wie sie in der Technik wirklich zur Anwendung gelangen, ferner die Hörer mit möglichst allgemeinen praktischen Methoden und Prinzipien bekannt zu machen und auf einen höheren konstruktiven Standpunkt zu leiten.

Das erste solche Prinzip ist die ausgiebige Verwendung von Seitenrissen bei der Durchführung von Konstruktionen, das zweite die Weglassung der Rißachsen. In der Mittelschule konstruiert man, und zwar ganz mit Recht, mit festen Rißebenen, also mit der Rißachse, und verwendet Seitenrisse entweder gar nicht oder höchst spärlich, weil eine höhere Verständnisstufe erreicht sein muß, um vollen Nutzen aus diesem Konstruktionsprinzip ziehen zu können. Durch das Weglassen der Rißachsen gewinnt man den Anschluß an das praktische Zeichnen. Wird dieser Anschluß nicht gleich im ersten Jahre systematisch hergestellt, so klafft zwischen der darstellenden Geometrie und ihren Anwendungen in den praktischen Fächern lange eine Lücke.

Die Grundaufgaben über Lagenbeziehungen und Maßverhältnisse werden, wie es in der Praxis üblich ist, ohne Verwendung der Spurelemente auf den Rißebenen gelöst. Bei der Lösung der ersten Gruppe von Aufgaben wird ein für die Hörer ganz neuer (und auch sonst wenig bekannter) Standpunkt eingenommen. Es wird darauf hingewiesen, daß Punkte und Gerade des Raumes in zugeordneten Normalrissen durch orientierte Punktpaare und ähnliche Punktreihen dargestellt werden, daß aber auch andre Abbildungsmethoden zu derselben Darstellung führen. Die Aufgaben über Lagenbeziehungen lassen sich nun auf Grund von vier Voraussetzungen über die Darstellung von Punkten und Geraden lösen, die in allen üblichen Abbildungsarten gelten. Mit diesem Nachweis ist das konstruktiv wichtige Ergebnis gewonnen, daß in den andern Abbildungsarten die Lösung der Aufgaben über Lagenbeziehungen mit genau denselben Linien geschieht

wie in zugeordneten Normalrissen; es brauchen also diese Aufgaben nur einziges Mal besprochen werden. Bei der Lösung der Aufgaben über Maßverhältnisse in zugeordneten Normalrissen finden die Seitenrisse ausgiebige Verwendung und es werden einige sonst nicht übliche Vereinfachungen hervorgehoben.

Um die Konstruktionen an den in der Technik hauptsächlich auftretenden Flächenarten (vgl. S. 54) mit den erforderlichen Begründungen durchführen zu können, ist die Kenntnis einiger allgemeiner Infinitesimaleigenschaften von Kurven und Flächen, ferner einiger Sätze über algebraische Kurven und Flächen unerläßlich. Um vom Hauptziel. den praktischen Anwendungen, nicht zu sehr abzuweichen, werden solche allgemeine Sätze aus der analytischen Geometrie und Funktionentheorie entlehnt, die sich mit wenigen Erläuterungen ihrem Sinne nach verständlich machen lassen[1]).

Die Kurven und Flächen zweiter Ordnung erscheinen eigentlich nur als Sonderfälle der algebraischen Kurven und Flächen. Es wird ihnen viel weniger Zeit gewidmet wie an andern Hochschulen. Die für das Konstruieren unbedingt nötigen Sätze über Kegelschnitte werden natürlich bewiesen, wozu die Begriffe Affinität, Kollineation, harmonische Elemente und höchstens noch der Begriff des Doppelverhältnisses ausreichen. Auf die projektive Geometrie als solche wird nicht weiter eingegangen. Sie erscheint dem Referenten auch entbehrlich, besonders wenn er nicht auf die nähere Behandlung der für den Techniker kaum so wichtigen allgemeinen Flächen zweiter Ordnung eingeht. Auch die geometrisch so interessanten windschiefen Regelflächen, Schraub- und Schiebflächen erfahren in dieser allgemeinen Vorlesung nur eine ganz oberflächliche Behandlung. Wenn es die Zeit gestattete, würde Referent unbedingt die Grundbegriffe der kinematischen Geometrie vortragen, wie es in Brünn (d und b) und Prag (b)[2]) geschieht.

Auf das Konstruieren der Schatten an den verschiedenen Flächenarten wird in Wien besondres Gewicht gelegt. Der größte Teil der Konstruktionsaufgaben bezieht sich auf die Darstellung technischer Gegenstände samt den bei Parallelbeleuchtung an ihnen auftretenden Schatten. Die Konstruktion von Schatten zwingt nämlich jeden Hörer zur genauen Erfassung aller Einzelformen und zur Vorstellung ihrer gegenseitigen Lagen und bildet dadurch das Vorstellungsvermögen in der Seite 50 geforderten Richtung aus. Zugleich bietet jede solche Aufgabe Gelegenheit zur Anwendung einer Fülle von Einzelkonstruktionen unter den mannigfaltigsten und stets wechselnden

---

[1]) Vgl. E. Müller, Lehrbuch der darstellenden Geometrie, I., 2. Abschnitt. Kap. 1 und 2.

[2]) Nach schriftlicher Mitteilung an der Maschinenbauabteilung.

Verhältnissen. Damit aber die Hörer bei der selbständigen Durchführung solcher Aufgaben praktisch vorgehen lernen, müssen auch in der Vorlesung einfachere Beispiele völlig durchkonstruiert werden.

Nachdem die konstruktive Behandlung der Kurven und Flächen in zugeordneten Normalrissen erledigt ist, wird (ungefähr zu Beginn des zweiten Semesters) zur Besprechung der andern gebräuchlichen Abbildungsmethoden übergegangen. Zuerst wird die für den Bauingenieur so wichtige kotierte Projektion, und zwar auch in ihren verschiedenen praktischen Anwendungen eingehend erläutert, dann anschließend einiges über Dachausmittlung vorgetragen. Wenn auch die praktische Dachausmittlung durch Umstände bedingt wird, die der angehende Techniker noch nicht zu beurteilen vermag, so erscheint es doch vorteilhaft, ihn mit dem geometrischen Gerippe der Ausmittlung bekannt zu machen, freilich nach Möglichkeit in einer den praktischen Verhältnissen angepaßten Form. In beiden Anwendungsgebieten der darstellenden Geometrie treten dem Anfänger, hauptsächlich infolge der Eigenart der dargestellten Gebilde, Schwierigkeiten entgegen, deren Überwindung sehr fördernd auf die Ausbildung seines räumlichen Vorstellungsvermögens wirkt und ihm das spätere Studium der entsprechenden praktischen Disziplinen sehr erleichtert.

Achsonometrische Darstellungen kommen bei der Herstellung technischer Zeichnungen und Skizzen so oft zur Verwendung, daß sie schon deshalb kaum umgangen werden dürfen. Referent bespricht die orthogonale und allgemeine schiefe Achsonometrie und bevorzugt sogar letztere. Die achsonometrische Darstellung technischer Gegenstände bildet ein so vorzügliches Hilfsmittel zur Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens, daß sie auch dann gelehrt werden müßte, wenn sie keine praktische Verwendung hätte. Auch in diesem Gebiete wird die Darstellung und Schattenkonstruktion an praktischen Beispielen in der Vorlesung gezeigt.

Die schiefe Achsonometrie leitet zur schiefen Projektion als besondrer Darstellungsmethode mittels Schrägriß und Schräggrundriß. Auch hier wird (wie in der allgemeinen Achsonometrie) die Lösung der Grundaufgaben über Maßverhältnisse gezeigt, die wohl praktisch nur selten verwendet werden dürften, aber eine vorzügliche Vorbereitung auf die Perspektive bilden. Letztere wird in dieser Vorlesung nicht als theoretische Disziplin, sondern fast rein praktisch behandelt; es werden der Hauptsache nach nur Methoden zur Darstellung technischer Objekte erläutert. Die „freie Perspektive" führt natürlich zur Behandlung der Aufgaben über Maßverhältnisse, zur Darstellung von regelmäßigen Vielecken und Kreisen und zur Darstellung der Kugel. Die Umkehraufgaben werden nur so weit erläutert, daß die Hörer in den Stand gesetzt werden, aus einem perspektiven Bild Grund- und

Aufriß zu rekonstruieren; zur wirklichen Durchführung an einem praktischen Beispiel finden aber nur sehr wenige Hörer die Zeit.

Jeder Lehrer einer grundlegenden Disziplin an den technischen Hochschulen (Mathematik, darstellende Geometrie, Mechanik, Physik) muß mehr lehren, als das in der Praxis unmittelbar Verwendbare, denn er hat die Hörer mit dem Geist und den Methoden seiner Wissenschaft bis zu einem gewissen Grade vertraut zu machen, damit die fertigen Ingenieure imstande seien, sie für ihre Zwecke selbständig zu verwerten. Wenn nun z. B. Referent die Grundaufgaben[1]) nicht bloß in zugeordneten Normalrissen, sondern auch in den andern Abbildungsarten (sogar in allgemeiner schiefer Achsonometrie) soweit behandelt, daß die Ausführung beliebiger Konstruktionen ersichtlich wird, so ist er sich bewußt, daß ein Techniker sie kaum je praktisch verwenden wird. Aber die Durchführung von Konstruktionen in verschiedenen Abbildungsarten hat einen hohen pädagogischen Wert. Kaum auf einem andern Wege gelangt der Schüler völlig dazu, sich mit seinen konstruktiven Überlegungen von der Zeichnung loszulösen und zu erkennen, daß der räumliche Lösungsgedanke einer Aufgabe das Wesentliche, seine zeichnerische Durchführung etwas Sekundäres sei. Er dringt dadurch zum richtigen, ihm Herrschaft über den Stoff verleihenden Verständnis der darstellenden Geometrie durch.

Wie schon erwähnt, gelangen in den Vorträgen nie die Theorien und Methoden allein zur Erklärung, sondern immer auch ihre praktischen Anwendungen und zwar so weit, daß die Hörer dann selbständig zu konstruieren vermögen. Die Durchführung solcher praktischen Beispiele nimmt freilich einen großen Teil der Vortragszeit in Anspruch. Außerdem wird in den Vorlesungen noch über Aufspannen, Ausziehen, Antuschen, Beschriften usw. der Zeichnungen gesprochen[2]).

An der II. Lehrkanzel in Wien sind die Vorlesungen vorwiegend theoretisch veranlagt. Den Bedürfnissen der Maschinenbauabteilung wird Rechnung getragen, z. B. dadurch, daß die kotierte Projektion gar nicht, die Zentralprojektion zuletzt und nur ganz kurz behandelt wird.

Solche Rücksichtnahme auf die besondern Abteilungen melden auch Prag (b) und Lemberg. Von kleineren Hochschulen, wie Brünn (b), wo die Hörer verschiedener Abteilungen in einer Vorlesung vereint sind, wird bedauert, daß den Bedürfnissen der einzelnen Abteilungen nicht so Rechnung getragen werden kann, als es der

---

[1]) Entgegen der sonst völlig richtigen Ansicht von G. Hauck, Jhrsb. Dtsch. Math.-Ver. 8 (1900), S. 118, Fußnote.

[2]) Um künftig Zeit zu ersparen, hat Referent diese Bemerkungen 1910 als „Belehrung über die Ausführung der Zeichnungen zur darstellenden Geometrie“ zur Verteilung an die Hörer drucken lassen.

betreffende Professor möchte. Professor Pelíšek trägt jedoch während der großen Vermessungsübungen der andern Abteilungen für die Maschinenbauer einige Kapitel aus der kinematischen Geometrie vor.

In Graz wird auf die Gewandtheit in der Lösung der Fundamentalaufgaben über Kegelschnitte bei verschiedenartig gegebenen Bestimmungsstücken Gewicht gelegt.

9. Vortragsarten, Hilfsmittel, Lehrbücher, Autographien. Während über Lehrmethode, Lehrart und Lehrversuche an Volks- und Mittelschulen mündlich und schriftlich ein reger Gedankenaustausch zwischen den Lehrern stattfindet, zeigt sich für solche Fragen in den Kreisen der Hochschullehrer fast gar kein Interesse[1]). Und doch ist es ganz dieselbe Arbeitsvergeudung, ob glückliche pädagogische oder rein wissenschaftliche Gedanken und Erfahrungen der einzelnen unbeachtet bleiben. Wenn auch der Individualität des Hochschullehrers stets weiteste Betätigungsfreiheit zugestanden werden muß, so wäre trotzdem eine größere Berücksichtigung pädagogischer Gesichtspunkte für den Hochschulunterricht, zumal an den technischen Hochschulen mit fast festem Unterrichtsplane, von großem Nutzen. Die „Hochschulpädagogik“ wird ebenso sicher an Boden gewinnen, wie ihn die Mittelschulpädagogik gewonnen hat[2]). Für jedes einzelne Fach wäre es aber schon von praktischem Werte, über die Unterrichtsgestaltung an andern Hochschulen etwas zu erfahren; denn wer unterrichtliches Interesse besitzt, wird aus solchen Mitteilungen von Fachkollegen immer Nutzen ziehen können. Von diesem Gesichtspunkte aus mögen manche der vorhergehenden und insbesondre die folgenden Einzelbemerkungen beurteilt werden.

---

1) Um eine gegenseitige Beeinflußung des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie einzuleiten, hat der Referent auf der Naturforscherversammlung in Salzburg (September 1909) im Anschluß an einen Vortrag „Anregungen zur Ausgestaltung des darstellend-geometrischen Unterrichts an technischen Hochschulen und Universitäten“ (Jhrsb. Dtsch. Math.-Ver. 19 (1910), p. 19—24) eine Ausstellung von Zeichnungen veranstaltet, die seine Lehrmethode darlegte. Aber nur der Kreis der Mittelschullehrer, der zugegen war, scheint sich lebhafter dafür interessiert zu haben.

2) Als Anzeichen dafür mag die Gründung der „Gesellschaft für Hochschulpädagogik“ und die Herausgabe der Vierteljahrsschrift „Mitteilungen für Hochschulpädagogik“, Berlin 1910, gelten. Gründungen ähnlicher Vereine in verschiedenen Städten stehen bevor. Um welch tief einschneidende Fragen es sich bei einer vorurteilslosen Betrachtung der Organisation und des Unterrichtsbetriebes an technischen Hochschulen handelt, kann eine flüchtige Durchsicht des Büchleins von S. Müller, „Technische Hochschulen in Nordamerika“, Leipzig 1908 (Aus Natur und Geisteswelt Nr. 190), lehren. Wer weiß, ob wir nicht manches, was in den Vereinigten Staaten geübt und erprobt wird, übernehmen werden, so sonderlich es uns auch auf den ersten Blick erscheint, weil es dem bei uns üblichen Unterrichtsbetriebe zuwiderläuft.

An den technischen Hochschulen Österreichs dürfte es wohl allgemein üblich sein, in den Vorlesungen über darstellende Geometrie die meisten Konstruktionen mit Lineal (Tafeldreiecken) und Zirkel möglichst genau durchzuführen und nur ganz kleine Aufgaben oder Erklärungsfiguren freihändig zu zeichnen. Dieser mit größerer Mühe verbundene Vorgang bietet einmal manche Gelegenheiten, auf geschickte manuelle Durchführung der Zeichnungen sowie Handhabung der Zeicheninstrumente aufmerksam zu machen. Die schöne und genaue Ausführung der Tafelzeichnungen beeinflußt aber auch das Zeichnen der Hörer, wie man daraus erkennt, daß die aus verschiedenen Jahrgängen und Fachschulen stammenden Hörer ganz ähnlich ausgeführte Zeichnungen selbst dann abliefern, wenn ihnen viele Freiheiten in deren Ausführung gestattet werden. Diese Wirkung könnte noch stärker sein, wenn die Tafeln in den Vortragssälen für darstellende Geometrie mit solchen Einrichtungen versehen wären, daß das Zeichnen an ihnen dem Zeichnen auf dem Reißbrett analoger wäre. In Österreich fehlen aber derartige Einrichtungen wohl überall.

In Wien wird das Vortragen durch die üblichen Auditorien von 300 bis 400 Hörern erschwert. Alle Tafelzeichnungen müssen für die großen Entfernungen der Hörer berechnet, also nicht nur in sehr großem Maßstab, sondern auch mit breiten Kreidestrichen ausgeführt und mit großen Buchstaben beschrieben werden. Hierzu reichen dann die Tafeln kaum aus und der Vortragende ist öfter genötigt, auf Stühle zu steigen, um die Zeichnung ausführen zu können. Da man an der lotrechten Tafel nur schwer mit zwei Dreiecken Parallele ziehen kann, so verwenden wir in Wien hierzu Rollineale[1]), die sich sehr gut bewährt haben und daher empfohlen werden können. Außerhalb Österreichs scheinen sie ziemlich unbekannt zu sein.

Modelle kommen in Wien in den Vorlesungen verhältnismäßig selten zur Verwendung. Die üblichen Modelle ganz elementarer Art, wie man sie für die Einführung in die Grundbegriffe der darstellenden Geometrie benutzt, sind für österreichische Verhältnisse überflüssig, weil wir schon mit einem ziemlich entwickelten Vorstellungsvermögen rechnen können. Modelle andrer Art stehen gewöhnlich nicht in solcher Größe zur Verfügung, wie man sie für unsere Auditorien brauchte[2]). Auch wäre die Herstellung und das Hin- und Hertragen von Modellen in entsprechender Größe schwierig, abgesehen von den Kosten und den notwendigen Aufbewahrungsräumen. (S. Nr. 25.)

---

1) Patent Kugelmayr, zu beziehen von Franz Steflitschek, Mechaniker in Wien, VI., Millergasse 8.

2) Nur einige der Modelle von H. Wiener (im Verlag von B. G. Teubner, Leipzig) wie z. B. die schönen Drahtmodelle von Flächen zweiter Ordnung und Schraubflächen, genügen ihrer Größe nach.

Die Benutzung eines Projektionsapparates hat Referent bisher gar nicht angestrebt. Die notwendige Verdunklung des großen Vortragssaales ließe sich nur schwer durchführen und alle zu einer Demonstration nötigen Vorbereitungen würden den Vortrag zu lange unterbrechen. Unseren Hörern läßt sich mit Schrägrißskizzen alles klar machen. Manche solcher Erklärungsfiguren, deren Mitskizzierung durch die Hörer entbehrlich erscheint, sind durch die Assistenten auf große Tafeln aus schwarzem Papier (oder neuerlich auf schwarzem Leinenpapier) mit Kreide oder weißen Stiften[1]) gezeichnet worden und werden zur Vorlesung aufgehängt.

Da an den technischen Hochschulen die allgemeinen Vorlesungen sich Jahr für Jahr mit verhältnismäßig geringen Abänderungen wiederholen, so ist es naheliegend, daß ihr Inhalt den Hörern autographiert oder gedruckt zugänglich gemacht werde. Dadurch können sich jene Hörer, deren Vermögenslage die Anschaffung dieser Lernhilfsmittel gestattet, von dem lästigen und unpädagogischen Mitschreiben der Erklärungen und Bemerkungen entlasten. Die Furcht, daß solche Veröffentlichungen des Vorlesungsinhaltes den Besuch der Vorlesungen selbst vermindere, ist nach den Erfahrungen des Referenten unbegründet. Der lebendige, nicht langweilige Vortrag ist natürlich, schon durch die persönliche Wirkung, durch kein Buch ersetzbar.

Wenn aber Hörer dem Vortrag folgen können, ohne einen Teil ihrer Geisteskräfte dem Mitschreiben widmen zu müssen, so werden sie einen viel größeren geistigen Gewinn davontragen und das Gehörte dann bei ruhigem Überlesen viel besser in sich aufnehmen, als wenn sie in der Hast des Mitschreibens das eine oder andre überhören. Gibt ein Professor seine Vorlesungen nicht selbst heraus, so werden sie meist in höchst verstümmelter Form von andern Personen unter den Hörern verbreitet, und zwar zu unerhört hohen Preisen.

In der Tat sind auch nur von den an den Brünner Hochschulen gehaltenen Vorlesungen weder Autographien vorhanden, noch Teile veröffentlicht. Sonst sei folgendes mitgeteilt:

Wien, I. Lehrkanzel. Der erste Teil der Vorlesungen ist im Druck erschienen (vgl. S. 50, Fußn. 2), der zweite Teil in Vorbereitung.

Wien, II. Lehrkanzel. Ein Teil der Vorlesungen erscheint in nächster Zeit im Druck.

Prag (d). Die früher vorhandenen Autographien sind vergriffen; eine Neuauflage ist nicht beabsichtigt.

---

[1]) Mit den „Creta Polycolor"-Stiften von G. W. Sussner kann auf dem schwarzen Leinenpapier wie mit Kreide gezeichnet werden, nur ist ein Fixieren überflüssig und fehlerhafte Striche lassen sich mit gewöhnlichem Radiergummi weglöschen.

Prag (b). Die Vorlesungen sind böhmisch unter dem Titel „Jarolímek und Procházka, Darstellende Geometrie für die technischen Hochschulen, Prag 1909“, erschienen.

Graz. Für einen Teil der Vorlesungen benutzen die Hörer R. Schüssler, Orthogonale Axonometrie, Leipzig 1905.

Lemberg. Professor Łazarski hat seine Vorlesungen veröffentlicht (vgl. S. 49).

10. Übungsstunden (Repetitorien). Verschiedene Anzeichen lassen erkennen, daß in den Kollegien der technischen Hochschulen allmälich die Ansicht durchdringen wird, es müsse dem Einüben des Wissensstoffes, zumal in den theoretischen Fächern, mehr Zeit und Beachtung als bisher gewidmet werden. Die Einrichtung von Wiederholungs- oder Übungsstunden dürfte hierfür ein erstes empfehlenswertes Auskunftsmittel bilden. Im Anschluß an die mathematischen Vorlesungen bestehen solche „Korrepetitionen“ an den technischen Hochschulen schon lange, aber sie hatten meist nicht den beabsichtigten Erfolg. (Vgl. den Bericht von E. Czuber, S. 33.)

Referent hat seit dem Studienjahre 1906/07 für die darstellende Geometrie eine ähnliche Einrichtung getroffen, die sich gut bewährt. Es wird vom Konstrukteur oder einem der älteren Assistenten einmal wöchentlich (Zeitausmaß 1 bis $1^1/_2$ Stunden) eine sogenannte Übungsstunde abgehalten, in der bloß weitere Übungsaufgaben an der Tafel mit breiter Erklärung vollkommen durchkonstruiert werden. Es bietet sich dabei auch Gelegenheit, gerade jene Dinge, die erfahrungsgemäß am öftesten falsch konstruiert oder schwer verstanden werden, nochmals eingehend zu erläutern. Die Art der Übungsaufgaben wird vom Referenten bezeichnet und von dem die Übung abhaltenden Herrn (jetzt Dr. W. Olbrich) genau vorbereitet. Daß diese Übungsstunden einem Bedürfnis entsprechen, erkennt man aus der außerordentlich regen Teilnahme an ihnen, die aber natürlich auch teilweise dem Geschick des Vortragenden zuzuschreiben ist. Obgleich gar keine Besuchsverpflichtung vorliegt und keine Kontrolle irgendwelcher Art geübt wird, wurden sie im Studienjahre 1910/11, und zwar bis zum Schlusse, von 200 und mehr Hörern besucht, sodaß der Vortragsaal nicht ausreichte.

Im laufenden Studienjahre wurde auch der weitere Versuch unternommen, für die den verschiedenen Fachabteilungen angehörigen Studierenden getrennte Übungsstunden abzuhalten, um auf deren besondre Bedürfnisse Rücksicht nehmen zu können. Jedoch ließ sich dies wegen kollidierender Stunden und mangelnder Hörsäle nur mit den Hörern des geodätischen Kurses durchführen.

Im Studienjahre 1910/11 wurden auch in Graz Übungsstunden mit analogen Tendenzen wie in Wien eingerichtet, ferner in Lemberg

Wiederholungen über orthogonale Projektion von einem Assistenten abgehalten.

11. Hilfskräfte. Da die Durchführungsart der konstruktiven Übungen und die dabei erzielbaren Erfolge wesentlich von den verfügbaren Hilfskräften abhängt, so möge vorerst ein Überblick über diese gegeben werden.

Die für darstellende Geometrie an den österreichischen technischen Hochschulen angestellten Hilfskräfte sind Assistenten. Konstrukteure und Adjunkten. Die Stellung der beiden ersten Kategorien ist durch das Gesetz vom 31. Dezember 1896 (R. G. Bl. Nr. 8 ex 1897), durch die Verordnungen des Ministers für Kultus und Unterricht vom 1. Jänner 1897 (R. G. Bl. Nr. 9), 18. Juni 1907 (R. G. Bl. Nr. 188) und 24. August 1910 (R. G. Bl. Nr. 158) sowie verschiedene Erlässe geregelt. Darnach ist zur Erlangung einer Assistenten- oder Konstrukteurstelle an einer technischen Hochschule der Nachweis der österreichischen Staatsbürgerschaft und der mit Erfolg abgelegten 2. Staatsprüfung an einer technischen Hochschule erforderlich. Letzterer Nachweis kann jedoch auch durch den philosophischen Doktorgrad oder die Approbation für das Lehramt an Mittelschulen ersetzt werden. Die Bestellung erfolgt auf Vorschlag des betreffenden Professors durch das Professorenkollegium auf die Dauer von 2 Jahren und kann zweimal auf je zwei weitere Jahre erneuert werden. Für jede Weiterbestellung über die gesamte Verwendungsdauer von 6 Jahren ist die Genehmigung des Ministers erforderlich. Die Remuneration der Assistenten, die (gleich den Konstrukteuren) den Charakter von Staatsbeamten (aber ohne Einreihung in eine bestimmte Rangsklasse) haben, beträgt jährlich 1700 K und erhöht sich bei ununterbrochener Dienstzeit nach dem zweiten und vierten Verwendungsjahre um je 300 K, sodann nach dem sechsten und achten Verwendungsjahre um je 400 K bis auf den Betrag von 3100 K jährlich. Die Höhe der Remunerationen für die Konstrukteure wird von Fall zu Fall bestimmt, beträgt aber in der Regel 3000 K. Die ununterbrochene Dienstzeit dieser Assistenten und Konstrukteure ist im Fall ihres unmittelbaren Übertrittes in eine andere, Pensionsansprüche begründende Staatsanstellung für die Pensionsbehandlung nach den allgemeinen Normen anrechenbar.

Es werden jedoch auch sehr viele Assistenten (aushilfsweise) bestellt, die entweder die österreichische Staatsbürgerschaft oder die geforderte wissenschaftliche Qualifikation nicht besitzen. Ihnen kommt der Charakter von Staatsbeamten nicht zu und sie erhalten für die Zeitdauer dieser ihrer Verwendung eine unverändert bleibende Remuneration von 1400 K jährlich.

Die Adjunkten sind (Min.-Verordnung vom 18. Juni 1907, R. G. Bl. Nr. 187) fest angestellte Staatsbeamte der IX. Rangsklasse

mit 2400 K Anfangsgehalt und der Aktivitätszulage (in Wien) von 1200 K. Das Gehalt erhöht sich nach je drei Jahren bis einschließlich zum 9. Jahre um je 300 K bis auf 3300 K jährlich.

Fast alle diese Stellen sind systemisiert, also fest an die betreffende Lehrkanzel gebunden [1]). Ein Zusammenhang der Zahl der Assistenten mit der Hörerzahl besteht nicht, weshalb, wie die folgende Übersicht zeigt, eine recht ungleichmäßige Verteilung der Hilfskräfte besteht.

Hilfskräfte an den Technischen Hochschulen Österreichs.

Hochschule	Konstrukteure	Assistenten	Hörerzahl	Auf eine Hilfskraft entfallende Hörerzahl
Wien I. Lehrkanzel ..	1	2 (+ 3 Hilfsassistenten)	441	110 [1])
Wien II. Lehrkanzel ..	1	2	325	107
Prag (d)	—	3	200	67
Prag (b)	1 (Adjunkt)	4	615	123 [2])
Graz	—	2	200	100
Brünn (d)	—	2	140	70
Brünn (b)	—	1	151	151
Lemberg	—	3	440	147

[1]) Hierbei sind, um die wirklichen gegenseitigen Verhältnisse nicht zu verwischen, die drei Hilfsassistenten, deren Remunerationen zusammen weniger ausmachen als die eines Assistenten, für eine volle Hilfskraft gezählt. Im Zeichensaal entfallen auf eine Hilfskraft 73 inskribierte Hörer.

[2]) Eigentlich liegen die Verhältnisse wohl noch ungünstiger, da der Adjunkt ja selbständig Unterricht erteilt, also nicht auch als Hilfskraft gezählt werden dürfte.

„Die Assistenten (Konstrukteure) sind verpflichtet, die wissenschaftliche Tätigkeit ihres vorgesetzten Professors in Ausübung seines Lehrfaches nach der besonderen Anordnung dieser Professoren zu unterstützen. Diese Unterstützung umfaßt auch die Mithilfe der Assistenten (Konstrukteure) bei der Führung der administrativen Angelegenheiten der Lehrkanzel.“ [2])

---

[1]) Die Adjunktenstellen werden gewöhnlich nur ad personam älteren verdienten Konstrukteuren verliehen, die meistens auch als Dozenten habilitiert sind.

[2]) Nach der „Dienst-Instruktion“. Erlaß vom 20. April 1901, Z. 11627.

Diese Hilfskräfte haben also nicht bloß die Aufgabe, bei den konstruktiven Übungen mitzuwirken, sondern auch bei den vielen andern Arbeiten, die eine große Hörerzahl mit sich bringt, insbesondre auch bei der Korrektur der schriftlichen Prüfungsarbeiten (Nr. 15). Sie sind daher an manchen Lehrkanzeln so stark in Anspruch genommen, daß sie nur wenig Zeit ihrer wissenschaftlichen Weiterbildung widmen können.

Um ohne bedeutendere Kosten mehr Hilfskräfte in den Zeichensälen zur Verfügung zu haben, hat Referent vor zwei Jahren einen Versuch mit der Einführung von Hilfsassistenten gemacht. Diese sollen bloß während der vorgeschriebenen Zeichenstunden in den Konstruktionssälen Assistentendienste leisten, höchstens noch bei der Durchsicht und Ordnung der abgelieferten Zeichnungen mithelfen. Es werden hierzu Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie in höheren Semestern verwendet, die dem Referenten als tüchtige Leute bekannt sind. Die Remuneration ist leider zu gering bemessen, beträgt nämlich bloß 50 K für jeden Monat der wirklichen Unterrichtszeit, also 450 K im Jahr. Da in Wien solche Kandidaten immer zur Verfügung stehen (für die diese Betätigung zugleich eine sehr gute Schulung ist), so hat sich die Einrichtung bisher gut bewährt. Jedem der drei Assistenten ist ein Hilfsassistent zugeteilt.

Die Hilfskräfte für darstellende Geometrie sind der Mehrzahl nach (geprüfte oder ungeprüfte) Lehramtskandidaten dieses Faches, die übrigen Absolventen von Fachabteilungen, also eigentliche Techniker. Es ist sehr empfehlenswert, mindestens eine Stelle mit einem eigentlichen Techniker zu besetzen, weil dadurch die technische Richtung in den konstruktiven Übungen gefördert wird. Freilich sind Techniker mit II. Staatsprüfung seit Jahren sehr selten zu gewinnen, weil sie in der Praxis viel besser bezahlte Stellen finden. Man muß sich gewöhnlich mit solchen begnügen, die am Ende ihrer Studien, meist vor der II. Staatsprüfung stehen, sich daher nicht voll dem Dienste widmen können und nach Ablegung der Prüfung in die Praxis gehen.

Die durchschnittliche Dienstzeit der Assistenten dürfte 2—3 Jahre betragen. Zu Zeiten eines Überflusses an geprüften Lehramtskandidaten bleiben diese natürlich länger als Assistenten an der Hochschule.

Die Zahl der Hilfskräfte ist an sämtlichen Hochschulen viel zu gering. Dies macht sich desto mehr fühlbar, je fruchtbarer man die konstruktiven Übungen gestalten möchte (Nr. 28). Die Zahl der Assistenten müßte den Hörerzahlen an den Lehrkanzeln proportional sein. Wenn die Unterrichtsverwaltung sich entschlösse, das so niedere Unterrichtsgeld an den technischen Hoch-

schulen zu erhöhen, könnten mit einem Teile der Mehreinnahmen sämtliche Wünsche nach Vermehrung der Hilfskräfte befriedigt werden.

Aus den Assistenten für darstellende Geometrie gingen in Österreich die meisten Hochschullehrer dieses Faches hervor, ferner viele jener Mittelschullehrer, die sich durch wissenschaftliche Arbeiten auf diesem Gebiete hervorgetan haben. Insbesondre von den an der Technischen Hochschule in Wien tätig gewesenen Assistenten für darstellende Geometrie hat sich eine sehr stattliche Anzahl geachtete Namen erworben.

12. Allgemeines über die Durchführung der Konstruktionsübungen. Fast wichtiger als die Vorlesungen sind für eine zweckentsprechende Ausbildung des Technikers in der darstellenden Geometrie die konstruktiven Übungen. Für die Art und Weise ihrer Durchführung scheinen dem Referenten zwei Forderungen maßgebend:

1. Die Hörer müssen angehalten und dazu erzogen werden. möglichst selbständig zu konstruieren.

2. Die Konstruktionsaufgaben sollen sich, so weit als möglich, auf technische Anwendungen beziehen.

Bei entsprechender Ausgestaltung könnten diese Konstruktionsübungen gleichzeitig auch zur Einführung in das technische Zeichnen dienen.

Um der ersten Forderung nachzukommen, darf man selbstverständlich kein nochmaliges Zeichnen der an der Tafel vorgetragenen Figuren oder ein irgendwie verschleiertes Kopieren von Vorlageblättern dulden, muß sogar zu verhindern trachten, daß Gruppen von Studierenden dieselben Aufgaben behandeln. Ferner müßten alle Hörer gewöhnlich an der Hochschule in den Konstruktionssälen der darstellenden Geometrie arbeiten.

Dieses Ideal wird sich natürlich nie erreichen lassen, schon deshalb nicht, weil gewisse Studierende immer nur trachten, auf irgend eine Weise die für die Frequenzbestätigung nötigen Zeichnungen abzuliefern und zur Erreichung dieses Zieles selbst vor Täuschungen nicht zurückschrecken. Mit solchen Studierenden, denen das „Lernen" ganz nebensächlich ist, wird man immer rechnen müssen, wenn auch deren Zahl verhältnismäßig gering ist.

Aber die Erreichung dieses Zieles scheitert in Österreich auch an der viel zu geringen Zahl von Hilfskräften (Nr. 11) und an einigen Hochschulen an dem argen Raummangel. Sollten die konstruktiven Übungen wirklich pädagogisch durchgeführt werden (vgl. Nr. 28), so müßte jedenfalls wie in Preußen auf je 30 inskribierte Hörer ein

Assistent kommen[1]). Vor allem aber sind hinreichende Zeichenräume erforderlich. Es müßte doch wenigstens jeder Hörer unbedingt einen bestimmten Sitzplatz im Zeichensaale zugewiesen erhalten, hinreichenden Raum zum Zeichnen und eine Lade etwa zum Aufbewahren seines Reißbrettes und seiner Zeichenrequisiten haben. Leider sind diese primitiven Forderungen nicht an allen Hochschulen erfüllt. Nach den zugegangenen Berichten herrscht der ärgste Raummangel in Prag (b), wo für die 615 Hörer nur ein Übungssaal mit 53 Sitzplätzen ohne künstliches Licht existiert. Die Studierenden müssen noch einen Hörsaal (mit 160 Sitzplätzen) zum Zeichnen benutzen, natürlich, da keine Zeichentische vorhanden sind, unter den größten Unbequemlichkeiten. An der I. Lehrkanzel in Wien sind für die 441 inskribierten Hörer nur 276 Sitzplätze in den Zeichensälen vorhanden, und zwar bei so enger Tischestellung, daß der Durchgang zwischen zwei Reihen unmöglich ist. Die übrigen Hörer müssen an Tischen zeichnen, die an dem betreffenden Tage gerade nicht besetzt sind, bilden also einen fluktuierenden Teil der Zeichnenden, der die Aufrechthaltung einer Ordnung und die Kontrolle sehr erschwert. Alle Bestrebungen, die konstruktiven Übungen fruchtbarer zu gestalten, insbesondre die Hörer auf jede Weise zum Zeichnen in den vorgeschriebenen Stunden anzuregen, werden durch diese Mißstände in der unerträglichsten Weise gehemmt. Es würde zu Unruhen führen, wenn sämtliche Hörer stundenplanmäßig zeichnen wollten. Auch das schichtweise Zeichnen läßt sich kaum durchführen, da einmal die Hilfskräfte überanstrengt würden ferner die Zeichensäle der darstellenden Geometrie gleichzeitig auch etwa 8 Stunden durch konstruktive Übungen andrer Fächer besetzt sind. An der II. Lehrkanzel haben sich die Verhältnisse erst seit 1909/10 günstig gestaltet, als sie in den Erweiterungsbau der Hochschule übersiedelte. Auch von der Technischen Hochschule in Lemberg wird geklagt, daß Zeichenplätze doppelt besetzt werden müssen.

Daß an den mit Raummangel kämpfenden Lehrkanzeln für darstellende Geometrie die Zeichensäle fast den ganzen Tag geöffnet sein müssen, ist selbstverständlich. Übrigens ist es die Ansicht der meisten Fachkollegen, daß an einer Hochschule die Zeichensäle nicht bloß in den sechs bis acht lehrplanmäßigen Stunden, sondern auch sonst noch halbe Tage geöffnet bleiben. Man muß den weniger geübten Zeichnern Gelegenheit geben, nachzukommen und darf strebsamere oder für die darstellende Geometrie mehr Interesse hegende Studierende an Mehrleistungen nicht hindern. Natürlich führt eine solche Einrichtung eine neuerliche Mehrbelastung der Hilfskräfte herbei, weil diese auch

---

[1]) Auch an den österreichischen Realschulen erhält für die Zeichenstunden jeder Professor einen Assistenten, sobald die Schülerzahl der Klasse 30 überschreitet.

in den nicht lehrplanmäßigen Stunden doch zeitweilig den Hörern behilflich sein sollen.

Was nun die zweite der obigen Forderungen betrifft, so berichten alle Kollegen, daß sie die technischen Anwendungen der darstellenden Geometrie (bald mehr, bald weniger) sowohl in den Vorlesungen als in den Konstruktionsübungen berücksichtigen. Am meisten scheint jedoch an den Hochschulen in Wien und Graz die Bevorzugung technischer Übungsbeispiele eingebürgert zu sein (vgl. Nr. 13).

Die wesentliche Grundlage für die grundsätzliche Befolgung dieser Forderung bildet eine möglichst reichhaltige Sammlung mit Maßen versehener, zweckentsprechender technischer Übungsaufgaben. Eine solche Sammlung war in Wien schon vor 1880 vorhanden und wuchs bis zum Tode Staudigls auf über 50 Blätter mit durchschnittlich zwei Beispielen an[1]). Unter Peschka fanden die vorhandenen Blätter kaum eine Verwendung; jedenfalls wurde die Sammlung nicht einmal komplett erhalten. Die aus der Wiener Schule hervorgegangenen Fachkollegen haben zahlreiche dieser Übungsaufgaben auch an andern Hochschulen eingebürgert.

Als Referent (1902) die Lehrkanzel übernahm, war seine besondere Sorge auf Vermehrung und Erneuerung dieses Übungsstoffes gerichtet, was ihm unter Mitwirkung einer Anzahl tüchtiger, technisch vorgebildeter Assistenten im Laufe der Jahre auch gelang. Die von früher her vorhandenen, auf Bauingenieurwesen oder Hochbau bezüglichen Blätter wurden neu gezeichnet und dabei meist bedeutend verändert, dann zahlreiche Beispiele hinzugefügt, die Referent in andrer Stellung ausgearbeitet und erprobt hatte. Einige Blätter kamen auf Anregung von Assistenten zustande. Bisher sind 44 autographierte Blätter im Gebrauch, auf deren jedem sich meist mehrere Übungsbeispiele befinden. Außerdem besteht ein Vorrat an weiteren Beispielen, die aus technischen Zeitschriften und Tafelwerken entnommen werden oder bloß in Bleistift gezeichnet, ohne genauere Kotierung vorliegen. An der Vermehrung dieses Übungsstoffes wird an der Lehrkanzel beständig gearbeitet und Referent freut sich berichten zu können, daß ihn Kollegen der praktischen Fächer darin in zuvorkommendster Weise unterstützen. So z. B. wurde in den Studien-

---

[1]) Nach Hofrat Professor O. Grubers mündlichen Mitteilungen seien die technischen Anwendungen der darstellenden Geometrie in solchem Umfange erst unter Staudigl berücksichtigt worden und es habe der damalige Vertreter der Hochbaukonstruktionen an der Wiener Hochschule, Prof. M. Wappler (vgl. S. 47), auf diese Neueinführung einen bedeutendeg Einfluß ausgeübt. Eine ganze Reihe sehr guter Blätter der obigen Sammlunn wurde von dem damaligen Assistenten Staudigls, Architekt O. Unger (jetzt Professor und Direktor der kgl. preußischen Baugewerkschule zu Frankfurt a. M.), gezeichnet.

jahren 1909/10 und 1910/11 der Übungsstoff durch Aufnahme zahlreicher Beispiele aus dem Eisenbahnoberbau bedeutend bereichert, wofür Prof. Dr. Rob. R. v. Reckenschuß Dank gebührt, der der Lehrkanzel Lichtdruckblätter überließ und auch Modelle zeitweise zur Verfügung stellte. Nur aus einem Zusammenarbeiten der darstellenden Geometrie mit jenen praktischen Fächern, in denen sie zur Verwendung gelangt, kann sich die für die technischen Hochschulen ersprießlichste Unterrichtsform und Unterrichtsmethode jener Disziplin herausbilden.

Dem Wunsche verschiedener Fachkollegen Folge leistend, hat Referent im Jahre 1910 mit der Herausgabe dieses Übungsstoffes begonnen [1]), sodaß er auch andern Anstalten zugänglich wird. Der Preis ist außerordentlich niedrig. Es sollte damit zugleich die Anregung zur Herausgabe solcher Aufgabensammlungen auch von andrer Seite gegeben werden. Kürzlich ist auch eine hübsche Sammlung von maschinenbaulichen Beispielen der II. Lehrkanzel der Wiener Hochschule erschienen [2]). Beide Sammlungen unterscheiden sich von den bisher im Buchhandel erschienenen wesentlich dadurch, daß alle Formen durch Maße genau bestimmt sind und der technische Charakter der Objekte, trotz der notwendigen Vereinfachungen, gewahrt blieb.

13. Zahl und Inhalt der Übungsblätter an den verschiedenen Hochschulen. An den österreichischen Hochschulen wird zur Erlangung der Besuchsbestätigung von den Hörern gewöhnlich eine Mindestzahl von Blättern über bestimmte Gebiete gefordert. Diese Blattzahl wechselt, beträgt aber durchschnittlich 12. Es möge nun nach den erhaltenen Auskünften über den Inhalt der Konstruktionsblätter an den einzelnen Hochschulen kurz berichtet werden.

a) Wien. I. Lehrkanzel.

Mindestzahl der Blätter 12 (Format 56 × 42 *cm*). Sie behandeln:

1. Seitenrisse und Drehungen; 2. Schattenbestimmung an ebenflächigen Körpern; 3. theoretische Aufgaben zur Orthogonalprojektion; 4. Schattenbestimmung an Kegel- und Zylinderflächen; 5. Schattenbestimmung an Kugel- und Drehflächen; 6. kotierte Projektion (Geländefläche); 7. Dachausmittlung; 8. normale Achsonometrie; 9. schiefe Achsonometrie; 10. theoretische Aufgaben zur Achsonometrie und schiefen Projektion; 11. Perspektive; 12. theoretische Aufgaben zur Perspektive.

---

[1]) Technische Übungsaufgaben für darstellende Geometrie. Herausgegeben von Dr. Emil Müller. Leipzig und Wien, Franz Deuticke. Heft I—III, 1910, Heft IV, 1911 (jedes Heft zu 10 Blättern).

[2]) Maschinenbauliche Beispiele für Konstruktionsübungen zur darstellenden Geometrie. Herausgegeben von Theodor Schmid. Leipzig 1911. G. J. Göschen. Heft mit 20 Blättern.

Nur drei Blätter (Nr. 3, 10, 12) behandeln theoretische Aufgaben also Kombinationen der Grundaufgaben, Darstellung von Kreisen und Kurven 2. O. oder Konstruktionen an Raumkurven oder rein geometrisch definierten Flächen.[1] Auf allen übrigen Blättern werden Konstruktionen an technischen Gegenständen durchgefürt. Die genaue Darstellung solcher Objekte in den verschiedenen Abbildungsarten und die Konstruktion von Schatten (zuweilen auch Lichtgleichen) erfordert das Darstellen von Kreisen und andern Kurven, die Ermittlung von Verschneidungen und Umrißlinien sowie nebenbei die Lösung der Grundaufgaben unter so verschiedenen wechselnden Verhältnissen, daß jeder Fall besonders überlegt werden muß und ein geistloses Nachzeichnen fast gänzlich ausgeschlossen ist. Nebenbei lernen die Studierenden eine Menge Körperformen genauer kennen, die ihnen in den praktischen Fächern später entgegentreten.

Viele Hörer zeichnen mehr als die obige Mindestzahl der Blätter.

b) Wien, II. Lehrkanzel.

12—15 Blätter folgenden Inhalts:

1. Theoretische Aufgaben in zugeordneten Normalrissen; 2. Schattenbestimmung an ebenflächigen Körpern; 3. Aufgaben über Kugel, Kreis. Ellipse und Dreikant; 4. ebene Schnitte von Drehkegeln; 5. und 6. Beleuchtungskonstruktionen und Schnittlinien an Körpern, die durch Zylinder-, Kegel- und Kugelflächen begrenzt sind; 7. und 8. normalachsonometrische Darstellung ebenflächiger und krummflächiger (durch Kegel, Zylinder, Kugeln begrenzter) Körper; 9. Körper, an denen Drehflächen 2. Grades auftreten; 10. Körper, an denen beliebige Drehflächen auftreten; 11. Schraubflächen; 12. Darstellung von Körpern in schiefer Projektion.

Etwa zwei Drittel dieser Blätter beziehen sich auf technische Gegenstände, u. zw. ausschließlich Maschinenbestandteile.

c) Prag (d).

18 (bzw. 12 und 10, vgl. S. 54) Blätter (Format 56×40 *cm*). Stoff: Kotierte Projektion (Dachausmittlungen, Erdbau), ebene Schnitte an Kegel- und Zylinderflächen 2. Grades, Aufgaben aus der Achsonometrie und schiefen Projektion (theoretische und praktische), desgleichen aus der Zentralprojektion mit Berücksichtigung der Elemente der projektiven Geometrie, windschiefe Flächen 2. Grades, eine 3. Grades (meist das Plücker'sche Konoid), abwickelbare Flächen 4. Klasse, Drehflächen, Regelschraubflächen.

---

[1]) Auch für diese Blätter sind an der Lehrkanzel kleinere Sammlungen von Aufgaben vorhanden, von denen ein Teil gedruckt worden ist und den Hörern ebenso zugänglich gemacht wird wie die autographierten Aufgaben für die praktischen Blätter (Nr. 14).

d) Prag (b).

In den Abteilungen I und II (vgl. S. 55) 10 Blätter (Format 60×48 *cm*). Jedes Blatt enthält 2—6 Aufgaben über den vorgetragenen Stoff.

e) Graz.

14 Blätter folgenden Inhalts:

1. und 2. Perspektive Darstellung eines ebenflächigen Objektes nach der Durchschnitts- oder Distanzmethode und in freier Perspektive; 3. Achsonometrische und 4. Orthogonale Darstellung eines solchen Objektes (mit Schatten); 5. Durchdringung von Pyramiden und Prismen mit Schatten (achsonometrisch); 6. kotierte Projektion; 7. und 8. Achsonometrische Darstellung eines krummflächigen Objektes mit Schatten; 9. ebene Schnitte des Kegels (achsonometrisch); 10. Durchdringungen von Flächen 2. Grades samt Schatten; 11. Halbkugel und Nische (orthogonal und achsonometrisch); 12. Drehflächen (Umrißermittlung oder Schatten); 13. Perspektive Darstellung des Kreises als Ellipse, Hyperbel, Parabel; 14. Schattenkonstruktion an einfachen Objekten, die von Kugel-, Kegel-, Zylinder- und Drehflächen begrenzt sind (orthogonal).

Es werden größtenteils technische Objekte dargestellt; die autographierten Vorlageblätter hierfür sind im Zeichensaal ausgehängt.

f) Brünn (d).

9—10 Blätter (die im allgemeinen in 12 Felder geteilt sind) folgenden Inhalts:

1. Kotierte Projektion; 2. Durchdringung und Parallelbeleuchtung ebenflächiger Körper in zwei und drei Normalrissen mit Weglassung der Achsen; 3. Näherungskonstruktionen bei Kurven; Parallelbeleuchtung von Kegel- und Zylinderkombinationen; Lichtgleichen an Drehzylinder, Drehkegel und Kugel; 4. Parallelbeleuchtung und Lichtgleichen bei Drehflächen; 5. Elemente der kinematischen Geometrie (Getriebe, Geradführungen, Verzahnungen); 6. algemeine schiefe Achsonometrie, Kavalierperspektive; 7. allgemeine normale Achsonometrie, speziell isometrische; 8. Zentralperspektive, inklusive Elemente der Photogrammetrie; 9. und 10. Regelflächen (insbesondre Regelschraubflächen) und andre Flächen unter Verwendung der obigen Darstellungsmethoden.

g) Brünn (b).

8—9 Blätter nach gegebenen Programmen. Inhalt:

1. Achsonometrische Darstellung einer Holzbrücke mit Schattengebung; 2. achsonometrische Darstellung von Rund- und Hohlkörpern mit Schattengebung (5 Figuren, darunter 2 aus der Praxis); 3. Ver-

schneidungen von Erdkörpern mit dem Gelände, Dachausmittlung mit Schattengebung (3 Figuren); 4. Kegelschnittkonstruktionen und Körperschnitte auf Grund der Affinität und Zentralprojektion (6 Figuren); 5. Zentralperspektive; ein Landhaus (nach Müller), Modell eines Kreuzkopfes mit Gradführung (samt Schatten); 6. Drehflächen; Baluster, Penn'scher Kopf mit Sicherung (Modell), Wulstfläche mit Schattengebung; 7. windschiefe Flächen; einschaliges Hyperboloid und hyperbolisches Paraboloid, Kreiskonoid, Schattengebung; 8. abwickelbare Schraubfläche mit Abwicklung, gerade und schiefe Schraube mit Muttern, Schattengebung; 9. Projektive und kinematische Konstruktionen (fakultativ).

h) Lemberg.

Im allgemeinen werden 20 Blätter verlangt, jedoch besonders gut ausgeführte größere Zeichnungen mitunter für 2 oder 3 Blätter angerechnet. Inhalt:

Dachausmittlungen. Netze von Maschinenteilen, wie Gallowayröhren, Kessel und Dampfdom; Darstellung von Maschinenteilen (insbesondre solcher, an denen Zylinder-, Kegel- und Kugelflächen auftreten, Zahnräder usw.) in normaler und schiefer Achsonometrie. Wegkreuzungen in Damm und Einschnitt; Aufdämmungen und Einschnitte eines einfachen Wegprojektes. Steinschnitt bei schiefen Böschungsflügeln. Gewölbe, Stichkappen verschiedener Art.

Von den Hörern der Architekturabteilung wird eine perspektive Zeichnung eines größeren Objektes verlangt, ferner Schattenkonstruktionen.

14. Näheres über die Durchführung der Konstruktionsübungen an der I. Lehrkanzel in Wien. Es möge schließlich noch die praktische Durchführung der Konstruktionsübungen an der I. Lehrkanzel der Wiener Hochschule kurz geschildert werden.

Die Hörer sind gegenwärtig in drei große Gruppen geteilt, deren jeder ein Assistent und ein Hilfsassistent zugeteilt ist. Will ein Hörer mit dem Zeichnen eines der vorgeschriebenen 12 Blätter (S. 76) beginnen, so wendet er sich wegen Aufgabenstellung („Programmstellung") an den Assistenten oder Hilfsassistenten seines Saales. Dieser gibt ihm an, welchen Teil eines der auf den autographierten Blättern befindlichen Objekte er zeichnen solle, bestimmt etwa auch Einzelheiten, wie die Seite, von welcher gesehen der Gegenstand gezeichnet werden möge, Maßstab der Zeichnung, ungefähre Lichtrichtung für die Schattenkonstruktion u. dgl. Natürlich werden dabei Wünsche der Hörer bezüglich der Schwierigkeit und nach Tunlichkeit auch bezüglich der Art der Objekte berücksichtigt. Hierbei ist maßgebend, daß dasselbe Objekt nicht analog gezeichnet öfter wiederkehre. Geübtere

Hörer erhalten auch Aufgaben, die sich nicht auf den autographierten Blättern befinden, sondern etwa irgendeiner Sammlung technischer Zeichnungen oder einer Zeitschrift entnommen sind. Diesen Hörern werden dann die erforderlichen Blätter oder Zeitschriftenbände für einige Zeit zur Verfügung gestellt. Oft ersuchen Hörer, selbstentworfene oder irgendwo gefundene Objekte darstellen zu dürfen.

Die erforderlichen autographierten Blätter kaufen sich die Hörer beim Saaldiener. Der Preis eines solchen Blattes ist absichtlich so geringfügig festgesetzt worden (12 h), daß die Jahresausgabe eines Hörers für die von ihm verwendeten Blätter kaum der Erwähnung wert ist, da ja jedes Blatt mehrere Aufgaben enthält, also von mehreren Hörern gemeinschaftlich benutzt werden kann. Auf diese Weise wird aber viel kostbare Zeit gespart, die sonst mit der Ausgabe und Rücknahme der Blätter und der dabei nötigen Kontrolle verginge. Außerdem ist es den meisten Hörern angenehm, wenn sie ein reines Blatt benutzen und darüber frei verfügen können.

Die Zeichenblätter mit technischen Anwendungen enthalten gewöhnlich eine oder zwei große Figuren, außerdem oft Nebenfiguren, worin Einzelheiten der Hauptfiguren in größerem Maßstabe durchkonstruiert sind. Die Blätter sollen der Hauptsache nach an der Hochschule in den lehrplanmäßigen Stunden angefertigt werden, also unter zeitweiliger Anleitung der Assistenten. Das in Bleistift fertiggestellte und als richtig befundene (beziehungsweise korrigierte) Blatt wird vom Assistenten mit seiner Unterschrift samt Datum versehen („signiert"). Da je zwei Assistenten für eine Gruppe amtieren, so hat es sich als notwendig, aber auch sonst als sehr nützlich erwiesen, kurze Aufzeichnungen über die Art der gestellten Aufgabe, Datum der Signierung usw. zu führen. Für jeden Hörer ist eine Art „Grundbuchblatt" mit entsprechenden Vordrucken vorhanden, sodaß die Eintragungen sehr wenig Zeit erfordern. Zugleich dienen diese Blätter zu vorläufigen Eintragungen bei der Korrektur der Zeichnungen und bilden vereinigt ein Hörerverzeichnis für jeden Assistenten. Zu einer Besuchskontrolle dienen diese Aufzeichnungen absolut nicht.

Um den Hörern für die schließliche Ausführung der Zeichnungen (Ausziehen, Beschreiben, Antuschen) Anhaltspunkte vor Augen zu führen, sind in jedem Zeichensaal sehr gut ausgeführte Blätter aus früheren Jahren zur Besichtigung ausgehängt und zwar unter Glas und Rahmen und für die Hörer unabnehmbar, um ein Kopieren hintanzuhalten. Übrigens sind die Mehrzahl der als „Musterzeichnungen" ausgehängten und im Laufe des Studienjahres nach dem jeweilig zu zeichnenden Stoffgebiete gewechselten Blätter Durchführungen von Aufgaben, die sich unter den autographierten Übungsaufgaben nicht vorfinden oder die doch so schwierig sind, daß sie die große Menge nicht

macht. [1]) Vermehrt sich die Aufgabensammlung der Lehrkanzel noch etwas weiter, so werden geübte Assistenten leicht so viele Einzelaufgaben zu stellen vermögen, daß in einem Jahre nur wenige gleich ausfallen.

Sämtliche Zeichnungen werden ausgezogen und angetuscht (Schatten und Materialtöne), dann gewöhnlich mit Rundschrift beschrieben, deren Einübung den Hörern aufgetragen wird. Die Konstruktionen sind durch (farbiges) Ausziehen der wichtigsten Konstruktionslinien und zweckentsprechende Beschriftung klar verständlich zu machen. Auf saubere, geschmackvolle Ausführung der Zeichnungen wird Gewicht gelegt, nicht minder darauf, daß sie den Charakter technischer Zeichnungen erhalten. Es wird daher immer nach Maßen gezeichnet und nach Möglichkeit die Vermeidung grober technischer Fehler (falsche Ziegel- und Steinfugen, Fehlen von Holz- oder Eisenverbänden) angestrebt.

Referent unterzieht sich der großen Mühe, alle fertigen Blätter persönlich entgegenzunehmen. Dabei werden die Zeichnungen kritisiert und fehlerhafte zur Ausbesserung oder auch Neuanfertigung zurückgegeben. Hierdurch ist nämlich eine recht wirksame Oberleitung des gesamten Konstruktionsbetriebes möglich. Entsprechen Aufgaben oder Ausführungsarten nicht den Absichten des Referenten oder kehren Fehler häufig wieder, so werden die Assistenten darauf aufmerksam gemacht und ihnen Ratschläge zur Abstellung erteilt. Freilich verkürzt sich dadurch die Zeit sehr bedeutend, die dem Referenten verbleibt, um Umschau in den Zeichensälen zu halten und hier Fragen der Hörer zu beantworten.

Bekanntlich ist bei den Studierenden der ersten Jahrgänge, die zuweilen von der akademischen Freiheit wie berauscht sind, die Neigung zum „Bummeln" am größten. Um solche charakterschwache junge Leute vor dem etwaigen Verlust eines Studienjahres zu bewahren, sind an der I. Lehrkanzel seit zwei Jahren Falltermine für die Abgabe von Blattgruppen oder einzelnen Blättern eingeführt. Diese Termine sind so gewählt, daß die einigermaßen regelmäßig mitarbeitenden Hörer ihre Zeichnungen schon lange (oft Monate) vorher abgeliefert haben. Es ist aber durch diese Einrichtung einem früher herrschenden Mißbrauch stark gesteuert worden, daß nämlich Hörer erst zu Beginn des II. Semesters oder gar Mitte Mai mit dem Zeichnen beginnen, dann natürlich furchtbar geschleuderte oder gar kopierte Blätter abliefern. Bei den mündlichen Prüfungen (Nr. 15) zeigt es sich immer wieder, daß gewöhnlich nur jene Studierende die Prüfung wiederholt versuchen müssen, die den konstruktiven Übungen ganz unregelmäßig oblagen, also etwa erst gegen Schluß zu zeichnen begannen. Die durch die

[1]) Jene Hörer, die der Lehrkanzel „Musterzeichnungen" überlassen, erhalten darüber Bestätigungen auf vorgedruckten Formularen.

systematischen Konstruktionsübungen bewirkte Ausbildung läßt sich eben nie durch „Lernen“ ersetzen.

Zu dem Blätterverzeichnis auf S. 76 seien noch zwei Bemerkungen gestattet. Das Blatt 1 wird schon in der ersten Vortragswoche begonnen: es dient dazu, die Studierenden im Konstruieren von Seitenrissen und im Erfassen einfacher praktischer Körperformen einzuüben. wofür es bisher an den Realschulen an der erforderlichen Vorbereitung mangelte, und bildet außerdem eine Vorübung für das Zeichnen größerer Aufgaben. Gar manchem Hörer bietet dieses einfache Blatt schon viele Schwierigkeiten. Als Übergang vom Mittel- zum Hochschullehrstoff mag es Referent nicht missen.

Beim Zeichnen achsonometrischer Bilder wird die schiefe Achsonometrie vollkommen gleichberechtigt mit der normalen aufgefaßt. Denn die in Lehrbüchern immer wiederkehrende Behauptung. daß die schiefe Achsonometrie unschöne Bilder liefere, trifft, wie viele hundert Blätter beweisen, durchaus nicht zu. Nur weil man gewöhnlich die Achsen schlecht wählt, erhält man die häufig zu sehenden Zerrbilder. Bei der Darstellung krummflächiger Körper ist die normalachsonometrische Darstellung vorteilhafter, weil sich die erforderlichen Konstruktionen leichter ausführen lassen. Sonst aber bemerkt auch der Geübte keinen Unterschied zwischen einem normal- und einem schiefachsonometrischen Bilde, wofern die Achsenbilder und die Verkürzungsverhältnisse auf ihnen entsprechend gewählt wurden. Es sei nur nebenbei bemerkt, daß auch ein normalachsonometrisches Bild verzerrt aussehen kann, das heißt, daß es nicht den Eindruck eines lotrecht stehenden Körpers im Beschauer erweckt.

Es wäre für technische Hochschulen vielleicht vollkommen hinreichend, bloß die schiefe Achsonomentrie zu lehren. Sie genügt für die Zwecke des Technikers vollständig, sich oder andern die Form eines Gegenstandes klar zu machen.

15. Einzelprüfungen. Wegen des Prüfungswesens im allgemeinen kann auf das III. Kapitel des Berichtes von E. Czuber verwiesen werden. Den Professoren der darstellenden Geometrie obliegen: Aufnahmsprüfungen, Einzelprüfungen. I. Staatsprüfungen und Rigorosen. Die Aufnahmsprüfungen wurden schon in Nr. 7 besprochen. Eine schwere Belastung der Professoren an den österreichischen technischen Hochschulen bildet die Menge der abzunehmenden Einzelprüfungen.

Es hat sich in Österreich allmählich der Brauch herausgebildet. daß die Studierenden. anstatt vor der Kommission der I. Staatsprüfung aus einer Reihe von Gegenständen geprüft zu werden, diese Prüfungen einzeln aber öffentlich bei den betreffenden Vortragenden zu beliebiger Zeit und in beliebiger Folge ablegen dürfen (nicht müssen). Diese Ein-

richtung genießt den großen Vorzug, daß die einzelnen Fächer viel eingehender geprüft werden, daß also die Hörer gezwungen sind, jeden Gegenstand einmal ordentlich durchzuarbeiten. Es werden in Österreich bei den Einzelprüfungen gewöhnlich viel gründlichere theoretische Kenntnisse gefordert als sie anderswo bei den üblichen Vorprüfungen gefordert werden können. Diese Einrichtung hat aber auch ihre Nachteile. Sie führt zum Beispiel, und zwar in erster Linie bei den gewissenhaftesten Lehrern, leicht zu einer Überlastung der Studierenden und wird gerade von den Talentiertesten deshalb peinlich empfunden, weil sie während ihrer ganzen Studienzeit immer nur für Prüfungen arbeiten müssen, aus Zeitmangel keine Lieblingsstudien treiben können. Obgleich also diese Einrichtung bewirkt, daß die Absolventen österreichischer technischer Hochschulen vielleicht sichereres und ausgedehnteres Einzelwissen als die Absolventen der Hochschulen andrer Länder besitzen, so ist aber die Frage sehr berechtigt, ob hierdurch nicht die eigenartige und spezifische Ausbildung der Hörer gehemmt, vorhandene Talente zu selten groß gezogen werden. Jedenfalls wären vergleichende Studien in dieser Richtung sehr erwünscht.

Zweifellos bewirkt aber diese Einrichtung in ihrem gegenwärtigen Zustand eine kaum erträgliche Belastung jener Professoren, die große Kollegien haben. Diese Belastung wird aber geradezu zu einer Ungerechtigkeit durch eine aus jenen alten Zeiten stammende Einrichtung, da die polytechnischen Institute noch nicht Hochschulcharakter besaßen, die Schülerzahl gering war und jeder Schüler zum Jahresschluß eine Prüfung ablegen mußte. Die kurz nach Schluß einer Semestral- oder Jahresvorlesung daraus abgelegte Einzelprüfung ist nämlich immer noch taxfrei, während für jede später abzulegende „Nachtragsprüfung" (um deren Bewilligung der Hörer eigens ein Gesuch einreichen muß) eine Taxe zu entrichten ist. Um die Prüfungstaxen zu ersparen, drängt sich eine große Menge von Studierenden z. B. zur Ablegung der Prüfung aus der darstellenden Geometrie Ende Juni oder im Monat Juli. Der betreffende Professor muß also dann ungefähr 3 Wochen lang, oft von Morgen bis Abend prüfen [1]) und außerdem, von sonstigen Schlußgeschäften ganz zu schweigen, die Zeichnungen der großen Hörermenge beurteilen. Wer dieses Prüfungsgeschäft ernst nimmt, fürchtet sich das ganze Jahr davor, denn auch der gesundeste Mann muß vor einem Zusammenbruch zittern. Ein Professor mit einer großen Hörerzahl, der das ganze Jahr über (infolge der konstruktiven Übungen) schon eine bedeutende Mehrarbeit ohne pekuniäre Entschädigung [2]) zu

---

[1]) An der Lehrkanzel des Referenten meldeten sich in den letzten beiden Jahren im Juni etwa 160 Hörer zur Schlußprüfung, 50 zur Nachtragsprüfung.

[2]) Die Professoren in Österreich erhalten weder Kollegiengelder noch, wie in Preußen, einen Anteil an diesen.

leisten hat, darf sich also am Jahresschluß noch besonders aufopfern. Noch dazu mag bedacht werden, daß letztere Arbeit jene Professoren am härtesten trifft, die gute Lehrer sind, die nämlich erreichen, daß ein großer Teil der Studierenden am Jahresschluß hinreichende Kenntnisse erworben hat, um die Prüfung ablegen zu können. Es ist nur zu hoffen, daß die Regierung den wiederholten Eingaben um teilweise Abhilfe dieser Übelstände endlich Gehör gebe und den Unterschied zwischen den beiden Prüfungskategorien aufhebe, also für alle Prüfungen Taxen einführe.

Die Einzelprüfungen aus der darstellenden Geometrie werden in Wien (I), Prag (b), Brünn (d) und Lemberg schriftlich (graphisch) und mündlich, an den übrigen Lehrkanzeln bloß mündlich (an der Tafel) abgehalten.

An der Lehrkanzel des Referenten ist die schriftliche Prüfung eine ungefähr 3 Stunden währende Klausurarbeit, die höchstens 20 Studierende gleichzeitig in einem großen Zeichensaal unter beständiger strenger Beaufsichtigung ausführen. Die Prüflinge einer solchen Gruppe erhalten dieselben zwei Aufgaben, wofür die Angaben genau kotiert an die Wandtafel gezeichnet werden. Die erste („theoretische") Aufgabe fordert nie die Auffindung irgendeiner versteckten Lösungsart (diese wird, wenn sie nicht auf der Hand liegt, sogar mitgeteilt), sondern ihre Durchführung soll nur zeigen, wie weit der Prüfling in einer der vorgetragenen Abbildungsarten selbständig zu konstruieren vermöge. Die zweite („praktische") Aufgabe bezieht sich fast immer auf die Darstellung einer technischen Einzelheit samt Schattenkonstruktion und soll die Ausbildung des Vorstellungsvermögens nach der praktischen Richtung erproben. Beide Aufgaben sind für Prüfungszwecke eigens ausgearbeitet, sind also dem Prüfling weder aus der Vorlesung noch von den Konstruktionsübungen her unmittelbar bekannt. Die genaue Durchsicht dieser Prüfungsarbeiten obliegt den Assistenten.

Fast alle Kollegen teilen mit, daß sie bei der mündlichen Prüfung sowohl die Konstruktionsfertigkeit an der Tafel erproben sowie auch das Verständnis der ausgeführten Konstruktionen und die Beherrschung eines gewissen Ausmaßes an Theorie. Referent betrachtet die rein gedächtnismäßige Aneignung von Konstruktionen, ohne deren Verständnis, für völlig wertlos; er beurteilt in erster Linie das verständige räumliche Erfassen der Konstruktionen. Das Ergebnis der vorausgegangenen schriftlichen Prüfung, zusammen mit den Leistungen des Studierenden in den Konstruktionsübungen (die außer in Graz überall getrennt beurteilt werden) gestatten dann ein ziemlich sicheres Urteil über ihn. Der Ausfall von schriftlicher und mündlicher Prüfung ist oft sehr verschieden; ersterer gibt ein Urteil über die selbständige Beherrschung des Gegenstandes.

16. Staatsprüfungen und Rigorosen. Jene Hörer, die die Einzelprüfung aus der darstellenden Geometrie nicht abgelegt oder dabei nicht mindestens die Erfolgsnote „gut" erlangt haben, müssen sich bei der I. Staatsprüfung einer Prüfung vor der Kommission unterziehen. Solche kommissionelle Prüfungen finden dreimal im Jahre (Oktober, Februar und Juli) statt und dauern zwei bis drei Halbtage.

Hörer, die die Besuchsbestätigung über die Konstruktionsübungen zur darstellenden Geometrie wohl erhalten aber nur einen „genügenden" Erfolg erzielt haben, müssen sich kurz vor ihrer I. Staatsprüfung einer „graphischen Prüfung" unterziehen, über deren Ausfall die Kommission das endgiltige Urteil abgibt. Diese Prüfung wird in Wien für alle in Betracht kommenden Kandidaten gleichzeitig abgehalten und dauert ungefähr 6 Stunden. Jeder Kandidat erhält eine besondere praktische Aufgabe vollkommen durchzuführen (samt Ausziehen und Tuschen).

Diese Prüfung hat sehr geringen Wert, da nur höchst selten ein über „genügend" hinausgehender Erfolg erzielt wird, zuweilen jedoch ein „ungenügender". Sie dient eigentlich bloß als Schreckmittel, damit nicht zu viele Studierende die Konstruktionsübungen zu leicht nehmen. Nach der Meinung des Referenten könnte diese Prüfung ganz gut aufgehoben werden.

Für die strenge Prüfung zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaften wird die darstellende Geometrie nur selten als Prüfungsgegenstand gewählt. Seit dem Jahre 1902 hat Referent sie etwa zweimal als Nebenfach und dreimal als Hauptfach (bei Lehramtskandidaten) geprüft. Eine besondre Belastung hierdurch ist also nicht vorhanden.

III. Die Sondervorlesungen und die Heranbildung der Lehramtskandidaten.

17. Über die Aufgabe der Heranbildung von Lehramtskandidaten der darstellenden Geometrie durch die technischen Hochschulen. Die darstellende Geometrie ist ein wichtiger Unterrichtsgegenstand im Lehrplane der österreichischen Realschulen[1]), die einen viel größeren Prozentsatz aller Mittelschulen bilden wie in andern Ländern[2]). Öster-

---

[1]) Vgl. den Bericht von A. Adler.

[2]) 1907/08 hatte Österreich 246 Gymnasien und Realgymnasien, 136 Realschulen (Oberrealschulen), Preußen 420 Gymnasien und Realgymnasien, 53 Oberrealschulen, 82 Progymnasien und Realprogymnasien, 156 Realschulen. Hierzu sei jedoch bemerkt, daß weder die preußische Oberrealschule noch die Realschule sich mit der österreichischen Realschule deckt. An den preußischen Oberrealschulen ist die darstellende Geometrie außerordentlich stiefmütterlich bedacht. Vgl. hierzu den Bericht von P. Zühlke, Der Unterricht im Linearzeichnen und in der darstellenden Geometrie an den deutschen Realanstalten, Leipzig und Berlin 1911, p. 14.

reich ist durch die Realschulen zu einem Lande geworden, in dem die darstellende Geometrie weitere Verbreitung erfahren hat als anderswo.

Die Heranbildung der Mittelschullehrer für dieses Fach war bisher ausschließlich Aufgabe der technischen Hochschulen und wird es wohl auch in der nächsten Zukunft bleiben. Dieser Aufgabe sind aber die technischen Hochschulen niemals, auch nur halbwegs, gerecht geworden. Die Professorenkollegien dieser Hochschulen ebensowenig wie die Unterrichtsverwaltung dachten an die Schaffung von Einrichtungen zur Heranbildung dieser zahlreichen Lehramtskandidaten. Sie blieb Privatsache des betreffenden Professors oder hing vom Zufall ab, ob ein Dozent für darstellende Geometrie habilitiert war. So hatte sich sogar in Wien in den 80er und 90er Jahren des verflossenen Jahrhunderts der ungeheuerliche Zustand herausgebildet, daß die Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie über ihr Fach außer der allgemeinen Vorlesung (Nr. 5) keine weitere hören konnten, weil niemand darüber vortrug. Ihre Hauptausbildung blieb ihrem ungeleiteten Privatstudium nach Büchern überlassen. Die fachliche Ausbildung der betreffenden Mittelschullehrer ist dadurch tatsächlich zurückgegangen.

Schon die Prüfungsordnung von 1897 forderte von den Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie den zweijährigen Besuch von Vorlesungen und Übungen über darstellende Geometrie, aber es wurde keine Vorsorge für die Abhaltung solcher Vorlesungen getroffen. Der Vorschrift wurde und wird auch jetzt noch vielfach dadurch genügt, daß sich die Studierenden ein zweites Jahr wieder für die allgemeine Vorlesung einschreiben ließen, sie natürlich nicht mehr besuchten, sondern bloß in den konstruktiven Übungen einige weiter gehende Zeichnungen anfertigten. Auf diese Weise wurde eine Degradierung des Faches herbeigeführt.

In den letzten Jahren haben sich, wohl durch die Anregungen von Wien aus (vgl. Nr. 20), auch an den Provinzhochschulen die Verhältnisse etwas gebessert.

Prof. Janisch (Prag d) liest im Sommersemester regelmäßig über „Ausgewählte Kapitel aus der darstellenden und projektiven Geometrie“ (3 St. Vorl., 4 St. Konstruktionsübungen; abwechselnde Themen in zirka 3jährigem Turnus) und hält „Übungen in der darstellenden Geometrie für Vorgeschrittene (speziell für Lehramtskandidaten)“ (W 6-stündig) ab, wo die Kandidaten Gelegenheit zur Abfassung größerer Arbeiten über geeignete Themen haben.

Prof. Dr. Schüssler (Graz) hält für Lehramtskandidaten „Seminarübungen aus der darstellenden Geometrie“ und zwar: *a)* Unterseminar für Hörer des I. und II. Jahres (2 St.), *b)* Oberseminar für Vorgeschrittene (2 St.). Nach seinen Mitteilungen sollen die Kandidaten im Unterseminar lernen, ihnen bekannte Materien klar darzulegen und an Beweisen oder Schlüssen Kritik zu üben. Er läßt zu

diesem Zweck Fragen besprechen, die von der Mittelschule her bekannt sind oder sich in ausführlicheren Lehrbüchern über Elementargeometrie vorfinden (z. B. Apollonisches Berührungsproblem, Tangentenkonstruktionen an Kurven 2. O., Anwendungen der Chordaleigenschaften, Kreis der 9 Punkte usw.), oder auch über einfache Programmaufsätze referieren. Dabei regt er auf jede Weise die Hörer zu Fragestellungen (auch betreffs Schwierigkeiten, die ihnen in den Vorlesungen über darstellende und projektive Geometrie aufstoßen) und zur aktiven Beteiligung an. Dieses Unterseminar soll sich sehr gut bewähren.

Im Oberseminar halten die Hörer Vorträge über die wichtigsten Kapitel der Flächen 2. O., windschiefen Flächen, Raumkurven 3. und 4. O., Kollineationen usw. Da bisher noch keine Sondervorlesungen über darstellende Geometrie gehalten werden, so sollen diese Seminarvorträge die Kandidaten zum Studium dieser Gegenstände anregen. Die Zuhörer wissen übrigens, welches Kapitel in einer Stunde zur Sprache kommt, und können sich darauf vorbereiten. Außerdem werden vom Seminarleiter Fragen zur Diskussion gestellt oder zum Studium empfohlen.

In Prag (b) und Lemberg sind bisher keine Einrichtungen für die Heranbildung der Lehramtskandidaten vorhanden, aber solche in Aussicht genommen.

Brünn ist nicht Sitz einer wissenschaftlichen Prüfungskommission für das Lehramt an Mittelschulen. Deshalb gibt es auch an den technischen Hochschulen daselbst nur wenige Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie [1]).

In den Professorenkollegien der technischen Hochschulen erheben sich Stimmen, welche die gänzliche Entfernung der Lehramtskandidaten von den technischen Hochschulen fordern. Solche Meinungen können bloß aus dem Streben entstanden sein, den jetzigen unerträglichen Übelständen (Überfüllung mit Hörern, Raummangel, Mangel an Lehr- und Hilfskräften) auf irgendeine Weise ein wenig zu steuern. Eine solche Maßregel würde nämlich den technischen Hochschulen selbst zum Schaden gereichen. Denn die Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie kommen fast ausschließlich als Lehrer an Realschulen, die wieder das Schülermaterial für die technischen Hochschulen heranbilden. Kennen die Lehrer aus eigener Anschauung, wenn auch nur ungefähr, den Geist, in dem an technischen Hochschulen unterrichtet wird, so verpflanzen sie ihn auf ihre Schüler. Würden auch diese

[1]) Man sollte aber die Hörer, die sich für das Lehramt der darstellenden Geometrie auszubilden gedenken, direkt aufmerksam machen, daß sie ihr zweites Studienjahr an einer Hochschule zubringen, wo Einrichtungen für ihre Weiterbildung in diesem Fach bestehen.

Lehrer nur an der Universität herangebildet, so würden deren Schüler noch viel weniger als jetzt im Sinne ihres künftigen Berufes unterrichtet werden. Da ein solcher Schritt Generationen von Lehrern beeinflußt und nicht so rasch wieder zurückgetan werden kann, so hüte man sich im Interesse der technischen Hochschulen vor solchen Versuchen. Eher würde es sich empfehlen, die Lehramtskandidaten für Mathematik und darstellende Geometrie mehr als bisher mit den praktischen Anwendungen dieser Wissenschaften bekannt zu machen. (Vgl. Bericht von E. Czuber, S. 20.)

18. Überblick über die abgehaltenen (oder bloß angekündigten) Sondervorlesungen über darstellende Geometrie. Bis vor wenigen Jahren bestand das einzige Mittel, die Lehramtskandidaten in der darstellenden Geometrie auf einen höheren Standpunkt zu bringen, in der Abhaltung von Sondervorlesungen. Da auch fast alle je an den technischen Hochschulen Österreichs gehaltenen Sondervorlesungen über darstellende Geometrie einzig im Hinblick auf die Lehramtskandidaten angekündigt wurden, so möge (hauptsächlich auf Grund der mir zugegangenen Mitteilungen) ein kurzer und sicherlich sehr lückenhafter Überblick über diese Vorlesungen gegeben werden. Dabei sei bezüglich der Vorlesungen des Referenten auf Nr. 20 und bezüglich der Vorlesungen über projektive (neuere) Geometrie auf Nr. 19 verwiesen.

a) Wien.

Seit der Reorganisation des polytechnischen Instituts, also vom Studienjahr 1866/67 an, finden sich in seinen „Programmen" Sondervorlesungen über darstellende Geometrie oder damit in naher Beziehung stehende Gebiete angekündigt.

J. Schlesinger las von 1867 bis 1870 über „Graphisches Rechnen und graphische Statistik (in Verbindung mit der Geometrie der Lage)" und „Darstellende Geometrie im Sinne der neueren Geometrie" [1]).

R. Niemtschik hielt 1874 bis 1877 (1 Stunde wöchentlich) Vorträge über „Ausgewählte Kapitel aus der Geometrie und Stereotomie". die R. Staudigl bis 1885 fortsetzte. Obgleich Niemtschiks und Staudigls Sondervorlesungen wenig umfangreich und mit keinen

[1]) J. Schlesinger (geb. 1831, Mährisch-Schönberg; Polytechnikum in Wien. Assistent Hönigs), der zugleich Professor an der Oberrealschule im I. Bezirk war, kam 1870 als Professor der Mathematik an die Forstakademie in Mariabrunn und war 1875—1901 ordentlicher Professor der Geodäsie und darstellenden Geometrie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Seine darstellend-geometrischen Arbeiten, insbesondre sein Buch „Die darstellende Geometrie im Sinne der neueren Geometrie", Wien 1870, haben zu wenig Beachtung gefunden.

Konstruktionsübungen verbunden waren, so haben sie nach den Mitteilungen damaliger Hörer und den eigenen Erfahrungen des Referenten doch großen Einfluß ausgeübt. Soviel in Erfahrung gebracht werden konnte, hat Staudigl über folgende Themata gelesen: „Konstruktion von Kurven 2. O. mittels eines kollinearen Kreises"; „Konstruktion von Spiegelbildern"; Krumme Flächen, insbesondere Flächen 2. O."; „Kartenprojektionen"; „Konstruktion von Sonnenuhren"; „Dachausmittlung"; „Steinschnitt"; „Reliefperspektive".

J. Sobotka (als a. o. Prof.) las 1897/98 über „Graphostatik", 1898/99 über „Graphisches Rechnen".

A. Adler (als Privatdozent) kündigte folgende Vorlesungen an[1]):

1906/07: „Graphisches Rechnen" (W 2); „Theorie der geometrischen Konstruktionen" (S 2).

1907/08: „Die sphärische Abbildung der Flächen und ihre Beziehungen zur darstellenden Geometrie" (W 1); „Theorie der geometrischen Konstruktionen" (S 2).

1908/09: „Konstruktive Theorie der Regelflächen" (W 2).

1909/10: „Graphisches Rechnen" (S 2).

1910/11: „Graphisches Rechnen" (W 2).

Th. Schmid (o. ö. Prof.) kündigte 1910/11 „Geometrie der Bewegung" (S 1) an.

E. Doležal (o. ö. Prof.) hält regelmäßig Vorlesungen (und Übungen) über „Photogrammetrie" ab, die von manchen Lehramtskandidaten der darstellenden Geometrie besucht werden.

b) Prag (d).

Es wurden folgende Sondervorlesungen angekündigt:

E. Janisch (o. ö. Prof.) 1901/02: „Das Nullsystem und der lineare Komplex".

Vgl. ferner S. 93.

A. Adler (Privatdozent) 1902/03: „Konstruktive Theorie der Flächen 2. Grades"; „Graphisches und mechanisches Rechnen".

1903/04: „Konstruktive Theorie der Regelflächen, Beleuchtungskonstruktionen"; „Einleitung in Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie".

1904/05: „Theorie der geometrischen Konstruktionen 2., 3. und 4. Grades"; „Geometrische Grundlagen der Photogrammetrie, trilineare Verwandtschaften, subjektive Perspektive, Kartenprojektion".

---

[1]) Leider konnten einige dieser Vorlesungen wegen dienstlicher Verhinderung des Vortragenden (Realschuldirektor) gar nicht oder nicht regelmäßig abgehalten werden, sodaß ihr Einfluß nicht so fühlbar wurde, als man gehofft.

c) Prag (b).

V. Jarolímek (o. ö. Prof.) trägt im Sommersemester zweistündig „Die Lehre von der Linearperspektive“ vor, deren Besuch besonders den Hörern der Architekturschule empfohlen ist.

d) Graz.

Nach Mitteilungen Prof. Schüsslers fand er Bruchstücke autographierter Vorlesungen Niemtschiks über folgende Kapitel vor: „Orthogonale und schiefe Projektion krummer Linien“, „Konstruktion der Spiegelbilder und Reflexe“, „Konstruktion oskulierender Kegelschnitte“, „Konstruktion einander eingeschriebener Kegelschnitte“, „Beleuchtungskonstruktionen für das windschiefe Hyperboloid“, „Über Flächen, deren zu einer Achse senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind“, „Darstellung der Kristallgestalten“, „Ebene Schnitte von Kegelflächen“.

Pelz hat keine Sondervorlesungen gehalten.

Dr. R. Schüssler hielt als Privatdozent Vorlesungen über: „Schattenkonstruktionen an architektonischen Objekten“ und „Windschiefe Flächen“.

e) Brünn (d).

E. Koutny war 1868—1871 Privatdozent für Schattenlehre und Perspektive.

G. Peschka und O. Rupp haben Sondervorlesungen über: „Kotierte Ebenen und Stereotomie“; „Kotierte Ebenen“; „Freie schiefe Projektion“; „Ausgewählte Partien aus dem Gebiete der darstellenden Geometrie“; „Über das Nullsystem und seine Anwendung“; „Elemente der kinematischen Geometrie“ gehalten.

F. J. Obenrauch (als Privatdozent) hat wiederholt über „Geschichte der Geometrie“ gelesen.

f) Brünn (b).

Prof. M. Pelíšek hält seit 1909 im Wintersemester eine zweistündige Vorlesung über einzelne Kapitel der projektiven und kinematischen Geometrie unter dem Titel: „Besondere Partien aus der darstellenden Geometrie“.

g) Lemberg.

Es wurden folgende Sondervorlesungen abgehalten:

K. Maszkowski 1873/74: „Steinschnitt“ und „Malerische Perspektive“;

1876/77: „Achsonometrische Projektionen“;

1879/80: „Anwendungen der darstellenden Geometrie“;

1877—1888 las Abakanowicz regelmäßig über „Graphische Statik".

Laska 1890/91: „Über Photogrammetrie".

Dr. M. Łazarski 1897/98: „Synthetische Theorie der Raumkurven und abwickelbaren Flächen";

1905—1907: „Besondere Übungen in den Anwendungen der Methoden der darstellenden Geometrie für die Technik".

K. Bartel. 1910/11: „Besondere Übungen zur darstellenden Geometrie mit Berücksichtigung technischer Probleme".

19. Vorlesungen über projektive Geometrie. Für das tiefere Eindringen in die darstellende Geometrie sind eingehendere Kenntnisse aus der projektiven Geometrie (der Ebene und des Raumes), zumal in synthetischer Behandlung, so unentbehrlich, daß die Vorlesungen darüber als Sondervorlesungen zur darstellenden Geometrie aufgefaßt werden können. Nur sollten die künftigen Mittelschullehrer heutzutage nicht mehr in dem Glauben auferzogen werden, daß in der projektiven Geometrie das höchste an geometrischer Erkenntnis stecke. Was in den zwei Jahrzehnten nach 1870 als „Neuere Geometrie" in Österreich galt und mit wahrer Begeisterung getrieben wurde, ist zur „Alten Geometrie" geworden; die grundlegenden Begriffe und Konstruktionen dieser Disziplin gehören heutzutage zum selbstverständlichen Handwerkzeug eines jeden Geometers. Wertvoll für die wissenschaftliche Ausrüstung der nächsten geometrischen Generation wäre es, wenn die projektive Geometrie so gelehrt würde, daß sie zu der auf den Gruppenbegriff gegründeten modernen Auffassung der Geometrie hinüberleitete.

Für die darstellende Geometrie ist eine innige Verbindung der Vorlesungen über projektive Geometrie mit ausgiebigen konstruktiven Übungen höchst wertvoll, damit die geschickte Anwendung und Durchführung der Grundkonstruktionen in besondern Aufgaben den Studierenden geläufig werde. Den Zusammenhang mit den metrischen Konstruktionen unter Verwendung des Imaginären herzustellen, sollte man nirgends verabsäumen.

Gegenwärtig werden an den technischen Hochschulen in Wien, Prag (d und b), Graz und Brünn (b) Vorlesungen über projektive Geometrie regelmäßig abgehalten [1]).

In Wien, wo R. Staudigl 1869/70 diese Vorlesungen einführte [2]), gehören sie seitdem zur Lehrverpflichtung eines der beiden Professoren für darstellende Geometrie und waren stets

---

[1]) Vgl. auch den Bericht von E. Czuber, S. 22.

[2]) Es sei jedoch auf die S. 88 angeführten Sondervorlesungen von J. Schlesinger verwiesen, in denen die projektive Geometrie einen Hauptbestandteil bildeten.

gut besucht[1]). Nach Staudigls Tod hielten diese Vorlesungen F. Ruth, L. Kuglmayr, J. Sobotka und seit 1900/01 Prof. Th. Schmid. Gegenwärtig wird die projektive Geometrie zweisemestrig mit 3 Stunden Vorlesungen und 2 Stunden Konstruktionsübungen nach folgendem Programm abgehalten:

Projektive Geometrie, I. Teil. Projektive Grundgebilde erster Stufe. Linien zweiten Grades. Kollineation und Korrelation der Grundgebilde zweiter Stufe, insbesondere die Polarkorrelation. Brennpunkte, Normalen und Krümmungsmittelpunkte der Linien zweiten Grades.

Projektive Geometrie, II. Teil. Achsen, zyklische Ebenen. Fokalgeraden der Kegelflächen zweiten Grades. Regelflächen zweiten Grades. Polarkorrelation. Die Arten der Flächen zweiten Grades; Nullsystem. Raumkurven dritten Grades. Achsenkomplex, Fokaleigenschaften, Krümmungslinien, Normalen der Flächen zweiten Grades.

Besonders liebevolle Behandlung erfahren die Konstruktionsübungen. Die Hörer fertigen im I. Kurs 7—12, im II. Kurs 5—7 sehr hübsch ausgeführte Zeichnungen an, auf denen zahlreiche, geschickt ausgewählte Aufgaben vollständig durchkonstruiert sind. Insbesondre lösen die Lehramtskandidaten solche Aufgaben, die sie in der darstellenden Geometrie häufig gebrauchen.

Prag (d) war unter K. Küpper (vgl. S. 45) eine bekannte Pflegestätte der projektiven Geometrie. Die von ihm seit 1867 gehaltenen Vorlesungen über „Geometrie der Lage" sind von K. Bobek („Einleitung in die projektivische Geometrie der Ebene", Leipzig 1889, 2. Ausg.. 1897) und W. Rulf („Elemente der projektivischen Geometrie", Halle a. S. 1889) veröffentlicht worden.

---

[1]) Es sei diese Behauptung durch folgende Zahlen belegt:

Studienjahr	W. S.	S. S.	Studienjahr	W. S.	S. S.
1901/02	33	20	1906/07	132	57
1902/03	39	27	1907/08	72	40
1903/04	77	40	1908/09	50	38
1904/05	130	66	1909/10	43	28
1905/06	156	63	1910/11	40	25

Die projektive Geometrie gehörte früher zu den den Hörern „empfohlenen" Vorlesungen. Seitdem diese Rubrik im Vorlesungsverzeichnis aufgelassen worden ist, hat die Frequenz abgenommen, obgleich in dieser Abnahme auch die stärkere Belastung der Hörer mit andern Vorlesungen und der Rückgang der Zahl der Lehramtskandidaten zum Ausdruck kommt.

Gegenwärtig wird sie von Prof. E. Janisch einsemestrig mit 3 Stunden Vorträgen und 4 Stunden Übungen abgehalten.

In Prag (b) liest Prof. F. Procházka jedes zweite Jahr durch ein Semester zweistündig über „Geometrie der Lage" nach folgendem Programm:

Theorie der Projektivität der Grundgebilde erster Stufe. Theorie der Kegelschnitte und der involutorischen Gebilde. Kollineare, reziproke und polare Beziehungen in der Ebene und im Raum.

In Graz hält Prof. Dr. R. Schüssler zwei Jahreskurse ab, und zwar:

I. Kurs: Grundgebilde der ersten Stufe. Kegelschnitte. Regelflächen zweiten Grades. (2 Stunden und 1 Stunde Übungen).

II. Kurs (für Lehramtskandidaten): Grundgebilde zweiter und dritter Stufe. Flächen zweiten Grades. Raumkurven dritter Ordnung. (2 Stunden).

In Brünn (d) hat die ersten Vorträge über „Geometrie der Lage" 1872/73 G. A. V. Peschka gehalten. O. Rupp las über „Neuere Geometrie" und „Ausgewählte Kapitel der synthetisch-projektiven Geometrie". Gegenwärtig wird die projektive Geometrie in den allgemeinen Vorlesungen über darstellende Geometrie berücksichtigt, sonst aber nicht besonders vorgetragen.

In Brünn (b) las 1901—1905 Prof. Dr. A. Sucharda im Sommersemester zweistündig „Geometrie der Lage" und 1905—1907 V. Jarolímek als Dozent „Synthetische Geometrie im Raume". Wegen des gegenwärtigen Zustandes vgl. S. 48.

In Lemberg las 1874/75 Ziembiński über „Geometrie der Lage" und 1877—1888 G. Krammer regelmäßig zweistündig über „Synthetische Geometrie". Gegenwärtig werden besondre Vorlesungen über projektive Geometrie nicht abgehalten, diese jedoch in den allgemeinen Vorlesungen über darstellende Geometrie behandelt (vgl. S. 56).

Bezüglich der Pflege der projektiven Geometrie an den Universitäten Österreichs vgl. den Bericht von R. v. Sterneck.

20. Einrichtungen zur Heranbildung der Lehramtskandidaten an der Technischen Hochschule in Wien. Da Referent die Unzulänglichkeit der Ausbildung der Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie am eigenen Leibe empfunden hatte, so war es nach Antritt seines jetzigen Amtes eine seiner Hauptsorgen, Einrichtungen ins Leben zu rufen, durch die die Heranbildung dieser Lehramtskandidaten gehoben werden könnte. Er richtete daher 1902/03 versuchsweise (und zwar in diesem Jahre zusammen mit Kollegen Th. Schmid) seminaristische Übungen für darstellende Geometrie ein, zu denen sich 19 Hörer meldeten, die 16 Vorträge hielten.

Dabei machte sich der Übelstand sehr störend bemerkbar, daß die Zuhörer eines Seminarvortrages nicht so rasch mit den zum Verständnis nötigen Vorkenntnissen bekannt gemacht werden können. Daher hat der Referent von 1903/04 an Sondervorlesungen gehalten und die Themata für die Seminararbeiten meist anschließend an den Stoff der Vorlesungen gewählt. Die Titel dieser Jahresvorlesungen und die Zahlen der für sie eingeschriebenen und der für das Seminar zugelassenen Hörer enthält folgende Tabelle:

Studienjahr	Titel der Vorlesung	Hörerzahl	Zahl der Seminarteilnehmer
1903/04	Stereographische Projektion und Zyklographie	34	32
1904/05	Windschiefe Flächen	53	53
1905/06	Die Abbildungsmethoden der darstellenden Geometrie	71	69
1906/07	Stereographische Projektion und Zyklographie	79	22
1907/08	Schraub-, Dreh- und Schiebflächen in konstruktiver Behandlung	68	16 + 10 Gäste
1908/09	Die Abbildungsmethoden der darstellenden Geometrie	55	16 + 6 Gäste
1909/10	Zyklographie	44	19 + 2 Gäste
1910/11	Konstruktive Behandlung einiger Flächenarten	40	12 + 5 Gäste

Vom Studienjahr 1905/06 an wurde die Einrichtung einer zweistündigen Jahresvorlesung samt zugehörigen zweistündigen Konstruktionsübungen und einem zweistündigen Seminar stabilisiert, indem das k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht hierfür eine entsprechende Remuneration bewilligte.

Die Vorlesungen setzen die Kenntnis der darstellenden Geometrie im Umfang der allgemeinen Vorlesung und die Kenntnis der projektiven Geometrie im Umfang der an der Wiener Hochschule gehaltenen Sondervorlesung voraus. Sie suchen nicht nur die Hörer zu einer höheren Auffassung der darstellenden Geometrie hinzuleiten, sondern auch zu zeigen, wie sich durch Verwertung moderner geometrischer

Begriffe (wie Gruppenbegriff, nichteuklidische Geometrie, Wechsel des Raumelementes in einer Geometrie) konstruktive Aufgaben einfacher oder mindestens bedeutend übersichtlicher lösen lassen und wie solche Lösungen meist schon den Weg zur Lösung noch allgemeinerer Aufgaben weisen. Besonders trachten sie bei jeder Gelegenheit, Vertrautheit im Operieren mit imaginären Elementen zu erzielen [1]). Den Vorlesungen des Studienjahres 1903/04 und noch mehr 1906/07 ging daher eine ziemlich breite Einleitung über die Theorie der imaginären Elemente und das Konstruieren mit ihnen voraus. Aus analogen Gründen ging der Vorlesung von 1907/08 eine Einführung in die Theorie der Raumkurven und in die kinematische Geometrie und der Vorlesung von 1910/11 eine möglichst geometrische Einführung in die Infinitesimalgeometrie der krummen Flächen voraus, während in der Vorlesung von 1909/10 die Pseudogeometrie der Ebene und des Raumes (d. h. metrische Geometrie, für welche ein reelles Punktepaar. bzw. ein reeller Kegelschnitt als absolutes Gebilde dient) eingehendere Behandlung erfuhr.

In den zu diesen Vorträgen gehörigen konstruktiven Übungen zeichnen die Hörer 5—6 Blätter jährlich. Für jedes dieser Blätter wird gewöhnlich eine Gruppe von 20—30 Aufgaben zusammengestellt und hektographisch vervielfältigt. Jeder an den konstruktiven Übungen sich beteiligende Hörer erhält ein Blatt und darf sich in der Regel die zu behandelnden Aufgaben beliebig auswählen. Die in Bleistift teilweise oder ganz ausgeführten Blätter werden in den festgesetzten Konstruktionsstunden mit dem betreffenden Herrn durchgesprochen oder es werden ihm bezüglich der Lösung von Aufgaben Ratschläge erteilt [2]).

Sondervorlesungen sowohl als Seminarübungen setzen sich zum weitesten Ziele, zum wissenschaftlichen Weiterarbeiten auf dem Gebiete der darstellenden Geometrie anzuregen. Denn vermag jemand nur einen kleinen Schritt selbständig vorwärts zu tun, so wächst sofort das Interesse an der Sache. Die Themen für die Seminararbeiten sind natürlich oft bloße Referate über veröffentlichte Arbeiten, zuweilen auch rein pädagogischer Art; meist jedoch bieten sie Gelegenheit, ent-

---

[1]) Die häufigste Veranlassung hierfür bieten die Vorlesungen über „Abbildungsmethoden" und über „Zyklographie". Vgl. hierzu die auf Naturforscherversammlungen gehaltenen Vorträge: E. Müller: „Die darstellende Geometrie als eine Versinnlichung der abstrakten projektiven Geometrie" und „Beiträge zur Zyklographie", Jhrsber. Dtsch. Math.-Ver. 14 (1905), S. 569 bis 578. Ferner: „Einige Gruppen von Sätzen über orientierte Kreise in der Ebene", Jhrsber. Dtsch. Math.-Ver. 20 (1911), S. 168—192, insbes. Nr. 2.

[2]) Von Hörern dieser Vorlesungen ausgeführte Zeichnungen habe ich auf der Naturforscherversammlung in Salzburg (Sept. 1910) gleichfalls ausgestellt oder zur Besichtigung ausgelegt. Vgl. E. Müller, „Anregungen zur Ausgestaltung des darstellend-geometrischen Unterrichts an technischen Hochschulen und Universitäten", Jhrsber. Dtsch. Math.-Ver. 19 (1910), S. 19—24.

weder Bekanntes von einem neuen Standpunkt aus zu betrachten oder nach einer vorgezeichneten Richtung einen Schritt ins Unbekannte zu tun.

In einem Studienjahre werden 20 bis 24 Vorträge (zu je einer Doppelstunde) gehalten. Hat das gestellte Thema nach mehrfacher Zwiesprache mit dem Studierenden ein greifbares Ergebnis geliefert oder ist es in einer gewissen Abgeschlossenheit behandelt, so gelangt es meist auch zum Vortrage. An den Seminarvorträgen können als Zuhörer beliebig viele der für die Sondervorlesung inskribierten Herren teilnehmen. Hingegen ist die Zahl der Seminarmitglieder begrenzt: es werden nur Hörer aus höheren Semestern aufgenommen, die sich schon sonst hervorgetan haben. Vorträge sowohl als Seminar werden oft noch von Herren besucht, die schon ihre Prüfung abgelegt haben.

Um eine Vorstellung von dem Inhalt der Seminarvorträge zu geben, seien im nachfolgenden einige Themen solcher aus verschiedenen Jahren angeführt:

1903—04. Imaginärprojektion.

Laguerresche Darstellung der imaginären Punkte einer imaginären Geraden oder eines imaginären Kreises.

Projektive Verallgemeinerung metrischer Sätze über Kreise und Kegelschnitte.

Die Geometrien in den verschiedenen Kreisbündeln als Realisierungen der verschiedenen nichteuklidischen ebenen Geometrien.

Konstruktive Infinitesimalgeometrie.

Verallgemeinerung der stereographischen Projektion.

1904—05. Die Konstruktionen des oskulierenden Hyperboloids für windschiefe Flächen.

1905—06. Konstruktion der Reliefbilder von Flächen 2. O.

Theaterperspektive.

Abbildung des R_4, die der Abbildung des R_3 durch Auf- und Grundriß analog ist.

1906—07. Neuer Beweis des Pohlkeschen Satzes.

Konstruktionen mit imaginären Elementen in der Ebene mit Hilfe der Laguerreschen Punktepaare.

Das Duale zur stereographischen Projektion.

Zyklographische Abbildung der allgemeinen Schraublinien und der Kegelschnitte.

1907—08. Abbildung von Punkten durch zentrische Ähnlichkeiten einer Ebene.

Eigenschaften der gemeinen Zykloide, abgeleitet aus dem Schatten einer Schraublinie.

Kinematische Erzeugung von Flächen.

Sphärische Abbildung von Schraubflächen.

1908—09. Problem der Projektivität in der Ebene.

Geometrisch-optische Gestalttäuschungen.

Abbildungsmethoden der Kristallographie.

Zusammenhang zwischen dem schief- und normalachsonometrischen Bilde eines Körpers.

1909—10. Perspektive Abbildung des Strahlnetzes.

Konstruktive Behandlung der Regelfläche 3. O., insbesondre der Cayleyschen Fläche.

Fokaleigenschaften von Kurven und Flächen 2. O. und ihre projektive Verallgemeinerung.

Abbildung der Punkte des Raumes auf die Parabeln einer Ebene mit parallelen Achsen.

Über die zyklographische Abbildung des pseudogeometrischen Analogons zum Plückerschen Konoid.

1910—11. Über die Kreisoskulatorie und ihre inverse Fläche.

Behandlung der Drehflächen im Mittelschulunterricht.

Die Liesche Geraden-Kugel-Transformation und ihre konstruktive Verwertung.

Umrißbestimmung von allgemeinen Schraubflächen in Perspektive.

Konstruktion von Krümmungskreisen des zyklographischen Bildes einer Raumkurve.

Der achsonometrische Veränderungskreis.

Durch diese mehrjährigen Bemühungen hat sich das Niveau der darstellend-geometrischen Kenntnisse der Lehramtskandidaten sichtlich gehoben. Dies kommt unter anderm auch darin zum Ausdruck, daß in den letzten Jahren einige beachtenswerte Arbeiten aus der „Wiener Schule" hervorgegangen sind[1]).

Man hat schon den Einwurf erhoben, der Lehramtskandidat für darstellende Geometrie brauche gar keine so weitgehende Ausbildung in seinem Fach. Bezüglich der Entkräftung dieses Einwurfes sei auf

---

[1]) Von den zirka 20 veröffentlichten Arbeiten, wozu die Anregung von der darstellenden Geometrie ausging, seien hier nur erwähnt:

E. Kruppa, Über den Polke'schen Satz, Sitzgsb. Ak. Wien, 116[2a] (1907), p. 931—936; Über Affinität und Parallelprojektion im vierdimensionalen Raum, ebenda 118[2a] (1909), p. 15—24; Zur achsonometrischen Methode der darstellenden Geometrie, ebenda 119[2a] (1910), p. 487—506. — L. Tuschel, Zur Verwertung der sphärischen Abbildung in der darstellenden Geometrie, ebenda 117[2a] (1908), p. 1262—1280; Über eine Schraubliniengeometrie und deren konstruktive Verwertung, ebenda 120[2a] (1911), p. 231—254; Über eine krummlinige Projektion und deren Verwendung in der darstellenden Geometrie, Monatsh. Math. Phys. 20 (1909), p. 358—368. — W. Blaschke, Untersuchungen über die Geometrie der Speere in der euklidischen Ebene, ebenda 21 (1910), p. 3—60. — P. Ernst, Darstellend-geometrische Behandlung der Dupinschen Zykliden, 26. Jhrsb. d. Oberrealsch. im XV. Bez. von Wien, 1910. — F. Rulf, Behandlung des Plückerschen Konoides auf Grund einer neuen Definition, Jhrsb. Franz Joseph-Realsch. Wien 1911.

Ausführungen verwiesen, die Referent bei andrer Gelegenheit[1]) gegeben hat, und daraus nur folgende Stelle angeführt:

„Und gerade die darstellende Geometrie ist eine Disziplin, an deren Ausbau die österreichischen Mittelschullehrer erfolgreich mitgearbeitet haben; auch die Hochschullehrer dieses Faches entstammen meistens diesem Kreise. Damit aber eine solche Mitarbeit der Mittelschullehrer auch für die Zukunft gesichert bleibe, darf die wissenschaftliche Ausbildung der Kandidaten in der darstellenden Geometrie keinesfalls beschränkt, sondern muß vielmehr gehoben und in moderne Bahnen gelenkt werden.“

21. Allgemeines über die Lehramtsprüfung aus der darstellenden Geometrie und dem geometrischen Zeichnen. Wenn auch die formelle Durchführung der Lehramtsprüfung aus der darstellenden Geometrie oder dem geometrischen Zeichnen an den Universitäten stattfindet, denen die Direktionen der Prüfungskommissionen angegliedert sind, so hängt doch die tatsächliche Durchführung der Prüfung aus diesen Fächern mit dem Unterrichtsbetrieb an den technischen Hochschulen aufs engste zusammen. Die Prüfungskommissäre für darstellende Geometrie sind Vertreter dieses Faches an jenen technischen Hochschulen[2]), an deren Sitz sich auch eine Prüfungskommission befindet (Wien, Prag [d u. b], Graz, Lemberg); die den Prüfungskommissären aus diesem Nebenamt entspringende Arbeit ist in Perioden starken Andranges zum Lehramt der darstellenden Geometrie sogar ziemlich bedeutend[3]). Daher muß die Besprechung dieser Prüfungen, die ja mit der Heranbildung der Lehramtskandidaten fast untrennbar verknüpft sind, hier einen Platz finden.

Nach der „Prüfungsvorschrift“ von 1911 (Art. IX) handelt es sich bei diesen Prüfungen um die Erlangung der Lehrbefähigung für zwei Fachgruppen: *a)* Darstellende Geometrie und Mathematik als Hauptfächer, *b)* Naturgeschichte als Hauptfach, Mathematik und

---

1) „Die Heranbildung der Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie und die Reform der Prüfungsordnung“, Korreferat, erstattet am 30. April 1910 im Verein „Die Realschule“. Vgl. Zeitschr. „Österr. Mittelschule“ 25 (Wien 1911), p. 8—10 (Sonderabdruck p. 6, 7).

2) Nach der kürzlich erschienenen „Prüfungsvorschrift für das Lehramt an Mittelschulen (mit Einschluß der Mädchenlyzeen)“ (Verord. d. Min. f. Kultus u. Unterr. v. 15. Juni 1911, Z. 24113 [R. G. Bl. Nr. 117], betreffend die Erwerbung der Befähigung f. d. Lehramt an Mittelschulen [mit Einschluß der Mädchenlyzeen]), Art. II, Nr. 2, können auch einzelne hervorragende Schulfachmänner zu Mitgliedern der Prüfungskommission ernannt werden.

3) Von Oktober 1902 bis Mitte Juli 1911 hat Referent für 184 Kandidaten Themen für Hausarbeiten gestellt. 115 Kandidaten haben bei ihm in dieser Zeit die Prüfung beendet.

geometrisches Zeichnen als Nebenfächer[1]), oder um die Erweiterung einer schon erworbenen Lehrbefähigung auf „Darstellende Geometrie" oder „Geometrisches Zeichnen".

Bezüglich der speziellen Zulassungsbedingungen[2]) zur Lehramtsprüfung aus diesen beiden Fächern bestimmt die Prüfungsvorschrift (Art. IV, Nr. 9): „Zur Prüfung aus der darstellenden Geometrie (Hauptfach) oder aus dem geometrischen Zeichnen (Nebenfach) können in der Regel nur solche Kandidaten zugelassen werden, die an einer inländischen technischen Hochschule die allgemeine Jahresvorlesung über darstellende Geometrie samt den zugehörigen konstruktiven Übungen besucht und darüber ein Zeugnis mit mindestens gutem Erfolg (auch im konstruktiven Zeichnen) erworben haben[3]). Für die Zulassung zur Prüfung aus der darstellenden Geometrie ist außerdem der mindestens einjährige Besuch von Vorlesungen mit zugehörigen konstruktiven Übungen über darstellende Geometrie an einer inländischen technischen Hochschule erforderlich."

Von der normalen Studienzeit von acht Semestern bringen jene Kandidaten, die sich der darstellenden Geometrie widmen wollen, gewöhnlich vier Semester an der technischen Hochschule und vier weitere an der Universität zu.

---

1) „Die bestandene Prüfung aus einem Hauptfach befähigt zum Lehren der betreffenden Disziplin in allen Klassen (Unter- und Oberstufe), dagegen die Prüfung aus einem Nebenfach zum Unterrichten bloß in den unteren Klassen (beziehungsweise auf der Unterstufe) der Mittelschule."

2) Wegen der allgemeinen Vorbedingungen vgl. den Bericht von R. v. Sterneck, S. 28f., der freilich die neue „Prüfungsvorschrift" noch nicht berücksichtigen konnte.

3) Es sei hierzu jedoch bemerkt, daß die Lehrbefähigung aus dem geometrischen Zeichnen für Unterrealschulen auch mit der Lehrbefähigung für das Freihandzeichnen an Mittelschulen erlangt wird. Die Kandidaten dieser Fachgruppe legen die Prüfung vor einer besondern Kommission (in Wien oder Prag) ab (Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 29. Jänner 1881, Z. 20485 ex 1880) und als Zulassungsbedingung gilt das Reifezeugnis einer Mittelschule oder die Abgangsprüfung der bautechnischen Abteilung einer höheren Gewerbeschule, ferner ein vierjähriger Studienkurs an einer Kunstschule. Die Kenntnis der „Projektionslehre" wird bei dieser Lehrbefähigungsprüfung erprobt (§ 4, Abs. *a)* der obigen Verordnung): „Durch die Prüfung über die wichtigsten Lehrsätze und Aufgaben der Projektionslehre, insbesondere in ihrer Anwendung auf Schattenlehre und Perspektive, deren streng wissenschaftliche Begründung zu fordern ist."

Wahrscheinlich dürfte bei der bevorstehenden Revision dieser Prüfungsordnung eine Änderung eintreten. Prof. Janisch, der Prüfungskommissär auch für diese Kandidaten in Prag ist, hält es für wünschenswert, daß alle Kandidaten für das geometrische Zeichnen mindestens drei Semester an einer technischen Hochschule einschlägige Vorlesungen und Übungen besuchen, was aber etwas zu viel verlangt sein dürfte.

Die Forderungen bei der Lehramtsprüfung aus den obigen zwei Fächern sind im Art. XVII der Prüfungsvorschrift wie folgt festgesetzt.

a) Darstellende Geometrie.

Gründliche Kenntnis der orthogonalen, schiefen und zentralen Abbildungsarten mit Einschluß der Achsonometrie. Kenntnis der Reliefperspektive, der wichtigsten Kartenprojektionen, insbesondere der stereographischen Projektion, und der Zyklographie.

Vertrautheit mit den Konstruktionen, welche die krummen Linien (zumal Kurven zweiter Ordnung, Raumkurven dritter und vierter Ordnung, Schraublinien) und krummen Flächen (zumal Flächen zweiter Ordnung, Dreh-, Schraub-, Regel- und Hüllflächen), insbesondere deren Beleuchtungskonstruktionen betreffen. Bekanntschaft mit einigen Anwendungen der darstellenden Geometrie (wie Konstruktion von Sonnenuhren, Dachausmittlung, Steinschnitt).

Kenntnis der projektiven und Infinitesimalgeometrie, soweit sie in der darstellenden Geometrie zur Anwendung kommen.

Sicherheit und Gewandtheit im konstruktiven Zeichnen.

b) Geometrisches Zeichnen.

Elemente der darstellenden Geometrie in dem durch den Lehrplan für Realschulen bestimmten Umfange. Achsonometrische Darstellungen. Elemente der Schattenlehre und Linearperspektive; die geometrischen Konstruktionen von und an Polygonen und den wichtigsten ebenen Kurven, besonders den Kegelschnittslinien.

Sicherheit und Gewandtheit im konstruktiven Zeichnen.

Die Prüfung selbst besteht aus drei Teilen: *a)* der Hausarbeit, *b)* der Klausurarbeit, *c)* der mündlichen Prüfung; sie sollen in den folgenden drei Nummern näher besprochen werden.

22. Die Hausarbeit. Die Prüfungsvorschrift sagt im Art. XXI betreffs der Hausarbeiten unter anderem:

„Die Hausarbeiten haben die speziellen Gegenstände der Prüfung in der Art zu umfassen, daß dem Kandidaten Anlaß geboten wird, die Befähigung zu wissenschaftlicher Bearbeitung seines Themas zu beweisen."

„Für jedes Hauptfach ist eine Hausarbeit zu stellen."

„Sind zwei Nebenfächer mit einem Hauptfach verbunden, so ist nur aus einem dieser Nebenfächer eine Hausarbeit zu geben. Die Wahl des Faches bleibt dem Kandidaten überlassen."

„Zur Bearbeitung der Hausaufgaben wird dem Kandidaten ein Zeitraum von drei Monaten für jede Aufgabe gewährt. Diese Frist kann, wenn der Kandidat vor ihrem Ablauf um Verlängerung nachsucht, von der Prüfungskommission bis auf das Doppelte, in rück-

sichtswürdigen Fällen ausnahmsweise noch auf ein weiteres halbes Jahr erstreckt werden. Die Arbeiten sind in der Regel nicht einzeln sondern zusammen der Prüfungskommission zu übergeben.“

„Bei der Ausarbeitung der häuslichen Aufgaben ist dem Kandidaten nicht nur die Benützung der ihm bekannten literarischen Hilfsmittel gestattet, sondern es ist die notwendige Kenntnis der Literatur des zu bearbeitenden Gegenstandes zu fordern.“

Als in den letzten Jahren in Fachvereinen Vorträge und Diskussionen über die Reform der Prüfungsordnung und die Ausbildung der Lehramtskandidaten stattfanden, wurde von einigen Seiten [1]) für die Abschaffung der Hausarbeiten plädiert, weil ein großer Teil der Kandidaten bloß abschreibe. Solcher Unfug kommt vor, kann aber nur dann einreißen, wenn die Prüfungskommissäre entweder die Arbeiten nicht genauer durchzusehen pflegen oder nachgewiesene grobe Verstöße in dieser Hinsicht nicht ahnden. Referent hält die Hausarbeit schon deshalb für sehr nützlich, weil sie, als die erste größere zusammenhängende Arbeit des Kandidaten, für dessen Ausbildung hohen Wert hat. Sehr häufig gibt sie ihm die Anregung zu weiteren wissenschaftlichen Bestrebungen, besonders wenn das Thema den individuellen Neigungen oder Studienrichtungen einigermaßen angepaßt wird.

Für die Beurteilung des Kandidaten bietet sie, wenn einem dieser auch nur ungefähr bekannt ist, einen sehr guten Maßstab, jedenfalls einen viel verläßlicheren, als eine mündliche Prüfung allein. Denn es gibt sehr gründliche und hochintelligente, aber mit weniger gutem Gedächtnis und weniger Schlagfertigkeit ausgestattete Menschen, die ohne Vorbereitung herzlich schlecht über eine Sache sprechen, die hingegen bei ruhigem Nachdenken viel mehr leisten als Leute mit gutem Gedächtnis, rascher Auffassung und großer Sprachfertigkeit. Die ersteren werden bei mündlichen Prüfungen immer schlechter abschneiden als bei einer Hausarbeit oder sogar Klausurarbeit.

Um eine Vorstellung von den Anforderungen bei den Hausarbeiten zu geben, sei hier eine Auswahl von Themen mitgeteilt, die in Wien gestellt wurden.

a) Themen für Hausarbeiten aus der darstellenden Geometrie.

1. Systematische Behandlung der allgemeinen schiefen Achsonometrie.

2. Die verschiedenen existierenden Beweise für den Pohlke, schen Fundamentalsatz sind historisch geordnet so zusammenzustellen,

[1]) Vgl. insbesondre das Korreferat von Prof. Dr. E. Lecher, das er im Verein „Mittelschule“ in Wien am 22. Jänner 1910 erstattete: „Österreichische Mittelschule“ 24 (1910), p. 149—159.

daß die von den Autoren benutzten, nicht allgemein bekannten Hilfssätze bewiesen werden. Die aus den einzelnen Beweisen sich ergebenden Konstruktionen der Projektionsrichtung und der Achsenverkürzungsverhältnisse sind auf besondern Blättern durchzuführen.

3. Die Darstellung räumlicher Gebilde durch zwei Zentralrisse auf derselben Ebene und deren praktische Verwertung.

4. Die Abbildung des Raumes durch zwei Parallelprojektionen auf dieselbe Bildebene.

5. Es soll die folgende Abbildungsmethode, bei der die Ebenen als Raumelemente auftreten, untersucht und zur Lösung der Grundaufgaben verwendet werden: Man projiziere die Spuren E_1, E_2 einer beliebigen Ebene ε mit zwei festen Ebenen π_1 und π_2 aus einem Punkt o auf die Zeichenebene Π.

6. Die stereographische Projektion und ihre Anwendungen.

7. Die Zentralprojektion einer Drehkegelfläche aus einem ihrer Punkte auf eine zu ihrer Achse senkrechte Ebene (Sonderfall der stereographischen Projektion) ist näher zu untersuchen und konstruktiv zu verwerten.

8. Projiziert man eine feste Fläche zweiten Grades aus den Punkten des Raumes auf die Bildebene Π, so sollen die scheinbaren Umrisse der Fläche als Bildkurven den Raumpunkten zugeordnet werden. Diese Verallgemeinerung der zyklographischen Abbildung ist zu studieren und ihre konstruktive Verwertung zu zeigen.

9. Gegeben sei ein Drehkegel $\varkappa$ mit zur Zeichenebene Π normaler Achse und der Spitze o in Π. Der Schnitt von $\varkappa$ mit irgendeiner Ebene werde normal auf Π projiziert. Bei geeigneten Festsetzungen sind dann die Ebenen des Raumes ein- eindeutig auf die Kurven zweiter Ordnung in Π abgebildet, die in o einen Brennpunkt haben. Diese Abbildung ist konstruktiv nach dem Muster der Zyklographie zu verfolgen.

10. Die zyklographische Abbildung der Kurven zweiter Ordnung.

11. Ein gleichseitiges Drehhyperboloid mit der Drehachse A wird von einem zu A parallelen Zylinder zweiter Ordnung geschnitten. Es ist die zyklographische Abbildung der Schnittkurve auf eine zu A normale Ebene zu untersuchen.

12. Konstruktive Behandlung der Strahlkongruenzen mittels Abbildung der Strahlen durch Spur- und Fluchtpunkte.

13. Anwendungen der Perspektive (einschließlich der Reliefperspektive) mit Berücksichtigung der geschichtlichen Entwicklung.

14. Die Verwertung der sphärischen Abbildung in der darstellenden Geometrie.

15. Analog wie der gewöhnliche Raum R_3 mittels Auf- und Grundriß auf eine Ebene abgebildet wird, ist der lineare vierdimensionale R_4 auf den R_3 abzubilden. Dabei sind behufs zeichnerischer Durchführung die Punkte des R_3 wieder durch Auf- und Grundriß darzustellen. Auf die Abbildung der einfachsten nichtlinearen Gebilde des R_4 ist jedenfalls einzugehen.

16. Das Konstruieren mit imaginären Elementen und seine Verwendung in der darstellenden Geometrie.

17. Das Konstruieren mit imaginären Elementen in reeller Ebene und im Raum unter Benutzung der Laguerre'schen Vertreter imaginärer Punkte, beziehungsweise analoger Vertreter für die imaginäre Gerade im Raum.

18. Man konstruiere eine Kugel, die vier gegebene, im allgemeinen zu einander windschiefe Gerade berührt, und beweise die hiezu nötigen Hilfsätze.

19. Anwendungen der kinematischen Geometrie in der darstellenden Geometrie.

20. Die graphische Lösung der Aufgabe, eine dreiseitige Pyramide nach einem Dreieck zu schneiden, das einem gegebenen Dreieck kongruent ist.

21. Die Anwendungen der darstellenden Geometrie in der Photogrammetrie.

22. Anwendungen der Theorie der trilinearen Verwandtschaft ebener Systeme in der darstellenden Geometrie.

23. Die Konstruktion von Sonnenuhren.

24. Konstruktion der Schnittlinie zweier Flächen zweiter Ordnung mit Berücksichtigung der möglichen Sonderfälle.

25. Konstruktive Behandlung der rationalen Raumkurven vierter Ordnung.

26. Konstruktion der Durchdringungskurve von Drehflächen zweiter Ordnung und Untersuchung der Eigenschaften dieser Kurven sowie ihrer Risse für möglichst verschiedenartige metrische Sonderfälle.

27. Eingehende konstruktive Behandlung der (räumlichen) kubischen Parabel mit Berücksichtigung metrischer Eigenschaften.

28. Darstellung der Raumkurven 3. O. in den verschiedenen Projektionsarten und konstruktive Lösung möglichst vieler sie betreffenden Aufgaben.

29. Die Hauptmethoden der Konstruktion einer Fläche 2. O. aus neun gegebenen Punkten sind historisch geordnet und mit Beweisen versehen zusammenzustellen.

Die Konstruktionen sind in der Anwendung auf passend gewählte Sonderfälle vollständig durchzuführen.

30. Darstellung der Flächen zweiter Ordnung in den verschiedenen linearen Abbildungen:

Die Flächen sollen allgemeine Lage im Raum besitzen und durch ihre Achsen oder ähnliche Bestimmungsstücke gegeben sein.

31. Die Konstruktion von Isophoten und Isophengen an den Flächen 2. O.

32. Beleuchtung der Flächen zweiter Ordnung durch eine leuchtende Kugel.

33. Konstruktive Behandlung der Krümmungslinien von Flächen zweiten Grades und ihrer projektiven Verallgemeinerung.

34. Im Raum sind ein Punkt *f*, eine Gerade *F* und eine Ebene *x* gegeben. Man suche den Ort aller Punkte, für welche die parallel zu *x* gemessene Entfernung von *F* zur Entfernung von *f* ein festes Verhältnis hat und stelle die verschiedenen sich ergebenden Örter in schiefer Projektion dar.

35. Die Konstruktion von Tangenten an ebene Kurven, von Tangenten und Schmiegebenen an Raumkurven und von Tangentialebenen an krumme Flächen.

36. Die Krümmungsverhältnisse von Kurven und Flächen in konstruktiver Behandlung.

37. Konstruktion des scheinbaren Umrisses krummer Flächen mit Berücksichtigung der historischen Entwicklung.

38. Es ist eine konstruktive Behandlung jener Flächen zu liefern, die von einer Schar ähnlicher und gegenseitig perspektiv liegender zentrischer Kegelschnitte erzeugt werden, die eine vorgegebene Raumkurve schneiden, ihre Mittelpunkte in einer festen Geraden haben und deren Ebenen zu dieser Geraden senkrecht stehen. Ferner sind die analog durch Parabeln erzeugbaren Flächen zu betrachten.

39. Konstruktive Behandlung jener Flächen, die durch Bewegung eines Kreises unter Beibehaltung der Stellung der Kreisebene erzeugt werden.

40. Die Umrißermittlung von Drehflächen in den verschiedenen linearen Abbildungsarten mit Berücksichtigung der historischen Entwicklung.

41. Die durch Drehung einer gleichseitigen Hyperbel um eine Asymptote entstehende Fläche ist konstruktiv eingehend zu behandeln.

42. Die durch Drehung einer Lemniskate um ihre Symmetrieachsen entstehenden Flächen sind eingehend konstruktiv zu behandeln.

43. Eingehende konstruktive Behandlung jener Flächen, die den geometrischen Ort aller Punkte bilden, für welche das Produkt der Entfernungen von zwei festen Punkten konstant ist.

44. Von denjenigen Flächen, die durch Drehung eines Kegelschnittes um eine außerhalb seiner Ebene liegende Achse entstehen, sind einige perspektiv darzustellen. Das Hauptgewicht ist auf die Auffindung und Darstellung sämtlicher Flächen zweiter Ordnung zu legen, die auf diese Weise erzeugt werden.

45. Die Beleuchtungskonstruktionen an Schraubflächen.

46. Eingehende konstruktive Behandlung der durch Schraubung eines Kreises erzeugten Flächen.

47. Konstruktive Behandlung jener Schraubflächen, von denen die Meridiankurve ein Kegelschnitt mit zur Schraubachse paralleler Achse ist.

48. Konstruktive Behandlung jener Flächen, die durch Schraubung oder Drehung einer gemeinen Schraublinie um eine zu ihrer Achse parallele Gerade entstehen.

49. Konstruktive Behandlung der von den Krümmungskreisen einer gewöhnlichen Schraublinie gebildeten Fläche.

50. Darstellung und konstruktive Behandlung jener Flächen, die durch Schraubung eines Kegelschnittes um eine zu seiner Ebene senkrechte Gerade entstehen.

51. Eine Drehfläche 2.O. werde um eine zu ihrer Drehachse parallele Gerade verschraubt. Die konstruktive Behandlung der Hüllflächen solcher Flächenscharen ist durchzuführen.

52. Konstruktive Behandlung der Regelschraubflächen und deren historische Entwicklung.

53. Es ist eine eingehende darstellend-geometrische Untersuchung des Plückerschen Konoids zu liefern, wobei auch dessen konstruktive Verwertung in der Mechanik berücksichtigt wird.

54. Eingehende konstruktive Behandlung der Cayleyschen Regelfläche dritter Ordnung.

55. Die Konstruktion und Verwendung des oskulierenden Hyperboloids an windschiefen Regelflächen unter möglichst vollständiger Benutzung aller darauf bezüglichen Arbeiten.

56. Konstruktive Behandlung jener Regelflächen, die durch Bewegung einer starren Geraden erzeugt werden, von der zwei Punkte zwei windschiefe Gerade durchlaufen oder etwa der eine Punkt eine Gerade, der andre einen Kreis durchläuft.

57. Eingehende konstruktive Behandlung jener Regelflächen, die zwei im Endlichen gelegene windschiefe Leitgeraden haben und deren Richtkegel ein Kegel 2.O. mit einer zu einer der beiden Leitgeraden parallelen Erzeugenden ist.

58. Konstruktive Behandlung einiger metrisch spezialisierter Regelflächen 3.O.

59. Konstruktive Behandlung jener Regelflächen, die durch projektive Punktreihen auf zwei Kreisen erzeugt werden.

60. Konstruktive Behandlung der Dupinschen Zykliden.

61. Konstruktive Behandlung der Hüllfläche aller Kugeln, die drei gegebene orientierte Kugeln unter vorgeschriebenen Winkeln schneiden.

62. Konstruktive Behandlung der Hüllfläche aller Kugeln mit demselben Halbmesser, deren Mitten einer Kurve zweiter Ordnung angehören.

63. Konstruktive Behandlung der Hüllfläche aller Kugeln von konstantem Halbmesser, die zwei gegebene Gerade berühren.

64. Konstruktive Behandlung der Hüllfläche aller Kugeln, die einen Kreis berühren und ihre Mitten in einer Geraden haben.

65. Konstruktive Behandlung der Hüllfläche aller Kugeln, die einen Kreis und eine Gerade berühren, und zwar letztere in einem gegebenen Punkt.

66. Konstruktive Behandlung der Fläche aller Kreise, die durch zwei feste reelle (getrennte oder vereinigte) oder konjugiert imaginäre Punkte gehen und eine in der Symmetrieebene des Punktepaares liegende Gerade schneiden.

67. Die von den Krümmungskreisen der Normalschnitte eines regulären Punktes einer beliebigen krummen Fläche erzeugte Fläche ist zu untersuchen und konstruktiv zu behandeln.

b) Themen für Hausarbeiten aus dem geometrischen Zeichnen.

1. Es sind die im geometrischen und mathematisch-geographischen Unterricht der Realschule auftretenden Abbildungen räumlicher Figuren nach darstellend-geometrischen Grundsätzen richtig zu zeichnen.

2. Darstellung sphärischer Figuren in einem Normalriß und Lösung sie betreffender Aufgaben.

3. Es sind möglichst zahlreiche Eigenschaften der Kurven 2.O. abzuleiten, indem man sie als Zentralrisse von Kugeln auffaßt.

4. Eine Hyperbel läßt sich als Aufriß eines einschaligen oder zweischaligen Drehhyperboloids mit zur Aufrißebene paralleler Achse auffassen. Man leite auf diese Weise verschiedene Eigenschaften der Hyperbel sowie auf sie bezügliche Konstruktionen mittels des Hyperboloids ab.

5. Methoden und Hilfsmittel zum Zeichnen perspektiver Bilder, zumal bei beschränkter Größe des Zeichenblattes.

6. Zusammenfassende Behandlung der mit dem Lineal allein und der mit dem Zirkel allein ausführbaren ebenen Konstruktionen.

7. Die Mascheronischen Konstruktionen unter Benutzung der neueren Literatur über diesen Gegenstand.

8. Das Apollonische Berührungsproblem für die Ebene ist zeichnerisch vollständig, das heißt für die sämtlichen verschiedenen gegenseitigen Lagen der gegebenen Kreise (und ihrer Ausartungen), zu erledigen.

9. Konstruktive Behandlung des Apollonischen Berührungsproblems im Raum.

10. Konstruktive Behandlung der Drehflächen zweiter Ordnung.

11. Die Methoden der Schattenbestimmung an Drehflächen in Orthogonalprojektion und die Ermittlung des scheinbaren Umrisses in orthogonaler Achsonometrie.

12. Konstruktive Behandlung jener Drehfläche, deren Meridian eine Ellipse ist.

13. Elementare Darlegung der orthogonalen und schiefen Achsonometrie samt Anwendungen.

23. Die Klausurarbeit. Die neue Prüfungsvorschrift sagt (in Art. XXI—XXIII) bezüglich dieses Teiles der Lehramtsprüfung unter anderm:

„Haben die schriftlichen Hausarbeiten keinen Anlaß zur Zurückweisung gegeben, so erhält der Kandidat die Vorladung zur Klausur- und zur mündlichen Prüfung."

„Die Gültigkeit der Hausarbeiten erlischt, wenn sich der Kandidat nicht innerhalb der nächsten zwei Jahre, vom Tage der Verständigung von ihrer Approbation an gerechnet, zur Klausur- und mündlichen Prüfung gestellt oder sein Nichterscheinen in glaubwürdiger Weise gerechtfertigt hat."

„Dem Kandidaten kann nach Approbation sämtlicher Hausarbeiten ohneweiters gestattet werden, die übrigen Teile der Prüfung innerhalb der zulässigen Frist in zwei verschiedenen Terminen geteilt abzulegen, jedoch so, daß jede solche Teilprüfung einen ganzen Prüfungsgegenstand umfaßt."

„Der zweite Teil der Klausur- und mündlichen Prüfung soll in der Regel in dem dem ersten Teile der Prüfung nächstfolgenden Prüfungstermin[1]) abgelegt werden."

„Die Klausurarbeiten haben zu ermitteln, wie weit der Kandidat in seinem Studienkreise auch ohne Hilfsmittel ein promptes und sicheres Wissen besitzt."

„Bei allen Fachgruppen, mit Ausnahme jener, in denen zwei Nebenfächer mit einem Hauptfache verbunden sind, ist für jeden Gegen-

[1]) In Wien sind drei Prüfungstermine üblich.

stand eine Klausurarbeit durchzuführen. Bei den letztgenannten Fachgruppen wird die Klausurarbeit nur aus jenem Nebenfache geliefert, aus dem keine Hausarbeit verlangt wurde."

„Die Arbeitszeit für ein Hauptfach beträgt 8 Stunden, für ein Nebenfach 4 Stunden."

„Die Klausurarbeit hat unter unausgesetzt strenger Aufsicht stattzufinden. Von der Übernahme der Aufgabe bis zur Einlieferung der Ausarbeitung soll der Kandidat das Zimmer ohne die nötige Aufsicht nicht verlassen. Die vierstündige Arbeitszeit fällt ununterbrochen entweder in den Vor- oder in den Nachmittag, die achtstündige wird mittags durch eine entsprechende Pause, während derer die Kandidaten sich entfernen dürfen, derart unterbrochen, daß vor- und nachmittags ein Zeitraum von je vier Stunden für die Bearbeitung der Aufgaben zur Verfügung steht. Dementsprechend besteht die Klausuraufgabe bei den Hauptfächern aus zwei Teilen, deren jeder so bemessen ist, daß er in vier Stunden bearbeitet werden kann. Die Teilaufgaben werden dem Kandidaten nicht gleichzeitig, sondern je eine bei Beginn der vierstündigen Frist eingehändigt."

Die Klausuraufgaben für die Prüfung aus der darstellenden Geometrie werden in Wien stets mit Berücksichtigung der besuchten Sondervorlesungen und des sonstigen Studienganges, ferner des Themas der Hausarbeit ausgewählt. Die Mehrzahl der Kandidaten erhält an einem Halbtage die Bearbeitung einer praktischen Aufgabe (Darstellung einer technischen Einzelheit in zugeordneten Normalrissen, normaler oder schiefer Achsonometrie oder Perspektive samt Schatten). Die übrigen Aufgaben sind gewöhnlich speziell gewählt und sollen dazu dienen, die Bekanntschaft des Kandidaten mit den verschiedenen Abbildungsmethoden und die konstruktive Beherrschung einiger Kurven- und Flächenarten zu erproben. Für jede der Aufgaben wird eine kurze schriftliche Konstruktionserläuterung verlangt.

Um eine Vorstellung von der Art dieser Aufgaben zu geben, seien die Texte von sechs in Wien wirklich gestellten Aufgabengruppen verschiedener Schwierigkeitsgrade mitgeteilt.

I. Gruppe.

1. (Grund- und Aufriß.) Auf einem einschaligen Drehhyperboloid seien drei beliebige Punkte gewählt. Man zeichne eine jener auf der Fläche verlaufenden Raumkurven dritter Ordnung, die durch diese drei gegebenen Punkte und die beiden absoluten Punkte der Fläche gehen.

2. Man nehme für orthogonale Achsonometrie ein Achsenkreuz von der Art an, daß die Verkürzungsverhältnisse auf der X-, Y-, Z-Achse (letztere lotrecht gewählt) sich beziehungsweise wie $5:4:6$

verhalten und stelle eine hohle Halbkugel mit zur XY-Ebene parallelem Randkreis samt den bei Parallelbeleuchtung daran auftretenden Schatten dar.

3. (Allgemeine lineare Abbildung.) Eine lineare Abbildung sei durch zwei perspektiv liegende Parallelstrahlbüschel bestimmt, deren Strahlen unter 45° gegen die horizontale Perspektivitätsachse geneigt sind. Der absolute Kegelschnitt stelle sich im ersten Bild als Gerade dar, sein zweites Bild habe als reellen Vertreter eine durch ihre Achsen gegebene Ellipse D. Wenn nun die Bilder dreier Punkte a, b, c gegeben sind, so soll ein Würfel gezeichnet werden, der $[a\ b]$ zur Kante hat und auf der Ebene $[a\ b\ c]$ steht.

4. Man erläutere die Konstruktion der Eigenschattengrenze an Regelschraubflächen.

II. Gruppe.

1. Gegeben sind in der Zeichenebene: eine nicht orientierte Gerade A, eine orientierte Gerade B und ein orientierter Kreis C. Man zeichne auf zyklographischem Weg jene orientierten Kreise, die B und C berühren und auf A eine Sehne von bekannter Länge l abschneiden.

2. Gegeben sind durch Auf- und Grundriß: Ein Drehkegel mit lotrechter Achse, eine Gerade F und ein Punkt p. Die Ebene, welche F zur ersten Fallinie hat, schneidet den Drehkegel nach einer Kurve zweiter Ordnung. Durch sie sind jene Kegel zweiter Ordnung zu legen, die durch p gehen und die Grundrißebene nach Kreisen schneiden.

3. Der durch die Skizze gegebene Prellstein ist unter Verwendung des angedeuteten Projektionsdreiecks im Schrägriß darzustellen.

4. Eine Ebene ε ist in Perspektive durch Bildspur und Fluchtlinie gegeben. Ein die Fluchtlinie berührender Kreis ist der Zentralriß einer ε angehörenden Kurve zweiter Ordnung. Man ermittle deren Gestalt.

III. Gruppe.

1. (Perspektive.) Die Achsen einer Fläche zweiter Ordnung seien (bei bekanntem Distanzkreis) durch ihre perspektiven Bilder und perspektiven Grundrisse gegeben. Man zeichne den scheinbaren Umriß der Fläche.

2. (Auf- und Kreuzriß.) Gegeben ist eine Raumkurve C und ein sie in p schneidender Kreis K allgemeiner Lage. Von jener Drehfläche, die durch C geht und K als Parallelkreis besitzt, konstruiere

man in p den Krümmungshalbmesser des Meridians, ohne diesen zu zeichnen.

3. Der auf beigegebener Skizze dargestellte Drehkörper ist im Maßstab 6 *cm* = 1 *m* orthogonalachsonometrisch in Obersicht samt den bei Parallelbeleuchtung daran auftretenden Schatten zu zeichnen.

IV. Gruppe.

1. Das durch beiliegende Skizze gegebene toskanische Kapitäl ist orthogonalachsonometrisch in Untersicht samt den bei Parallelbeleuchtung daran auftretenden Schatten darzustellen (Maßstab: 1 Modul = 9 *cm*).

2. Die Schrägrisse dreier gleich langer zueinander normaler Strecken $\overline{ux}$, $\overline{uy}$, $\overline{uz}$ seien gegeben. Man zeichne den scheinbaren Umriß der dem Tetraeder $u\,x\,y\,z$ umschriebenen Kugel.

3. Von einem linearen Strahlkomplex sind zwei zugeordnete Gerade und ein Strahl in Zentralprojektion gegeben. Man ermittle die Achse des Komplexes.

4. Was läßt sich über den Ort der Konzidenzelemente bei den linearen Abbildungen sagen?

V. Gruppe.

1. (Schiefe Projektion.) Auf einem Drehkegel, dessen Basis der Grundebene angehört, wähle man fünf Punkte $a_1, \ldots, a_5$ derart, daß keine vier in einer Ebene und keine zwei in einer Mantellinie liegen, zeichne jene auf dem Kegel liegende Raumkurve dritter Ordnung, die durch diese Punkte geht und konstruiere ihre Asymptoten sowie in einem der gegebenen Punkte die Schmiegebene.

2. In einer gegen Auf- und Grundrißebene geneigten Ebene liegt eine Ellipse K, deren Grundriß ein Kreis ist. Man lege durch K einen Drehkegel mit der Spitze in der Aufrißebene und ermittle seinen Schnitt mit der Grundrißebene.

3. Der auf beiliegender Skizze durch Maße gegebene Drehkörper ist in $^1/_4$ natürlicher Größe im Aufriß zu zeichnen; hierauf sind die bei 45°-Beleuchtung an ihm auftretenden Eigen- und Schlagschatten zu konstruieren.

4. Welches sind die Hauptsätze über stereographische Projektion?

VI. Gruppe.

1. Eine gegen Auf- und Grundrißebene geneigte Gerade A und zwei Punkte p und q seien gegeben. Man zeichne die scheinbaren Umrisse jenes Drehparaboloides, das durch p und q geht und A zur Achse

hat, begrenze es durch einen Parallelkreis und bestimme für eine passend gewählte Lichtrichtung die an der Fläche auftretenden Schatten.

2. Auf einem lotrechten Drehzylinder befindet sich eine rechtsgängige Schraublinie mit der Steigung $^1/_2$. Auf der Tangentenfläche dieser Linie liegen zwei durch ihre Grundrisse p', q' gegebenen Punkte p, q. Man zeichne die durch p gehenden Krümmungslinien, ferner die p mit q verbindende geodätische Linie der Fläche.

3. (Perspektive.) Außer Augpunkt, Distanz und Grundlinie seien noch eine beliebige Gerade G und ein hinter der Bildebene liegender Punkt p der Grundebene gegeben. Man zeichne jene die Gerade G und die Grundebene in p berührende Kugel, die oberhalb der Grundebene liegt, und bestimme für Parallelbeleuchtung ihren Eigenschatten sowie den Schlagschatten auf die Grundebene.

4. Drei beliebige von einem Punkt ausgehende Strecken der Zeichenebene seien die Schrägrisse dreier gleich langer und aufeinander senkrecht stehender Strecken des Raumes. Man ermittle die Länge dieser Strecken und die Projektionsrichtung.

Die Aufgaben aus dem geometrischen Zeichnen gehen nicht weit über den Lehrstoff der Realschule hinaus, nur können sie sich hie und da, mit Rücksicht auf die mathematische Vorbildung der Kandidaten, auf etwas andre Gebilde als in der Realschule beziehen, ferner auch Achsonometrie und Perspektive einbegreifen. Es mögen auch hierfür drei wirklich gestellte Aufgabengruppen vorgeführt werden.

I. Gruppe.

1. Man zeichne im Grund- und Aufriß einen Würfel, von dem zwei Gegenecken a und b beliebig gegeben sind und ein weiterer Eckpunkt eine gegebene Entfernung $\mathfrak{z}$ von der Grundrißebene besitzt.

2. Das durch beiliegende Skizze gegebene Gesims ist orthogonalachsonometrisch (Untersicht) in größerem Maßstab darzustellen.

II. Gruppe.

1. Gegeben ist ein Drehkegel, dessen Achse zur Kreuzrißebene senkrecht steht und eine Gerade G. Man lege durch G eine Ebene, die den Kegel nach einer Parabel schneidet und zeichne den Aufriß der Schnittlinie.

2. An dem durch beiliegende Skizze gegebenen und ein Drittel natürlicher Größe zu zeichnenden Prellstein sind für die gegebene Lichtrichtung die auftretenden Eigen- und Schlagschatten zu ermitteln.

III. Gruppe.

1. Zwei im ersten Raum gelegene Punkte p, q sind durch ihren Auf- und Grundriß gegeben. Man zeichne eine Kugel, die durch diese Punkte geht und die beiden Rißebenen berührt; ferner konstruiere man für eine im Endlichen liegende Lichtquelle, deren Abstand von der Grundrißebene gleich dem Kugeldurchmesser ist, den Eigenschatten der Kugel sowie ihren Schlagschatten auf die Grundrißebene.

2. (Perspektive.) Man zeichne einen auf der Grundebene stehenden Würfel, dessen horizontale Kanten gegen die Bildebene unter 60° und 30° geneigt sind und ein auf diesem Würfel stehendes regelmäßiges sechsseitiges Prisma. Hierauf ermittle man die Schatten, welche für Parallelbeleuchtung diese Körper aufeinander und auf die Grundebene werfen.

Was nun den Wert dieser Klausurprüfungen für die Beurteilung der Kandidaten betrifft, so schätzt ihn Referent im Gegensatz zu vielfach gehörten Äußerungen andrer Prüfungskommissäre[1]) sehr hoch ein. Nur muß die Überwachung bei dieser Prüfung der Vorschrift entsprechen. Um dies zu ermöglichen, werden in Wien seit einiger Zeit die Klausurprüfungen aus den in Rede stehenden Fächern an der Lehrkanzel des Referenten abgehalten.

Der Ausfall dieser Prüfung in Wien ist normal. Nur soll die Wahrnehmung nicht unterdrückt werden, daß noch immer viele Kandidaten zu geringe Konstruktionsfertigkeit besitzen. Dies hängt mit ihrer Zeichenunlust während der Studienzeit zusammen; sie hören wohl die Sondervorlesungen recht fleißig, aber die Konstruktionsübungen besuchen die meisten nur so weit, als zur Erlangung der Besuchsbestätigung gefordert wird. Es läßt sich dies nur damit entschuldigen, daß fast alle Lehramtskandidaten sich aus wenig bemittelten Bevölkerungsschichten rekrutieren und sich ihren Lebensunterhalt zum großen Teil durch Stundengeben erwerben müssen, daher dem ziemlich viel Zeit erfordernden Zeichnen nur wenige Stunden opfern können. (Vgl. Nr. 31.)

24. Die mündliche Prüfung. Einige Wahrnehmungen bei der Lehramtsprüfung. Die Prüfungsvorschrift sagt: „Die mündliche Prüfung betrifft zunächst die Gegenstände, für welche der Kandidat die Lehrbefähigung zu erwerben wünscht und hat in diesen das Ergebnis der vorhergehenden Prüfungsstadien zu vervollständigen und zu sichern."

„Die mündliche Prüfung aus einem Hauptfach dauert für einen Kandidaten durchschnittlich eine Stunde, die aus einem Nebenfach ungefähr eine halbe Stunde."

---

[1]) Vgl. etwa das S. 101, Fußn. erwähnte Korreferat Prof. Dr. Lechers.

Der ausschlaggebende und für manche Prüfungskommissäre maßgebendste Teil der Lehramtsprüfung ist die mündliche Prüfung. Oft lernt der Prüfende dabei den Kandidaten zum ersten Mal persönlich kennen und soll nach einstündigem Zwiegespräch mit ihm ein dessen Zukunft stark beeinflussendes Urteil abgeben. In Wien und auch bei andern Prüfungskommissionen wird dieses Urteilen noch dadurch erschwert, daß zufolge des Massenandranges von Kandidaten keine eigentliche kommissionelle Prüfung abgehalten werden kann, wie sie die Prüfungsvorschrift fordert, sondern eigentlich jeder Prüfungskommissär den Kandidaten allein prüft.

Die Lehramtsprüfung muß sich notwendigerweise fast auf den ganzen Umfang einer Wissenschaft erstrecken. Diese Unbegrenztheit des Stoffes macht die Kandidaten nervös. Jeder, der selbst eine solche Prüfung abgelegt hat, kennt dieses Gefühl, das besonders dann sehr stark auftritt, wenn der Kandidat bei seinem Examinator nie eine Vorlesung gehört hat. Gerade für die darstellende Geometrie ist die Vorbereitung für die Prüfung schwierig, weil nur wenige oder gar keine Sondervorlesungen gehalten werden. Sonst bildet sich naturgemäß der Zustand heraus, daß die Kandidaten in erster Linie diese sich allmählich verbreitenden Vorlesungen studieren.

Da von keinem Kandidaten g e n a u e Kenntnisse auch nur in den Hauptteilen einer Wissenschaft gefordert werden können, so dürfte es empfehlenswert sein, von einem Kandidaten der darstellenden Geometrie unbedingt sichere Beherrschung der Elemete zu fordern, ferner, daß er sich mit dem einen oder andern Teilgebiete genauer befaßt habe. Die neue Prüfungsvorschrift (Art. III, Abs. 2*d*) verlangt deshalb, daß der Kandidat in seinem Lebenslauf die Richtung und den Umfang seiner Studien sowie das wissenschaftliche Teilgebiet angebe, mit dem er sich besonders eingehend beschäftigt hat. Der Hauptzweck der mündlichen Prüfung aus der darstellenden Geometrie wird es wohl immer sein, durch verschiedene Fragen den Umfang und die wissenschaftliche Höhe der Kenntnisse sowie die Gründlichkeit des Verständnisses festzustellen. Ein Versagen in Einzelkonstruktionen, die hauptsächlich auf gedächtnismäßiger Aneignung beruhen, darf das Urteil nicht zu sehr beeinflussen, wenn der Kandidat über die Elemente sicher verfügt.

In letzterer Hinsicht fand Referent sehr oft große Lücken. Es kamen gar manche Kandidaten zur Prüfung, die nicht imstande gewesen wären, die von den Hörern der Fachabteilungen (der technischen Hochschule) am Ende des ersten Studienjahres abzulegende Prüfung aus der darstellenden Geometrie zu bestehen. Die neue Prüfungsvorschrift dürfte auch in dieser Hinsicht bessernd wirken, indem sie als Zulassungsbedingung die abgelegte Einzelprüfung über die allge-

meine Vorlesung fordert (vgl. S. 99). Der Prüfungskommissär bei der Lehramtsprüfung kann in Zukunft annehmen, daß der Kandidat wenigstens die Elemente einmal durchstudiert hat.

Die Kollegen aus Prag und Graz sind mit den Ergebnissen der Lehramtsprüfung zufrieden. Prof. E. Janisch schreibt jedoch, daß allerdings in den letzten Zeiten der Hochkonjunktur Elemente auftauchten, die das Prinzip der kleinsten Anstrengung dank den überaus liberalen Prüfungsvorschriften bei ihren „Studien“ kräftigst auszunutzen verstanden. Allgemein fiel ihm eine gewisse Unsicherheit im mündlichen Ausdruck und im Tafelzeichnen auf.

Prof. F. Procházka meint, daß die gute Vorbereitung der böhmischen Kandidaten zur Lehramtsprüfung nur dem Umstande zuzuschreiben sei, daß sie an der böhmischen Universität bei Prof. Dr. Sobotka Gelegenheit haben, sich in der synthetischen Geometrie zu vervollkommnen.

Prof. Dr. Schüssler schreibt, daß am meisten Überraschungen die Klausurprüfung bringe, da dabei oft sehr verständige Hörer weniger leisten, als man erwartete. Er bedauert ferner, daß bei der Prüfung nicht auch die pädagogische Fähigkeit festgestellt werden könne, was viel wichtiger wäre als die theoretische Prüfung aus Pädagogik, der er sehr wenig Wert beimißt.

Referent möchte nur bemerken, daß sich das Kenntnisniveau der Kandidaten für darstellende Geometrie im Vergleich zu dem Zustande, den er 1903 vorfand, bedeutend gehoben hat, wenn auch noch lange nicht alles erreicht ist, was sich erreichen ließe. Die Veränderung zeigt bloß, wie viel mehr sich sicherlich noch erzielen ließe, wenn die Unterrichtsverwaltung gerade diesem, bisher vernachlässigten Gebiete erhöhtere Aufmerksamkeit und Mittel zuwendete. (Vgl. Nr. 30—32.)

IV. Lehrmittel.

25. Handbibliotheken und Modell- (oder Instrumenten-) Sammlungen an den einzelnen Lehrkanzeln. Dotationen. Als Lehrmittel sind zu betrachten die Handbibliotheken und Modell- oder Instrumenten-Sammlungen der Lehrkanzeln und die Bestände an darstellend-geometrischer und allgemeiner mathematischer Literatur in den betreffenden Hochschulbibliotheken.

Jede der Lehrkanzeln für darstellende Geometrie besitzt ihre Handbibliothek und eine Modellsammlung. Letztere sind jedoch wegen

der zu geringen Dotationen meist sehr rückständig. An Dotationen beziehen nämlich:

Wien I. Lehrk.	700 K	Graz	300 K
Wien II. „	400 „	Brünn (d)	300 „
Prag (d)	400 „	Brünn (b)	300 „
Prag (b)	600 „ (für beide Lehrk.)	Lemberg	200 „

Die I. Lehrkanzel in Wien besitzt eine ansehnliche Bibliothek (samt Modellen und Instrumenten zirka 1900 Nummern). Die Werke über darstellende und projektive Geometrie sind fast vollständig, häufiger gebrauchte sogar in mehreren Exemplaren vertreten. Von vielen in Zeit- und Akademieschriften (besonders in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie) erschienenen Abhandlungen sind Sonderabdrucke vorhanden. Aber auch neuere Werke geometrischen Inhalts, die mit der darstellenden und projektiven Geometrie nicht in unmittelbarer Beziehung stehen, fehlen nicht. Zahlreiche alte Werke über Gnomonik und Perspektive wären einer genauen Durchsicht würdig. Eine Spezialität dieser Handbibliothek bilden die zahlreichen Tafelwerke technischen und architektonischen Inhalts, die zum Teil noch aus der ehemaligen Lehrkanzel für technisches Zeichnen stammen und bei den Konstruktionsübungen wertvolle Dienste leisten (vgl. S. 80). Auch einige Werke über Hochbau und Ingenieurwissenschaften sind vorhanden. Leider gestattet der an der Lehrkanzel herrschende Raummangel nicht die volle Ausnutzung der Bibliothek durch die Lehramtskandidaten. Diesen steht übrigens auch die ziemlich reichhaltige Sammlung des Referenten an Sonderabdrücken zur Verfügung.

Wenn an dieser Lehrkanzel auch mehrere Kästen mit Modellen und Apparaten angefüllt sind, so muß doch gesagt werden, daß recht vieles davon veraltet und Ballast ist. Von neueren Modellen konnten wegen der zu geringen Dotation bisher nur wenige angeschafft, noch weniger Modelle nach eigenen Angaben angefertigt werden. Auch ihre zweckentsprechende Aufstellung zur Besichtigung durch die Studierenden ist wegen Platzmangels unmöglich. — Wie müssen wir eine technische Hochschule, wie die in Danzig, beneiden, wo der Lehrkanzel für darstellende Geometrie nicht nur entsprechende Räume, Werkzeuge und Maschinen, sondern sogar ein Mechaniker zur Herstellung von Modellen zur Verfügung steht!

Die II. Lehrkanzel in Wien besitzt einige moderne, sorgfältig ausgewählte geometrische Modelle und einen hübschen Grundstock für eine Bibliothek (260 Nummern).

Prag (d) besitzt insbesondre eine angemessene Modellsammlung.

Für die beiden Lehrkanzeln Prag (b) besteht eine gemeinsame Bibliothek und Modellsammlung, welch letztere aber nicht reichhaltig ist.

Ziemlich umfangreich ist die Bibliothek der Lehrkanzel in Graz, gering hingegen ebenfalls ihre Sammlung an Modellen und Instrumenten.

Brünn (d) besaß gar keine Modellsammlung, befaßt sich aber mit der Anlegung einer solchen, die sich besonders auf technische Anwendungen beziehen soll.

Die Handbibliothek Brünn (b) zählt 290, die Modellsammlung 60 und die Lehrmittelsammlung 82 Nummern.

Auch Lemberg teilt mit, daß eine reichhaltigere Modellsammlung nicht vorhanden sei.

26. Darstellend-geometrische Literatur an den Hochschulbibliotheken. Was die Bibliotheken der einzelnen Hochschulen betrifft, so stimmen die Mitteilungen darin überein, daß die darstellend-geometrische Literatur an ihnen meist hinreichend, oft sogar recht gut vertreten sei.

Wie schon in den Berichten von E. Czuber (S. 34f.) und R. v. Sterneck (S. 43) erwähnt worden, ist die sehr gut verwaltete Bibliothek der Wiener Hochschule hinsichtlich der mathematischen Literatur (insbesondere der Zeitschriften) sehr vollständig. Werke über darstellende Geometrie und technisches Zeichnen besitzt sie gegen 400.

Auch an der für die beiden Prager Hochschulen gemeinsamen Bibliothek soll die darstellend-geometrische Literatur gut vertreten sein.

In der seit 1901 bestehenden Bibliothek von Brünn (b) sollen neuere Werke über darstellende Geometrie gut vertreten, hingegen Fachzeitschriften mathematischen Inhalts sowie Veröffentlichungen von Akademien und gelehrten Gesellschaften nicht in wünschenswerter Anzahl vorhanden sein. Die älteren Jahrgänge fehlen oft gänzlich, was beim Verfolgen der Literatur sehr unangenehm empfunden wird.

Auch aus Lemberg wird geklagt, daß die ältere Literatur an der Hochschulbibliothek unvollkommen vertreten sei.

V. Reformgedanken.

27. Vermehrung der Lehrkräfte. Nachwuchs. An den stärkst besuchten Hochschulen Österreichs sind bereits zwei Lehrkanzeln für darstellende Geometrie systemisiert (Nr. 4), ja es ist in Prag (b) schon der Ansatz zu einer dritten Lehrkanzel vorhanden. In Wien verbietet gegenwärtig der Raummangel die Schaffung einer dritten Lehrkanzel, die sich aber kaum wird aufhalten lassen. Man hofft hier neuerdings durch schärfere Aufnahmebeschränkungen die Frequenz

herabdrücken zu können, obgleich trotz des seit Jahren bestehenden sogenannten „Numerus clausus" die Hörerzahl beständig zugenommen hat. Verfügt ein Professor über hinreichende Stimmittel und besitzt die Hochschule entsprechend große Hörsäle, so macht es im Grunde nicht viel für ihn aus, ob 250 oder 350 Zuhörer vor ihm sitzen. Aber die anstandslose Durchführung der Konstruktionsübungen in der in Nr. 14 geschilderten Weise bietet in letzterem Falle schon bedeutendere Schwierigkeiten als im ersteren. Will der Professor die Oberleitung des Ganzen in der Hand behalten und nicht alles den Assistenten und Konstrukteuren überlassen, so muß er bei großer Hörerzahl sehr viele Überstunden opfern, obgleich der Unterschied zwischen seiner Lehrverpflichtung und der jener Kollegen, die bloß vorzutragen haben, ohnedies schon bedeutend ist. Der Überlastung mit unterrichtlicher Tätigkeit, die hierzulande durchschnittlich sehr ernst genommen wird, ist es wohl auch hauptsächlich zuzuschreiben, daß die Professoren der technischen Hochschulen Österreichs verhältnismäßig weniger mit mit ihrem Wissen und Können an die Öffentlichkeit treten als anderswo, zum Schaden des wissenschaftlichen Ansehens unseres Vaterlandes. Alle Professorenkollegien und auch die Unterrichtsverwaltung sollten deshalb darnach streben, die übergroße Lehrverpflichtung der Professoren zu vermindern.

An mancher Lehrkanzel für darstellende Geometrie könnte eine Entlastung des Professors dadurch erzielt werden, daß die Leitung der Konstruktionsübungen einem entsprechend herangebildeten Adjunkten (etwa mit Professortitel) oder einem außerordentlichen Professor übertragen würde, dem dann eine ähnliche Rolle zufiele, wie den „Associate Professors" oder „Assistent Professors" der amerikanischen Hochschulen, deren Einrichtungen bei uns überhaupt mehr Beachtung verdienten.

Solche Entlastung wäre ganz besonders dort angebracht, wo dem Professor noch obliegt, für die Heranbildung der Lehramtskandidaten zu sorgen.

Eine andre bedauerliche und nicht recht verständliche Erscheinung ist der Mangel an Privatdozenten für darstellendeGeometrie. Gerade Österreich, wo diese Wissenschaft so intensiv betrieben wird, könnte eine Stätte für die Heranbildung von Dozenten dieses Faches sein und solche dem Auslande als Lehrer überlassen. Die Hauptursache für diese Erscheinung dürften wieder die schlechten materiellen Verhältnisse der Lehramtskandidaten sein. Selbst sehr talentierte und ehrgeizige junge Männer müssen nach einer festen Stellung trachten, also sich sofort nach erlangter Lehrbefähigung dem Mittelschulunterrichte widmen. Einige Ursachen, warum solche Leute nicht längere Zeit als Assistenten wirken, kommen noch in Nr. 28 zur Besprechung. Übrigens konnten bis vor wenigen Jahren die aus der Real-

schule hervorgegangenen Lehramtskandidaten nur auf höchst beschwerlichem Wege die für eine Habilitation geforderten Vorbedingungen (Doktorat an der Universität) erfüllen. Man sollte deshalb Mittelschullehrern, die sich wissenschaftlich betätigt haben, in Städten mit einer Technischen Hochschule die Habilitation an dieser erleichtern. Insbesondre dürften ihnen die vorgesetzten Behörden keine Schwierigkeiten bereiten, etwa in dem Glauben, solche Männer würden dann ihre Schulpflichten schlechter erfüllen. Solche Dozenten könnten wertvolle Dienste bei der Heranbildung der Lehramtskandidaten leisten. Übrigens steht zu erwarten, daß sich diese Verhältnisse in einigen Jahren bedeutend ändern werden.

Schon wiederholt ist in Deutschland und Österreich der Plan aufgetaucht, Lehrstellen für darstellende Geometrie Praktikern zu übergeben. Selbstverständlich können auch ursprünglich rein technisch gebildete Männer durch eingehendere Beschäftigung mit der darstellenden Geometrie die Befähigung erlangen, diese Disziplin an einer technischen Hochschule zu lehren. Aber ohne gründliche mathematisch-geometrische Studien werden sich heutzutage solche Männer nur sehr selten zu wissenschaftlichen Vertretern dieses Faches heranbilden, auch nur selten jene Beherrschung des Stoffes erlangen, die sie befähigt, ihn gut zu lehren und den Bedürfnissen entsprechend zu gestalten. Dem Referenten bekannt gewordene Versuche, Ingenieuren oder Architekten den Unterricht in der darstellenden Geometrie an technischen Lehranstalten zu übertragen, haben gewöhnlich nicht dazu geführt, diesen Unterricht praktischer zu gestalten. Man wird also bei der Besetzung von Lehrkanzeln der darstellenden Geometrie in der Regel wohl auf mathematisch Vorgebildete zurückgreifen müssen, zumal in Österreich, wo ihnen auch die Heranbildung der zahlreichen Lehramtskandidaten dieses Faches obliegt.

28. Vermehrung und Verwendung der Hilfskräfte. Begünstigungen für sie. Wie schon in Nr. 11 erwähnt, ist die Zahl der Hilfskräfte für darstellende Geometrie an allen technischen Hochschulen Österreichs viel zu gering. Es muß erreicht werden, daß, wie in Preußen, auf je 30 inskribierte Hörer ein Assistent (beziehungsweise Konstrukteur) entfalle. Denn der Zweck der Konstruktionsübungen darf bei Lehrer und Schülern nicht im Fertigstellen einer vorgeschriebenen Anzahl von Zeichnungen erblickt werden, sondern im Unterrichten und Lernen. Das Zeichnen soll zum Einüben des Vortragsstoffes dienen und die Veranlassugn zur genaueren Belehrung der Hörer bilden. Die Assistenten sollten also während der Konstruktionsstunden nicht bloß Helfer sondern Lehrer sein. Jeder Assistent hätte sich mit einer kleinen, ihm unterstellten Gruppe eingehend zu beschäftigen, individuell angepaßte Aufgaben zu stellen.

Anfragen zu beantworten, Ratschläge bezüglich Ausführung von Konstruktionen und Zeichnungen zu erteilen, die Tätigkeit der Hörer zu leiten und zu lenken, ferner durch eigene Fragen zum Überlegen und Studieren anzueifern. Etwa die Hälfte dieser Assistenten brauchten bloß für die Konstruktionsstunden verpflichtet zu werden, ähnlich wie die in Nr. 11 erwähnten Hilfsassistenten der I. Lehrkanzel in Wien, jedoch mit höherer Remuneration.

Sehr wünschenswert und vorteilhaft für beide Teile wäre es, wenn Mittelschullehrer solche Hilfsassistentendienste versähen, da sie stabil blieben. Die Unterrichtsverwaltung müßte aber für solche besser qualifizierte Herren die Remuneration erhöhen und die betreffenden Direktoren anweisen, daß sie bei der Aufstellung des Stundenplans auf diese Verwendung Rücksicht nehmen. In Preußen bewährt sich die Verwendung von Mittelschullehrern als Assistenten sehr gut und auch in Budapest wird diese Einrichtung gelobt. Für die Mittelschullehrer wäre eine solche nebenamtliche Beschäftigung aber ebenfalls von Wert, da sie hierdurch nicht nur wissenschaftliche Anregungen empfingen, sondern auch genauer kennen lernten, worauf sie beim Unterricht ihrer Schüler mehr achten sollten.

An jeder größeren Lehrkanzel wäre außerdem, wenn nicht eine Hilfsprofessur (Nr. 27) so doch eine Adjunktenstelle (wie an den chemischen Lehrkanzeln) zu schaffen, um den Professor in den Konstruktionsübungen zu entlasten. Denn jetzt geht der Professor einer größeren Hochschule, der sich seiner Lehr- und Prüfungstätigkeit voll hingibt, entweder wissenschaftlich oder physisch zugrunde. Der Professor ist nicht dazu da, auch noch Assistentendienste zu leisten, weil die Mittel für Hilfskräfte fehlen. Sobald die von ihm ins Leben gerufenen Einrichtungen erprobt sind, kann ihre völlig sinngemäße Durchführung von Hilfskräften bewirkt werden, die ja stets seiner Oberleitung unterstehen.

Aber wie weit sind wir in Österreich noch von diesem Idealzustande entfernt, dessen Erreichung keine besonders hohen Mittel erforderte! Eine einfache Verordnung könnte sie schaffen (vgl. Nr. 11).

Mit einer hinreichenden Zahl von Hilfskräften und entsprechenden Unterrichtsräumen ließen sich auch die Übungsstunden (Wiederholungen, vgl. Nr. 10) pädagogischer gestalten. Man brauchte dann nicht wieder Aufgaben nur vorzudemonstrieren, sondern könnte solche von kleinen Gruppen von Studierenden unter Leitung und Mithilfe der Assistenten selbständig lösen lassen usw. Die Zahl der Vortragstunden ließe sich dann vielleicht noch etwas verringern.

Wie schon in Nr. 11 bemerkt wurde, ist es nicht immer leicht, gehörig qualifizierte Hilfskräfte zu bekommen. Die prädestinierten Bewerber um Assistentenstellen für darstellende Geometrie sollten die approbierten Kandidaten dieses Faches sein. Aber gerade die

tüchtigsten darunter bewerben sich oft nicht, weil die Assistentenstelle für ihr Weiterkommen als Mittelschullehrer hindernd wäre. Denn in Österreich wird den Hochschulassistenten beim Übertritt an die Mittelschule keine Begünstigung (außer Anrechnung der Dienstjahre für die Pensionierung) gewährt.

Obgleich für dieses Vorgehen sich wiederholt Mittelschullehrerversammlungen und Vereine ausgesprochen haben, erscheint es dem Referenten keineswegs gerechtfertigt, jedenfalls nicht bezüglich der Assistenten der darstellenden Geometrie. Einmal wählt sich schon jeder Professor nur die ihm als tüchtiger bekannten Kräfte als Assistenten aus. Dann erlangt der Assistent für darstellende Geometrie bei mehrjähriger Verwendung im Zeichensaal und an der Lehrkanzel eine solche Übung im Konstruieren, in der Stellung von Aufgaben und in der Beurteilung von Zeichnungen, wie sie kaum unter andern Verhältnissen gewonnen werden kann. Durch den Zwang ferner, den mit den manigfaltigsten Fragen herantretenden Studierenden stets Auskünfte erteilen zu müssen, wird auch das pädagogische Geschick selbst dann gebildet, wenn der betreffende Assistent keine Übungsstunden abzuhalten hat. Da er außerdem an der Hochschule in wissenschaftlicher Hinsicht verschiedene Anregungen empfängt, oft sogar sich produktiv betätigt, so hält es Referent geradezu für eine Ungerechtigkeit, diese Hochschuldienstzeit für ein rascheres Vorwärtskommen gar nicht anzurechnen. Dabei wird immer vorausgesetzt, daß der betreffende Hochschulassistent überhaupt zum Mittelschullehrer taugt.

Eine Begünstigung sollte man ihnen immer gewähren: das Probejahr zur Hälfte erlassen. Von Prof. Dr. Schilling in Langfuhr-Danzig erfuhr ich, daß seinen Assistenten das ganze Probejahr erlassen werde.

Weil allgemein verbreitet ist, daß die Assistentenzeit an der technischen Hochschule für das Weiterkommen als Mittelschullehrer gar keinen Wert habe, entschließen sich geprüfte Kandidaten für darstellende Geometrie eher zur Annahme einer Assistentenstelle an der Mittelschule als an der Hochschule. Und doch wäre es für die Heranbildung tüchtiger Fachmänner unter den Mittelschullehrern von großem Nutzen, wenn möglichst viele diese Schule durchmachten. Diese auf eine höhere Ausbildung verwendete Zeit dürfte daher für das Vorwärtskommen der Betreffenden nicht verloren sein, da ja diese Ausbildung sicherlich wieder dem Unterricht zugute kommt.

29. Vergrößerung und Ausstattung der Konstruktionsräume. Schon in Nr. 12 wurde über die mangelhaften Konstruktionsräume an der technischen Hochschule Prag (b), Wien (I. Lehrkanzel) und Lemberg berichtet. An einigen andern Hochschulen reichen die Zeichenräume gerade noch hin.

Es handelt sich aber nicht bloß um Abhilfe gegen diesen Raummangel, sondern die Zeichensäle müssen wenigstens die den Bedürfnissen einer Hochschule entsprechende, wenn schon nicht ihrer würdige, Einrichtung und Ausstattung erhalten. Mit welchem Neid besichtigt man zuweilen die Zeichenräume neuer Mittelschulen, Gewerbeschulen, ja sogar Bürger- und Volksschulen! Zeichentische und Stühle, Beleuchtung, Waschgelegenheiten, Vorrichtungen zum Aufstellen und Aufhängen von Zeichnungen, Garderobenräume usw. sind auf Grund genauer Studien der leitenden Architekten ausgeführt, während an den meisten technischen Hochschulen dergleichen Einrichtungen entweder gänzlich fehlen oder sich in unglaublichem Zustande befinden. Man schämt sich, die Zeichenräume bei gelegentlichen Besuchen auswärtigen Herren sehen zu lassen.

In Wien waren die Zeichensäle für darstellende Geometrie zu jener Zeit sehr geräumig, als die Hörerzahl ein Drittel der jetzigen betrug; da sie aber seitdem nicht vergrößert wurden, herrscht der peinlichste Raummangel, der verbunden mit der schlechten Ausstattung auf Hörer und Lehrer niederdrückend wirkt. Daß jede Lehrkanzel, wie einstens, ihre eigenen Zeichenräume habe, was viele unterrichtliche Vorteile besitzt, ist ein aufgegebener frommer Wunsch.

Die so oft betonte Rückständigkeit der österreichischen technischen Hochschulen in bezug auf Versuchslaboratorien, Konstruktionsräume sowie Hilfskräfte schreit nach Abhilfe und wird nur dadurch behoben werden können, daß der Staat einmal eine beträchtliche Summe auf die Modernisierung dieser Einrichtungen verwende.

30. Seminare für Lehramtskandidaten. An allen technischen Hochschulen, an denen Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie herangebildet werden, sollten auch Seminare für darstellende Geometrie nach dem Muster der Universitätsseminare eingerichtet werden. Hierzu würde an jeder Hochschule gehören: Ein kleiner Vortragsaal mit den für Vorträge über darstellende Geometrie erforderlichen Einrichtungen; Seminarräume, in denen sich die Bibliothek der Lehrkanzel aufstellen ließe, samt Lesetischen (die auch als Zeichentische verwendbar wären) für die die Bibliothek benutzenden oder sonst hier arbeitenden Kandidaten; ein kleiner entsprechend eingerichteter Werkstättenraum, in dem die Kandidaten sich auch in der Herstellung von Modellen üben können. Wie oftmals hat Referent schon bedauert, daß die in den Hausarbeiten behandelten Flächen nicht zugleich modelliert wurden. Die Aus- und Rückgabe der Bücher hätte ein Assistent der Lehrkanzel zu überwachen.

Durch solche Einrichtungen würde auch wissenschaftliches Arbeiten auf darstellend-geometrischem Gebiete gefördert werden, wofür Österreich einen günstigen Boden bildet.

Zum jetzigen Seminarbetriebe in Wien steht bloß ein Vortragsaal (einer der kleineren Zeichensäle) einmal in der Woche zur Verfügung. Es läßt sich aber weder die reichhaltige Bibliothek der Lehrkanzel (Nr. 25) leicht benutzbar aufstellen, noch können den Kandidaten Räume für wissenschaftliches Arbeiten, ja nicht einmal für das Zeichnen geboten werden.

31. Zulassung aller Lehramtskandidaten als ordentliche Hörer an die Universität. Schaffung von Stipendien. Die Lehramtskandidaten für darstellende Geometrie, die sich zum allergrößten Teil aus Absolventen der Realschule rekrutieren, nehmen unter den Hochschülern eine merkwürdige Zwitterstellung ein, an deren Behebung ernstlich gedacht werden sollte, da sie den Studiengang der Betreffenden erschwert. In der Regel lassen sich die absolvierten Realschüler, die das Lehramt aus darstellender Geometrie (Nr. 21) anstreben, als ordentliche Hörer an einer technischen Hochschule inskribieren und machen durch zwei Jahre den Studiengang einer Fachschule (meist der Bauingenieurabteilung) durch, um das Zeugnis der I. Staatsprüfung zu erhalten. Auf Grund dieses Zeugnisses können sie nämlich nach abgelegter Lehramtsprüfung wie die Techniker nach abgelegter II. Staatsprüfung den akademischen Grad eines Doktors der technischen Wissenschaften erwerben[1]). Wenn auch manche Gegenstände, die der Kandidat zu diesem Zwecke studieren muß, für seine fachliche Ausbildung nützlich sind, so bildet doch das Zwangsstudium andrer Gegenstände eine überflüssige Belastung und hemmt die frühzeitigere Vertiefung in sein Fachstudium. Er ist hierdurch sicherlich gegenüber den bloß an der Universität studierenden Kandidaten im Nachteil.

Wohl kann ein Lehramtskandidat der darstellenden Geometrie die Vorlesungen und Übungen dieses Gegenstandes auch als außerordentlicher Hörer besuchen. Dann verliert er aber die Begünstigung der Befreiung vom Unterrichtsgelde an der technischen Hochschule und vermag an dieser kein Stipendium oder anderes Benefizium zu erlangen. Da er ferner auch an der Universität nur als außerordentlicher Hörer aufgenommen wird, entgehen ihm auch hier viele Begünstigungen. Insbesondere ist es ihm, wenn er nicht eine Ergänzungsprüfung zur Reifeprüfung ablegt, unmöglich, das philosophische Doktorat an der Universität abzulegen, das ihm seinen Studien nach unbedingt offen stehen sollte.

Die neue „Prüfungsvorschrift" hat die bisherige Ungerechtigkeit beseitigt, daß die aus der Realschule hervorgegangenen Kandidaten der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer bloß für Realschulen, die aus den Gymnasien hervorgegangenen jedoch für Gymnasien und

---

[1]) Erlaß des Min. f. Kultus u. Unterr. vom 9. Juli 1903, Z. 6870.

Realschulen approbiert wurden. Möge noch der weitere Schritt der Unterrichtsverwaltung folgen, daß alle Lehramtskandidaten als ordentliche Hörer an die Universität zugelassen werden.

Wer zu beobachten Gelegenheit hat, wie viele talentvolle Studierende des Lehramtes sich abmühen, ja ihre Gesundheit zugrunde richten, um neben dem Studium noch ihren Lebensunterhalt zu erwerben, den schmerzt es tief, daß der Staat nicht mehr Mittel auf Stipendien für solche Studierende aufwendet. Einigen Kandidaten der darstellenden Geometrie könnte dadurch etwas geholfen werden, daß man sie als honorierte Hilfsassistenten in den Konstruktionsübungen zur darstellenden Geometrie an den technischen Hochschulen verwendete also überall solche Stellen schüfe und die vorhandenen vermehrte (Nr. 28). Für die Kandidaten wäre dies keine reine Erwerbstätigkeit, sondern würde zugleich ihrer Fachausbildung dienen (Nr. 28). Sowie man den Neuphilologen für ihre sprachliche Ausbildung Reisestipendien gewährt, sollte man auch für die fachliche Ausbildung andrer, aber nur wirklich bedürftiger und tüchtiger Kandidaten Stipendien schaffen.

32. Vertiefte Ausbildung der Lehramtskandidaten. Die Lehrer der darstellenden Geometrie an Mittelschulen sind mit dazu berufen, an der Weiterbildung dieser Wissenschaft mitzuarbeiten [1]). Daß diese Wissenschaft sich aus den bisherigen Schranken wird befreien müssen, scheint dem Referenten völlig klar und er sieht die Ausgestaltungsmöglichkeit darin, daß sie sich zur Aufgabe setze: „mathematisch formulierbare Aufgaben auf Grund des allgemeinen Abbildungsprinzips graphisch, aber unter Verwendung aller zweckmäßigen Hilfsmittel und Instrumente zu lösen“ [2]). Die darstellende Geometrie wird sich also nicht bloß auf die linearen Abbildungsmethoden unseres Raumes beschränken dürfen, sondern auch nichtlineare und nichtbildliche Abbildungen studieren und verwerten, ferner auch Abbildungen mehrdimensionaler Räume in den Bereich ihrer Untersuchungen ziehen müssen.

Hierzu sind aber Kenntnisse nötig, die weit über die gewöhnliche projektive Geometrie hinausreichen (vgl. Nr. 19). Es wäre im Interesse der Weiterbildung der darstellenden Geometrie wünschenswert, wenn für die Kandidaten dieses Faches Vorlesungen gehalten würden über: Nichteuklidische Geometrie, Imaginäre Elemente, Kugel- und Strahlgeometrie, kinematische Geometrie usw. mit Berücksichtigung der gruppentheoretischen Gesichtspunkte, ferner solche über Nomo-

---

[1]) Bezüglich der näheren Begründung dieses Gedankens, vgl. die S. 98, Fußn. [1]) zitierte Stelle.

[2]) Aus dem S. 95, Fußn. [2]) zitierten Vortrage, p. 24.

graphie und Infinitesimalgeometrie. Freilich müßten in letzterer wichtige geometrische Ergebnisse der Kurven- und Flächentheorie gelehrt werden, nicht bloß die Grundformeln mit den bekannten Anwendungen.

Den Kandidaten der darstellenden Geometrie müßte auch die so häufig zu findende Scheu vor rechnerischen Operationen abgewöhnt werden. Ist ja die Verwendung der Koordinaten auch nur eine Abbildung von Raumelementen auf Zahlgruppen!

Gar manche modernen geometrischen Gedanken lassen sich schon bei einer eingehenderen Behandlung der stereographischen Projektion und der Zyklographie samt deren verschiedenen Verallgemeinerungen darlegen und verwerten. Der bisherige engbegrenzte Kreis von Flächen, die konstruktiv behandelt wurden, läßt sich unter Verwendung verschiedener Transformationen bedeutend erweitern. Statt sich immer nur auf Dreh- oder höchstens Schraubflächen zu beschränken, muß die konstruktive Behandlung der durch Bewegung einer starren Kurve erzeugbaren Flächen das weitere Ziel sein usw.

Eine darstellende Geometrie in diesem weiteren Sinn würde sicherlich einen Aufschwung der reinen Geometrie herbeiführen, da die für die graphische Behandlung notwendige intensivere Beschäftigung mit geometrischen Dingen sicherlich zu neuen Fragestellungen Veranlassung böte.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 10.

DER
MATHEMATISCHE UNTERRICHT

AN

DER HOCHSCHULE FÜR BODENKULTUR, DEN MONTANISTISCHEN HOCHSCHULEN, DEN MILITÄR-ERZIEHUNGS- UND BILDUNGS-ANSTALTEN UND AM TECHNOLOGISCHEN GEWERBEMUSEUM

VON

DR. OSKAR SIMONY,
O. Ö. PROFESSOR AN DER HOCHSCHULE FÜR BODENKULTUR,

DR. ENGELBERT KOBALD,
O. Ö. PROFESSOR AN DER MONT. HOCHSCHULE IN LEOBEN,

ALFRED MIKUTA,
K. UND K. OBERSTLEUTNANT DES ARTILLERIESTABES,

DIPL. CHEM. KARL REICH,
PROFESSOR AM K. K. TECHNOLOGISCHEN GEWERBEMUSEUM IN WIEN.

WIEN 1911.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Der mathematische Unterricht an der k. k. Hochschule für Bodenkultur in Wien.

Von **Dr. Oskar Simony**, o. ö. Professor der Mathematik und Physik an der Hochschule für Bodenkultur.

Gemäß dem einschlägigen offiziellen Studienplane beschränkt sich der Mathematikunterricht an der k. k. Hochschule für Bodenkultur in Wien, insoweit derselbe von dem Gefertigten zu erteilen ist, auf ein vierstündiges, für Hörer der Forstwirtschaft und Kulturtechnik durch beide Semester ihres ersten Studienjahres fortlaufendes gemeinsames Kollegium über höhere Mathematik und ein zugehöriges zweistündiges mathematisches Seminar, während die höhere Mathematik für Hörer der Landwirtschaft überhaupt nicht obligat ist. [1])

Es entspringt diese Beschränkung einerseits der hohen Gesamtzahl (36—40) der auf das erste Studienjahr entfallenden wöchentlichen Unterrichtsstunden, andrerseits einer Erwägung, welche für den höheren land- wie forstwirtschaftlichen Unterricht als solchen in Betracht kommt.

Da nämlich mathematische wie technische Begabung gemeiniglich früher als andere fachliche Talente hervortreten, wenden sich derart bevorzugte junge Männer nach Absolvierung ihrer Mittelschulstudien zumeist der Universität oder einer technischen Hochschule zu, wogegen für die Wahl des landwirtschaftlichen, beziehungsweise forstlichen Hochschulstudiums häufig geringes Interesse an mathematischen und technischen Fächern ein mitbestimmendes Motiv bildet.

Desto größer erweisen sich in solchen Fällen öfters die Begabung und Arbeitsfreudigkeit des jungen Mannes in einzelnen Fachdisziplinen seiner Studienrichtung, welcher Sachverhalt um so schwerer ins Gewicht fällt, als ja die kulturelle Bedeutung und wissenschaftliche Eigenart jeder Hochschule für Bodenkultur vor Allem in den land- und forstwirtschaftlichen Fachdisziplinen wurzeln.

---

[1]) Die Zahl jener Hörer der Landwirtschaft, welche das Kollegium über höhere Mathematik aus freier Initiative besucht haben, schwankte innerhalb des letzten Lustrums zwischen 12 und 20.

Die höhere Mathematik spielt daher hier die Rolle einer Hilfswissenschaft und muß in einer Form gelehrt werden, daß auch der Minderbegabte einen genügenden Prüfungserfolg zu erzielen vermag, während mathematische Talente speziell durch Vermittlung des mathematischen Seminars und der sich anschließenden fakultativ frequentierbaren Vorträge geweckt und individualisierend weiter entwickelt werden können.

In Ausprägung dieses Standpunktes ist der Entwicklungsgang der Vorlesungen folgender:

Auf Grundlage der graphischen Darstellung zweier zusammengehöriger empirischer Wertreihen in rechtwinkeligen Koordinaten wird die Forderung erhoben, dieselben als Spezialisierungen zweier stetig veränderlicher Größen innerhalb eines bestimmten Bereiches wenigstens näherungsweise durch eine möglichst einfache Gleichung zu verknüpfen.

Hierbei bleibt für relativ sehr kleine Bereiche die lineare Abhängigkeit beider Variabeln anschaulich erhalten, während bei merklicher Krümmung der in Betracht gezogenen Linienstücke der Übergang von konstanten Koeffizienten zu linearen Funktionen der unabhängigen Veränderlichen das bekannte quadratische Trinom als generelles mathematisches Schema für zahllose empirische Größenbeziehungen vermittelt.

Nach Einführung aequidistanter Intervalle ergibt sich weiter die Nötigung, auch Linienstücke näherungsweise analytisch zu beschreiben, welche wenigstens einen Wendepunkt enthalten, was unter Beibehaltung der Forderung möglichster analytischer Einfachheit durch neuerliche Vertauschung der konstanten mit linear veränderlichen Koeffizienten erreicht wird.[1])

Die geometrische Charakteristik der auf solche Art eingeführten Kurven[2]) erheischt natürlich auch eine dem praktischen Gebrauchszwecke angepaßte Auflösung quadratischer und kubischer Gleichungen, während die fundamentale Frage nach den jeweilig wahrscheinlichsten Werten der Konstanten in linearen, quadratischen und kubischen empirischen Formeln aus einem die Anzahl

---

[1]) Eine Reproduktion dieses seit anderthalb Dezennien bewährten Entwicklungsganges findet sich als integrierender Bestandteil der Abhandlung: „Die näherungsweise Flächen- und Körperberechnung in der wissenschaftlichen Holzmeßkunde“, im 26. Hefte der in Wien bei Wilhelm Frick erscheinenden „Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Österreichs“, S. 1—12.

[2]) Hierdurch wird zugleich eine für jeden Anfänger wichtige Kontrolle der einfachsten geometrischen Anwendungen der Differentialrechnung vorbereitet und die enorme Überlegenheit dieses Kalküls gegenüber der elementaren Bearbeitung solcher Probleme in der Folge überzeugend klargemacht.

der Unbekannten überschreitenden Systeme linearer numerischer Gleichungen im Anschlusse an die beiden Haupteigenschaften des arithmetischen Mittels eine elementare Ableitung der einschlägigen Ausdrücke aus der Lehre von den kleinsten Quadratsummen unentbehrlich macht.[1])

Parallel hiermit werden im mathematischen Seminar unter Beschränkung auf rechtwinklige Koordinaten die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene, sowie die Haupteigenschaften der Potenz- und Exponentialgrößen, der Logarithmen und goniometrischen Funktionen unter Hinzufügung graphischer Darstellungen wiederholt und eine einfache Ableitung der praktisch wichtigsten zyklometrischen Relationen angereiht.

Nachdem schon die bisherigen Betrachtungen die Einbeziehung der Lehre von den komplexen Größen einschließlich der Binomialformel von Moivre involviert haben, läßt sich in den Vorlesungen die als Verallgemeinerung ihrer drei naturwissenschaftlich wichtigsten Spezialisierungen erhaltene ganze rationale algebraische Funktion $n$ten Grades mit reellen Koeffizienten hinsichtlich ihrer Haupteigenschaften genügend kennzeichnen, um alle für die Ermittlung der reellen Wurzeln höherer numerischer Gleichungen dienlichen Direktiven zu gewinnen.

Nur jene beiden einfachen Fälle, in welchen alle Konstanten bis auf die erste und letzte verschwinden, beziehungsweise der Quotient je zweier aufeinanderfolgender Reihenglieder der unabhängigen Veränderlichen gleich bleibt, werden für beliebige ganzzahlige Exponenten n diskutiert und als namhafteste praktische Verwertung des zweiten Falles die Grundgleichungen der Zinseszins- und Rentenrechnung zusammenfassend behandelt.

Zugleich bildet die hier nötige Summenformel für geometrische Progressionen das einfachste Bindeglied zwischen den ganzen und gebrochenen rationalen algebraischen Funktionen, für deren Zerlegung in Partialbrüche die erforderlichen praktischen Regeln formuliert und exemplifiziert werden. — Hieran schließt sich in bekannter Form der Übergang von endlichen zu unendlich großen Werten von n und der Beweis des einfachsten Konvergenzkriteriums für unendliche Potenzreihen.

Dagegen bleiben die auf höhere algebraische Gleichungen bezüglichen allgemeinen Deduktionen, in erster Linie also der Nachweis, daß jede solche Gleichung wenigstens eine Wurzel von der Form $p + qi$ besitzen muß, auf jene Frequentanten des mathema-

---

[1]) Vgl. den Aufsatz: „Über die Anwendbarkeit der Fehlerwahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung auf Ertragsbestimmungen" (Zeitschrift für das landwirtschaftliche Versuchswesen Österreichs, Jahrg. 1905, S. 1105—1124).

tischen Seminares beschränkt, welche inzwischen bereits ein tieferes Interesse und Verständnis bekundet haben. — Dasselbe gilt von der Interpolationsformel von Lagrange und den allgemeinen Sätzen über die Zerlegung echt gebrochener rationaler algebraischer Funktionen in Partialbrüche.

Die weiteren auf reine und angewandte Infinitesimalrechnung bezüglichen Vorlesungen, deren Hauptschwierigkeit in einer zweckentsprechenden Auswahl und Abgrenzung des Lehrstoffes gelegen ist, gliedern sich in nachstehender Weise:

A. Funktionen einer einzigen reellen Veränderlichen.

Analytische und geometrische Definition des ersten Differenzen- und Differentialquotienten. Anwendung beider Begriffe auf die Bestimmung mittlerer und momentaner Geschwindigkeiten, sowie Beschleunigungen von ungleichförmigen Bewegungen. Die ersten Differentialquotienten der einfachen Funktionen. Differentiation von Aggregaten, Produkten, Quotienten und Funktionen gegebener Funktionen.

Begriff und Symbolik der höheren Differentialquotienten respektive Ableitungen, erläutert an einfachen Beispielen. Die Sätze von Maclaurin und Taylor mit den zugehörigen Potenzreihen der wichtigsten einfachen Funktionen. Verlauf und ausgezeichnete Punkte ebener Kurven. Gleichungen ihrer Tangenten und Normalen. Krümmung und Evoluten solcher Kurven. Maxima und Minima gegebener Funktionen. Feststellung der jeweiligen wahren Werte unbestimmter Ausdrücke von den Formen $0 : 0$, $\infty : \infty$ etc.

Das einfache unbestimmte Integral und dessen Haupteigenschaften. Die vier Integrationsmethoden mit Anwendungen auf praktisch verwertbare unbestimmte Integrale. — Das einfache bestimmte Integral und dessen Haupteigenschaften. Die Gammafunktion und die wichtigsten auf dieselbe zurückführbaren bestimmten Integrale. Ableitung des Gaussischen Fehlergesetzes und der Integraldefinitionen des mittleren und durchschnittlichen Fehlers der einzelnen Beobachtung einschließlich des Kriteriums von Cornu. Entwicklung von Funktionen einer reellen Veränderlichen in periodische Reihen.

Geometrische und mechanische Anwendungen der Integralrechnung: Rektifikation ebener Kurven, strenge und näherungsweise Quadratur und Kubierung, Komplanation von Rotationsflächen, Berechnung von Schwerpunktskoordinaten, Druckmittelpunkten, Trägheitsmomenten etc.

B. Funktionen von zwei und mehr reellen Veränderlichen.

Einleitende Betrachtungen aus der analytischen Geometrie des Raumes: Geometrische Deutung von Gleichungen zwischen drei Variabeln unter Beschränkung auf rechtwinklige Koordinaten. Die Gleichungen der Ebene und der Geraden im Raume. Charakteristik der Flächen zweiter Ordnung auf Grundlage ihrer einfachsten Gleichungen. Die allgemeinen Gleichungen der zylindrischen, konischen, konoidischen und Rotationsflächen. Die Schraubenlinie und Schraubenfläche.

Differentiation von Funktionen mit zwei und mehr Variabeln. Reihenentwicklungen solcher Funktionen mit Hilfe des allgemeinen Maclaurinschen und Taylorschen Theorems. Ableitung der Gleichungen der Tangentialebene und Normalen für Flächen. Die Hauptsätze über die Krümmung der Flächen. Das doppelte und dreifache unbestimmte und bestimmte Integral mit zugehörigen leicht faßlichen Beispielen.

Parallel hiermit laufen im mathematischen Seminar Übungen im Differenzieren und Integrieren, sowie fakultativ frequentierbare Vorträge über mechanische, im Hauptkollegium nicht unterzubringende Probleme, von welchen hier speziell die Grundgleichung der einfachen Schwingungen, die Kettenlinie, Kettenbrückenlinie und die elastische Linie angeführt werden mögen. — Substituiert man nämlich nach mathematischer Formulierung der Proportionalität zwischen Beschleunigung und relativ sehr kleiner Verschiebung: s für die letztere eine nach steigenden Potenzen der Zeit geordnete Reihe, so liefert die Trennung ihrer Glieder in zwei mit verschiedenen unbestimmten Konstanten multiplizierte Gruppen unter Verwertung der Reihen für sin x und cos x direkt die Grundgleichung für s als periodische Funktion der Zeit. Zugleich erkennt der Anfänger auf diesem elementaren Wege am leichtesten die Notwendigkeit zweier willkürlichen Konstanten zur Erfüllung der jeweiligen Anfangsbedingungen.

Ebenso entfällt die mechanische Verwertung der Lehren über Funktionen mit zwei und mehr Variabeln, wie die Ableitung der Grundgleichungen der Hydrostatik. die Bestimmung der Gleichgewichtsfiguren freier Oberflächen von rotierenden tropfbaren Flüssigkeiten und die Ermittlung der möglichen Schwingungszustände gespannter Saiten auf fakultativ frequentierbare Vorträge im Anschluß an das mathematische Seminar.

Auch das letztere Problem wird ohne Bezugnahme auf irgendwelche Sätze aus der Lehre von den Differentialgleichungen erledigt,[1])

[1]) Eine systematische Einführung in dieses wichtige Kapitel bleibt unter den gegebenen Verhältnissen leider ausgeschlossen, es können eben nur einzelne, naturwissenschaftlich besonders wichtige totale und partielle Differentialgleichungen als selbständige Aufgaben erörtert werden.

indem die allgemeinen Integrale der betreffenden Bewegungsgleichungen aus leicht direkt erweislichen partikulären Integralen als periodische Reihen mit unbestimmten Koeffizienten aufgebaut werden. Es ergibt sich dann leicht, daß die Anpassung dieser Koeffizienten an die jeweiligen Anfangsbedingungen das Auftreten zweier willkürlicher Funktionen in den allgemeinen Lösungen zur Voraussetzung hat.

Schließlich sei noch hervorgehoben, daß in Anbetracht der beschränkten offiziellen Stundenzahl gerade derartige Vorträge vermöge ihrer den mathematisch begabten Hörern gebotenen Anregung, ihr mathematisches Denken in fortschreitender Anpassung an naturwissenschaftliche, beziehungsweise technische Fragen zu entwickeln, didaktisch unentbehrlich und zugleich geeignet erscheinen, mittelbar auch die Erschließung neuer Anwendungsgebiete der Mathematik in land- und forstwirtschaftliche Disziplinen vorzubereiten.

Wien, 8. September 1910.

Der mathematische Unterricht an den Montanistischen Hochschulen.*)

Von Dr. **Engelbert Kobald**, o. ö. Professor an der Montanistischen Hochschule in Leoben.

1. An den Montanistischen Hochschulen bestehen zwei Fachschulen, nämlich eine für das Berg- und eine für das Hüttenwesen. Die Studienzeit für jede der beiden Fachrichtungen beträgt vier Jahre. An beiden Fachschulen wird der Unterricht aus der höheren Mathematik als grundlegender Wissenschaft im ersten Studienjahre, u. zw. während des Wintersemesters in vier Vortrags- und zwei Übungsstunden und während des Sommersemesters in vier Vortragsstunden und einer Übungsstunde erteilt. Die höhere Mathematik ist ein Gegenstand der ersten Staatsprüfung, welche eine wesentliche Vorbedingung für die Zulassung zur zweiten Staatsprüfung (Fachprüfung) bildet.

2. Was den Inhalt der Vorlesungen über höhere Mathematik betrifft, so umfassen dieselben die Differential- und Integralrechnung in einer Ausdehnung, welche ungefähr jener in der Schrift von Fricke „Hauptsätze der Differential und Integralrechnung" gleichkommt. Für die Wahl der Aufgaben, welche in den Vorlesungen durchgeführt werden, sowie für die mit den Hörern abzuhaltenden Übungen werden außer den bekannten Aufgabensammlungen über Differential- und Integralrechnung bezüglich der naturwissenschaftlichen Anwendungen die Bücher von Nernst-Schönflies, H. Lorentz und Lamb und bezüglich der technischen Anwendungen jene von Autenheimer, Fuhrmann und Perry benützt.

In den Vorlesungen über höhere Mathematik werden außerdem die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes einschließlich der allerwichtigsten Anwendungen der Infinitesimalanalysis auf die Geometrie gelehrt. Hierzu kommt noch ein ganz kurzer Abriß der Lehre von den höheren Gleichungen und das Wichtigste aus der Theorie der Interpolation, resp. aus der Approximationsmathematik.

*) Der Bericht gibt bündige Antwort auf eine Reihe von Fragen, die bezüglich des mathematischen Unterrichts an Hochschulen technischer Richtung aufgestellt worden sind. Die sachlichen Angaben stützen sich vornehmlich auf die Verhältnisse an der Montanistischen Hochschule in Leoben.

3. Auf eine Fortführung und Ergänzung des in der Mittelschule erteilten elementarmathematischen Unterrichts kann wegen Kürze der zur Verfügung stehenden Zeit nicht eingegangen werden.

4. Das Verhältnis zwischen Analysis und Geometrie, das in den Vorlesungen über höhere Mathematik zum Ausdrucke kommt, ergibt sich aus der Bemerkung, daß es sich hierbei in Anbetracht des vorliegenden Zweckes nicht so fast darum handelt, die Definitionen in größter Allgemeinheit zu entwickeln und die Sätze der Analysis mit der äußersten Strenge arithmetisch herzuleiten, als vielmehr, wenn möglich, geometrisch anschaulich zu verfahren. Auf graphische Darstellungen wird daher nicht nur bei speziellen Beispielen, sondern auch bei Sätzen allgemeiner Natur ein sehr großer Wert gelegt.

5. Von Differentialgleichungen werden nur gewöhnliche, u. zw. solche erster und zweiter Ordnung mit Beschränkung auf die integrablen Fälle behandelt. Bei der Auswahl der Beispiele kommt fast durchwegs die Rücksicht auf geometrische, naturwissenschaftliche oder technische Anwendungen zur Geltung.

6. Die analytische Geometrie wird vorwiegend vom Standpunkte der Anwendung der Analysis auf die Geometrie gelehrt. In der analytischen Geometrie der Ebene werden außer der Geraden und den Kegelschnitten auch die zyklischen Kurven, Potenzkurven, Spiralen etc., ferner einige höhere algebraische Kurven sowie die aus den Anwendungen der Differentialrechnung auf die Geometrie sich ergebenden Kurven als Evoluten, Enveloppen etc. behandelt. In der analytischen Geometrie des Raumes finden außer der Geraden und Ebene die Zylinder-, Kegel- und Rotationsflächen nebst einigen Raumkurven eine eingehendere Behandlung. Auf eine allgemeine Theorie der Oberflächen zweiter Ordnung wird nicht eingegangen. Von Anwendungen der Infinitesimalanalysis auf die Geometrie sind hervorzuheben die Probleme des Tangentenziehens, die Theorie der Krümmung von ebenen und Raumkurven, die Quadratur und Rektifikation bei rechtwinkeligen und bei Polarkoordinaten, die Kubatur im allgemeinen und die Komplanation von Rotationsflächen. Die synthetische Geometrie kann in dem Rahmen der Vorlesungen über höhere Mathematik keine Berücksichtigung finden.

7. Die Invariantentheorie, Gruppentheorie und Theorie der Berührungstransformationen können in den Bereich der Vorlesungen nicht mit einbezogen werden. Die Theorie der Funktionen von reellen Veränderlichen kann nur in der Ausdehnung, welche man ihr in der Differentialrechnung zu geben vermag, behandelt werden. Die Theorie der Funktionen von komplexen Veränderlichen kann keine eingehende Berücksichtigung finden.

8. Von mathematischen Vorlesungen für spezielle Zwecke werden nur solche über Versicherungsmathematik, u. zw. alljählich durch

anderthalb Stunden wöchentlich im Wintersemester abgehalten. Dieselben befassen sich außer mit der allgemeinen Rentenversicherung für einzelne und für zwei verbundene Leben insbesondere mit dem speziellen Versicherungswesen der Bergwerksbruderladen (Knappschaftskassen). das ist mit der Theorie der Invalidenprovisionen und der Provisionen für Witwen und Waisen nach Bergarbeitern.

9. Freie mathematische Vorlesungen wurden bisher nur über sphärische Trigonometrie*) abgehalten. Privatdozenten für Mathematik gibt es an der Hochschule nicht. Lehramtskandidaten für dieses Fach werden daselbst nicht ausgebildet.

10. Mit den Vorlesungen über höhere Mathematik sind Übungen in Form von Repetitorien verbunden, wobei in Bezug auf die Wahl der Aufgaben auf das in Nr. 2 mitgeteilte verwiesen werden möge. Dieselben werden in der Regel durch den Adjunkten der Lehrkanzel abgehalten; jedoch wird das Programm für dieselben vom Professor festgesetzt. Indem den Hörern die selbständige Betätigung bei denselben in der Regel nicht erwünscht ist, werden die gestellten Aufgaben von dem Leiter der Übung an der Tafel durchgenommen. Die Beteiligung der Hörer findet mindestens von Seite der Hälfte der in den Gegenstand inskribierten statt.

11. Bei numerischen Rechnungen, welche viele Zeit in Anspruch nehmen, wird außer dem Rechenschema nur das Endresultat angegeben.

12. Den Vorlesungen und Übungen werden bestimmte Literaturwerke als Lehrbücher und Aufgabensammlungen, deren Anschaffung den Hörern eindringlichst empfohlen würde, nicht zu Grunde gelegt.

Um die Art und Weise des gedachten Unterrichtes kurz zu charakterisieren, wurden in Nr. 2 mehrere Werke als solche angeführt, welche bei dessen Erteilung von dem Lehrer benützt werden.

13. Bezüglich der Entwicklung der Technik sind es vorzugsweise die technische Mechanik und die Elektrotechnik, welche auf die Gestaltung des mathematischen Unterrichtes einen wesentlichen Einfluß auszuüben geeignet sind. Mathematische Disziplinen, welche zu diesem Zwecke eine eingehendere Berücksichtigung erfordern, sind insbesondere die Fourierschen Reihen, partielle Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung und die Vektoranalysis. Bei dem geringen Zeitausmaße, welches dem mathematischen Unterrichte an der Montanistischen Hochschule zugewiesen ist, war es bisher unmöglich, der gestellten Forderung Rechnung zu tragen, indem eine Einschränkung des in Nr. 2 angeführten Vortragsstoffes nicht möglich ist.

14. Eine Reduktion des obligaten mathematischen Unterrichtes an den Hochschulen technischer Richtung halte ich nicht für angezeigt, indem Spezialvorlesungen, wenn selbe nicht obligat sind, nur von

*) An der Montanistischen Hochschule in Příbram über Vektoranalysis samt Anwendungen.

einem sehr geringen Bruchteile der Hörerschaft besucht würden. Wären beispielsweise die von dem Leiter einer konstruktiven Übung oder eines Zeichenfaches gestellten Anforderungen der Art, daß das festgesetzte Programm in den lehrplanmäßigen Stunden nur von den leistungsfähigsten Teilnehmern erledigt werden könnte, so würden die durch Restriktion eines theoretischen Faches frei werdenden Stunden in den weitaus meisten Fällen nicht für den Besuch von Spezialvorlesungen, sondern für die Aufarbeitung eines eventuellen Rückstandes in den graphischen Arbeiten verwendet werden. Es soll hiermit keineswegs gegen die Abhaltung von Spezialvorlesungen, welche die Möglichkeit einer Vertiefung in der mathematischen Ausbildung gewähren, Stellung genommen werden, sondern nur dagegen, daß solche nur nach vorausgegangener Einschränkung des bisherigen obligaten Lehrstoffes eingeführt werden sollen.

15. Die aus dem Prüfungswesen erwachsende Belastung des Examinators eines ordentlichen Lehrfachs ist eine sehr bedeutende, indem Prüfungen im Laufe von sechs Monaten des Studienjahres abgenommen werden und die Kandidaten mit Rücksicht auf den Umfang des Lehrstoffes und die anderweitige Belastung der Hörer hiebei häufig einer Nachhilfe bedürfen.

Die Prüfungen werden fast immer nur mündlich abgehalten. Hierbei werden in der Regel drei Fragen, von welchen zwei die Lösung spezieller Probleme betreffen, während die dritte theoretischer Natur ist, gestellt.

Was die Mängel des vorausgegangenen Mittelschulunterrichtes betrifft, so sind diese seit der Einführung der neuen Reifeprüfungs-Vorschriften, bei welchen die Entlastung der Schüler vorzugsweise auf Kosten der mathematischen und naturwissenschaftlichen Ausbildung erfolgte, größere geworden. Beispielsweise ist den Schülern zwar die fertige Formel für die Auflösung einer quadratischen Gleichung bekannt, ihre Herleitung jedoch fast nur in Ausnahmsfällen.

16. Über die Anwendung der Mathematik auf die Behandlung technischer Probleme liegen seit der Einführung des Doktorats der montanistischen Wissenschaften fast gar keine Erfahrungen vor. In keinem der bisher vorgekommenen Fälle konnte die Mathematik nach der Natur des in der Dissertation behandelten Gegenstandes beim Doktorexamen Prüfungsgegenstand sein.

17. Die Erfahrungen, welche bei dem Übertritte von einer anderen Hochschule technischer Richtung zur montanistischen Hochschule gemacht wurden, sind im allgemeinen dann keine günstigen, wenn ein Wechsel eintritt, weil vorher aus einem oder mehreren Lehrfächern keine entsprechenden Studienerfolge erzielt wurden.

18. Der Fall, daß ein Lehramtskandidat für Mathematik sich dem Bergfache zuwendete, ist zwar schon einigemal dagewesen, allein

keiner von diesen hatte je eine wissenschaftliche Leistung aufzuweisen. Obwohl mir nicht bekannt ist, daß ein Hörer unserer Hochschule später das mathematische Studium ergriffen hätte, ist mir dennoch ein Fall bekannt, daß ein Hörer unserer Anstalt während seiner Studienzeit eine Arbeit über Integralrechnung in den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften veröffentlichte.

19. Bezüglich der Erfahrungen, welche hinsichtlich des Verhältnisses der absolvierten Gymnasiasten und Realschüler gemacht wurden, ist zu bemerken, daß in Bezug auf die Studienerfolge aus der Mathematik kein Unterschied zwischen beiden Kategorien von Hörern besteht. Diese Tatsache ist umso beachtenswerter, als selbe sich auch auf die absolvierten Juristen, welche zum Eintritte in den bergbehördlichen Dienst denselben Bildungsgang wie die übrigen Hörer zu nehmen haben, sich erstreckt. Was das Stärkeverhältnis zwischen Gymnasiasten und Realschülern betrifft, so war bis vor etwa zwanzig Jahren die Zahl der Realschüler größer, obwohl für Gymnasiasten keine Aufnahmsprüfung aus der darstellenden Geometrie gefordert wird. Seither ist eine Verschiebung in diesem Verhältnisse in der Weise eingetreten, daß fast vollständige Gleichheit herrscht.

20. Was den Bildungsgang der Professoren, die seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts an der Hochschule tätig waren, betrifft, so können hier wohl nur jene für Mathematik in Betracht kommen. Hierbei ist zu bemerken, daß die Vorträge über Mathematik bis Mitte der Siebziger-Jahre von Assistenten und Dozenten, welche aus dem Stande der Techniker hervorgegangen waren, besorgt wurden. In dem erwähnten Zeitpunkte wurde eine Lehrkanzel für höhere Mathematik und Physik kreiert, und durch den Berichterstatter besetzt.

20a. Der vorerwähnten Lehrkanzel war bis zum Jahre 1902 als Hilfskraft ein Assistent zugeteilt und verblieb ein solcher 2 bis 3 Jahre, um dann in eine definitive lehramtliche Stellung an einer anderen Anstalt vorzurücken oder in die Praxis überzutreten. Die Stelle wurde seither in eine definitive, nämlich in eine Adjunktenstelle umgewandelt.

21. Habilitationen aus Mathematik haben an der Hochschule bisher überhaupt nicht stattgefunden.

22. Die ältere mathematische Literatur ist an der allgemeinen Bibliothek der Hochschule in Anbetracht der später erfolgten Kreierung einer mathematisch-physikalischen Lehrkanzel ziemlich unvollständig vertreten. Bei den neueren Anschaffungen wurden insbesondere die Fundamentalwerke (Zeitschriften und gesammelte Werke von Klassikern der mathematischen Wissenschaften) berücksichtiget. Die Lehrkanzel für Mathematik und Physik hat eine eigene Handbibliothek und verwendet für diese zur Ergänzung der mathematischen Abteilung der allgemeinen Bibliothek einen bedeutenden Betrag der Lehrkanzeldotation. Außer mehreren wichtigen mathematischen Zeitschriften, welche in der

allgemeinen Bibliothek nicht vorhanden sind, enthält die Lehrkanzelbibliotkek die bedeutendsten neueren Lehr- und Handbücher und Sammelwerke mathematischen Inhalts in deutscher, französischer, englischer und italienischer Sprache und zwar insbesondere solche, welche die Grundlagen für die Anwendungen bilden. Außerdem verfügt die Lehrkanzel über die erforderlichen Behelfe zum Rechnen (Rechenmaschine) und Zeichnen, ist jedoch nicht im Besitze einer größeren Sammlung mathematischer Modelle.

Der mathematische Unterricht an den k. u. k. Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten.

Von **Alfred Mikuta,** k. u. k. Oberstleutnant des Artilleriestabes.

I. Aufgabe und allgemeine Charakteristik der Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten. Aufnahmsbedingungen.

Aufgabe der Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten ist die Heranbildung des Nachwuchses an Berufsoffizieren des Soldatenstandes für das k. u. k. Heer. Als Internate sind diese Anstalten nicht nur allgemeine Bildungsanstalten, sondern gleichzeitig Erziehungsinstitute und mit Rücksicht auf ihre Aufgabe mehr oder weniger Berufsschulen.

Die in die Kategorie der Mittelschulen gehörenden Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten zerfallen in 2 große Gruppen: *a)* die Militärrealschulen, *b)* Kadettenschulen.

a) Die Militärrealschulen sind als Vorbereitungsschulen für die Militärakademien ausgesprochene Mittelschulen. Der Lehrplan und das Lehrziel derselben sind im allgemeinen jenem einer österreichischen Realschule gleich. Militärische Gegenstände werden in denselben nicht gelehrt, militärische Geschicklichkeiten nur geübt, um die körperliche Entwicklung sowie die Disziplin zu fördern. Die Militärrealschulen umfassen 7 Klassen, Jahrgänge genannt, und gliedern sich in, sowohl in der Leitung als auch räumlich von einander getrennte Militärunterrealschulen mit je 4 Jahrgängen (1. bis 4. Klasse) und Militäroberrealschulen mit je 3 Jahrgängen (5. bis 7. Klasse), welche als 1., 2. und 3. Jahrgang der Militäroberrealschule bezeichnet werden.

Bezüglich der Vorbildung sind die Aufnahmsbedingungen jenen für die Aufnahme in die entsprechende Klasse einer Realschule gleich, doch ist der Grad der Vorbildung überdies stets durch die Ablegung einer Aufnahmsprüfung nachzuweisen. Für die Klassen der Unterrealschule kann die Aufnahmsprüfung in der Muttersprache abgelegt werden. Die Aspiranten für die Militär-Oberrealschule in Kismarton können, vorausgesetzt, daß sie eine Mittelschule mit ungarischer Unter-

richtssprache besucht haben, die Aufnahmsprüfung auch in der ungarischen Sprache ablegen.

b) Die Kadettenschulen, deren Zöglinge nach Absolvierung des 4. Jahrganges als Fähnriche oder Kadetten in das Heer eingereiht werden, haben eine zweifache Aufgabe: die Beendigung der allgemeinen Bildung als Oberstufe der Mittelschule bei gleichzeitiger Ausbildung und Erziehung für den künftigen Beruf. Sie sind also nicht nur Mittelschulen, sondern auch schon Berufsschulen.

Das Lehrziel derselben fällt hinsichtlich des Maßes der allgemeinen Bildung dem Wesen nach mit jenem der Oberstufe der Realschulen überein. Diesem Zweck sind im allgemeinen die ersten drei Jahrgänge gewidmet, während der vierte hauptsächlich der militärischen Fachbildung und der praktischen Vorbildung dient.

Die Aufnahme in den 1. Jahrgang einer Kadettenschule kann nur gegen Vorweisung eines Zeugnisses über die Absolvierung der 4. Klasse einer Mittelschule angestrebt werden und ist vom Ergebnis einer abzulegenden Aufnahmsprüfung abhängig. Wird der Bedarf nicht durch Mittelschüler gedeckt, so können Absolventen des mit Verordnung des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht vom Jahre 1903, Z. 22.503, errichteten, mit Bürgerschulen verbundenen einjährigen Lehrkurses probeweise zur Aufnahmsprüfung für den 1. Jahrgang zugelassen werden.

Die Militärakademien, welche zur Heranbildung theoretisch höher gebildeter, praktisch verwendbarer Offiziere bestimmt sind, sind schon gewissermaßen höhere Fachschulen mit Hochschulcharakter. Die Aufnahme in dieselben setzt die absolvierte Mittelschule voraus.

II. Lehrziel und Lehrstoff des mathematischen Unterrichtes an den in die Kategorie der Mittelschulen gehörenden Anstalten.

Bezüglich des Lehrzieles, des Lehrstoffes und der Verteilung desselben auf die Jahrgänge wurden für die in die Kategorie der Mittelschulen zählenden Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten die Zivilmittelschulen zum Vorbild genommen. Nur geringfügige Änderungen bezüglich der Verteilung des Lehrstoffes mußten in einzelnen Anstalten mit Rücksicht auf die verfügbare Zeit vorgenommen werden.

a) Militärrealschulen.

Für den mathematischen Unterricht in diesen Schulen ist der Normallehrplan der Realschulen 1909 in jeder Hinsicht maßgebend.*)

---

*) Man vergleiche das 1. Heft der Berichte der österreichischen Delegation (Wien, 1910). Anmerkung der Herausgeber.

b) Kadettenschulen.

In den ersten 3 Jahrgängen der Artillerie- und der Pionier-Kadettenschule wird der mathematische Unterricht in dem Umfange wie in der 5., 6. und 7. Klasse der Realschule betrieben. Die wöchentlichen Stundenzahlen sind jenen in den korrespondierenden Klassen der Realschule gleich.

In Würdigung des Umstandes, daß gewisse, zur vollen, höheren Ausbildung des Artillerieoffiziers und der Offiziere der technischen Truppen gehörenden Disziplinen die Beherrschung des höheren mathematischen Kalkuls erheischen, wurde in dem sonst der Berufsausbildung gewidmeten 4. Jahrgang dieser Kadettenschulen ein wöchentlich einstündiger Unterricht in der sogenannten höheren Mathematik eingeführt. Dieser Unterricht hat den Zweck, den Absolventen dieser Schulen die Elemente der Differential- und Integralrechnung und dadurch die Vorbedingungen und eine Anregung zum späteren Selbststudium mitzugeben Die geringe zur Verfügung stehende Stundenzahl bedingt eine Herabsetzung des Lehrstoffes auf das niedrigste Maß.

Der Unterricht beschränkt sich auf die Erläuterung der Begriffe des Differentialquotienten und des bestimmten Integrals; das Einüben der Differentiation der entwickelten Funktionen einer und zweier Variablen; Durchüben der Grundformeln der Integralrechnung und der einfachen Integrationsmethoden an leichten Beispielen; Einführung in die Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die einfachsten Aufgaben der Algebra und der Geometrie, u. zw.: Entwicklung der Reihen von Taylor und Maclaurin und mit deren Hilfe konkreter Funktionen in Potenzreihen, Lösung einfacher Aufgaben über Extreme der Funktionen einer unabhängigen Variablen, Ermittlung des Wertes von Ausdrücken von unbestimmter Form, Rektifikation und Quadratur ebener Kurven in einfachen Fällen, Komplanation und Kubatur einiger Flächen durch einmalige Integration.

Der Lehrplan für den mathematischen Unterricht an den Infanterie-Kadettenschulen und der Kavallerie-Kadettenschule wird in dem neuen noch nicht endgültig feststehenden Lehrplane dem Normallehrplan des Gymnasiums 1909 nachgebildet werden.*) Die Erlangung der Gewandtheit und Sicherheit im Kopfrechnen und im schriftlichen Ziffernrechnen, nebst Übung in der Anwendung auf die im Verkehre häufiger vorkommenden Rechnungsaufgaben. Gründliches Durchüben der sogenannten elementaren Mathematik mit besonderer Berücksichtigung jener Teile, welche im praktischen Leben, namentlich in den militärischen Fächern Anwendung finden. Schließlich

---

*) Man vergleiche das 3. Heft der Berichte der österreichischen Delegation (Wien, 1910). Anmerkung der Herausgeber.

das Erfassen und Anwenden des Funktionsbegriffes bilden das zu erreichende Lehrziel.

Da in diesen Schulen nur die ersten 3 Jahrgänge der Beendigung der allgemeinen Bildung gewidmet sind, mußte der Lehrstoff, bei Erhöhung der wöchentlichen Stundenzahl gegenüber den drei höchsten Klassen des Gymnasiums um je eine Stunde, auf drei Jahre verteilt werden. Die Gesamtunterrichtszeit (4 + 4 + 3 Stunden wöchentlich) ist jener, welche am Obergymnasium zur Verfügung steht (3 + 3 + 3 + 2 Stunden), vollkommen gleich.

Der Lehrstoff wird auf die Jahrgänge wie folgt verteilt:

I. Jahrgang.

Arithmetik: Wiederholung, Erweiterung und Ergänzung des arithmetischen Unterrichtes der Unterstufe. Lösung von Gleichungen 1. Grades aus mannigfaltigen, insbesondere militärischen Anwendungsgebieten. Potenzen, Wurzeln und Logarithmen, eingeübt an ungekünstelten Beispielen. Als Übungen im funktionalen Denken Hinweise auf die Veränderlichkeit der Resultate bei Änderung der Rechenelemente; graphische Darstellung der Funktionen 1. Grades bei gleichzeitiger Lösung von unbestimmten Gleichungen des gleichen Grades.

Stereometrie: Schrägrisse einfachster Körperformen (auch von Kristallgestalten). Grund- und Aufriß einfacher Gebilde nach der Anschauung, Begriffe und Gesetze über die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen unter Beschränkung auf die grundlegenden und typischen Sätze und Beweise und mit Bezugnahme auf die Anschauung. Eigenschaften, Flächen- und Rauminhaltsberechnungen der Prismen (Zylinder), Pyramiden (Kegel), der Kugel und ihrer Schnittflächen und Schnittkörper. Eulers Satz, regelmäßige Polyeder.

II. Jahrgang.

Arithmetik: Die Gleichungen des 2. Grades mit einer (und die leichtesten mit mehreren) Unbekannten. Einfachste Gleichungen höherer Grade, die sich ohne Kunstgriffe auf quadratische zurückführen lassen. Irrationale, imaginäre und komplexe Zahlen, insoweit das Lösen jener Gleichungen auf sie führt. Graphische Darstellung der quadratischen Funktion und ihre Verwendung zur Auflösung quadratischer Gleichungen. Arithmetische Reihen 1. Ordnung, geometrische Reihen; Anwendung der letzteren auf Zinseszinsrechnung.

Goniometrie und Trigonometrie: Die Winkelfunktionen, ihre graphische Darstellung, namentlich auch benützt zum Einprägen der Eigenschaften und Beziehungen dieser Funktionen. Auflösung der Dreiecke.

Wiederholende Vergleichung der trigonometrischen Sätze und Methoden mit planimetrischen und stereometrischen. Vielseitige Anwendung der Trigonometrie zu Aufgaben der Feldmessung, Geographie, Astronomie usw., wobei die Bestimmungsstücke durch (wenn auch rohe) Messungen seitens der Schüler zu beschaffen sind.

III. Jahrgang.

Arithmetik: Permutieren, Varriieren, Kombinieren in einfachsten Fällen. Binomischer Lehrsatz für ganze positive Exponenten. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Zusammenfassende Wiederholungen aus dem Gesamtgebiete des mathematischen Schulunterrichtes.

Analytische Geometrie: Anknüpfend an die bisher für einzelne Funktionen gegebenen graphischen Darstellungen nunmehr Anwendung der analytischen Methode auf die Linien des 1. und 2. Grades unter gelegentlichen Hinweisen auf die planimetrische Behandlung der nämlichen Gebilde und Beziehungen.

Darstellung der Richtungskoeffizienten hauptsächlich der im Unterrichte behandelten Kurven mittels des Differentialquotienten. Angenäherte Lösung algebraischer (und gelegentlich vorkommender einfachster transzendenter) Gleichungen durch graphische Methoden.

III. Lehrziel und Lehrstoff des mathematischen Unterrichtes an der technischen Militärakademie.

An der technischen Militärakademie, welcher die Ausbildung theoretisch höher gebildeter Offiziere für die Artillerie und die technischen Truppen obliegt, wird die sogenannte höhere Mathematik gelehrt. Das Ziel dieses mathematischen Unterrichtes besteht nach dem Wortlaut des Lehrplanes in der Kräftigung des Vorstellungs- und Schlußvermögens überhaupt; Erwerbung grundlegender Kenntnisse in jenen Gebieten der höheren Mathematik, auf welchen die angewandten mathematischen Wissenschaften beruhen.

Der Lösung konkreter (Zahlen-) Aufgaben ist ein besonderes Augenmerk zuzuwenden.

Die Akademie teilt sich in eine Artillerie- und eine Genieabeilung, deren jede aus drei Jahrgängen besteht. Der Lehrstoff der Mathematik ist in beiden Abteilungen der gleiche, doch muß derselbe mit Rücksicht auf andere Disziplinen, deren Behandlung höhere mathematische Kenntnisse voraussetzt, in der Genieabteilung in einem Jahre (dem 1. Jahrgange) durchgearbeitet werden, während in der Artillerieabteilung der Lehrstoff auf 2 Jahre (den 1. und 2. Jahrgang) verteilt werden konnte.

Um die allgemeine Überbürdung der Militärakademiker hintanzuhalten, welche infolge des Anwachsens und der fortgesetzten Erweiterung militär-wissenschaftlicher Disziplinen fühlbar wurde, erscheint in dem neuen noch nicht endgültig feststehenden Lehrplane die Zahl der wöchentlichen Unterrichtsstunden für Mathematik bedeutend herabgesetzt, was naturgemäß eine bedauerliche Restringierung des Lehrstoffes zur Folge haben wird. Statt je $4^1/_2$ Stunden (nach dem alten Lehrplane) im 1. und 2. Jahrgang der Artillerieabteilung sind dermalen nur 3 im ersten und 2 im zweiten Jahrgange dem mathematischen Unterrichte gewidmet. Die $7^1/_2$ Unterrichtsstunden im 1. Jahrgang der Genieableilung wurden auf 5 Stunden herabgesetzt.

Der Lehrstoff in beiden Abteilungen umfaßt:

Analytische Geometrie der Ebene: Fundamentalaufgaben über den Punkt und die Gerade; die Gleichungen des ersten und zweiten Grades und deren Diskussion; die wichtigsten Eigenschaften der Kurven zweiter Ordnung.

Analytische Geometrie des Raumes: Fundamentalaufgaben über den Punkt, die Gerade und die Ebene, die Gleichungen des ersten und zweiten Grades und Diskussion derselben. Die wichtigsten Eigenschaften der Flächen zweiter Ordnung.

Differential- und Integralrechnung und Anwendung auf Probleme der Algebra und der Geometrie: Definition der Begriffe: Variable und Konstante. unabhängige und abhängige Variable oder Funktionen. Stetigkeit, Größen. die unendlich groß und unendlich klein werden. Grenzwerte einer Funktion, Differentialquotient. Ableitung der Differentialquotienten der einfachen Funktionen. Differentiation der entwickelten Funktionen einer und mehrerer Variablen, Differentiation unentwickelter Funktionen einer und mehrerer unabhängig Variablen, Differentiation einer Funktion von Funktionen. mehrfache Differentiationen.

Begriff des bestimmten und unbestimmten Integrals. Grundformeln der Integralrechnung und deren Anwendung auf die Integration verschiedener entwickelter Funktionen einer unabhängigen Variablen. Integration solcher Funktionen. bei welchen ein methodischer Vorgang zum Ziele führt. Bestimmte Integrale. Mehrfache Integrale. Reihen im allgemeinen. Konvergenz. Summe der Reihe. Die Reihen von Taylor und Maclaurin. die Exponentialreihe. die goniometrischen und zyklometrischen Reihen. die Binomialreihe. die logarithmische Reihe. Einleitung in die Theorie der Funktionen komplexer Variablen. Formel von Moivre. Gleichung von Euler. Wertermittlung der Ausdrücke von unbestimmter Form. Extreme der Funktionen einer und mehrerer Variablen. Untersuchungen über die Gestalt. besondere Punkte, Tangenten und Normalen. Umhüllungslinien und die Krümmung ebener Kurven. Rektifikation und Quadratur. Kubatur und Komplanation krummer Flächen.

Differentialgleichungen: Integration der Differentialgleichungen der ersten und zweiten Ordnung in einfachen Fällen.

IV. Lehrmethode, Lehrvorgang, Prüfungen.

Der Lehrvorgang ist im allgemeinen dem an den öffentlichen Schulen gleicher Stufe üblichen gleich, ebenso die Lehrmethode. Die diesbezüglichen Direktiven besagen:

Der Lehrvorgang soll der Natur des Gegenstandes, sowie der intellektuellen Entwicklung der Zöglinge angemessen sein und, soweit es die Unterrichtsverhältnisse gestatten, mit den in den betreffenden Fachkreisen herrschenden Lehranschauungen im Einklange stehen. Der Lehrer soll stets den Einklang und die wechselseitige Beziehung zu den einschlägigen Unterrichtsfächern einhalten, das Notwendige vom Wünschenswerten unterscheiden, das Wesentliche, Charakteristische gründlich durcharbeiten, damit es von den Schülern sicher erfaßt werde. Wo nur halbwegs tunlich, soll der theoretischen Unterweisung die Anschauung vorangehen, die praktische Anwendung, die Übung, die Bearbeitung von Aufgaben unmittelbar folgen. Der Unterricht soll eine Schule des Denkens sein, es soll daher die Lehrform selten monologisch (zusammenhängend-vortragend), sondern häufiger dialogisch (fragend-entwickelnd) sein und die Schüler zur Mitarbeit und zum Mitdenken zwingen. Die Unterrichtstunden sind nicht nur als Lehr-, sondern auch als Lernstunden aufzufassen. Bei schwierigeren Partien ist der Lehrstoff einer Unterrichtsstunde derart zu begrenzen, daß noch ein Teil der Unterrichtszeit zur Wiederholung des Hauptsächlichen durch einen oder den anderen Zögling oder zur Ermittlung der Auffassung im allgemeinen erübrigt.

In den unteren Klassen der Militär-Realschulen werden an den Lehrer sehr hohe Anforderungen dadurch gestellt, daß die Zöglinge, aus Schulen verschiedensprachiger Länder der Monarchie eintretend, nicht gleich vorgebildet sind und ein großer Teil derselben der Unterrichtssprache gar nicht, oder doch nur im geringen Grade mächtig ist, so daß es der größten Anstrengung bedarf, um insbesondere den jüngsten Jahrgang hinsichtlich der Unterrichtssprache auch nur halbwegs homogen zu machen.

Die Lehrerfrage ist noch nicht endgültig gelöst, ihre glückliche Lösung begegnet bedeutenden Schwierigkeiten, welche sich dadurch ergeben, daß der Lehrer gleichzeitig Erzieher sein soll. Entsprechend dem Zwecke dieser Anstalten obliegt es jedem Lehrer, den idealen Sinn der Zöglinge anzuregen, in ihnen Lust und Interesse für den militärischen Beruf zu erwecken und die besonderen militärischen Tugenden wachzurufen und zu festigen. Nichts wirkt entscheidender auf das empfängliche Gemüt der Jugend als das persönliche Beispiel

des Erziehers, der Lehrer muß daher selbst ein ganzer tadelloser Soldat sein, den Unterrichtsgegenstand voll beherrschen und ein hohes pädagogisches Verständnis haben. Das sind wohl Forderungen, deren Erfüllung sehr hohe Ansprüche an den Lehrkörper der Militärerziehungs- und -Bildungsanstalten stellt.

An **Lehrbüchern**, welche als Lehrmittel in Verwendung stehen, sind eingeführt:

Močnik, Lehrbuch der Arithmetik,
" " " Geometrie

in allen in die Kategorie der Mittelschulen gehörenden Anstalten, werden aber durch andere, dem neuen Lehrplan entsprechende ersetzt, sobald solche vom k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht für die Mittelschulen approbierte Lehrbücher vorliegen.

Budisavljević, Leitfaden für den Unterricht in der höheren Mathematik, Wien 1900, in jenen Schulen, in welchen dieser Gegenstand gelehrt wird.

Die Prüfungen werden dermalen schriftlich und mündlich im Sinne der neuen Prüfungsordnung an den österreichischen Mittelschulen abgehalten, Hausarbeiten dürfen aber nicht verlangt werden.

Der mathematische Unterricht an den Fachschulen des k. k. Technologischen Gewerbemuseums in Wien.

Von Professor Dipl. Chem. **Karl Reich.**

Geschichtliches. Speziallehrkurse.

Das Technologische Gewerbemuseum in Wien wurde im Jahre 1879 auf Initiative des Geheimen Rates Dr. Wilhelm Exner von dem Niederösterreichischen Gewerbeverein zum Zwecke der Förderung der technischen Seite der Gewerbe gegründet. Behufs Erreichung des angestrebten Zieles sollten alle hierzu geeigneten Mittel, wie technologische Sammlungen, Versuchsanstalten, Laboratorien und Unterrichtsanstalten, welche die praktische und die theoretische Richtung in ganz gleicher Weise zu berücksichtigen hätten, bei möglichster Spezialisierung der mit der Durchführung der entsprechenden Aufgaben betrauten Kräfte zu einem einzigen Institute unter einheitlicher Leitung vereinigt werden.

Von dem Gedanken der Notwendigkeit und Dringlichkeit der Errichtung eines solchen Instituts war Exner schon in jungen Jahren durchdrungen von dem Augenblicke an, als er 1862 zum ersten Male Gelegenheit hatte, das altberühmte Conservatoire des Arts et Métiers in Paris kennen zu lernen. Er dachte sich das in Wien nach dem Muster des Conservatoire zu begründende, doch den österreichischen Verhältnissen angepaßte Gewerbemuseum als eine Technologische Reichsanstalt, welcher zugleich die Mission einer Zentralstelle der Gewerbeschulen Österreichs zuzufallen hätte. Exner verstand es, durch die werbende Kraft des gesprochenen und geschriebenen Wortes den Niederösterreichischen Gewerbeverein zum Träger seiner Idee zu machen und durch den Einfluß dieses Vereines auch das Handelsministerium für den angestrebten Zweck zu gewinnen. Aber alle Bemühungen um die Erreichung

des heißersehnten Zieles scheiterten im November 1875 „der Ungunst der Zeitverhältnisse wegen" an dem Widerstande des reichsrätlichen Finanzausschusses. Durch dieses Fehlschlagen begründeter Hoffnungen nicht entmutigt und an der künftigen Verwirklichung seiner Lieblingsidee niemals zweifelnd, faßte Exner am Neujahrsmorgen 1879 den Entschluß, mit Hilfe des Niederösterreichischen Gewerbevereines wenigstens einen Teil des Technologischen Gewerbemuseums ins Leben zu rufen, und zwar in der Gestalt der I. Sektion für Holzindustrie, deren Errichtung dank dem Zusammentreffen verschiedener günstiger Umstände für den Augenblick am leichtesten realisierbar schien. Trotz der verhältnismäßigen Geringfügigkeit der durch ein rühriges Finanzkomitee herbeigeschafften Mittel kam der Gewerbeverein in die erfreuliche Lage, am 26. Oktober 1879 die feierliche Eröffnung des Technologischen Gewerbemuseums vornehmen zu können.

Schon 1881 wurde die II. Sektion für chemische Gewerbe und 1883 die III. Sektion für Metallindustrie (Fachschulen für Bau- und Maschinenschlosserei) gegründet, von welch letzterer Abteilung im Jahre 1890 die ihre älteren Schwestern in der Frequenz bald überragende IV. Sektion für Elektrotechnik sich abzweigte. Doch hier ist nicht der Ort, an welchem zu schildern wäre, wie das Technologische Gewerbe-Museum mit seinen Sammlungen, aus denen das Museum der Geschichte der österreichischen Arbeit hervorging, seinen Unterrichtsanstalten und den mit diesen in organischem Zusammenhange stehenden technischen Versuchsanstalten aus kleinen, aber den Keim gesunder Entwicklung in sich bergenden Anfängen zu seiner heutigen Größe und Bedeutung sich aufgeschwungen hat. Eine erschöpfende Darstellung dieser kräftigen Entfaltung, welche sich allerdings ein wenig von der Richtung entfernte, die in den ursprünglichen Intentionen des Schöpfers unseres Institutes gelegen war, ist in der Denkschrift Exners: „Das k. k. Technologische Gewerbe-Museum in Wien im ersten Vierteljahrhundert seines Bestandes, 1879 bis 1904" niedergelegt.

Ergänzend sei hinzugefügt: Am 1. Jänner 1905 ging das Technologische Gewerbe-Museum in die Verwaltung des Staates über. Nachdem die niedere und höhere Fachschule für Bau- und Möbeltischlerei schon im Jahre 1902 durch eine „Meisterschule" mit einjähriger Unterrichtsdauer ersetzt worden war, wurde auch diese mit Ende des Sommersemesters 1905 aufgelassen. Die Sektion für chemische Gewerbe wurde im Verein mit der k. k. Lehr- und Versuchsanstalt für Lederindustrie zu einer Staatsgewerbeschule chemisch-technischer Richtung im 17. Wiener Gemeindebezirke umgestaltet.

Die gegenwärtig am Technologischen Gewerbe-Museum bestehenden Unterrichtsanstalten pflegen somit vornehmlich das mecha-

nisch-technische Gebiet. Ihr Grundstock wird gebildet von den Fachschulen für Bau- und Maschinenschlosserei und jenen für Elektrotechnik. Daneben gibt es Speziallehrkurse mit Tagesunterricht, wie solche für Artilleriemeister, für Papierindustrie, endlich Speziallehrkurse mit Abend- und Sonntagsunterricht.

Der mathematische Unterricht am Speziallehrkurs für Artilleriemeister erstreckt sich auf die Grundlehren der Arithmetik und jener Teile der Algebra und Geometrie, welche zum Verständnis der in diesem zweijährigen Kurse vorgetragenen Lehren aus der Physik, Mechanik, Elektrotechnik und Maschinenkunde erforderlich sind. Der Unterricht wird in der Regel nicht von Mathematikern, sondern von Ingenieuren erteilt. Ähnliches gilt für die Speziallehrkurse mit Abend- und Sonntagsunterricht, die den Zweck haben, im praktischen Berufe stehenden Arbeitern Kenntnisse zu vermitteln, welche ihnen einen erweiterten Gesichts- und Wirkungskreis zu erschließen vermögen.

In ungleich höherem Ausmaße werden die Zöglinge der Fachschulen für Metallindustrie und mehr noch jene der Fachschulen für Elektrotechnik in verschiedenen mathematischen Disziplinen unterwiesen. Im folgenden wird Bericht erstattet über den gegenwärtigen Stand des Unterrichtes in der reinen Mathematik an den genannten Fachschulen, insbesondere an jenen der ehemaligen IV. Sektion.

Fachschulen für Bau- und Maschinenschlosserei.

Diese Fachschulen haben den Zweck, Gelegenheit zur technischen Ausbildung in jenen Zweigen der Metallgewerbe, welche Eisen und Stahl als Rohstoff benützen (der Bauschlosserei sowie des Maschinenbaues), zu bieten, so daß den Schülern die Befähigung zum Eintritte in die Praxis, erhöhte Leistungsfähigkeit beim Betriebe des bereits angetretenen Berufes und Anregung zu selbständigem, erfolgreichem Schaffen vermittelt wird.

Schon um ermüdende Wiederholungen zu vermeiden, will ich mich bei der Schilderung des mathematischen Unterrichtes an der niederen und höheren Fachschule für Bau- und Maschinenschlosserei auf wenige kurze Andeutungen beschränken. Aber mehr noch aus dem anderen Grunde, weil vermutlich schon mit Beginn des nächsten Studienjahres eine nach den Grundsätzen, die bei der im nachstehenden dargelegten Umgestaltung der Fachschulen für Elektrotechnik maßgebend waren, erfolgende Reorganisation der Fachschulen für Metallindustrie ins Leben treten dürfte. Und diese Reorganisation wird auch eine Reform des mathematischen Unterrichtes bedingen, nicht allein in Bezug auf das ihm zugewiesene Stundenausmaß, sondern auch hinsichtlich der Verteilung, des Inhalts und des Umfanges der zur Behandlung gelangenden Materie.

Die niedere Fachschule für Metallindustrie umfaßt vier Jahrgänge. Die Bedingungen für die Aufnahme in den 1., bzw. 2. Jahrgang sind analog denjenigen, welche für die Aufnahme in den (mittlerweile aufgelassenen) Vorbereitungs-, bzw. 1. Jahrgang der niederen Fachschule für Elektrotechnik Geltung haben. Nur an die Vorbildung der Aufnahmsbewerber waren bisher geringere Anforderungen gestellt worden; doch soll schon im Schuljahre 1911/12 auch in diesem Punkte eine Wandlung eintreten und damit eine völlige Übereinstimmung in den Aufnahmsbedingungen für die Fachschulen beiderlei Richtungen hergestellt werden.

In den ersten drei Jahrgängen sind für den mathematischen Unterricht je 4 und im 4. Jahrgang 3 Stunden wöchentlich im Lehrplan eingestellt. Im 1. Jahrgang wird gemeine Arithmetik und in den folgenden Klassen das elementare Gebiet der allgemeinen Arithmetik, Algebra und Geometrie (ausgenommen sind Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, sphärische Trigonometrie und analytische Geometrie) ungefähr in jenem Ausmaße gelehrt, wie dies an der niederen Fachschule für Elektrotechnik üblich ist.

Die höhere Fachschule hat eine zweijährige Unterrichtsdauer. In beiden Jahrgängen wird während einer wöchentlich je dreistündigen Unterrichtszeit mit Einschluß der analytischen Geometrie der ebenen Gebilde der elementarmathematische Lehrstoff der niederen Fachschule in erweiterter und vertiefter Form rekapituliert. Die Durchführung zahlreicher Übungsbeispiele, welche insbesondere der Trigonometrie, Stereometrie und Mechanik entnommen sind, bezweckt die Sicherung des erlangten Wissens und die Hebung der Fähigkeit, die erworbenen mathematischen Kenntnisse zur Lösung praktischer Aufgaben verwenden zu können.

Nach erfolgter Reorganisation der Fachschulen sollen auch die Anfangsgründe der Differential- und Integralrechnung in den Lehrplan Aufnahme finden.

Beiläufig sei erwähnt, daß der deskriptiven Geometrie an den in Rede stehenden Fachschulen bisher sehr eifrige Pflege zuteil geworden ist. Projektives Zeichnen und darstellende Geometrie nehmen nicht nur im Lehrplan der ersten drei Jahrgänge eine durch das ihnen gewidmete Stundenausmaß dominierende Stellung ein, sondern sind auch Lehrgegenstände des 1. Jahrganges der höheren Fachschule; bis 1907 figurierten sie auch unter den Gegenständen der Abgangsprüfung.

Fachschulen für Elektrotechnik.

Die Fachschulen für Elektrotechnik haben während ihres nunmehr zwanzigjährigen Bestandes in organisatorischer Beziehung mancherlei ihre Entwicklung fördernde Wandlungen erfahren. Im

letzten Dezennium unterschied man eine niedere Fachschule, welche einen Vorbereitungsjahrgang und drei Jahrgänge umfaßte, von einer höheren Fachschule mit zweijähriger Unterrichtsdauer. Zur Aufnahme in den 1. Jahrgang der niederen Fachschule war und ist auch heute noch erforderlich: das vollendete 14. Lebensjahr, der Nachweis über die mit gutem Erfolge absolvierte dreiklassige Bürgerschule oder IV. Klasse einer Mittelschule sowie das Bestehen einer Aufnahmsprüfung. Wenn einer der beiden letzten Bedingungen nicht voll und ganz entsprochen wurde, so konnte der Aufnahmsbewerber in den Vorbereitungsjahrgang aufgenommen werden.

Mit Ende des Sommersemesters 1910 wurde der Vorbereitungsjahrgang aufgelassen und die übrigen Jahrgänge zu einer „höheren Fachschule für Elektrotechnik" mit fünfjähriger Unterrichtsdauer vereinigt. Dieser Umwandlungsprozeß konnte jedoch in Anbetracht des Umstandes, daß der Lehrgang der neuen Fachschule sich in manchen wesentlichen Details von den Lehrplänen der alten Fachschulen unterscheidet, nicht mit einem Schlage zur Durchführung gelangen, sondern zunächst nur auf den 1. Jahrgang der niederen Fachschule in Anwendung gebracht werden. Neben dem am 1. Oktober 1910 eröffneten 1. Jahrgang der neuen Fachschule bestehen somit gegenwärtig von den Fachschulen alten Stils noch der 2. und 3. Jahrgang der niederen sowie der 1. und 2. Jahrgang der höheren Fachschule zu Recht. Gegenstand dieses Berichtes kann naturgemäß nur die Darstellung des mathematischen Unterrichtes an den alten Fachschulen sein, deren einzelne Klassen im Laufe der nächsten Jahre sukzessive der Auflösung entgegengehen, um durch die entsprechenden Jahrgänge der neuen „höheren Fachschule" ersetzt zu werden. Es sei gestattet, auch von dem einstmaligen 1. Jahrgang der niederen Fachschule so zu sprechen, als ob er noch nicht der Vergangenheit angehörte.

a) Niedere Fachschule für Elektrotechnik.

Der mathematische Unterricht an den beiden Fachschulen für Elektrotechnik verfolgt in erster Linie den Zweck, ihren Frequentanten mathematisches Wissen und Können in solchem Ausmaße zu vermitteln, daß sie befähigt werden, nicht nur in der Schule den Unterweisungen in Mechanik, Physik und den beruflichen Fächern mit Verständnis folgen zu können, sondern auch späterhin in der einschlägigen technischen Literatur sich zurecht zu finden und daß sie in der Praxis sich darbietenden Problemen nicht ratlos gegenüberstehen, wenn deren Lösung mit relativ geringen mathematischen Hilfsmitteln sich bewerkstelligen läßt. Doch ist mit der Erreichung dieser praktischen Zwecke die Aufgabe der Mathematik nicht zur Gänze erfüllt. Die „Königin der Wissenschaften" hat im Vereine mit anderen Disziplinen durch Schulung des logischen Denkvermögens und Erweiterung des geistigen

Gesichtskreises auch Zielen idealer Natur zuzustreben. Soll nun der Unterricht diesen mannigfachen Anforderungen einigermaßen genügen, so darf der zur Behandlung kommende Lehrstoff nicht einem fragmentarischen Stückwerk gleichen, dessen Teile des organischen Zusammenhanges entbehren. Vielmehr erscheint es notwendig, die Hauptlehren der Mathematik in systematischer, das logische Bedürfnis des denkenden Schülers befriedigenden Darstellung zu entwickeln. Dabei hat die Strenge des methodischen Vorgangs dem jeweiligen Auffassungsvermögen und der fortschreitenden Erkenntnis der Zöglinge sich anzupassen.

Der Unterricht an der niederen Fachschule beschränkt sich auf die Elemente der Mathematik und ist in bezug auf Inhalt, Umfang und Anordnung des Stoffes wie auch hinsichtlich der Methodik im wesentlichen nach den für die oberen Klassen der Mittelschulen geltenden Normen gestaltet. Die sphärische Trigonometrie wurde bisher in den Lehrstoff nicht einbezogen. Die analytische Geometrie ist immer, die Kombinatorik, das Binomialtheorem und die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung in den meisten Studienjahren der höheren Fachschule vorbehalten gewesen.

Über die Verteilung des Stoffes in den drei Jahrgängen der niederen Fachschule möge das hier in Schlagworten angeführte Programm, wie es in den letzten Jahren tatsächlich zur Durchführung gelangte, Aufschluß geben.

1. Jahrgang (4 Stunden wöchentlich). — Arithmetik und Algebra: Grundbegriffe. Die drei thetischen Grundoperationen und deren Lysen. Die Differenz; positive und negative Zahlen. Summe, Differenz und Produkt von Aggregaten. Der Quotient. Teilbarkeit der Zahlen. Die Lehre von den Brüchen. Verhältnisse und Proportionen. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten.

Planimetrie: Einführung, Grundbegriffe, Gerade, Ebene. Winkel. Parallelentheorie; uneigentliche Elemente. Beziehungen zwischen den Umfangsstücken eines Dreiecks. Der Kreis und die ihm ein- und umgeschriebenen Figuren. Kongruenz der Dreiecke und ebenen Figuren. Das Viereck, insbesondere das Parallelogramm. Strecken- und Winkelsymmetralen. Höhenpunkt des Dreiecks. Der einem Dreieck umgeschriebene und die ihm eingeschriebenen Kreise. Proportionalität der Strecken; der Schwerpunkt; das Doppelverhältnis; harmonische Gruppen. Flächenvergleichung und Flächenmessung.

2. Jahrgang (4 Stunden wöchentlich). — Potenzen und Wurzeln. Komplexe Zahlen. Quadratische Gleichungen mit einer und zwei Unbekannten. Exponentialgleichungen. Logarithmen.

Fortsetzung der Planimetrie: Ähnlichkeit der Dreiecke und ebenen Figuren. Anwendungen. Konstruktionsaufgaben. Rektifikation und Quadratur des Kreises.

Goniometrie. Goniometrische Gleichungen.

3. Jahrgang (2 Stunden wöchentlich). — Arithmetische und geometrische Progressionen. Die zusammengesetzte Zins- und Rentenrechnung.

Trigonometrie: Auflösung recht- und schiefwinkeliger Dreiecke. Anwendungen auf geometrische und mechanische Aufgaben, Höhen- und Distanzmessungen.

Stereometrie: Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen im Raume. Körperliche Ecken. Eigenschaften der Polyeder und krummflächigen Körper. Oberflächen- und Volumsmessung.

Zur Kennzeichnung der Methode sei das folgende angeführt.

Das Schülermaterial des 1. Jahrganges ist aus recht heterogenen Elementen zusammengesetzt. Absolventen einer Unterrealschule oder eines Untergymnasiums bilden eine schwache Minorität; die weitaus überwiegende Mehrzahl der Schüler hat ihre elementaren Studien an einer dreiklassigen Bürgerschule zum Abschlusse gebracht. Daß im allgemeinen die letztgenannte Schülerkategorie von der ersteren in manchen Zweigen des Wissens und ganz insbesondere auf dem Gebiete der Arithmetik und Geometrie überragt wird, braucht kaum erst gesagt zu werden. Doch selbst unter den ehemaligen Bürgerschülern sind in diesem Belange bedeutende individuelle Unterschiede wahrzunehmen. Die Voraussetzung, daß der Absolvent einer Bürgerschule ausreichende Kenntnisse in der gemeinen Arithmetik sich angeeignet habe, erweist sich nicht selten als verfehlt. Um statt vieler Beispiele nur eines anzuführen: Unter den zuweilen in recht absonderlicher Form zum Ausdrucke gebrachten Regeln, nach welchen die Rechenoperationen mit gemeinen Brüchen angeblich durchzuführen sind, tritt mit besonders hartnäckiger Konsequenz das Theorem auf, daß mehrere Brüche addiert werden, indem man die Summe aller Zähler durch die Summe aller Nenner dividiert. Unter solchen Umständen erscheint es alljährlich als ein Gebot der Notwendigkeit, in den ersten Unterrichtsstunden die Lösung der bei der Aufnahmsprüfung gestellten Aufgaben eingehend zu besprechen und im Anschlusse eine Wiederholung der wichtigsten Kapitel der gemeinen Arithmetik vorzunehmen.

Eine reinliche Scheidung der dem mathematischen Unterrichte zugewiesenen Stundenzahl in zwei Teile, von welchen der eine bloß der Arithmetik und Algebra, der andere ausschließlich der Geometrie zu widmen wäre, ist aus Zweckmäßigkeitsgründen im Lehrplane keines Jahrganges vorgesehen. Es bleibt dem Ermessen des Lehrers anheimgestellt, die Teilung und Anordnung der zum Vortrage gebrachten Materie in solcher Art vorzunehmen, daß sie nicht allein den eigenen Bedürfnissen, sondern auch jenen der naturwissenschaftlichen und technischen Lehrfächer tunlichst gerecht werde. Aus diesem Grunde werden im Winter-

semester des 1. Jahrganges, um den Anforderungen der Physik und Mechanik entgegenzukommen, vornehmlich Arithmetik und Algebra behandelt und in den höheren Jahrgängen Goniometrie und Trigonometrie der Stereometrie vorangestellt.

Bei Rücksichtnahme auf Alter, Vorbildung und Auffassungskraft der Schüler und im Hinblick auf den Umstand, daß die Ergebnisse des Unterrichts doch zunächst praktischen Zwecken dienlich sein sollen, ergibt sich von selbst die Notwendigkeit, bei der Einführung in die allgemeine Arithmetik und auch in die Geometrie streng wissenschaftliche Betrachtungen, wie solche über den Zahlbegriff oder über die Elemente unserer Raumanschauung, wenn auch nicht völlig zu ignorieren, so doch keiner eingehenden Erörterung zu unterziehen, ferner umfangreichen und für den Praktiker entbehrlichen Theorien sowie gekünstelten und allzu komplizierten Übungsbeispielen von fraglichem Bildungswerte aus dem Wege zu gehen, hingegen nach bewährten, alten und doch nie veraltenden Methoden und Prinzipien, selbst wenn diese nicht in allen Stücken den neuesten wissenschaftlichen Anschauungen entsprechen sollten, ein brauchbares Fundament für alle folgenden Entwicklungen zu schaffen. Die Rechenregeln der gewöhnlichen Arithmetik werden allemal zuerst induktiv aus leicht verständlichen Beispielen mit besonderen Zahlen abgeleitet und hierauf ihre Allgemeingiltigkeit bewiesen. Von dem Prinzipe der Erhaltung der Operationsgesetze wird ausgedehnter Gebrauch gemacht und nur gelegentlich angedeutet, daß es (höhere komplexe) Zahlen gebe, welche die Rechenregeln der gewöhnlichen Arithmetik nicht durchwegs befolgen.

Die Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten ist wohl das geeignetste Mittel, um den Anfänger zur richtigen Auffassung mehr oder weniger kompliziert gestalteter algebraischer Ausdrücke und zu einer korrekten und zielbewußten Ausführung arithmetischer Operationen aller Art anzuleiten. Demgemäß wird tunlichst frühzeitig, schon nach der Erklärung der Grundoperationen, mit der Auflösung solcher Gleichungen zunächst sehr einfacher Natur begonnen. Allmählich werden die Beispiele aus diesem Kapitel der Algebra komplizierter und immer so gewählt, daß sie dem jeweilig in Behandlung stehenden arithmetischen Lehrstoff angepaßt und zu dessen Illustration und Einübung geeignet erscheinen.

Der Begriff der irrationalen Zahl wird durch die Betrachtung des Verhältnisses zweier inkommensurabler Strecken gewonnen. Es wird gezeigt, daß zwei irrationale Zahlen als gleich zu betrachten sind, wenn jede Begrenzung der einen Zahl zugleich eine Begrenzung der anderen ist. Die Theorien von Dedekind und G. Cantor werden nur andeutungsweise besprochen, weil eine ausführlichere Darstellung derselben auf der ersten Stufe des Unterrichtes wohl kaum einem richtigen Verständnisse begegnen könnte.

Der Funktionsbegriff und die geometrische Veranschaulichung des Zusammenhanges, der zwischen den Werten einer unabhängigen und einer von ihr abhängigen Veränderlichen besteht, wird bei der Auflösung zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten eingehend erörtert. Dabei erfährt auch der spezielle Fall zweier scheinbar sich widersprechender Gleichungen (parallele Gerade) die richtige Deutung. An dieser Stelle sei erwähnt, daß auch späterhin keine Gelegenheit versäumt wird, den funktionalen Zusammenhang zweier Variablen auf graphischem Wege zu beleuchten. So werden beispielsweise an der Zeichnung der Parabel $y = x^2 + Ax + B\,(B \lesseqgtr 0)$ die Hauptsätze aus der Theorie der quadratischen Gleichungen mit reellen Koeffizienten verifiziert. Jeder Schüler wird angehalten, die logarithmischen Linien $y = {}^2\log x$ und $y = {}^3\log x$, ferner die Kurven $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$ u. s. w. zu zeichnen und von den Figuren die Eigenschaften der einzelnen Funktionen und ihre gegenseitigen Beziehungen abzulesen.

Potenzen mit negativen und gebrochenen Exponenten werden, wie gebräuchlich, am Schlusse der Lehre von den Potenzen und Wurzeln auf Grund des Prinzips der Erhaltung der Operationsgesetze eingeführt und es wird die Zulässigkeit und Zweckmäßigkeit der gemachten Feststellungen ausführlich begründet.

Die Lehre von den komplexen Zahlen (die exakte Einführung derselben mittels des Hamilton'schen Verfahrens der Zahlenpaarung erfährt nur beiläufige Erwähnung) wird bis zu der geometrischen Deutung der Grundoperationen, der Ableitung des sogenannten Moivre'schen Satzes und der Verwendung des letzteren zur Bestimmung der $n$ten Einheitswurzeln sowie zur Entwicklung von $\sin nx$, $\cos nx$ und $\operatorname{tg} nx$ für ganzzahlige n fortgeführt.

In sehr ausführlicher Weise wird die Theorie der quadratischen Gleichungen behandelt und die Verallgemeinerung der hier als richtig erkannten Sätze für algebraische Gleichungen beliebigen Grades ausgesprochen. Nicht mindere Berücksichtigung wird der elementaren Lehre von den Logarithmen zuteil.

Der Begriff des Grenzwertes, dessen schon gelegentlich der Erklärung der unendlich kleinen und unendlich großen Zahlen und bei der Auswertung von Brüchen, welche zufolge der Spezialisierung einer Veränderlichen die Form $\frac{0}{0}$ annehmen, wiederholt gedacht worden, erfährt eine genaue Formulierung bei den einleitenden Betrachtungen über unendliche Reihen im allgemeinen und die unendlichen geometrischen Progressionen insbesondere.

Der wesentliche Inhalt der zum Vortrage gebrachten Theorien und Sätze, welche dem Gebiete der allgemeinen Arithmetik und Algebra

angehören, wird, insoweit dieser Vorgang als angezeigt erscheint, in präziser, gedrängter Form diktiert und gleich den in der Schule zur Behandlung gelangenden Aufgaben und Beispielen von den Schülern in Heften notiert, die dem häuslichen Studium zur Grundlage dienen. Außerdem wird die Anschaffung eines der an österreichischen Mittelschulen bis vor kurzem am häufigsten benützten Lehrbücher (von Močnik, Hočevar etc.) empfohlen. Obligatorisch eingeführt sind als Lehr- und Lernbehelfe: Hans Hartls Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra für höhere Gewerbeschulen, die fünfstelligen logarithmischen und trigonometrischen Tafeln von Dr. Ad. Greve und das Lehrbuch der Geometrie nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben (Ausgabe für Oberrealschulen) von Dr. F. Hočevar.

Das letztgenannte Werk wird als wesentlichster Behelf für den geometrischen Unterricht verwendet. Von einer Verschmelzung der ebenen und räumlichen Geometrie wurde demgemäß bisher Umgang genommen. Abgesehen jedoch von einer stellenweise abweichenden Anordnung des planimetrischen Lehrstoffes werden einzelne in dem Buche nicht aufgenommene oder nur kurz berührte Themen (Parallelentheorie, Steiners Konstruktionen, der Feuerbach'sche Kreis u. dgl.) erörtert, die von Möbius in die Geometrie eingeführten Prinzipien erläutert und zum Beweise einzelner Theoreme benützt, insbesondere jedoch auch die Grundbegriffe und einige fundamentale Sätze der projektiven Geometrie (uneigentliche Elemente, das Gesetz der Dualität, die Sätze von Ceva und Menelaus, das Doppelverhältnis, die harmonischen Eigenschaften des vollständigen Vierecks und Vierseits) zur Sprache gebracht. Parallelentheorie, Kreisteilung und Zyklometrie bieten reichlichen Anlaß zur Berücksichtigung des historischen Moments.

Die Eigenschaften der einzelnen goniometrischen Funktionen und ihre in den Grundformeln festgelegten wechselseitigen Beziehungen werden sehr eingehend behandelt und von den verschiedensten Seiten beleuchtet. Wird auch gleichsam das innere Wesen der Fundamentalformeln, einer jeden für sich wie auch der zu einer natürlichen Gruppe vereinigten in zusammenfassender Weise, unter Hinweis auf die besonderen Eigentümlichkeiten der verschiedenen Funktionen klargelegt, so werden doch außerdem allenthalben mnemotechnische Merkmale angegeben, welche geeignet sind, die Formeln dauernd dem Gedächtnisse einzuprägen.

In der Stereometrie werden bei der Erörterung der Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen durch die Einführung der uneigentlichen Elemente manche Sätze übersichtlicher gestaltet und die Beweise oft vereinfacht. Das räumliche Vorstellungsvermögen ist bei den Schülern des dritten Jahrganges durch andere Disziplinen schon so weit geschult und entwickelt, daß eine Vorführung

von Modellen beinahe überflüssig erscheint. Die Oberflächen- und Volumsberechnung der einfachen Körper und ihrer Teile wird in der üblichen Weise behandelt und allemal auf die Dimensionszahl der erhaltenen Ausdrücke hingewiesen. Auch sonst wird während des geometrischen Unterrichtes an keiner passenden Stelle unterlassen, einen Ausdruck, welcher den Wert eines Verhältnisses (einer goniometrischen Funktion), einer Länge, Fläche oder eines körperlichen Inhaltes angibt, in bezug auf die Dimension zu prüfen, um Irrtümer und Verwechslungen tunlichst zu verhüten.

Der Satz von Cavalieri wird bewiesen und bei dieser Gelegenheit der Begriff des bestimmten Integrals andeutungsweise erörtert. Die Simpson'sche Regel wird ohne Beweis angeführt und insbesondere auf die Kugel, das Kugelsegment und den Pyramidenstumpf angewendet.

Aufgaben und Konstruktionen werden, sofern es sich um die Erläuterung theoretischer Betrachtungen und um Vorführung typischer Fälle handelt, vom Dozenten erledigt. Die meisten Übungsbeispiele jedoch werden behufs Förderung des Könnens und Verständnisses der Studierenden von diesen selbst unter Anleitung des Lehrers in der Schule gelöst oder sie bleiben der häuslichen Bearbeitung überlassen. Die Möglichkeit, dieser zweifellos wichtigsten Aufgabe, welche dem mathematischen Unterricht zufällt, in ausreichendem Maße gerecht zu werden, ist leider in hohem Grade eingeschränkt, einmal wegen des augenfälligen Mißverhältnisses, das zwischen der Größe des zu bewältigenden Pensums und der so überaus kargen Bemessung der Unterrichtszeit besteht, und dann auch wegen der nicht unerheblichen Belastung der Schüler, welche durch den regen Betrieb anderer Disziplinen und durch den Werkstättenunterricht bedingt erscheint.

Die Aufgaben sind, insoweit sie auf die Erlangung einer gewissen Fertigkeit im numerischen Rechnen und auf die Einübung in der Anwendung von Rechenregeln, mathematischen Formeln und Lehrsätzen hinzielen, zum Teil abstrakter Natur, doch auch vielfach der Geometrie, Mechanik, Physik und Geodäsie entnommen. Der technischen Praxis entlehnte Aufgaben wurden bisher nur in ganz vereinzelten Fällen einbezogen. Die Argumente, welche Herr Hofrat E. Czuber in seinem Referat über den mathematischen Unterricht an den Technischen Hochschulen für eine nur ausnahmsweise Behandlung technischer Aufgaben im Rahmen mathematischer Vorlesungen dargelegt hat und deren überzeugender Kraft selbst die Vertreter der gegnerischen Anschauung sich wohl nicht verschließen können, behalten ihre Geltung gewiß auch für mittlere technische Schulen, zumal für die niederen Jahrgänge, deren Frequentanten der Erörterung eigentlich technischer Probleme noch fremd und verständnislos gegenüberstehen müßten.

Die für die häusliche Bearbeitung bestimmten Aufgaben werden von dem Dozenten angegeben. Außerdem sind die Schüler verpflichtet, den in ihrem Besitze befindlichen Übungsbüchern (also vornehmlich jenen von Hartl und Hočevar) nach freier Wahl Beispiele zu entnehmen, sie auszuarbeiten und den Rat und die Unterweisung des Lehrers einzuholen, falls ihnen die Lösung der einen oder anderen Aufgabe Schwierigkeiten bereiten sollte. Von dieser Berechtigung oder vielmehr Verpflichtung zur Interpellation machen die Schüler recht häufig Gebrauch und es resultiert hieraus ein persönlicher Verkehr zwischen Lehrer und Studierenden, welcher den ersteren in die Lage versetzt, im Laufe der Zeiten die Kenntnisse und Fähigkeiten jedes einzelnen seiner Schüler viel genauer kennen zu lernen, als dies auf Grund selbst wiederholter mündlicher Prüfungen möglich wäre. Dieser rege persönliche Verkehr. die Art der Beantwortung der oft gestellten Orientierungsfragen und die Ergebnisse der schriftlichen Prüfungen bilden die hauptsächlichsten Grundlagen für die Beurteilung der Leistungen der Schüler. Die Aufgaben für die schriftlichen Prüfungen sind sorgfältig zusammengestellt und immer derart gestaltet. daß es zu ihrer Durchführung keiner besonderen Kunstgriffe bedarf und daß die Einfachheit der Resultate den Schülern eine Gewähr für die Korrektheit der erhaltenen Lösungen zu bieten vermag. Mündliche Schlußprüfungen sind eigentlich nur bei jenen Zöglingen eine unabweisliche Notwendigkeit, deren Fähigkeiten sehr gering sind oder deren Fleiß im Verlaufe des Semesters selbst den bescheidensten Anforderungen nicht zu genügen vermochte. Es sind das zumeist junge Leute, die auch in anderen Lehrfächern mißliche Studienerfolge aufzuweisen haben und von denen man wohl behaupten darf, daß sie „fehl am Ort“ sind.

b) Höhere Fachschule für Elektrotechnik.

Die höhere Fachschule für Elektrotechnik vermittelt durch systematisch geordneten Unterricht alle für den praktischen Industrie- und Gewerbebetrieb notwendigen Fachkenntnisse und Fertigkeiten, zugleich aber auch einen höheren Grad von allgemeiner und technischer Bildung, wodurch die Zöglinge befähigt werden, ein Gewerbe in ausgedehnterem Maße und unter Verfolgung höherer Ziele zu betreiben oder hervorragendere Stellungen in Fabriksetablissements auszufüllen.

Die Unterrichtsdauer beträgt zwei Jahre. Zur Aufnahme in den ersten Jahrgang ist erforderlich die gute Absolvierung der niederen Fachschule für Elektrotechnik oder die Absolvierung von mindestens sechs Klassen einer Mittelschule (bzw. einer Untermittelschule und zweier Jahrgänge der mechanisch-technischen Abteilung einer höheren Staatsgewerbeschule) sowie des 3. Jahrganges der niederen Fachschule für Elektrotechnik am Technologischen Gewerbemuseum.

Entsprechend dem höheren Niveau, auf welchem der Unterricht in den technischen Disziplinen an den beiden Jahrgängen der höheren Fachschule sich bewegt, ist dem mathematischen Unterricht die Aufgabe zugewiesen, den Frequentanten dieser Fachschule gründliche Kenntnisse in der analytischen Geometrie insbesondere der ebenen Gebilde und in der Differential- und Integralrechnung zu vermitteln.

Im 1. Jahrgang entfallen wöchentlich 2 (früher 3), im 2. Jahrgang 3 Stunden auf den mathematischen Unterricht. Wohl gestatten das vorgeschrittene Alter und die größere Reife der Zöglinge dem Lehrer, in beschleunigterem Tempo vorzugehen; immerhin bedarf es in Anbetracht der kurzen Unterrichtsdauer der sorgfältigsten Ausnützung der zu Gebote stehenden Zeit, um das angestrebte Ziel zu erreichen.

Über Inhalt und Anordnung des zur Behandlung gelangenden Lehrstoffes gibt das nachstehende Programm Aufschluß:

Einführung in die analytische Geometrie der Ebene. — Kombinatorik. Der binomische Lehrsatz. Die Exponentialreihe. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. — Der Differentialquotient und das Differential. Differentiation der einfachen Funktionen von einer Veränderlichen. Differentiation zusammengesetzter Funktionen. Differentiation impliziter Funktionen. Differentiation der Funktionen von zwei und mehreren Veränderlichen. — Einführung in die Integralrechnung. — Differentialquotienten und Differentiale zweiter und höherer Ordnung von Funktionen einer und mehrerer Veränderlichen. Konvergenz unendlicher Reihen. Die Lehrsätze von Taylor und Maclaurin. Reihenentwickelungen der wichtigsten Funktionen. Unbestimmte Formen. Extremwerte der Funktionen von einer Variablen. Untersuchung des Verlaufs ebener Kurven; höchste und tiefste Punkte; Wendepunkte. Einiges über Funktionen einer komplexen Veränderlichen.

Elemente der Algebra. Allgemeine Eigenschaften algebraischer Gleichungen mit einer Unbekannten. Gleichungen mit reellen Koeffizienten. Über die Anzahl der reellen Wurzeln. Transformation der Gleichungen. Wiederholte Wurzeln. Kubische Gleichungen. Numerische Gleichungen. Auflösung transzendenter Gleichungen mittels der Newton'schen Methode und der Regula falsorum. Berechnung der reellen Wurzeln algebraischer Gleichungen nach Horners Methode. — Analytische Geometrie der Kegelschnitte. Einige Linien höherer Ordnung und transzendente Kurven. — Anwendung der Differentialrechnung auf die ebene Geometrie. (Tangenten und Normalen. Hilfslinien. Berührung zweier Kurven. Krümmungsmaß. Evoluten. Einhüllende Kurven.) — Fortsetzung der Integralrechnung. Integration rationaler, irrationaler und transzendenter Funktionen. Angenäherte Berechnung von Integralen. Anwendung der Integralrechnung auf die

Geometrie und Mechanik (Quadratur und Rektifikation der Kurven. Kubatur und Komplanation krummer Flächen. Guldin'sche Regeln). Doppelintegrale. Einiges über bestimmte Integrale. — Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung. Einiges über lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

Aus der hier angeführten Reihenfolge der behandelten Themen ist ersichtlich, daß die Systematik des Lehrganges an manchen Stellen durchbrochen erscheint. Dieser Mangel wird bedingt durch die Notwendigkeit, das zum Verständnisse der Vorträge in den technischen Lehrfächern Wesentliche und Unerläßliche möglichst frühzeitig zu bieten. Diese selbstverständliche Rücksichtnahme auf die beruflichen Gegenstände hat, wenn auch nur in seltenen Fällen, zur Folge, daß mathematische Entwickelungen, die weitab von dem gerade in Behandlung stehenden Gebiete liegen, auf oft gekünstelte Art auseinandergesetzt werden müssen. Solch kleine Abweichungen vom Wege sind jedoch keineswegs als ein störendes, eher als ein nutzbringendes Moment zu bezeichnen. Um nur ein Beispiel zu erwähnen: Wenn dem Anfänger zu einer Zeit, da ihm das Verfahren des Integrierens noch fremd ist, das bestimmte Integral $\int_0^{1/2\pi} \sin x \, dx$ als der Grenzwert

$$\lim_{h=0} h \left[\sin h + \sin 2h + \sin 3h + \ldots + \sin\left(\frac{\pi}{2} - h\right)\right]$$

erklärt und als solcher auch berechnet werden muß, so vermag er später die Vorteile, welche die Kenntnis der Integralrechnung ihm gewährt, umso besser einzuschätzen.

Betreffs der Methode seien hier noch folgende Einzelheiten angegeben. Von den der analytischen Geometrie der Ebene angehörigen Themen werden im 1. Jahrgang die einleitenden Lehren, die Gerade und der Kreis ausführlich behandelt, außerdem die wichtigsten Gleichungsformen der Kegelschnitte abgeleitet und einer Diskussion unterzogen, endlich das Tangentenproblem (Pol und Polare) auf elementarem Wege erledigt. Im 2. Jahrgang erfährt die Lehre von den Kurven zweiter Ordnung eingehendste Berücksichtigung. Von den Kurven höherer Ordnung und den transzendenten Linien werden die Lemniskate, die Zissoide, einige Rollkurven und im Anschlusse an die Differentialgeometrie die Archimedische, die hyperbolische und die logarithmische Spirallinie behandelt. Es bedarf kaum der Erwähnung, daß ausschließlich Punktkoordinaten Verwendung finden und nur ganz ausnahmsweise ein schiefwinkeliges Koordinatensystem zugrunde gelegt wird. — Zu einer Besprechung der ersten Elemente der analytischen Geometrie des Raumes ergibt sich schon in der Differential-

rechnung gelegentlich der Differentiation einer Funktion von zwei Veränderlichen ein willkommener Anlaß.

In der Algebra werden die fundamentalsten Eigenschaften algebraischer Gleichungen mit einer Unbekannten und im übrigen mit geringen Ausnahmen bloß jene Sätze in Betracht gezogen, welche auf die Lösung numerischer Gleichungen mit reellen Koeffizienten hinzielen.

Der Differentialquotient $\frac{d\, f(x)}{d\, x}$ wird als das exakte Maß der Geschwindigkeit, mit welcher die Funktion $f(x)$ bei zu- oder abnehmendem Argument sich ändert, eingeführt, somit analytisch als der Grenzwert $\lim\limits_{h=0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ erklärt und zugleich geometrisch in der üblichen Weise gedeutet. Einer mangelhaften Auffassung seitens der Schüler, selbst der weniger befähigten, bin ich dabei niemals begegnet. Gelegentlich sei hier bemerkt, daß die Frequentanten der höheren Fachschule für Elektrotechnik den verschiedenen Zweigen der sogenannten höheren Mathematik lebhaftes Interesse entgegenbringen und daß bei deren Übungen im Differenzieren und Integrieren Entgleisungen nur dann einzutreten pflegen, wenn es sich um Operationen elementarer Natur handelt. Eine Erklärung hierfür scheint mir zum Teile darin gelegen, daß die Schüler in ihren jüngeren Jahren noch jenes Ernstes und Fleißes entbehren, der bei vielen zu einer gründlichen Erlernung der Elementarmathematik notwendig wäre. Die Hauptursache des vorhin beklagten Übelstandes dürfte aber doch in der viel zu geringen Stundenzahl zu suchen sein, mit welcher der mathematische Unterricht an der niederen Fachschule bis nun bedacht war.

Im 1. Jahrgang wird die Integralrechnung, welche aus den früher erwähnten Zweckmäßigkeitsgründen bald nach Erledigung der ersten Elemente der Differentialrechnung in Angriff genommen wird, nur soweit durchgeführt, als es für die Augenblicksbedürfnisse der Schule nötig ist. Zur Besprechung kommen: Der Begriff des unbestimmten und der des bestimmten Integrals, die Fundamentaleigenschaften des letzteren, die Grundformeln, Integration eines Aggregats von Funktionen, partielle Integration, Transformation mittels Einführung einer neuen Variablen, Quadratur ebener Kurven. Eine ausführlichere und ergänzende Behandlung erfahren die Integralrechnung und ihre Anwendungen erst im 2. Jahrgang nach Absolvierung der Differentialgeometrie. Eine kleine Auslese der fundamentalsten Lehren aus der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen (Grundbegriffe, homogene Differentialgleichungen, Integrabilitätsbedingung, integrierender Faktor, lineare Differentialgleichungen erster Ordnung, singuläre

Lösungen, lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten) bildet den Abschluß des Unterrichtes.

Besondere Sorgfalt wird der Auswahl und Durchführung der erläuternden Beispiele und Aufgaben zugewendet. Selbst unter jenen Beispielen, welche zunächst bloße Einübung in der Fertigkeit des Differenzierens und Integrierens zum Zwecke haben, werden solche bevorzugt, die auf zweierlei Art behandelt werden können oder Einsicht in den Zusammenhang, der zwischen verschiedenen Funktionen oder Funktionsgattungen besteht, gewähren oder doch wenigstens Anlaß zur Rekapitulation elementarer Theoreme bieten. Desgleichen wird eingehende Berücksichtigung zuteil jenen typischen Exempeln, welche geeignet sind, zur Erläuterung theoretischer Entwicklungen der verschiedensten Art zu dienen. Die Eigenschaften der Zykloide, des in dieser Beziehung dankbarsten Objektes, werden sowohl in der Differentialgeometrie wie auch in den Anwendungen der Integralrechnung auf Geometrie und Mechanik erörtert.

Daß keine passende Gelegenheit verabsäumt wird, Übungen im numerischen Rechnen vorzunehmen, bedarf wohl keiner besonderen Betonung.

Als Behelfe für ihre häuslichen Studien dienen den Schülern zumeist die vier in der Sammlung Göschen erschienenen Büchlein von Dr. Fr. Junker (Höhere Analysis, Repetitorium und Aufgabensammlung).

Die in dem obigen Programm angeführten Gebietsteile der Differential- und Integralrechnung gelangen nicht immer in dem gleichen Vollständigkeitsgrade zur Behandlung. Begreiflicherweise ist der Umfang des zum Vortrage gebrachten Stoffes eine Funktion der zu Gebote stehenden Zeit und nicht minder der Anzahl und der Befähigung der Schüler. Als die „höhere Fachschule für angewandte Physik“*) i. J. 1895 geschaffen wurde, war die Besuchsziffer eine sehr geringe und blieb es auch in den nächstfolgenden Studienjahren. Im umgekehrten Verhältnisse zu ihrer Anzahl stand aber die Befähigung fast aller Zöglinge dieser Fachschule. Da außerdem in den beiden höchsten Jahrgängen dem mathematischen Unterricht je drei Stunden wöchentlich zugeteilt waren und nur am Schlusse jedes Semesters kommissionelle Prüfungen abgehalten wurden, so lag es im Bereiche der Möglichkeit, den Lehrstoff in seinem ganzen Umfange zu bewältigen. Anders gestalteten sich die Dinge, als zu Beginn des verflossenen Jahrzehnts

*) So nannte sich nämlich unsere höhere Fachschule in den ersten Jahren ihres Bestandes, da es in der Absicht ihres Begründers gelegen war, neben der Abteilung für Elektrotechnik auch eine solche für Optik und Mechanik und eine andere für Heizung und Ventilation ins Leben zu rufen. Doch konnte wegen Mangels an Zuspruch an eine Eröffnung der beiden letztgenannten Abteilungen nie geschritten werden.

auf Grund einer Reorganisation der Fachschulen für Elektrotechnik den Absolventen der höheren Fachschule die Begünstigung des einjährigen Präsenzdienstes im Soldatenstande eingeräumt wurde. Die Frequenz der höheren Fachschule erfuhr bald eine bedeutende Zunahme, während die der Mathematik zugewiesene Unterrichtsdauer reduziert und überdies noch wesentlich eingeschränkt wurde durch den Umstand, daß mit Rücksicht auf die geänderten Verhältnisse die kommissionellen Prüfungen aufgehoben und das Prüfungswesen nach dem an der niederen Fachschule geübten Modus umgestaltet werden mußte. Es versteht sich von selbst, daß seither die für den Praktiker entbehrlicheren Partien des mathematischen Lehrstoffes in gekürzter Form oder auch gar nicht zur Behandlung kommen. Diese teilweise Reduktion der Materie bezieht sich vornehmlich auf einzelne Kapitel der Integralrechnung und auf die Differentialgleichungen.

Die Absolventen der höheren Fachschule, welche am Schlusse des letzten Semesters den Anforderungen des Lehrplanes mit mindestens genügendem Erfolge in allen obligaten Lehrfächern entsprochen haben, sind zur Ablegung einer Reifeprüfung (früher „Abgangsprüfung" genannt) berechtigt, welche den Grad der von den Schülern im Verlaufe ihres Studienganges erworbenen gesamten allgemeinen und fachlichen Bildung festzustellen hat. Bis zum Ende des Schuljahres 1906/7 gehörte die Mathematik zu jenen Disziplinen, welche Gegenstand dieser Prüfungen waren. Die mündliche Abgangsprüfung wurde unter dem Vorsitze eines von der Regierung delegierten Prüfungskommissärs und im Beisein von drei hervorragenden Vertretern der Praxis als „Gastprüfern" abgehalten. Die Prüfung aus Mathematik war sowohl eine schriftliche wie auch eine mündliche. Forderung der schriftlichen Prüfung war die Ausarbeitung derjenigen Gruppe von vier allemal dem Bereiche der höheren Mathematik entnommenen Aufgaben, die zu diesem Behufe von dem jeweiligen Vorsitzenden der Kommission (anfangs Hofrat Dr. A. v. Waltenhofen, später Hofrat Professor Karl Hochenegg) aus drei ihm zur Auswahl vorgelegten Aufgabengruppen bestimmt worden war. Bei der mündlichen Prüfung wurden den Kandidaten nicht selten auch Fragen aus der elementaren Mathematik zur Beantwortung vorgelegt. Die Prüfungsergebnisse durften als befriedigend bezeichnet werden. War auch in vereinzelten Fällen eine sehr wohlwollende und nachsichtige Beurteilung seitens der Prüfungskommission vonnöten, so hatte doch immerhin seit dem Bestehen der Abgangsprüfungen an der höheren Fachschule für Elektrotechnik auch nicht einer der Absolventen einen Mißerfolg bei der Prüfung aus Mathematik zu beklagen.

Auf Grund der Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 23. April 1908, Z. 18954, wurden Mathematik sowie Geographie und Geschichte aus dem Komplex der Reifeprüfungsgegenstände

eliminiert und an deren Stelle Elektrochemie gesetzt. Aus den folgenden Schlußbemerkungen erhellt zur Genüge, daß die hohe Bedeutung, welche der Mathematik in der schulmäßigen Ausbildung des künftigen Technikers zukommt, an maßgebender Stelle keineswegs verkannt, vielmehr in vollem Umfange gewürdigt wird. Bestimmend für den Inhalt der eben erwähnten ministeriellen Verordnung war zweifellos das Bestreben, den modernen Tendenzen, welche auf eine Erleichterung und Vereinfachung der Reifeprüfungen hinzielen, nach Möglichkeit gerecht zu werden. Zudem mochte in Erwägung gezogen worden sein, daß die Prüfungen aus den beruflichen Fächern und ganz insbesondere jene aus der Elektrotechnik der Kommission reichlich Gelegenheit bieten, von dem mathematischen Wissen und Können jedes einzelnen Prüfungskandidaten ein deutliches Bild zu gewinnen.

Schlußbemerkungen.

Die Absolventen selbst schon der niederen Fachschulen am Technologischen Gewerbemuseum erhalten ein Abgangszeugnis, welches ihnen bis vor wenigen Jahren die Berechtigung zum Antritte und selbständigen Betriebe des Mechaniker- beziehungsweise Schlossergewerbes gab. Gemäß den Bestimmungen der Gewerbegesetznovelle vom 5. Februar 1907 wurde diese Berechtigung in eine bloße Begünstigung im Falle der Bewerbung um einen diesbezüglichen Befähigungsnachweis umgewandelt. In Anbetracht dieses und mehr noch des anderen Umstandes, daß die höheren Fachschulen in manchen Disziplinen nicht so sehr eine Vertiefung als vielmehr eine Fortsetzung und Erweiterung des an den niederen Fachschulen gelehrten Stoffgebietes anstreben, wurde der längst erwogene Gedanke, an der künstlichen Cäsur, welche eine fast nur mehr äußerliche Trennung der niederen Fachschulen von den höheren bewerkstelligt, in Zukunft nicht festhalten zu wollen, zunächst bei den Fachschulen für Elektrotechnik in die Tat umgesetzt,

Wie schon an anderer Stelle erwähnt worden, beschränkt sich jedoch die Umgestaltung der beiden Fachschulen für Elektrotechnik zu einer einheitlichen höheren Fachschule mit fünfjähriger Unterrichtsdauer keinesfalls auf eine bloß formale Änderung der ursprünglichen Organisation. Auch der Lehrplan hat in gar manchen Punkten eine Reform erfahren. Die größte Berücksichtigung ward dabei dem mathematischen Unterrichte zuteil. Die Neugestaltung desselben bezieht sich nicht so sehr auf den Inhalt wie auf die Verteilung des Lehrstoffes und die für die Aufarbeitung des letzteren zur Verfügung gestellte Zeit. In den neuen Lehrplan sind die Elemente der sphärischen Trigonometrie aufgenommen und im übrigen wird ohne wesentliche Einschränkung des in den vergangenen Jahren behandelten Stoffgebietes

die praktische Seite des Unterrichtes ganz besonders betont. So findet man im Programm unter anderem angeführt: Häufige Übungen im Kopfrechnen, Benützung tabellarischer Behelfe und des logarithmischen Rechenschiebers (dessen Erklärung und Verwendung beim Unterrichte bisher den Vertretern der technischen Fächer vorbehalten war), Aufgaben unter Einbeziehung des mechanisch- und elektrotechnischen Fachgebietes.

Die Elementarmathematik wird in den ersten fünf, die höhere Mathematik in den folgenden drei Semestern zur Erledigung gebracht. Damit erscheint der Charakter der Mathematik als der einer grundlegenden Disziplin gewahrt. Die wichtigste auf den mathematischen Unterricht sich beziehende Neuerung betrifft aber das ihm zugewiesene Zeitausmaß. Im 1., 2. und 3. Jahrgang ist die Mathematik wöchentlich mit 8, 6 und 5 Stunden, im 4. Jahrgang mit 3 wöchentlichen Stunden im Winter- und mit 2 Stunden im Sommerhalbjahr bedacht. Die auf ein Jahr reduzierte wöchentliche Stundenzahl beträgt somit 21·5 gegenüber 15 in den letztverflossenen Jahren.

Wenn es auch unzulässig erschiene, im gegenwärtigen Augenblicke über den mutmaßlichen Erfolg des neuen Lehrganges, dessen wirkliche Durchführung erst nach Verlauf von mehreren Jahren zum völligen Abschlusse gelangt sein wird, ein endgültiges Urteil zu fällen, so kann man doch heute schon, ohne fürchten zu müssen, einer allzu optimistischen Veranlagung geziehen zu werden, das eine voraussagen: Die zweckmäßigere Aufteilung des mathematischen Lehrstoffes und die beträchtliche Erhöhung der Stundenzahl (beides ist einer Verfügung des Ministeriums für öffentliche Arbeiten zu verdanken, deren Bestimmungen weit über die Grenzen der diesbezüglichen von dem Lehrkörper unterbreiteten Vorschläge hinausgehen) werden nicht nur die Ergebnisse des mathematischen Unterrichtes in günstigstem Sinne beeinflussen; mittelbar wird eben hierdurch auch die in einem späteren Zeitpunkte einsetzende praktische Ausbildung der Zöglinge weit mehr gefördert sein als bisher.

Aus den vorhin gemachten kurzen Andeutungen ist ersichtlich, daß die Vermehrung der wöchentlichen Stundenzahl ausschließlich dem elementarmathematischen Unterrichte zugute kommt. Und dies mit Recht. Die Elementarmathematik ist für jeden Techniker, aus welcher Schule immer er hervorgegangen und auf welchen Posten das Schicksal ihn auch gestellt haben mag, ein notwendiges, unentbehrliches Requisit. Der höheren Mathematik wird das nämliche Attribut allemal nur im Wirkungskreise bevorzugterer Geister beizulegen sein.

Wien, Mitte März 1911.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 11.

DIE MATHEMATIK IM PHYSIK-UNTERRICHT

DER

ÖSTERREICHISCHEN MITTELSCHULEN

VON

SCHULRAT DR. ALOIS LANNER
INNSBRUCK.

WIEN 1912.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Die Mathematik im Physikunterricht der österreichischen Mittelschulen.

Von Schulrat Dr. **Alois Lanner.**

Einleitung.

Die Frage ist schon vielfach Gegenstand didaktischer Erörterungen gewesen, wie sich in der Mittelschule der Lehrer auf den Grenzgebieten zu verhalten habe, deren Behandlung sowohl eine mathematische wie auch eine empirische sein kann, ob sie konsequent nach der einen oder anderen Seite neigen soll oder je nach dem Bedürfnis geändert werden darf. Man kann nicht sagen, daß sich an den österreichischen Mittelschulen ausgesprochen diese oder jene Richtung entwickelt habe, denn die in einzelnen Fachkreisen ausgebildeten Traditionen wurden im Laufe der Zeit durch die Verfügungen der Unterrichtsbehörden immer mehr in gleichmäßige Bahnen gelenkt und erfuhren hauptsächlich in den letzten 10 Jahren nicht unwesentliche Abänderungen. Im Folgenden soll näher ausgeführt werden, in welchen Problemen hier der Physikunterricht von der Mathematik und diese von jenem beeinflußt werden und in welcher Richtung sich diese Wechselwirkung fortbewegt.

Es wäre allenfalls angemessen, die von einzelnen Lehrbüchern im allgemeinen und besondern angewendeten Darstellungsformen zu besprechen und Berichte über mündliche Lehrvorgänge zu bringen, die für verschiedene Zeitstufen und Unterrichtsgebiete den Hoch- oder Tiefstand erkennen und bemessen lassen. Allein dies würde dazu führen, an einzelnen Autoren Kritik zu üben und das eigene Urteil über das der anderen zu stellen, was grundsätzlich vermieden sei. Es hat auch für den Fernestehenden wenig Wert zu wissen, wer dies oder jenes gesagt hat, wenn er nur wissen will, um was es sich dabei handelt.

G r i m s e h l s jüngst erschienene D i d a k t i k und M e t h o d i k d e r P h y s i k (München 1911) nimmt einen Standpunkt ein, welcher die Ansichten breitester Fachkreise auch in Österreich zum Ausdruck bringen dürfte. Die Gefahr läßt sich nun einmal nicht leugnen, daß

manche Physikstunde mit reiner Mathematik ausgefüllt wird. Das ist, solange es sich um Ausnahmen handelt, kein Fehler, wie es auch keinem Lehrer verwehrt ist, dann und wann in einer Mathematikstunde ein physikalisches Problem zu behandeln. Dies kann den Gedanken der gegenseitigen Durchdringung beider Fächer nur in wünschenswerter Weise fördern.

Nicht mit Unrecht fordern aber die Physiker, daß in ihrem Wirkungsbereich die Mathematik nur den Charakter einer Hilfswissenschaft behalte. Dieser Forderung werden die neueren österreichischen Lehrpläne in der Weise gerecht, daß schon auf der Unterstufe graphische Darstellungen als Anschauungsmittel vorgeschrieben sind und damit die Schulung des „funktionalen Denkens" wenigstens angebahnt wird. Damit ist dem Schüler der primitivste Ersatz für die analytische Darstellung geboten und der Lehrer kann sich später um so leichter desselben mit dem Bewußtsein bedienen, daß er auf Verständnis rechnen kann. Die Physik gewinnt durch die mathematische Formulierung an wissenschaftlicher Schärfe und versorgt dafür die Mathematik dankbar mit vielen neuen Problemen zur Ausbildung neuer Begriffe und Operationen.

In den „Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen in Österreich im Anschluß an einen Normallehrplan" aus dem Jahre 1883 heißt es im Abschnitte über Physik unter dem Titel 3.

„Mathematsche und verwandte Beziehungen. *a)* In den unteren Klassen kann von einer mathematischen Formulierung der Gesetze nur selten die Rede sein, in den meisten Fällen wird man sich damit begnügen, gewisse besonders wichtige Größenbeziehungen entweder durch Wortgleichungen oder durch Zahlen zum Ausdrücke zu bringen, zum Beispiel wenn ein Körper von einer Lichtquelle 2-, 3-, 4mal soweit entfernt ist, so beträgt seine Beleuchtungsstärke nur den 4., 9., 16. Teil; dabei ist zu beachten, daß die mathematische Formel oder die Wortgleichung nur auf dem Wege der Erfahrung ermittelt und die richtige Auffassung durch Anwendung auf Zahlenbeispiele gesichert werden muß. Zu dem unbedingt zu Merkenden gehören auch die wichtigsten physikalischen Konstanten, wenn auch nur in ganz roher Annäherung, zum Beispiel die Beschleunigung der Schwere beträgt fast 10 Meter; die Gase dehnen sich vom Eispunkt bis zum Siedepunkt um etwa ein Drittel ihres Volumens aus; Wasser, welches 424 Meter hoch fällt, kann sich durch den Stoß um 1° Celsius erwärmen.

b) Vor allem darf der Lehrer selbst das Verhältnis der Mathematik zur Physik nicht verkennen; er wird dann auch nicht in die Gefahr kommen, die physikalische Lehrstunde zu einer bloß mathematischen zu machen.

Der Zweck des physikalischen Studiums ist die Erkenntnis des Zusammenhanges der Erscheinungen. Der Schüler soll also angeleitet

werden zur Beobachtung und zur Ableitung von Regeln aus den Beobachtungen. Dazu ist die Mathematik nur ein Mittel. Es bleibt in der Physik noch sehr viel zu verstehen übrig, auch wenn man alle Mathematik bei Seite läßt. Wo aber Mathematik angewendet wird, muß man sich die Bedeutung dieser Anwendung gegenwärtig halten und gelegentlich auch dem Schüler klar machen. Jede Formel, die ein Naturgesetz ausdrückt, ist bloß ein zusammenfassender Ausdruck einer Reihe von Tatsachen. Die Formel ist die kürzeste, einfachste, zusammenfassendste Beschreibung der Erscheinungen.

Weil die Kenntnis der Erscheinungen die Hauptsache und die Mathematik nur das Mittel dazu ist, sollte schon in den Lehrbüchern stets die kürzeste, einfachste und anschaulichste Deduktion gewählt sein. Eine Ableitung wird nicht klarer und strenger dadurch, daß sie umständlicher und länger wird. Ableitungen, welche durch Verdecken der Schwierigkeiten den Schein der Strenge annehmen, sind durchaus zu vermeiden.

c) Bei Anfängern entsteht leicht die Meinung, als könne man mathematisch beweisen, daß die Natur so sein müsse und nicht anders sein könne. Dieser Meinung muß durch gelegentliche klare Auseinandersetzung des Sachverhaltes begegnet werden. Wenn die Fallgeschwindigkeiten wie die Fallzeiten sich verhalten, so müssen auch die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten sich verhalten, oder umgekehrt, weil beides nur verschiedene Ansichten derselben Erscheinung sind; daß aber das eine oder das andere zutreffen müsse, kann man nicht von vornherein mathematisch beweisen, sondern nur erfahren. Macht man die Newtonsche Gravitationsannahme, so denkt man eigentlich die Keplerschen Gesetze schon mit, nur muß man sich dies erst allmählich klar auseinanderlegen. Daß die Gravitationsannahme richtig sei, kann man aber nicht anders beweisen, als indem man zeigt, daß sie den Beobachtungen entspricht. Wenn verschiedene Beschleunigungen voneinander unabhängig sind, so setzen sie sich nach dem Parallelogramm zusammen; daß sie aber unabhängig voneinander sind, kann bloß die Erfahrung lehren. So hat also die Mathematik in der Physik keine andere Aufgabe, als zu zeigen, daß mit gewissen Eigenschaften einer Erscheinung gewisse andere schon mitgedacht, mitbestimmt sind; daß die Beobachtung gewisser Eigenschaften genügt, um die besondere Beobachtung anderer überflüssig zu machen.

Die Mathematik erspart also die Mühe überflüssiger Beobachtungen und erleichtert die Arbeit der Übersicht.

d) Schon der den unteren Klassen zugewiesene Lehrstoff kann genügen, den Schüler in seinen Vorstellungen an die Bestimmtheit zu gewöhnen, welche in der Natur zutage tritt. Eine einmal beobachtete Eigenschaft einer Erscheinung findet sich immer wieder, so oft die

Erscheinung einfach oder mit anderen kombiniert auftritt. Die Eigenschaften der Fallbewegung finden sich zum Beispiel im Wurfe wieder. Das Wiedererkennen schon bekannter (ein- für allemal beobachteter) Eigenschaften von Erscheinungen in Komplexen von Erscheinungen bildet die Erklärung. Hierin eben liegt die Erleichterung der Übersicht und die große Ersparnis an Zeit und Mühe, welche die geordnete (wissenschaftliche) Naturbetrachtung vor der dem Zufalle überlassenen voraus hat.

Manche Fälle sind besonders geeignet an Bestimmtheit des Denkens zu gewöhnen. Hat man zum Beispiel experimentell gezeigt, daß die Wirkung eines Gewichtes am Hebel nicht nur durch dessen Größe, sondern auch durch dessen Abstand vom Drehpunkte bestimmt ist, so kann der Fall, in welchem gleiche Gewichte in gleichen Abständen zu beiden Seiten des Drehpunktes angehängt sind, ohne Versuch von vornherein beurteilt werden. Es ließe sich hier keine Regel angeben, nach welcher die Drehung erfolgen sollte, und es erfolgt auch keine Drehung. Dasselbe gilt für eine Rolle, über welche eine Schnur gelegt ist, die einen beliebigen Bogen umspannt und welche an beiden Enden mit gleichen Kräften gezogen wird; dasselbe gilt ferner auch für den Fall, daß in einer Ebene drei gleiche Kräfte unter Winkeln von 120° gegeneinander auf einen Punkt wirken. Solche Fälle haben als Denkübung eine nicht zu übersehende Bedeutung; die Fertigkeit, solche Fälle zu finden oder in gegebenen Beispielen wieder zu erkennen, hat schon wichtige Erweiterungen der Wissenschaft herbeigeführt.

Ein ähnlicher Grundsatz zur Beurteilung mancher Gleichgewichtsfälle, der freilich auch erst in den oberen Klassen zur Sprache kommen kann, ist der folgende: Es geschieht nichts, das heißt es besteht eben Gleichgewicht, wenn die vorhandenen Kräfte nichts verrichten können, wie zum Beispiel, wenn der Schwerpunkt eines aufgehängten Körpers in der tiefsten Stellung ist (Kettenlinie), oder wenn ein Flüssigkeitsquantum die Gestalt eines Körpers von kleinster Oberfläche angenommen hat (Tropfenbildung). Solche weitertragende allgemeine Bemerkungen, welche nahe genug liegen und den Blick mächtig erweitern, werden gewiß sehr befriedigen und als Lohn der Arbeit des Lernens erscheinen. Nur wenn der Unterricht in der Physik mit steter Rücksicht auf die Erkenntnis allgemeiner Prinzipien erteilt wird, wird er auch die allgemeine Bildung wesentlich fördern können.

e) Zu Bemerkungen (in den Oberklassen) über das Wesen der Theorie und der Erklärung sollen nur besondere Fälle den Anlaß bieten. So ist zum Beispiel die einfache Brechung des Lichtes durch die Nachweisung des Snelliusschen Sinusgesetzes mathematisch beschrieben; sie ist (hypothetisch) erklärt, indem man die Lichtbewegung als eine Wellenbewegung darstellt und zeigt, daß das Sinusgesetz der Brechung jeder Wellenbewegung beim Übergange aus einem isotropen Mittel in ein anderes zukommt. Hier ist ein spezielles Gesetz einer Erscheinung

auf ein allgemeines mechanisches Gesetz zurückgeführt worden, worin eben die sogenannte Erklärung der Erscheinung liegt. Wo man eine noch unbewiesene Annahme zur Erklärung einer Erscheinung voraussetzt, ist dieses immer nur ein Notbehelf, und die Annahme (Hypothese) muß wenigstens eine solche sein, welche die Übersicht erleichtert und die Möglichkeit bietet, auf die Probe gestellt zu werden. Dieser Gesichtspunkt wird bei der Besprechung des Wertes und Nutzens der Hypothesen im Auge zu behalten sein.

f) Lehrsätze von größerer Allgemeinheit (wie zum Beispiel das Prinzip der virtuellen Bewegungen oder das Gesetz der Erhaltung der Arbeit u. dgl., insofern solche Sätze in den oberen Klassen der Mittelschulen überhaupt zur Sprache kommen können) sollen niemals von vornherein aufgestellt und dann erst erläutert, sondern vielmehr umgekehrt, stets an speziellen Beispielen nachgewiesen und aus denselben in ihrer allgemeineren Fassung abstrahiert werden. Allgemeinere Methoden sind in der Wissenschaft immer das Ergebnis vieler Detailarbeit und müssen es auch im Unterrichte sein. In der Methode liegt die Einsicht, daß man einen Gedanken ein- für allemal denken kann und ihn nicht in jedem neuen Falle wieder zu denken braucht."

In der Neuausgabe der „Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen in Österreich", die mit Erlaß vom 1. März 1899, Z. 5546 veröffentlicht wurden, finden wir folgende auf diese Frage bezügliche Stelle unter „Methode des Unterrichts":

„Der wesentlichste Unterschied des Unterrichtes auf der Unter- und Oberstufe wird in der Form der Aufstellung der Gesetze und der Begründung der Erscheinungen zutage treten. Während nämlich beim propädeutischen Unterrichte der Ausdruck des Gesetzes und die Begründung der Erscheinung häufig nur in qualitativer Form erfolgen kann, und in jenen Fällen, in denen sich auch der quantitative Zusammenhang zwischen den Elementen der Erscheinung leicht feststellen läßt, die gesetzliche Beziehung der Anschaulichkeit wegen passend in besonderen Zahlen ausgedrückt wird, hat auf der Oberstufe des Unterrichts die Formulierung der Gesetze nach Möglichkeit auf mathematischem Wege zu erfolgen.

Doch sollen schwierigere Deduktionen, namentlich solche, die ohne höhere Mathematik nur auf umständliche Weise durchgeführt werden können und keineswegs geeignet sind, die Einsicht in den physikalischen Zusammenhang der Tatsachen zu fördern, vermieden werden. So wird, um nur auf ein bekanntes Beispiel hinzuweisen, die Ableitung der Beziehung $s = \frac{g}{2}t^2$ mit Hilfe der Zerlegung der Bewegungsdauer in eine sehr große Anzahl kleiner Zeitteilchen nicht klarer, als wenn sie in kurzer Weise mit Hilfe

der mittleren Geschwindigkeit erfolgt. Man versäume nur nicht zu betonen, daß das **gleichmäßige** Wachsen der Geschwindigkeit es ermöglicht, die mittlere Geschwindigkeit leicht zu bestimmen, und unterstütze die Erklärung durch eine entsprechende Zeichnung.

In Fällen, wo die mathematische Deduktion die Kräfte der Schüler übersteigt, begnüge man sich mit einer bloßen Erläuterung und, wo dies leicht möglich ist, mit einer experimentellen Bestätigung des Gesetzes.

Um den Zusammenhang der verschiedenen Energieformen nach der quantitativen Seite verfolgen zu können, erscheint es auf der Oberstufe auch notwendig, das **absolute Maßsystem** in konsequenter Weise zu berücksichtigen, wenigstens hinsichtlich der Aufstellung der **Definitionen** der Einheiten. Die Feststellung der „Dimensionen" der verschiedenen physikalischen Größenarten kann bei Mangel an Zeit übergangen werden."

Im Erlaß des Ministeriums für Kultus und Unterricht vom 23. Februar 1900, Z. 5146, mit welchem ein neuer Lehrplan der „Instruktionen für den Unterricht an den Gymnasien in Österreich" veröffentlicht wird, ist diese Frage in den unter A. „Allgemeine Bemerkungen" bei „Lehrvorgang" in folgender Weise ausgeführt:

„Da der Schüler angeleitet werden muß, das gefundene Gesetz auf besondere Fälle anzuwenden, so werden sich der Induktion in den meisten Fällen deduktive Schlußfolgerungen anreihen, die erst nachträglich durch das Experiment bestätigt werden. Gerade dadurch wird der Schüler die volle Überzeugung von der Richtigkeit des auf dem Wege der unvollständigen Induktion gewonnenen Gesetzes erlangen.

Wenn nun auch auf jeder Stufe induktive und deduktive Schlußreihen wechseln, so wird man doch naturgemäß auf der Unterstufe viele Gesetze auf experimentellem Wege gewinnen, welche auf der Oberstufe deduktiv abzuleiten sind. Ein weiterer Unterschied des Unterrichtes auf beiden Stufen wird in der Form der Aufstellung der Gesetze zutage treten. Während nämlich beim propädeutischen Unterrichte der Ausdruck des Gesetzes und die Begründung der Erscheinung häufig nur in qualitativer Form erfolgen kann, und in jenen Fällen, in in denen sich auch der quantitative Zusammenhang zwischen den Elementen der Erscheinung leicht feststellen läßt, die gesetzliche Beziehung der Anschaulichkeit wegen passend in besonderen Zahlen ausgedrückt wird, hat auf der Oberstufe des Unterrichtes die Formulierung der Gesetze nach Möglichkeit auf mathematischem Wege zu erfolgen.

Obwohl diese Verwendung der Mathematik unentbehrlich ist, weil der mathematische Ausdruck die einfachste und umfassendste Beschreibung der Erscheinung gibt und durch ihn der Schüler zur Bestimmtheit im Ausdruck gezwungen wird, so ist dieselbe doch auch nur ein Mittel, um den Zusammenhang der Erscheinungen zu erkennen.

Die mathematische Entwicklung ist sogar in vielen Fällen für die spezielle Aufgabe des physikalischen Unterrichtes von untergeordnetem Werte; erst mit der Diskussion und experimentellen Bestätigung des Ergebnisses kommt dieselbe wieder zur Geltung. Daraus entspringt die Forderung, in dem Gebrauche der Mathematik Maß zu halten. Nicht der mathematische Beweis, sondern das Verständnis des physikalischen Vorganges muß in den Vordergrund treten. Es ist also stets die kürzeste, einfachste und anschaulichste Deduktion, eventuell mit Benützung graphischer Darstellungen, zu wählen. Schwierigere mathematische Entwicklungen vermeide man gänzlich und suche das Gesetz experimentell zu gewinnen. In einzelnen Fällen wird es genügen, das Ergebnis der Rechnung einfach mitzuteilen."

Über die Aufgaben in der Physik finden wir die folgende wichtige Stelle:

„Einen wichtigen Teil des Unterrichtes bilden die physikalischen Aufgaben. Die sogenannten Denkaufgaben können den Unterricht auf jeder Stufe begleiten und werden ein dauerndes Interesse für die Beobachtung von Naturerscheinungen wecken; Rechenaufgaben kommen vorwiegend für die Oberstufe in Betracht. Durch die Anwendung der gefundenen Gesetze auf konkrete Fälle wird das Wissen zum Können; Aufgaben verlangen daher vom Schüler eine größere Selbsttätigkeit insbesondere, wenn die Notwendigkeit vorliegt, verschiedene Gesetze zu kombinieren. Sie können auch manchmal geradezu die Wiederholung ersetzen. Statt die unveränderte Wiedergabe einer vom Lehrer allgemein behandelten Frage (zum Beispiel die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises) zu verlangen, kann dem Schüler eine Aufgabe in besonderen Zahlen mit einer anderen Größe als Unbekannten (Ausgleichs- oder Anfangstemperatur des Wassers, Gewicht des Eises oder Wassers) vorgelegt werden; es empfiehlt sich aber — wenigstens in einigen Fällen. — die Rechnung mit denselben gegebenen Zahlen durchzuführen.

Sollen aber derartige Aufgaben ihren Zweck wirklich erfüllen, so ist vor allem notwendig, daß die gewählten besonderen Zahlen sowie die sich ergebenden Resultate möglichst einfach sind, damit der Schüler durch die Schwierigkeit oder durch den Umfang der auszuführenden mathematischen Operationen von der physikalischen Seite der Aufgabe nicht abgelenkt werde. Aufgaben von vorwiegend mathematischem Charakter sind gänzlich auszuschließen und eventuell dem mathematischen Übungsstoffe der beiden letzten Klassen einzuverleiben.

In welchem Umfange derartige Aufgaben behandelt und ob gelegentlich, wenn die nächste physikalische Lehrstunde vom Schüler nur eine geringe Vorbereitung verlangt, solche Aufgaben auch zur häuslichen Bearbeitung gestellt werden sollen, muß dem Ermessen des Lehrers überlassen bleiben. Liegt infolge zu großer Schülerzahl die

Notwendigkeit vor, einmal im Semester eine schriftliche Arbeit zu geben, so werden sich hierzu derartige Aufgaben von durchschnittlich geringer Schwierigkeit besonders eignen.

Eine besondere Aufgabensammlung in die Hände der Schüler zu geben, ist nicht notwendig. Es dürfte genügen, wenn im Lehrbuche am Schlusse jedes Abschnittes einige Musterbeispiele eingefügt sind. Für ein weiteres Übungsmaterial kann dann der Lehrer leicht selbst sorgen."

Gelegentlich der Lehrplanänderungen für Gymnasien im Jahre 1909 wurden mit der Ministerialverordnung vom 20. März 1909, Z. 11662, mancherlei Veränderungen vorgenommen und in den zum Lehrplan hinzugefügten Bemerkungen, die als eine Ergänzung der früher im Anschluß an den Lehrplan herausgegebenen Instruktionen aufgefaßt werden können, heißt es, diese Frage streifend:

„Auf der Oberstufe ist großer Wert auf die genaue Formulierung der Definitionen und Gesetze zu legen. Die mathematische Behandlung muß sich aber von allen formellen Schwierigkeiten fernhalten, denn nicht der mathematische Beweis, sondern das Verständnis des physikalischen Vorganges ist die Hauptsache. Wenn eine Deduktion die Kräfte der Schüler übersteigt oder der erforderliche Zeitaufwand in keinem Verhältnisse zur Wichtigkeit des Ergebnisses steht, begnüge man sich mit einer bloßen Mitteilung und Erläuterung desselben. Beispiele und Aufgaben führen bei sorgfältiger Auswahl und Behandlung zu einer gründlichen Durcharbeitung des Stoffes ohne weitere Belastung des Gedächtnisses. Auch die graphische Darstellung physikalischer Ergebnisse wird zuweilen mit großem Vorteil Verwendung finden können."

Ungefähr damit gleichlautend ist die analoge Stelle in den Bemerkungen zum physikalischen Lehrplan für Realschulen in der Verordnung vom 8. April 1909, Z. 14741.

Die Zahl der Stunden, die dem Physikunterricht gewidmet sind, beträgt in den Klassen III und IV, VII und VIII, auf die er beschränkt ist, an den Gymnasien

	III	IV	VII	VIII
nach dem Lehrplan 1900	2 (im I. Sem.)	3	3	3
„ „ „ 1910	2 „	3	4	3 (4)

und an den Realschulen

	III	IV	VI	VII
nach dem Lehrplan 1899	3	2	4	4
„ „ „ 1909	3	2	4	4

Im zweiten Semester wird der Physikunterricht der III. Klasse durch die mit den Grundlehren der Chemie verknüpfte Mineralogie

ersetzt und die vierte Stunde des Physikunterrichtes in der VIII. Klasse ausschließlich der Wiederholung vorbehalten.

Der mit Ministerialverordnung vom 20. März 1909, Z. 11662, herausgegebene physikalische Lehrplan ist am Schlusse der Schrift abgedruckt.

Die wichtigsten auf den Physikunterricht bezüglichen Lehrpläne erschienen für die Gymnasien in den Jahren 1883, 1900 und 1910 und für Realschulen in den Jahren 1899 und 1909. Die Lehrpläne der neueren Mittelschultypen, der Realgymnasien und Reform-Realgymnasien, sind größtenteils aus den obigen übernommen und bieten in prinzipieller Hinsicht nichts wesentlich neues.

Das sind die Grundlagen und somit auch die Richtlinien einerseits für die Unterrichtsperioden von 1883—1899/1900 und dann bis 1909/10 und andrerseits in der seitdem begonnenen Umgestaltung. Natürlich stellen diese Verfügungen nur die Umrisse dar, in welchen sich der mündliche Unterricht bewegt, wobei allerdings das lebende Wort einer gewissen Beweglichkeit nicht entbehrt.

Die mathematische Behandlung physikalischer Probleme im allgemeinen.

Die Technik des Ziffernrechnens. Wie schon in den Mitteilungen über den Mathematikunterricht hervorgehoben wurde, war das Rechnen mit unvollständigen Zahlen, wie sie das Messen liefert, nach den älteren Lehrplänen Gegenstand der zweiten Klasse und wurde nach den neueren auf die dritte verlegt. Es ist dies für den gleichzeitig beginnenden Physikunterricht insofern vorteilhaft, als die Schüler dabei sofort Gelegenheit haben, an praktischen Beispielen die Zweckmäßigkeit dieser Rechnungsart kennen zu lernen, welche der traditionellen Auffassung von der absoluten Genauigkeit aller Rechnungen zu widersprechen scheint. Übrigens kommen auf dieser Stufe die verwendeten Werte mehr als einfache Zahlenbeispiele und nicht als Präzisionsmessungen in Betracht.

Die Frage nach den Fehlergrenzen und Durchschnittswerten ist hier noch nicht am Platze, denn sie würde die Aufmerksamkeit zu sehr vom Hauptthema ablenken.

Auf der Oberstufe soll dieses Prinzip konsequent beachtet werden. Leider geben hier die Lehrbücher nicht immer ein gutes Beispiel, da sie mehrfach mit fünf- bis sechsstelligen Zahlen operieren während der Lehrer oft nicht einmal über Apparate verfügt, die auch nur einprozentige Genauigkeit gewährleisten. Die neuerlich mit Nachdruck geforderte Betonung der graphischen Darstellung kann hierin Wandel schaffen, da auch die den Zeichnungen entnommenen Daten keine größere Genauigkeit als 1 Prozent bis 1 Promille gestatten und damit soll es in der Physik der Mittelschule im allgemeinen sein Bewenden haben. Angesichts der Tatsache, daß die meisten gemessenen Größen ebensowenig einen „wahren Wert“ festzustellen gestatten, als ein über das Knie gebrochener Holzstab eine „wahre Länge“ hat, ist es besser, darüber nicht viel zu sprechen. Deshalb spielt auch die Ausgleichungsrechnung in der Mittelschule keine nennenswerte Rolle. Wo es sich empfiehlt, eine Messung aus didaktischen Gründen zu wiederholen, tritt das arithmetische Mittel in seine fast instinktiv erkennbaren Rechte ein. Nicht, wie es vielfach

in der Arithmetik geschieht, auf die Zahl der Dezimalstellen ist besonderes Gewicht zu legen, sondern auf den Stellenwert der Ziffer höchsten Ranges, dann auf die Zahl der daran sich schließenden, durch Messung gesicherten zwei oder drei nächsten Ziffern und endlich auf die zugrunde gelegte Einheit des absoluten oder eines praktischen Maßsystems. Der Gebrauch des in Österreich leider sehr vernachlässigten Rechenschiebers verlangt ebenfalls diese Auffassung der Behandlung der Maßzahlen.

Eine prinzipielle Frage ist die Begründung der Wahl der Rechnungsoperationen oder der zur Verknüpfung verschiedener Größenarten erforderlichen Funktionen. Sie wird in den Lehrbüchern kaum irgendwo ernstlich berührt und hängt mit der Frage nach den Dimensionen zusammen. Hierüber äußern sich die „Instruktionen" aus dem Jahre 1900 wie folgt: „Die Feststellung der Dimensionen der verschiedenen Arten physikalischer Größen ist für den Gymnasialunterricht nicht unbedingt nötig, die Verwendung einer Dimensionsgleichung zur Begründung eines Gesetzes aber ganz unzulässig." Damit ist aber die Erörterung der Funktionsfrage hoffentlich noch nicht verboten.

Die Einheitlichkeit der Bezeichnungen ist ebenfalls eine Frage von allgemeiner Bedeutung. Daß man Punkte mit großen lateinischen Buchstaben, Strecken mit kleinen und Winkel mit griechischen Buchstaben bezeichnet, davon dürfte es in den Büchern auch ohne diesbezügliche Zwangsvorschrift kaum noch Ausnahmen geben. Aber die Sprache der Physik setzt sich aus viel mehr Elementarbegriffen zusammen und bei diesen herrscht noch keine einheitliche Orthographie. Freilich wäre es nicht zu begrüßen, wenn jeder Verstoß gegen dieselbe sofort zu einem Kapitalfehler gestempelt würde, wie in gewissen anderen Fächern. Damit läßt sich die funktionelle Abhängigkeit in sehr instruktiver Weise zur Geltung bringen, indem man durch Anbringen von Indexzahlen andeutet, von welchen Größen ein Zahlenwert abhängt, oder wenigstens einstweilen in seiner Abhängigkeit betrachtet wird.

Die Aufgaben bereiten in der Physik eigenartige Schwierigkeiten. Sie gleiten größtenteils unmittelbar in das mathematische Fahrwasser hinüber und neigen zur Alternative, daß sie entweder rein mechanisch behandelt, also fast nach Rechenrezepten erledigt werden, oder es werden daraus Arbeiten zum Kopfzerbrechen. Wenn im letzteren Falle der Schüler nicht Hilfe „von Oben" bekommt und ein erfahrener Freund rasch auf den springenden Punkt aufmerksam macht, so vergeudet der Schüler häufig eine Menge von Zeit und Mühen, um schließlich zur Einsicht zu kommen, daß die Lösung recht einfach gewesen wäre, wenn man ihn auf das Wesentliche aufmerksam gemacht hätte. Diese Schwierigkeit hat in der Regel darin

ihren Grund, daß im Unterricht entweder das Hauptargument zu wenig als solches hervorgekehrt wurde, oder daß zuviele Nebensachen in Betracht gezogen wurden. Der Schüler glaubt dann noch diese und jene Bedingung auch in Rechnung ziehen zu sollen und kommt dabei zu Problemen, denen er nicht gewachsen ist. Alle derartigen Aufgabenlösungen sind nur Zeit- und Arbeitsverlust und müssen vermieden werden.

Es ist natürlich für die Frage der mathematischen Behandlungsform auch nicht gleichglütig, ob die an die Tafel geschriebenen Formeln als Endergebnis langer Ableitungen und vieler Zwischenrechnungen erscheinen, ob sie plötzlich in stereotyper Gestalt auftauchen oder endlich in Verbindung mit einem lebhaften Vortrag langsam aufgebaut werden. In dieser Hinsicht lassen sich nicht gut allgemeine Vorschriften machen, aber die dem jungen Lehrer begegnenden Schwierigkeiten werden gewiß am ehesten durch fleißige Schulung überwunden. teils durch Anhören erfahrener Lehrer, teils durch Teilnahme an den Vorträgen anderer Kandidaten und endlich auch durch eigene Lehrproben, die fachkundig besprochen werden. Diesem Erfordernis pädagogischer und didaktischer Schulung sollen die jüngsterflossenen Prüfungsvorschriften Rechnung tragen, indem einzelnen Anstalten Lehrerseminare angegliedert werden.

Die mathematische Behandlung physikalischer Probleme im besonderen.

Die Mechanik.

Daß die Mechanik auf der Oberstufe an die Spitze des Physikunterrichtes zu stellen sei, gilt ziemlich allgemein als ausgemachte Sache; die Lehrstoffverteilung auf der Unterstufe ist dagegen eine andere, und zwar aus Rücksicht auf den Unterricht in der Mineralogie in der III. Klasse, mit dem die Grundlehren der Chemie verknüpft werden.

Für deren Behandlung ist es natürlich vorteilhaft, wenn die Schüler bereits mit den Grundbegriffen der Elektrizitätslehre vertraut sind, die andernfalls erst in der IV. Klasse durchgenommen werden müßten. Außerdem sind die Schüler in der IV. Klasse für die Verwendung der in der Mechanik unvermeidlichen mathematischen Formeln besser vorgebildet als in der III. Klasse. Da auf der Unterstufe die mathematischen Ausführungen vorschriftsmäßig noch mehr als auf der Oberstufe zurücktreten sollen, so lohnt es sich nicht, sie gesondert zu behandeln. Soweit auf der Unterstufe Rechnungen in Betracht kommen, haben dieselben meistens den Charakter von Zahlenbeispielen und weniger den von mathematischen Problemen. Anders auf der Oberstufe. Hier bilden die mathematischen Ausführungen in der Mechanik die ersten Anfänge und vielleicht auch schon die Gebiete stärkster Entfaltung, somit auch die größte Gefahr für jene Übertreibungen, die man nicht unzutreffend als „Kreidephysik“ bezeichnet hat.

Bekanntlich sind es die Begriffe von Geschwindigkeit und Beschleunigung, welche der Forderung zur Einführung der Infinitesimalrechnung in die Mittelschule die Wege geebnet haben. Es kommt dabei auf die Frage an, ob man diese Probleme als Anwendungsgebiet der reinen Mathematik behandeln soll oder ob umgekehrt die von den kinetischen Vorgängen gebotenen Anschauungsmittel für die Entwicklung der infinitesimalen Grundvorstellungen den Nährboden geben sollen. An dieser Stelle fällt für viele Schüler die Entscheidung, ob sie sich dem Gegenstande mit Begeisterung hingeben oder sich davon mit dem Gefühle der Enttäuschung zurückziehen.

Als Anschauungsmittel dient dabei die berüchtigte „Fallmaschine". Dieser Apparat hat in seiner gebräuchlichsten Form prinzipielle Fehler. Der wesentlichste Teil, die sich bewegende Schale fällt viel zu wenig in die Augen, ebenso der Ausgangspunkt der Bewegung und der Übergangspunkt von der beschleunigten in die gleichförmige. Die Reinheit des Experimentes wird auch dadurch sehr beeinträchtigt, daß die bewegenden Massen im Vergleich zu den störenden Teilen viel zu schwach sind. Die vertikale Stellung gestattet zu wenig Raumentfaltung. Den Schülern kommen meist nur die Pendelschläge und das klappernde Aufschlagen zur Empfindung und die Unstimmigkeiten erregen mehr Interesse als der normale Verlauf. Dicke rote Zeiger auf weißer Skala, die sich längs einer langen horizontalen Bahn angemessen langsam verschieben und von mehrere Kilogramm schweren Gewichten bewegt werden, vermöchten ganz andere Vorstellungen zu erwecken.

Die Hauptschwierigkeit ist für den Schüler die Forderung, gleichzeitig auf Raum und Zeitmessung zu achten. Er soll zuerst die verschiedenen Stufen gleichförmiger Geschwindigkeit und dann eine passende Auswahl von beschleunigten Bewegungen zu sehen bekommen.

Das allmähliche Übergehen von der Ruhe zur erhöhten Geschwindigkeit ist zugleich ein vorzügliches Anschauungsmittel für eine mechanisch ausgeführte Integration.

Die allgemein verbreitete Form der geometrischen Darstellung der Integration besteht in der Aneinanderreihung von Ordinatenstreifen, deren Höhe dem Funktionswert gleichkommt; weniger wird betont, daß die immerfort zunehmende Gesamtfläche derselben auch als Funktionswert und die Ordinatenhöhe als Differentialquotient aufgefaßt werden kann, noch seltener aber, daß die Ordinatenhöhe als Integral der einzelnen Tangentialsteigungen aufgefaßt werden kann. An diese rein geometrischen Darstellungen reiht nun die Bewegungslehre ein neues sehr instruktives Anschauungsmittel. Der bei gleichförmiger Bewegung nach einer gewissen Zeit zurückgelegte Weg ist eine ziemlich geläufige Vorstellung.

Daß der Gesamtweg auch nach einer bald schnelleren bald langsameren Bewegung eine Summe aller Teilstrecken darstellt, ist von vornherein begreiflich und gibt ein treffliches Mittel ab, um das Integral als naturgemäße Erweiterung des Summenbegriffes vor Augen zu führen. Die Schüler erhalten so für die abstrakten mathematischen Darstellungsformen ein reelles Substrat. Ein zahlenmäßig sehr einfaches Beispiel für die graphische Darstellung liefert die der Parabel $y = \frac{a}{2} x^2$ entsprechende Fallbewegung, wobei die als Tangenten

dargestellten Differentialquotienten für $a = 1$ wegen $\frac{dy}{dx} = ax$ ganzzahlige Werte ergeben, die sich für $x = 1, 2, 3 \ldots$ leicht konstruieren und aus den Dreiecken förmlich herauslesen lassen. Wie der Gesamtweg als Integral vieler Augenblickswege zum Vorschein kommt, so ergibt sich auch die Endgeschwindigkeit als Integral aller Augenblicksbeschleunigungen. In dieser Weise behandelt, liefert die Kinetik das reichste Anschauungsmaterial für die so wichtigen Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung.

Von großer Bedeutung für die Einführung in die Infinitesimalbegriffe ist die Grenzwertfrage. Die Konstruktion der Tangenten an Kurven ist wegen ihrer Beziehung zur Sehne gewiß ein treffendes Bild, aber die Bewegungslehre hat sinnlich kräftiger wirkende Anschauungsformen. Das Passieren des Zeigers an einem bestimmten Skalenpunkt als Ausdruck des Differentialquotienten für einen bestimmten Argumentswert und die Endgeschwindigkeit als Integral aller Beschleunigungen sagen mehr, als endlose Reihenentwicklungen dem Schüler bieten. Nicht das Verständnis der Fundamentalsätze bereitet ihnen Schwierigkeiten, sondern nur die Kritik ihrer Grundlagen, an denen sie ohnehin nicht zweifeln. Letztere gehört nach unserer Ansicht überhaupt nicht in die Mittelschule, zunächst wegen Zeitmangels und auch deshalb, weil die Schüler auf dieser Altersstufe für die präzise Fassung zu wenig Verständnis haben. Wenn sich der Lehrer bei solchen Gelegenheiten auf den schlüpfrigen Boden der unendlich kleinen und unendlich großen Größen begibt, so hat er schon die ganze Scheibe gefehlt.

Die Masse scheint noch mehr als die Bewegungserscheinungen ureigenes Gebiet der Physik zu sein und ist es gewiß auch insofern, als mit ihrer Einführung ein Grundstein zu ihrer energetischen Behandlung gelegt wird. Aber ohne die Hebel der mathematischen Behandlung läßt er sich nicht an seine Stelle rücken. Wir glauben zwar diesen Begriff durch Vermittlung der Muskelempfindungen von Haus aus mitgebracht zu haben, aber er läßt sich erst mit Hilfe des Beschleunigungsbegriffes vom primitiveren Kraftbegriff losschälen. Über die Frage, was unter diesen Dingen, der Masse, dem Gewichte, der Kraft, Arbeit und dem Effekt, dasjenige sei, das am zweckmäßigsten in den Mittelpunkt zu stellen wäre, darüber mögen sich die Logiker mit den Empirikern streiten, in die Mittelschule gehört auch diese Streitfrage nicht hinein, denn sie wirkt mehr destruktiv als aufklärend. Eine der glücklichsten Bezeichnungen der physikalischen Nomenklatur ist die der Arbeit. Viel weniger trifft dies für „Arbeitsleistung" und „Effekt" zu. Sie bekommen aber logische Gestalt durch die Feststellung der Dimensionen und die damit zusammenhängende Beziehung zwischen den absoluten und praktischen Einheiten. Eine weiter gehende

Erörterung des Dimensionsbegriffes ist durch die Vorschriften ausgeschlossen, hier ist er aber eine Notwendigkeit, um in den Fundamentalbegriffen Klarheit zu schaffen.

Der Kraftbegriff ist vom mathematischen Standpunkt darum besonders wichtig, weil in ihm ein von der Richtung abhängiger Faktor auftritt und somit sein graphisches Bild als Vektor erscheint. Leider muß festgestellt werden, daß der Vektor als solcher und seine Verwendung in den Lehrbüchern Österreichs erst jüngster Zeit und in allzu bescheidenem Grade Berücksichtigung findet.

Das Kräfteparallelogramm steht in den Lehrbüchern und in der mündlichen Überlieferung noch in voller Blüte und nur vereinzelt läßt sich das Kräftepolygon sehen. Ein Kräftedreieck gibt es noch nicht. Noch mehr kommen die Vorteile des Vektors zum Vorschein beim Arbeitsbegriff, wenn Kraft- und Bahnrichtung einen Winkel einschließen. Die Hebelgesetze und das Drehomment werden fast ausschließlich experimentell abgeleitet und nur das Ergebnis mathematisch in Formeln und Sätzen geboten.

Eine größere Wichtigkeit nicht nur vom physikalischen, sondern auch vom mathematischen Stanepunkt besitzt der Schwerpunkt, mit den sich daranschließenden Versuchen und Konstruktionen. An seine planimetrische Bestimmung reihen sich weitergehende Ableitungen in Form einfacher Kombinationen von geradlinig begrenzten Figuren und allenfalls auch krummlinig begrenzten Flächen. Auch die stereometrischen Erweiterungen werden zu instruktiven Aufgaben verwertet. Der mathematische Wert dieses Kapitels kommt den Schülern allerdings erst bei der analytischen Behandlung in der VIII., bezw. VII. Klasse und auch hier nur im bescheidenen Maße zum Bewußtsein.

Die Behandlung des Trägheitsmomentes beschränkt sich durchwegs auf die experimentelle Form, da bisher die sonst unvermeidlichen Integrationen ausgeschlossen waren.

Die Keplerschen Gesetze wären im hohen Grade geeignet, sowohl eine ganze Reihe von Übungen rechnerischer und konstruktiver Natur damit in Verbindung zu bringen oder wenigstens mathematische Probleme anziehend und anschaulich vorzuführen. Allein dem Gymnasialschüler fehlt auch auf der Oberstufe bis dorthin eine hinreichende mathematische Vorbildung. Die meisten Schüler lernten bisher erst bei dieser Gelegenheit — von der Schule aus — eine mathematische Definition der Ellipse und der Parabel kennen, die sich mit der üblichen nicht einmal deckt, ein Mangel, der sich wohl beseitigen ließe, wenn ohne weitläufige Erörterungen und Beweise wenigstens die elementarsten Sätze über die Kegelschnitte in die Planimetrie aufgenommen würden. An die Behandlung der Keplerschen Gesetze sollen sich nach den neuesten Lehrplänen die damit zusammenhängenden

astronomischen Erörterungen knüpfen, was immerhin zu allerlei neuen Schwierigkeiten führen dürfte.

Die Pendelbewegung war einmal bei Lehrern, die sich viel auf die Geschicklichkeit zugute taten, infinitesimale Probleme elementar zu behandeln, besonders beliebt. Ob die Einführung der Infinitesimalrechnung zu ähnlichen Versuchen Anlaß geben und dabei zu wirklichen Erfolgen führen wird, bleibt erst abzuwarten. Der Unfug bestand im ersten Fall in der Fiktion, infinitesimale Operationen überhaupt vermieden zu haben, während man sich jetzt darauf berufen wird, durch ehrliche Anwendung und Betonung derselben die Aufgabe naturgemäß zu behandeln. Der didaktische Wert dieses allerdings sehr hervorragenden Kapitels der mathematischen Physik ist die naturgemäße Beschreibung kinetischer Vorgänge und der vorliegende ist noch darum von größerer Bedeutung, weil er periodischer Natur ist und somit die Grundlage für alle ähnlichen Erscheinungen liefert.

Bei der so erlangten Pendelformel ist nicht allein die Zeitdauer einer einfachen oder doppelten Schwingung, beziehungsweise deren reziproker Wert, die Schwingungszahl, als unbestimmte Größe aufzufassen. Der Schüler soll das Pendel auch als Quelle zur Bestimmung der Beschleunigung der Schwerkraft kennen lernen. Endlich kann man die Länge eines mathematischen Pendels von gleicher Schwingungsdauer als eine Größe hinstellen, deren Wert nicht mit dem Meterstab ermittelt wird, sondern mit Hilfe von g und der am Metronom bestimmten Schwingungsdauer T. Man kann sogar noch einen Schritt weitergehen, indem man zur Kontrolle aller in der Formel vorkommenden Werte dieselbe zur empirischen Bestimmung von π benutzt. Dessen Wert soll ja nach den Bemerkungen zum mathematischen Unterricht für die III. Klasse im Normallehrplan der Realschulen aus dem Jahre 1909 auch durch Wägung von Zylindern und Kugeln ziffermäßig ermittelt werden.

An diese Diskussion der Formel, welche den Zusammenhang zwischen t, g und l angibt, reiht sich die Darstellung der harmonischen Schwingung als solcher mit Hilfe der trigonometrischen Funktion eines immerfort ansteigenden Winkelwertes. Aus dieser Formel den Bewegungszustand des pendelnden Punktes, seine augenblickliche Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung durch ein- und zweimalige Differenzierung abzuleiten, hat nicht nur für die physikalische Darstellung, sondern auch für die mathematische Schulung großen Wert und die abstrakten Formeln können wohl auf keinem Wege besser anschaulich belebt werden, als durch möglichst groß und breit angelegte Versuche mit sinnfälliger Ausstattung, wie z. B. durch Skioptikonbilder, aber auch ohne dieselben, wenn man sich einmal dazu versteht, die Wirtschaft mit den vielfach noch üblichen Miniatur-

apparaten aufzugeben und mit großen, massigen Vorrichtungen zu arbeiten.

Die Kreiselprobleme dürfen nur mehr experimentell behandelt werden, was aber nicht hindert, daß der Lehrer auf die mathematische Seite des Problems wenigstens andeutungsweise aufmerksam macht, die darin besteht, daß die rotierenden Massen auf die Achsenstellung einen gewissen Einfluß nehmen, den der Schüler räumlich erfassen und zum Ausdruck bringen soll, denn diese Wirkung ist ja für die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn und für das Verständnis der Jahreszeiten und die scheinbare Bewegung des Himmels von ausschlaggebender Wichtigkeit.

Auch die Stoßerscheinungen sollen nach den neueren Vorschriften im Wesentlichen nur mehr experimentell behandelt werden. Sie waren nach ihrer mathematischen Seite insofern von Interesse, als der Unterschied zwischen dem unelastischen und dem elastischen Stoß zu verschiedenen Gleichungssystemen und dementsprechend auch zu anderen Lösungen führt. Der rechnerisch leicht zu verfolgende Verlust der Energie, der im ersten Fall auf die dauernde Deformation entfällt, läßt sich aus der mathematischen Behandlung leicht herauslesen, und in ihr bestätigt zu sehen, was das Auge am Versuch in ganz anderer Form erkennt, ist für den Schüler wertvoll.

Die Hydromechanik.

Die den Übergang zur Mechanik fester Körper besorgende Kapillarität wurde nach den neueren Plänen leider ausgeschaltet, womit auch die daran sich knüpfenden hochinteressanten Maximum- und Minimumprobleme entfallen. Dagegen wird auch noch fürderhin das an die bekannte Anekdote geknüpfte archimedische Prinzip einen Angelpunkt bilden, an den sich physikalische wie mathematische Erwägungen knüpfen lassen. Der klassische Wert der Badeepisode liegt in der Entdeckung der empirischen Methode, das Volumen ganz unregelmäßiger Körper durch Eichung festzustellen, sei es nun, daß letztere volumetrisch oder durch Wägung ausgeführt wird. Es handelt sich dabei um die experimentelle Besimmung eines dreifachen Integrales, wenn man schon alles Räumliche in ein dreiachsiges Koordinatensystem hineinspannen muß. Die Unveränderlichkeit des Flüssigkeitsvolumens bei unwesentlichen Druckänderungen bildet das tertium comparationis. Sie ist zugleich die Grundlage für den Mechanismus der hydraulischen Presse und kann als solche nicht stark genug betont werden.

Die Hydrodynamik.

Das Torricellische Ausflußgesetz ist einerseits experimentell und andrerseits auch theoretisch ohne ausführliche Nebenbetrachtungen

nicht leicht zugänglich und gibt daher zur mathematischen Behandlung wenig Anlaß.

Das Hauptproblem dieses Abschnittes ist die zu berechnende Leistungsfähigkeit der hydraulischen Motoren und speziell der Turbinen; vielfach beschränkt man sich allerdings auf die primitivsten Wasserräder. Das Problem beruht auf folgenden Erscheinungen: Sind die Hochdruckmotoren nicht belastet, so „gehen sie durch“, d. h. sie nehmen, ohne nützliche Arbeit zu leisten, sehr hohe Geschwindigkeiten an und gewisse Punkte ihres Umfanges legen ohne Aufwendung belangreicher Kraft ungeheuere Wegstrecken zurück. Wenn aber ein solcher Motor überlastet wird und dadurch zum Stillstand kommt, so leistet er ebenfalls keine namhafte Arbeit, weil trotz des großen Kraftaufwandes die beweglichen Teile keinen Weg zurücklegen. Wo liegt hier das Maximum des Effektes? Die mathematische Frage ist hier allerdings fast nur von theoretischem Wert, die Fabriksanlagen verlangen meist in erster Linie eine konstante Tourenzahl und regeln darnach den Wasserzufluß. Aber dann lautet die Frage, welcher Teil der verfügbaren Arbeit zur Geltung kommt.

Die Aëromechanik.

Während bei den Flüssigkeiten das Volumen innerhalb gewisser Grenzen als vom Druck unabhängig gelten kann und somit die Größe v als Konstante erscheint, besteht bei Gasen zwischen v und p eine funktionelle Beziehung, die sich in letzter Linie auch auf eine Konstante stützt, auf die Gaskonstante. Für die mathematische Behandlung ist es didaktisch wertvoller, zu sagen, dieser Ausdruck ist konstant, als diese Größen sind gerade oder verkehrt proportional. Während demnach als charakteristisches Merkmal für die Flüssigkeit $v = \text{const.}$ hingestellt wird, erscheint bei Gasen, abgesehen von der Temperatur, das Produkt $p\,v$ als Konstante und mit Berücksichtigung der Temperatur der Ausdruck $\frac{p\,v}{1 + \alpha t}$. Auf diesem Wege gelingt es am natürlichsten, Beobachtungsreihen zusammenzufassen und von den physikalischen Funktionen auf Zustandsgleichungen überzugehen.

Ein anderes stereotypes Problem dieses Abschnittes war die Ableitung der „Höhenformel“. Es ist bezeichnend für die Fortentwicklung der physikalischen Didaktik, daß die früher umfangreichen Schreibereien, welche dieses Kapitel verursacht hat, immer kürzer werden. Nicht die Erreichung der Schlußformel, die durch eine einfache Logarithmierung gewonnen wurde, hat die Breite der Behandlung herbeigeführt, sondern die Deduktion der Ausdrücke, die auf diesem Wege summiert werden sollten. In neueren Lehrbüchern

wird auch die Formel einfach mitgeteilt oder auf graphischem Wege aus einer Kurve der gesuchte Wert entnommen.

Die kinetische Gastheorie ist aus der Mittelschule fast vollständig verschwunden, denn einzelne mathematische Entwicklungen über die Zahl der Stöße der Moleküle besagen doch angesichts ihrer völligen Unkontrollierbarkeit und allerlei wenigstens auf dieser Stufe des Unterrichtes nicht leicht zu widerlegenden Einwendungen zu wenig, als daß damit etwas Bleibendes gewonnen wäre.

Die Wärme.

Die eingangs der Wärmelehre behandelte Temperaturmessung liefert zunächst den Stoff zu den Umrechnungen nach den verschiedenen Skalen. Diese soll dazu benützt werden, den Schüler zur mathematischen Überlegung anzuregen, warum dreierlei Temperaturangaben denselben „Wärmegrad" darstellen, wie man die Temperatur jetzt auch zu bezeichnen beliebt. Er wird bald gewahr, daß dies einerseits in der Wahl der Einheit seinen Grund haben kann, wie bei Reaumur und Celsius, oder in der Verschiebung des Ausgangspunktes, oder in beiden wie bei Fahrenheit.

Interessant ist die Frage nach der Behandlung der absoluten Temperatur. Nach den Instruktionen aus dem Jahre 1900 soll sie nur als Ergebnis „eines vereinfachten Ausdruckes des Druckgesetzes für Gase eingeführt werden und weitergehende Spekulationen daran zu knüpfen, ist nicht ratsam". Zehn Jahre später heißt es, daß sie im Anschluß an das Luftthermometer und die dadurch bedingte Vereinfachung immerhin „zu besprechen" sei. Gerade vom mathematischen Standpunkt ist es wichtig, daß es sich hier nicht nur um eine Bequemlichkeitsmaßnahme handelt. Das Attribut „absolut" deutet an, daß sie keine negativen Werte zuläßt. Bekanntlich liefert die Temperatur gerade das populärste Beispiel für relative Zahlen durch die Unterscheidung von Wärme- und Kältegraden.

Dieser Gegensatz fordert geradezu zur verpönten Spekulation heraus, die uns Robert Maiers mechanisches Wärmeäquivalent förmlich aufdrängt. Ist die Wärme eine Arbeit, so muß sie mit molekularer Bewegung verbunden sein, somit dieselbe Dimension haben wie die „lebendige Kraft" und die Temperatur das Quadrat der Geschwindigkeit als Faktor enthalten. Damit ist das Rätsel gelöst, denn das Quadrat kann vom rein mathematischen Standpunkt keinen negativen Wert annehmen. Das populärste Beispiel für relative Größen kommt also auch nur dadurch zustande, daß der Koordinatenausgangspunkt der Zählung verschoben, beziehungsweise von vorn herein willkürlich angenommen worden war, bevor man die Natur der zu messenden Größe erkannt hatte.

Die Beziehung des linearen Ausdehnungskoeffizienten zum kubischen liefert ein instruktives Beispiel zur Anwendung von Näherungsrechnungen. Allein bei seiner Definition begegnen wir der Schwierigkeit, daß sie mit den daraus abgeleiteten Formeln nicht gut vereinbar ist. Sagt man, der lineare Ausdehnungskoeffizient sei die Verlängerung, welche ein Stab von 1 *m* Länge bei der Temperaturerhöhung von 0° C bis 1° C erfährt, so müßte die allgemeine Formel für die Verlängerung bei t^0 lauten $l_t = l_0 (1 + \alpha)^t$, während die gebräuchliche Formel $l_t = l_0 (1 + \alpha t)$ etwa mit den Worten einzuführen wäre, $\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}$ sei der auf die Längeneinheit bezogene Quotient aus der Verlängerung und dem in C-Graden gemessenen Temperaturunterschied. Die Bezugnahme auf den „Fundamentalabstand" führt zu noch komplizierteren Erörterungen. Für feste Körper ist der Unterschied nicht von Belang, aber für Gase beträgt er bei 100° schon gegen 5%, bei 200 etwa 20% usw.

Der Ausdruck Wärmemenge legt den Gedanken nahe, daß es sich irgendwie um ein Analogon zum Massenbegriff im mechanischen Sinn handle.

Dies soll aber wenigstens formell, nämlich mathematisch, begründet werden. Die Mischungstemperatur t zweier Wassermengen m_1 und m_2 mit den Temperaturen t_1 und t_2 wird nach der sogenannten Gesellschaftsrechnung durch die Formel $t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$ bestimmt. Das ist vom mathematischen Standpunkt dieselbe Formel, mit welcher analytisch die Lage des Schwerpunktes berechnet wird, wenn m_1 und m_2 die Massen und t_1 und t_2 ihre Entfernungen vom Ausgangspunkt bedeuten. Beziehen wir die Formel auf die Massen m_1 und m_2 mit der spezifischen Wärme c_1 und c_2, so treten in der Formel

$$t = \frac{(m_1 c_1) t_1 + (m_2 c_2) t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

die „Wasserwerte" $m_1 c_1$ und $m_2 c_2$ auf. „Wie sich demnach die Lage des Schwerpunktes nach der Lage und Menge der einzelnen Massen richtet, so auch die Temperatur, d. h. die „Wärmelage" der Mischungswärme nach der Temperatur oder Wärmelage und Menge der ursprünglichen Wärmemengen. Die Analogie zwischen Massen und Wärmemengen fällt dann in die Augen und darauf gründet sich die Berechtigung, in beiden Fällen denselben Ausdruck zu gebrauchen.

Das Mariottesche Gesetz wird vielfach vom Standpunkt der Proportionalität, allenfalls mit Zuhilfenahme graphischer Darstellungsmittel erörtert, was den Schülern insofern zugute kommt, als sie dieses Mittel an einem neuen Beispiel verwenden lernen. Die analytische

Behandlung des Gesetzes von Poisson ist aber ausgeschlossen; sie würde zuviel Zeit und Arbeit absorbieren. Allein die sachliche Deutung des Diagrammes läßt sich nicht nur ohne große Schwierigkeiten durchführen, sondern sie ist auch eine sehr nützliche Übung zur Diskussion der Kurven im allgemeinen. Daran knüpft sich die Behandlung des Carnotschen Kreisprozesses, dessen mangelhafte Erörterung oder gänzliche Ignorierung sowohl vom physikalischen und technischen wie vom mathematischen Standpunkt sehr bedauerlich ist. Auch die kalorischen Kraftmaschinen im allgemeinen werden vielfach nur sehr oberflächlich behandelt uud nur in dem Sinne, daß die Möglichkeit anschaulich vorgeführt wird, wie der Dampfdruck zu einer fortschreitenden und dann rotierenden Bewegung führen kann. Für eingehendere Kenntnisse fehlt es wohl auch an Zeit und Geld.

Wellenlehre.

Auf der Oberstufe wird die Wellenlehre getrennt von der Mechanik und gewissermaßen als Vorschule für die Akustik und Optik behandelt; auf der Unterstufe bildet sie überhaupt keinen eigenen Abschnitt. Anknüpfend an die harmonische Schwingung führen die mathematischen Darstellungsformen zu vielfachen Verwendungen der goniometrischen Funktionen, die Zusammensetzungen und Zerlegungen dieser Bewegungskomplexe könnten aber auch konstruktiv mit Hilfe von Vektoren durchgeführt werden. Der Übergang der Schwingungen von einem Element der Welle zum anderen ist durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle im betreffenden Medium geregelt. Daß diese nicht von der Wellenform, sondern nur von der Natur des Mediums abhängt, kann vor den Schülern nicht oft und deutlich genug betont werden. Die in den Vorschriften mehrfach empfohlene Methode, gewisse Formeln nicht erst umständlich abzuleiten, sondern sie als Ergebnis der Forschung hinzustellen, dann aber gründlich zu diskutieren und, wo nur möglich, experimentell zu bestätigen, ist nicht nur vom Standpunkt des Zeitgewinnes zu billigen, sondern auch deshalb, weil vielfach in der Literatur wie im Unterricht die „Ableitung“ selbst weitaus der schwächste Punkt ist.

Die Unterscheidung zwischen fortschreitenden und stehenden Wellen, zwischen Längs- und Querschwingungen ist zugleich ein wertvolles Mittel zur Ausbildung und Stärkung des räumlichen Vorstellungsvermögens, wie man es kaum besser wünschen kann, auch wenn man die mathematische Formulierung ganz aus dem Spiele läßt und nur mit Modellen arbeitet. Von diesem Standpunkte aus betrachtet ist Machs Wellenmaschine nicht nur ein physikalischer Apparat. Leider entspricht die Ausführung nicht immer den zu stellenden Anforderungen, was allerdings damit zusammenhängt, daß der Apparat

nicht zu viel kosten darf. Einführung beliebig verkürzbarer Stangen statt der Schnüre und eine Schienenverschiebung mit Kurbel und Rad wären sehr wünschenswert und würden die Verwendbarkeit steigern.

Eines der glänzendsten Konstruktionsmittel nicht nur für den Physiker, sondern auch für den Mathematiker ist das Huygensche Prinzip. Ein notwendige Folge seiner konsequenten Anwendung wäre die Verwendung der „Wellenfläche" und ihres Korrelates, des „Wellenstrahles"; erstere wird aber kaum erwähnt, letzterer ist ganz unbeachtet.

Akustik.

Die erste Frage, welche auf diesem Gebiete das mathematische Vorstellungsgebiet berührt, ist die der Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die im Wesen auf eine Vergleichung zweier Fortpflanzungsgeschwindigkeiten hinausläuft, deren eine allerdings unverhältnismäßig groß ist. Eine Erweiterung des mechanischen Geschwindigkeitsbegriffes liegt in derselben insofern, als dabei nicht eine „Masse" die Bewegung ausführt, sondern eine „Bewegungsform" als Bewegtes auftritt. Die Hauptformel dieses Abschnittes ist die einfache Gleichung $c\,T = \lambda$ oder $c = n\,\lambda$. Während die verschiedenen Sirenen die Feststellung des T oder n besorgen, tritt bei den Kundtschen Staubfiguren das λ in den Vordergrund. Andererseits wird das c immer nur durch Rechnung gewonnen, weil es eben sowohl von einer Zeit als auch von einer Längenmessung abhängt.

Die Behandlung der Tonleiter, als Grundlage der physikalischen Untersuchung der musikalisch wichtigen Erscheinungen, leitet die Aufmerksamkeit der Schüler auf den Zusammenhang zwischen den Gehörsempfindungen und zahlentheoretischen Beziehungen, also zwei scheinbar weitabstehenden Gebieten. Er wird gewahr, wie sich gewisse Eindrücke wiederholen, wenn die Schwingungszahlen genau den doppelten Wert annehmen, daß sich also die Wahrnehmungen von einem Zahlengebiet auf ein anderers übertragen lassen und somit manchmal das Extrapolieren berechtigt ist, daß aber doch nach oben wie nach unten deutlich festgestellte Grenzen vorliegen, mögen sie auch für verschiedene Individuen andere sein.

Das Dopplersche Prinzip wurde früher, wenn auch nur flüchtig, berührt, aber in Anbetracht der Landesangehörigkeit des Vaters einer so kostbaren Erkenntnis nach Möglichkeit erörtert. In den neuen Lehrplänen, wie auch in den neueren Auflagen der Lehrbücher ist nicht mehr davon die Rede. Es verdiente schon deshalb erwähnt zu werden, weil darin sozusagen das subjektive Element an einer objektiven Wahrnehmung sinnlich auffällig zum Ausdruck kommt. Aus dem plötzlichen Sinken des Tones einer rasch an mir vorüberfahrenden Dampfpfeife, wenn sich zwei Schnellzüge begegnen, höre

ich heraus, welcher Art die relative Bewegung ist, ich entnehme daraus und aus der Veränderung der Schallstärke sogar das Maß der relativen Geschwindigkeit. Diese Erkenntnis schöpfe ich aus der zahlentheoretischen Deutung einer akustischen Empfindung, unter der berechtigten Annahme, daß sich die Höhe des Pfeifentones während der Begegnung nicht geändert hat. Diese ganze Kombination von kinetischen Vorgängen, sinnlichen Wahrnehmungen und messenden Deutungen ist doch wert, auch von einem Mittelschüler gewürdigt zu werden, selbst abgesehen von ihrer Beziehung zur Messung kosmischer Geschwindigkeiten mit dem Spektralapparat. Auch die Weichheit des Glockengeläutes beruht auf dieser Erscheinung.

Die Beobachtung der Chladnischen Klangfiguren legt ebenfalls Betrachtungen mathematischer Natur nahe. Die sichtbar gewordenen Knotenlinien trennen Gebiete, die sich in ihren Bewegungen entgegengesetzt verhalten. Auch die Gleichungen in der analytischen Geometrie braucht man nicht allein auf die Punkte der Kurve zu beziehen, die sie darstellt, sondern auch auf die außerhalb liegenden Gebiete, insofern dieselben als positiv oder negativ aufgefaßt werden können, je nachdem die Koordinaten ihrer Punkte in das auf Null reduzierte Gleichungspolynom eingesetzt positive oder negative Werte ergeben. Für diese Wechselbeziehung zwischen der Kurve als Grenzlinie verschieden beschaffener Gebiete giebt es kaum ein schöneres Anschauungsmittel als die Chladnischen Klangfiguren.

Magnetismus und Elektrizität.

Die übliche Reihenfolge: Magnetismus, Reibungselektrizität, Galvanismus und Elektromagnetismus hat für uns insofern Bedeutung, als die damit eingeführten Begriffe hinsichtlich ihrer Raumentfaltung möglicherweise auf die Behandlungsform Einfluß nehmen können. Wohl der wichtigste, dem Schüler neue Begriff ist der des Kraftfeldes. Zwar begegnet er demselben schon in der Lehre von der Gravitation, dort aber kann das „räumliche“ Feld nicht so eingehend erörtert und noch weniger mit anschaulichen Darstellungen versinnlicht werden. Gerade in dieser Hinsicht bietet die Behandlung des Magnetfeldes mit Hilfe von Magnetnadeln sehr viele Vorteile. Sie gibt durch ihre Gestalt sofort die Richtung und durch die Schwingungszahl die Intensität, also die wichtigsten Faktoren leicht erkenntlich an. Die ebenfalls darauf zurückzuführende Herstellung der Kraftlinienbilder mit Eisenfeilspänen gibt einen leicht erfaßbaren Überblick über die Art und Verteilung der im Felde wirkenden Kräfte, und zwar mit Hilfe rein geometrischer Interpretationen.

Der Kompaß ist fast schon zum symbolisierten Orientierungsinstrument geworden. Er gestattet wenigstens in der Horizontalebene

ganz unabhängig vom Himmel die Weltgegenden zu bestimmen, daß sogar die Geodäsie davon Gebrauch macht. Die astronomische Orientierung hat den Vorzug der Präzision, aber sie ist zu umständlich und ohne gute und kostbare Instrumente fast ausgeschlossen. In praktischen Fällen bleibt somit die Stellung der Deklinationsnadel maßgebend, wodurch diese den Charakter einer primären Achsenlage erhält, während der Schüler eine solche bisher nur als willkürliche Annahme kennen gelernt hat.

Ein zweiter bedeutungsvoller Zug ist die Erscheinung der Polarität im Magneten, im magnetischen Felde und somit auch auf der Erde als magnetisch orientiertem Körper. Die Pole erscheinen als fingierte Kraftmittelpunkte, aber in einem anderen Sinne als die Schwerpunkte. Sie zeigen sich hinsichtlich Anziehung und Abstoßung als entgegengesetzt und doch nicht als relative Größen in dem Sinne wie die elektrischen Ladungen. Sie lassen sich von ihrem „Gegenwert" nicht trennen. Derartige auf die Vertiefung des Größenbegriffes hinzielende Überlegungen können nur durch stärkere Betonung des mathematischen Charakters der Erscheinungen erzielt werden und wären das beste Gegengewicht gegen die Möglichkeit, in das Fahrwasser der Spielerei zu geraten.

Das Coulombsche Gesetz ist von kosmischer Universalität und läßt sich nirgends besser verfolgen als hier, da es bekanntlich auf dem Gebiete der Elektrostatik gewissen experimentellen Schwierigkeiten begegnet. Der Lehrer darf bei seiner Erörterung nicht übersehen, daß es sich dabei hauptsächlich um ein Intensitätsgesetz handelt und daß er daher auf die Schwingungszahl als das Erkennungszeichen hinweisen muß. Die Räumlichkeit kommt insofern in Betracht, als der Abstand der Kraftmittelpunkte eine Rolle spielt und die Oberfläche einer Kugel mit dem Quadrat der Entfernung zunimmt, während die Wirkung mit dem Quadrat proportional abnimmt, so daß die Wirkung pro Flächeneinheit konstant bleibt. Während die empirische Formulierung immer etwas willkürliches an sich trägt, macht die mathematische den Eindruck der Notwendigkeit oder wenigstens der Natürlichkeit.

Die Frage nach den magnetischen Massen erinnert an das analoge Problem mit der Wärmemenge. Der Schüler begegnet hier einem dritten und in der Elektrizität einem vierten Massenbegriff, wenn er nur auf die Worte achtet. Bei der Wärme mußte die ursprünglich angenommene Massenvorstellung dem abstrakteren Mengenbegriff Platz machen, hier tritt wieder die Masse stärker in den Vordergrund, denn sie erscheint wie bei der Gravitation als Ursache einer rings um sie auftretenden Beschleunigung der ihr gleichartigen Massen. Ihre Größe wird nach dem Proportionalitätsprinzip bemessen. Man kann eine aktive und eine passiv wirkende Masse unterscheiden und dies durch

Klammern andeuten, indem man $\frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \left(\frac{m_2}{r^2}\right) = m_2 \left(\frac{m_1}{r^2}\right)$ setzt, wobei der Klammerausdruck als Maß der Beschleunigung der vor der Klammer stehenden passiven Masse erscheint. Der Satz heißt dann, daß die von der aktiven Masse der passiven erteilte Beschleunigung dieselbe Kraftwirkung ergibt wie die von der zweiten Masse der ersten erteilte Beschleunigung. Damit tritt der Einfluß des Faktors so in den Vordergrund, daß die Analogie mit den mechanischen Massen dem Schüler begreiflich und die gleiche Bezeichnung gerechtfertigt erscheint.

Die Messung nach dem Gausschen absoluten Maß wird in der Weise durchgeführt, daß man für die beiden unbekannten Größen, für die Polstärke und für die Feldstärke, den Wert des Produktes und Quotienten ermittelt. Ist damit für einen Magnetpol das absolute Maß gefunden, so taucht für den Schüler die Schwierigkeit auf, daß er sich vorstellen soll, daß vom Einheitspol 4π Kraftlinien ausgehen. Diese Forderung zwingt ihn, die Kraftlinien nicht in so derbsinnlicher Form aufzufassen, als wären sie wie Drähte oder Fäden, deren Menge nur in Form ganzer Zahlen auftreten kann. Gerade der Hinweis auf die Irrationalität von π erweist sich hier als Stützpunkt für die richtige Auffassung und Läuterung der empirisch gewonnenen Begriffe und die irrationale Maßzahl der Kugeloberfläche mit dem Radius $r = 1$ liefert das mathematische Analogon.

Es ist unstreitig fehlerhaft, angesichts der in der Technik bereits ausschließlich verwendeten Kraftlinientheorie noch immer auf die Theorie von Elementarmagneten zurückzugreifen und sie mit dem Zerbrechen der Magnete zu begründen. Die Übereinstimmung der daraus gezogenen Schlüsse ist nur eine oberflächliche.

Auch werden die Pole unberechtigterweise als wirklicher oder scheinbarer Sitz der magnetischen Kräfte zu stark in den Vordergrund gestellt. Tatsächlich verlaufen die Kraftlinien im Eisen annähernd parallel zur Richtung des Feldes und nur die Streuung in der Luft und die lediglich auf Einbildung beruhende Rückwärtsverlängerung der aus dem Eisen austretenden Linien bringt diesen Eindruck hervor. Übrigens vereinigen sich auch diese Richtungen ebensowenig in einem einzigen Punkt, als die Strahlen einer sphärischen Linse. So unzutreffende Dinge sollen weder der Tradition noch der angeblichen Einfachheit zuliebe den Schülern aufgezwungen werden. Das Erfassen des verschiedenen Verhaltens der Kraftlinien in mehr oder weniger permeablen Stoffen ist bereits eine Vorstufe für die Erkenntnis des Strahlenverlaufes in verschiedenen Medien und an deren Begrenzungsflächen.

Die Besprechung der beweglichen erdmagnetischen Linien liefert wie die Isobaren und Isothermen eine wertvolle Analogie einerseits und einen Gegensatz andrerseits zum mathematisch starren System der Meridiane und Parallelkreise.

Elektrostatik.

Ohne auf die so naheliegende Analogie mit den relativen Zahlen näher einzugehen, werden die durch Reibung von Harz und Glasstäben erzeugten elektrostatischen Ladungen als positiv und negativ erklärt und zeitweilig viel mehr Gewicht auf die Frage gelegt, ob man wohl nicht dabei diejenige als positiv bezeichnet habe, die in Wirklichkeit negativ ist. Viel wichtiger wäre es, den relativen Charakter mit der gleichzeitigen und gleichwertigen Entstehung und Annullierung zu begründen, die sich speziell bei den Influenzerscheinungen sehr augenfällig nachweisen läßt. Anziehung und Abstoßung ungleich- oder gleichartiger Ladungen hätten und haben ebensowenig wie beim Magneten die Zuerkennung des relativen Charakters herbeiführen können. Letztere Wirkung läßt sich viel naturgemäßer mit der Eigenart der Felder verbinden. Die durch die Niveaulinien bestimmte Feldform ist bei einer puntkförmigen Ladung für Stellen gleicher Intensität die der Kugel und richtet sich nach dem Coulombschen Gesetz. Was hier aber besonders zu beachten ist, das ist die Wechselwirkung der sich gegenseitig durchdringenden elektrostatischen Felder.

Es war einmal üblich, jedes Physikbuch mit der Lehre von den sieben allgemeinen Eigenschaften einzuleiten. Daß die meisten derselben bei fortschreitender Entwicklung spurlos verschwanden, braucht man nicht näher zu begründen. Die Undurchdringlichkeit war wohl eine der schwächsten, sie war für feste Körper allzu selbstverständlich und für flüssige und gasförmige trifft sie ohnehin nicht zu. Bei seiner Anwendung auf magnetische Massen und elektrostatische Ladungen versagt dieser Begriff vollständig und wenn wir erst deren Felder als mit den Massen zusammenhängend auffassen, so ist die gegenseitige Durchdringung geradezu typisch.

Die Erscheinung der gegenseitigen Anziehung und Abstoßung nimmt mit ihrer Hilfe eine viel befriedigendere Form an, als mit der nichtssagenden Berufung auf die rein äußerliche Tatsache, daß sich gleichartige Ladungen abstoßen etc. Wir können nun beide Fälle zusammenfassend sagen: Zwei Ladungen wirken so aufeinander ein, daß sie einer Steigerung der Feldstärke entgegenarbeiten. Gleichartige Ladungen stoßen sich also deshalb ab, weil die sich durchdringenden gleichnamigen Felder die Intensität steigern, während entgegengesetzte Ladungen sie vermindern und bei ihrer vollen Vereinigung in gleichen Massen sogar annullieren.

Eine ausführliche Behandlung der sogenannten Potentialtheorie kommt in der Mittelschule nicht in Betracht, wohl aber wird das Potential einer Ladung an einem bestimmten Punkt erörtert und begegnete begreiflich vor Einführung der Infinitesimalrechnung der unvermeidlichen Schwierigkeit, daß ein ihr angehöriger Begriff

elementar, daß heißt ohne sie erledigt werden sollte. Dieser Klippe suchen neuere Lehrbücher mit Hilfe graphischer Darstellungen zu entgehen, was sich bis zu einem gewissen Grade auch erreichen läßt. Der Schüler stößt sich aber erfahrungsgemäß weniger an der Ableitung von Folgerungen, als an der abstrakten Einführung. Mit der Vorstellung von Niveauflächen aus Punkten gleichen Potentials findet er sich bald ab, aber einem Punkte jenen Wert zuzuordnen, welcher der geleisteten Arbeit entspricht, wenn man die elektrostatische Einheit von dort ins Unendliche verschiebt oder aus dem Unendlichen dorthin bringt. das ist nun einmal eine starke Zumutung an seine Einbildungskraft. Ob damit mehr gewonnen ist, als mit der einfachen Bezeichnung „eine bestimmte Feldstärke“, das bleibe dahingestellt.

Mit der Behauptung bezüglich des Sitzes der Ladung an der Oberfläche des Leiters geben sich die Schüler nur deshalb so leicht zufrieden, weil sich das so einfach sagen läßt. Daß diese Behauptung ihrem Wortlaute nach nicht wahr ist, ergibt sich schon daraus, daß man aus der Höhlung eines topfartigen geladenen Leiters keine Ladung nehmen kann, daß also die hohle Seite nicht als Oberfläche gilt; man müßte also eher von der konvexen Oberfläche reden und auch von der nur cum grano salis. Nicht die Oberfläche des Leiters, sondern die Form des Feldes ist maßgebend.

Die Vorgänge an der Franklinschen Tafel und anderen Verstärkungsvorrichtungen erscheinen bei Berücksichtigung des umgebenden Feldes in einem ganz anderen Lichte als unter dem Titel der „Gebundenheit“. Daß die nur durch ein dünnes Diëlektrikum getrennten Belegungen viel größere Ladungen aufnehmen können, wenn dadurch die Feldstärke nicht wesentlich gesteigert wird, da die Ladungen entgegengesetzt sind, leuchtet dem Schüler ein; warum man aber auf einem alleinstehenden isolierten Leiter nicht ebensoviel Elektrizität soll vereinigen können, wird er ohne die obenerwähnte Auffassung einer zur Feldsteigerung nötigen Kraft nicht verstehen, wenn er überhaupt danach ein Bedürfnis fühlt. Die Unterlassung dieser Interpretation ist lediglich auf die traditionelle Gewohnheit zurückzuführen, jeden Körper und jede Ladung unabhängig von der ganzen Umgebung zu betrachten, während das Kräftespiel tatsächlich zugleich im umgebenden Raum verläuft.

Bei den Elektrisiermaschinen ist wie bei den kalorischen und hydraulischen Motoren nicht nur darauf zu achten, daß sie überhaupt und wie sie die einzelnen Ladungen liefert, sondern vermöge welcher Einrichtung die Erzeugung zu einer zyklischen, zu einer kontinuierlichen wird. Bei der Winterschen Elektrisiermaschine ist es die rotierende Scheibe, die dem Saugkamm immer neue Ladungen zuführen kann, bei den Influenzmaschinen der bei jeder Umdrehung zwei- oder mehrmals wiederholte Vorgang der Ladung und Entladung eines

Elektrophors. Nur durch die Periodizität wird die Vorrichtung zur massenerzeugenden „Maschine“.

Elektrodynamik.

Zu den Magneten mit ihren untrennbaren Polen und den voneinander trennbaren und doch sich anziehenden elektrostatischen Ladungen gesellt sich in der Elekrodynamik noch ein räumlich wesentlich anders gestaltetes Gebilde, der linienförmig entwickelte Energieträger des elektrischen Stromkreises. Die Forderung, daß die Strombahnlinie geschlossen sei, ist sozusagen rein geometrischer Natur. Wie der Kreis als Scheibe aufgefaßt, eine darauf senkrecht stehende Symmetrieachse besitzt, so durchziehen die stromdurchflossene Schlinge achsenartig die magnetischen Kraftlinien. Für die Entstehung des Stromes kommen, soweit wir uns auf dem Boden des Mittelschulunterrichtes bewegen, keinerlei mathematische Fragen in Betracht, aber die Wechselbeziehung zwischen Erregung, Stromstärke und Widerstand ist das Ergebnis einer tiefsinnigen Arbeit Ohms, deren Titel ausdrücklich sagt, daß in ihr die galvanische Kette „mathematisch“ bearbeitet sei. Bei der Behandlung dieses Gegenstandes wäre es sehr ersprießlich, wenn man im Anschluß an die historische Entwicklung das Hauptgewicht auf die mathematische Begründung dieses so einfachen Gesetzes legen würde. Da die graphische Darstellung zur Vermeidung langatmiger Ableitungen unvermeidlich ist und alle charakteristischen Verhältnisse zum Ausdruck bringen soll, so muß die Geschlossenheit des Stromkreises zum Ausdruck kommen, wozu sich eine Zylinderfläche am besten eignet. Die Gleichheit der Stromstärke längs des ganzen Leiters wird durch die gleichmäßige Neigung zum Ausdruck gebracht, die Länge der Leiter entspricht dann aber nicht mehr der in Zentimetern gemessenen Dimension, sondern es tritt hier wieder ein neuer Längenbegriff auf, der elektrische Widerstand. Die elektromotorische Kraft tritt durch die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente sinnfällig in den Vordergrund, die Stromstärke zeigt sich auch noch durch die elektrolytischen, thermischen oder magnetischen Wirkungen deutlich erkennbar, aber der Widerstand ist wieder nur eine durch Rechnung zugängliche Größe. Wie für einen Weg nicht immer die in Metern gemessene Länge allein maßgebend ist, wenn es sich um die Zeit handelt, in welcher er zurückgelegt wird, sondern auch die Steigung einen Faktor hineinlegt, so lernt der Schüler im Widerstand der Strombahn einen neuen Längenbegriff kennen und diese durch Messung und Rechnung zustande kommenden Begriffserweiterungen sind eben Bildungsfaktoren ersten Ranges, die aber als solche selten ausdrücklich hingestellt werden.

An das Hauptgesetz für Stromstärke schließt sich das Kirchhoffsche Stromverteilungsgesetz. Es wird begreiflicherweise

gewöhnlich nur auf die Wheatstonesche Brücke angewendet, wäre aber noch im Dienste der mathematischen Schulung ganz anders verwendbar. Wenn man in allen Zweigen einer mehrfach gegliederten Strombahn mit bekannten Widerständen die Stromstärken an Galvanometern ablesen könnte, so müßten sie die Lösungen eines Gleichungssystems bilden, das sich mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze aufstellen läßt. Damit wäre ein physikalisches Modell für ein mathematisches Problem geschaffen, das dem Schüler nicht nur ad oculos die Abhängigkeit der Lösung von den konstanten Elementen demonstrieren würde, sondern ihm auch die Lösbarkeit von Gleichungen mit ungenauen Angaben begreiflich macht. Es müßte auf ihn einen verblüffenden Eindruck machen, wie die Naturkräfte mit einem Schlage nach bekannten Gesetzen eine Aufgabe fehlerfrei lösen, mit der auch der gewandte Rechner unter Zuhilfenahme vieler Zeichen und Ziffern erst nach längerer Zeit fertig wird.

Bei allen elektrodynamischen Messungen tritt noch etwas auf, das allgemein von Bedeutung ist, nämlich der Einfluß der Messung auf die zu messenden Größen, eine Form der Selbstkritik. Das zur Messung der Geschwindigkeit des Wassers in einem Kanal in denselben versenkte Flügelrad hemmt den Wasserlauf, die an einem Riemen zur Messung der Arbeitsleistung angebrachte Vorrichtung konsumiert selbst Arbeit und das strommessende Galvanometer verändert zugleich den Stromverlauf.

Die mehrfach betonte Frage, wie man *n* Elemente teils hinter, teils nebeneinander schalten müße, um ein Strommaximum zu erzielen, ist praktisch ganz wertlos und verdient nicht länger weitergeschleppt zu werden.

Induktionserscheinungen.

Schon das Trägheitsgesetz, demzufolge eine Kraftwirkung erforderlich ist, um den ruhenden Stein in Bewegung zu versetzen und den rasch bewegten plötzlich aufzuhalten, enthält einen Zug, der beim Unterricht nicht übersehen werden darf und dazu benützt werden soll, die fundamentale Naturerscheinung vorzubereiten, die in der Induktionswirkung besonders scharf hervortritt. Tatsächlich wird auch in mehreren neueren Lehrbüchern der Begriff der Masse in der Mechanik darauf zurückgeführt, während die noch viel prägnantere Erscheinung bei der Induktion zu wenig betont wird. Daß der konstante Strom auf den benachbarten Leiter keine Wirkung ausübt, auch wenn er noch so stark ist, befremdet den Schüler zuerst. Daß das plötzliche Auftreten des Stromes eine Wirkung ausübt, findet er auch ohne Logik begreiflich, daß aber das Verschwinden des Stromes im primären Leiter auch noch eine Wirkung auf den sekundären Leiter ausüben soll, das klärt ihn erst vollständig auf, aber auch nur dann, wenn er nicht nur die

Leiter als solche, sondern die Eigenart des umgebenden Feldes ins Auge faßt. Dieses setzt als statisches Feld jeder Steigerung der Stärke und als dynamisches jeder Änderung ebenso einen Widerstand entgegen, wie der ruhende Stein der Bewegung, die Luft der Verdichtung und die Feder der Deformation. Das Eindringen des primären Stromes beantwortet das Feld mit einem Gegenstrom, bis die elektromotorische Kraft jeden Widerstand überwunden hat und die Auflösung der Feldspannung macht sich durch einen Stromstoß geltend, der im Vergleich zum ersten Induktionsstrom entgegengesetzt ist, weil auch die Feldänderung in einem anderen Sinne erfolgt ist. Die Art der Feldänderung ist also maßgebend für die Induktionswirkung und das mathematisch abstrakte Analogon zeigt das Verhalten des Differentialquotienten, der gleich Null ist, solange die Funktion ihren Wert beibehält, mag dieser auch noch so groß oder klein sein, der aber das Zeichen wechselt, sobald die Funktionswerte zu- und abnehmen. Auf diese Wechselbeziehung können die Schüler nicht oft genug aufmerksam gemacht werden, in der mathematischen Zeichensprache, wie in Bildern und Experimenten, denn sie ist universeller Natur und läßt sich bis in das Gebiet der psychischen Phänomene verfolgen.

Die Induktionserscheinungen werden gewöhnlich in die Magnetinduktion, Voltainduktion und Elektroinduktion gegliedert, je nachdem das Feld durch einen Stahlmagnet, durch ein stromdurchflossenes Solenoid oder einen Elektromagnet erregt wird Dieser Unterschied wird aber mehr als notwendig betont und dadurch die Aufmerksamkeit vom Kernpunkt abgelenkt.

Das Biot-Savartsche Gesetz besorgt die Aufgabe, zwischen dem magnetischen Feld und dem auf die Nadel wirkenden Strom eine der Rechnung zugängliche Beziehung herzustellen. Darauf beruht das für beide Größenarten gemeinsame absolute Maßsystem. Das elektrostatische und elektromagnetische Maßsystem in ihrer Dissonanz vorzuführen, beziehungsweise letztere aufzuklären, dafür ist keine Zeit vorhanden und andrerseits letzteres allein von praktischer Bedeutung. Die darauf beruhende Benützung der Tangentenbussole gestattet die zur Berechnung der Gesamtwirkung nötige Integration wegen der annähernden Gleichheit der Abstände auszuschalten.

Die bei der Behandlung des Induktoriums maßgebenden Zahlenwerte für die primäre und sekundäre Wicklung, für die Unterbrechungsgeschwindigkeit und die Stärke des Eisenkernes lassen sich nicht soweit verfolgen, daß ihre Berücksichtigung möglich wäre; gleichwohl wird es sich empfehlen, so zweckmäßig gewählte technische Ausdrücke, wie zum Beispiel „Ampèrewindungen" den Schülern beizubringen, da sie für die Werturteile sehr vorteilhaft und auch für die Begriffsbildung in mathematisch-physikalischer Hinsicht wertvoll sind.

Einen besonderen Reiz übt auf die Schüler das ihnen zugängliche Gebiet der Stark- und Schwachstromtechnik aus. Die Herstellung einer elektrischen Klingel ist keine müßige Spielerei und fördert nicht nur manuelle Fertigkeiten, sondern es schärft zugleich das physikalische und mathematische Denken im weiteren Sinne des Wortes nach der theoretischen wie nach der praktischen Seite. Wenn zum Beispiel verlangt wird, einige Zimmer nach ganz bestimmten Bedingungen durch Taster und Klingeln mit Benützung von möglichst wenig Drahtleitungen zu verbinden, so müssen ausgesprochen geometrische Probleme von Leitungssystemen und Schaltungsformen gelöst werden, die deshalb nicht weniger instruktiv und geistig anregend sind, weil der Schüler dazu weder die Gleichungen noch den Zirkel benützen kann.

Bei der Beschreibung der Dynamomaschine und der Elektromotoren verhält es sich ähnlich wie bei den hydraulischen und kalorischen Maschinen. Für die Förderung mathematischer Schulung gewinnen sie erst dann Bedeutung, wenn konstruktive Probleme näher ausgeführt oder Vorausberechnungen vorgenommen werden, was allerdings in der Regel der Zeit- und Geldmangel verbietet. Die Arbeitsübertragung mit Hilfe der Drehfeldmotoren hätte allenfalls noch Wert für schematische Darstellungen und Schaltungsskizzen. Die Telegraphie „mit und ohne Draht" hat auch von dem Standpunkt fördernden Wert, daß man sie als Mittel für mathematische Schulung in Betracht zieht.

Optik.

In ein ganz anderes Gebiet von Wechselbeziehungen zwischen sinnlich wahrgenommenen Erscheinungen und ihrer mathematischen Behandlung treten wir ein, wenn wir die optischen Phänomene ins Auge fassen. Stützt sich doch jede Anlage geradliniger Häuserreihen und Straßenbauten lediglich auf die Geradlinigkeit der Visierstrahlen; darauf stützt sich auch, soweit wir in erster Annäherung von der in der Mittelschule nicht zu berücksichtigenden Brechung absehen, die ganze Vermessungskunde, die nach den neueren Lehrplänen auch „im Gelände" geübt werden soll. Die ganze Schattenbildung und ihre in der darstellenden Geometrie ausführlich behandelten Konstruktionen beruhen auf dieser Voraussetzung. Allerdings sieht man im letzteren Falle davon ab, daß die Größe der Lichtquelle den Parallelismus, beziehungsweise die Eindeutigkeit der Strahlenrichtung beeinträchtigt. Die Zunahme der Schatten- und Lichtflächen mit dem Quadrate homologer Strecken wird geradezu als Anschauungsmittel für diesen geometrischen Satz benützt.

Ebenso instruktiv ist die Verwendung der Lochkamera und des ebenen Spiegels zur Demonstration symmetrischer Abbil-

dungen. Es ist wichtig den Schüler darauf aufmerksam zu machen, daß die Gesetze der symmetrischen Umformung sich nicht auf geometrisch einfache Gebilde beschränken, sondern sich auch auf alle Körperformen ausdehnen lassen, die in ihrem Aufbau symmetrische Eigenschaften erkennen lassen, wie die rechte und linke Hand.

Ein anderer Begriff rein geometrischer Natur, den uns meist erst die Optik nahelegt, ist die scheinbare Größe. Selten antworten selbst gebildete Leute auf die Frage, wie viele Zentimeter der Mond zu sein „scheine", daß man diese Größe nur nach Winkelmaß messen könne. Zu diesen verkehrten Auffassungen verleiten auch die Angaben über die Größe der Finsternisse nach „Fuß" und daß die Menschen in einer gewissen Entfernung wie Mücken „schienen", hat doch auch nur den Sinn, wie Mücken „in der deutlichen Sehweite", was aber nie betont wird und viele Leute auch gar nicht wissen, weil der subjektive Faktor meist übersehen wird. Der Schüler soll schon aus pädagogischen Gründen überall auf denselben aufmerksam gemacht werden.

Die weitgehende geometrische Bedeutung der einfachen Spiegelung braucht hier wohl nur andeutungsweise erwähnt zu werden; sie wird nach der mathematischen Seite viel zu wenig gewürdigt. Von den gekrümmten Spiegeln werden nur die sphärischen näher erörtert und die wichtigsten Abbildungsgesetze abgeleitet, die natürlich wieder zu Grenzwertbestimmungen Anlaß geben. Wichtiger aber als deren Durchführung ist die Geläufigkeit in ihrer Verwendung und das Verständnis ihrer Bedeutung für die Entstehung der Bilder. Diese liegt darin, daß die Linsenbilder im Vergleich zu denen der Lochkamera von gleicher Schärfe vielhundertmal lichtstärker, aber dafür nur an einer Stelle verwendbar sind, was selten betont wird, obwohl dieser Unterschied sehr charakteristisch ist; gegenüber den Linsenbildern haben diese den großen Vorzug, keine Farbenzerstreuung mit sich zu bringen. Für die Lagenbestimmung geben die Instruktionen (1900) eine einfache Konstruktion an, nämlich mit der Geraden durch den Punkt (p, p), die auf den Achsen Gegenstand- und Bildweite abschneidet. Die Benützung anderer Konstruktionsmittel als der auf den Brennpunkt bezogenen führen unter Umständen zu Unstimmigkeiten, besonders wenn der Schüler sie ohne geeignete Anleitung beliebig verwendet.

Eine gewisse Schwierigkeit bereitet die Terminologie bezüglich der reellen und imaginären Bilder, da sich diese Ausdrucksweise mit dem Begriff der reellen und imaginären Zahlen nicht gut verknüpfen läßt. Die logische Analogie besteht darin, daß die imaginären Bilder Punktgebilde darstellen, die nur konstruktiv zugänglich, aber nicht Vereinigungsorte wirklicher Strahlen sind, während das arithmetisch

Imaginäre außerhalb des Darstellungsgebietes der reellen Zahlen liegt. Das wirkliche Kriterium für die Herstellung von reellen Bildern ist die Möglichkeit, scheinbar punktförmige Lichtquellen wieder scheinbar punktförmig darstellen zu können, was zum Beispiel bei ebenen Spiegeln ausgeschlossen ist. Diese punktförmige Zuordnung von Punkten ist aber nicht nur hier, sondern auch für die mathematische Begriffsbildung von größter Wichtigkeit.

Das Brechungsgesetz von Snellius liefert eine willkommene Gelegenheit den Parallelismus zwischen den an der optischen Scheibe demonstrierten Strahlenrichtungen und dem Ergebnis der Konstruktionen nach dem Huygensschen Prinzip vorzuführen. Die mehrfach diskutierte Schwierigkeit, die scheinbare Hebung des Bodens einer mit Wasser gefüllten Wanne konstruktiv zu verfolgen, würde bei Zugrundelegung der Wellenfläche gegenstandslos sein, weil die erwähnte Erscheinung als eine notwendige Folge der durch den Übergang in die Luft bedingten Verstärkung der Krümmung erscheint.

Das Minimum der Deviation der Lichtstrahlen beim Durchgang durch ein Prisma ist eines jener Kapitel, bei denen manche Lehrer ihren Stolz darein setzen, infinitesimale Probleme „elementar einzukleiden". In diesem Falle vermag wohl nur die graphische Behandlung zu leisten, was sonst einfach wegen Zeitmangel nicht möglich ist. Auch der Strahlengang durch sphärische Linsen bietet mancherlei Schwierigkeiten dieser Art, deren bekannteste die ist, daß die Dicke der Linse im offenkundigsten Widerspruch mit dem Aufbau moderner Linsensysteme oder auch nur einfacher Lupen immer als unendlich klein bezeichnet wird, um nicht langen und umständlichen Formeln zu begegnen.

Die Behandlung der optischen Instrumente wird meist nur auf die fast wertlose Verfolgung einiger Strahlen gestützt. Eine weitergehende Erörterung des Einflusses der Lage der Hauptebenen etc. wäre ohne Zweifel zu umständlich, wohl aber würde es sich empfehlen, die Vergrößerung des Gesichtswinkels, beziehungsweise ihre technische Messung besser zu verfolgen. Noch schlimmer als mit der Theorie des einfachen und zusammengesetzten Mikroskopes und des astronomischen und terrestrischen Fernrohres steht es mit dem galileischen oder holländischen Fernrohr. Bei ersteren wird wenigstens die Funktion der einzelnen Linsen wahrheitsgemäß angeführt und davon hat auch der Schüler viel mehr als vom angeblichen Strahlengang. Beim sogenannten galileischen Fernrohr wird aber, trotz der gründlichen Klarstellung des Gegenstandes im hervorragenden Fachwerke von Czapski „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe" (1893!), noch immer fast in allen in- und ausländischen Lehrbüchern der Strahlenverlauf falsch dargestellt. Daß sich die Schüler dies widerstandslos gefallen lassen, ist gewiß nichts Unbegreifliches, aber daß

sich auch die Lehrer dieser kritiklosen „Abschreiberei" fügen, ist immerhin auffallend.

Auch die Begründung des Aufrechtsehens deutet nicht gerade auf gründliche Überlegung. Daß die Orientierung zunächst vom Tastsinn ausgeht, ist naheliegend genug, und daß damit die Muskelempfindungen bei der Einstellung der Augachsen in Verbindung treten, ist auch klar und hat mit der Optik des Auges nichts zu tun. Daß aber für die Beurteilung der Lage einzelner Objekte im Bild der Netzhaut die Richtung der auffallenden Strahlen maßgebend sei, wie mehrfach behauptet wird, verrät wenig Kritik. Geometrisch gesprochen, geschieht die allgemeine Orientierung im Raume mit Hilfe der Muskelempfindungen, die Lokalisierung einzelner Teile des Bildes wird aber nur der Konfiguration des Netzhautbildes entnommen. Ich sehe, daß ein Würfel auf der Mitte des Tisches ruht, auch wenn ich meinen Augapfel um volle 180° drehe und damit die Lage des Bildes umgekehrt wird. Die Muskelempfindungen orientieren mich über die Lage des Netzhautbildes, die Bewegungen im Netzhautbild beziehen sich nur auf dessen Achsen.

Auch die Theorie des „Einfachsehens" erweckt vom geometrischen Standpunkt Bedenken, denn von einer Koïnzidenz entsprechender Netzhautstellen zu sprechen, ist von diesem Standpunkt besonders für den Schüler wertlos. Es klingt wie eine Tautologie, ist aber doch keine, sondern vielmehr der wirkliche Sachverhalt, wenn man sagt: Wir sehen einfach, weil wir nur auf das achten, was wir einfach sehen, und dies gilt eben nur für die Stelle höchster Empfindlichkeit.

Die physikalische Optik ist bekanntlich ein ganzer Sammelpunkt von Problemen der mathematischen Pysik, aber ihre analytische Formulierung und physikalische Deutung übersteigt zum weitaus größten Teil die Fähigkeiten und Vorkenntnisse des Mittelschülers.

Von diesen Problemen wird meistens nur die Berechnung der Wellenlänge mit Hilfe Newtonscher Farbenringe oder mit Hilfe der Interferenzstreifen vorgenommen und der sich ergebende Größenbereich gebührend betont. Allein die für die Wellennatur des Lichtes viel wichtigeren Polarisationserscheinungen werden fast ausschließlich nur nach der äußeren Erscheinung erörtert und allenfalls mit Unterstützung grobsinnlicher Modelle erläutert.

Der Regenbogen gehört in die meteorologische Optik und müßte nach neueren Vorschriften, nachdem die kosmische Physik nicht mehr getrennt behandelt wird, bei den Interferenzerscheinungen und nicht als Brechungsphänomen behandelt werden. Der Fehler dieser Darstellungsform liegt darin, daß man nur den lichtstärksten Teil ins Auge faßt und das Übrige kaum berührt. Die Stellung des Mittelpunktes zum Beobachter und zur Sonne, sowie auch der Öffnungswinkel für diesen lichtstärksten Teil wird annähernd richtig angegeben, aber der

subjektive Faktor zu wenig betont, daß nämlich jeder Beobachter einen anderen Regenbogen an anderer Stelle sieht und daß es keinen Ort gibt, an dem er wirklich „ist“. Auch andere verwandte Erscheinungen der meteorologischen Optik, die durch ihren inneren Zusammenhang eine einfachere und darum kürzere Behandlung zuließen, werden durch diese Zersplitterung nur zu leicht der Vergessenheit überantwortet, um nicht im Lehrstoff zurückzubleiben.

Die chromatische Polarisation bereitet dem Verständnis darum besondere Schwierigkeiten, weil es sich dabei um die Wechselwirkungen von Richtungen handelt, für deren Lokalisierung der Gymnasiast nun einmal mathematisch nicht geschult wird. Daß das einfache Ringsystem mit dem hellen oder dunklen Kreuz ein Ergebnis einer bestimmten Richtung optischer Wirksamkeit, also einer optischen und nicht einer geometrischen Achse ist, kommt bei den üblichen Darstellungen zu wenig zur Geltung, ebensowenig wie die Lemniskatenbildung zustande kommt, wenn es zwei optische Achsen gibt. Die Erklärung der chromatischen Polarisation begegnet somit der Schwierigkeit, daß der Mittelschüler nur für die punktförmige Auffassung des Raumes erzogen wird und somit auf Linien und Flächensysteme sich stützende Formulierungen ihm fremd bleiben oder schwer verständlich gemacht werden können. Eine rationelle Behandlung der Drehung der Polarisationsebene durch Bergkristalle oder Zuckerlösungen kann ihn wenigstens in dieses Gebiet der Raumgeometrie einführen, wenn auch nicht schulen. Die erforderlichen Grundbegriffe dafür lassen sich schon in der Mechanik bei der Lehre von den rechts- und linkswendigen Schrauben vorbereiten. Die Bearbeitung der ganzen Optik vom Standpunkt der Wellenfläche würde in dieser Hinsicht sehr wohltätig der jetzt üblichen Einseitigkeit entgegenwirken.

Kosmische Physik.

Im Normallehrplan aus dem Jahre 1910 wird eine zusammenhängende Behandlung der Himmelserscheinungen das erste Mal auf den Abschluß der III. Klasse verlegt und gelegentlich der Mechanik in der IV. Klasse eine Wiederholung derselben mit ihrer Erklärung nach dem Kopernikanischen System angeordnet. Auf der Oberstufe wurde die im Lehrplan von 1900 als Abschluß des Physikunterrichtes nach der Optik angesetzte Astronomie als solche ausgeschieden und je nach der Inhaltsverwandtschaft auf einzelne Abschnitte der Physik verteilt, etwas der Mechanik zugewiesen, etwas der Wärme, etwas dem Magnetismus und anderes der Optik. Damit ist die kosmische Physik als solche verloren gegangen und eine aus den Uranfängen menschlicher Geistesentwicklung emporgewachsene Wissenschaft, die Astronomie, versinkt damit in den unruhig wogenden Fluten allgemeiner Salonbildung. Aus einzelnen Andeutungen über Zeitmessung bei den

Pendelgesetzen, aus den Keplerschen Gesetzen, aus den kalorischen Wirkungen der Sonnenstrahlungen setzt sich kein Schüler das zusammen, was man Jahrhunderte lang als Gipfel menschlicher Wissenschaft verehrte.

Daß dabei die Astronomie nicht mehr sozusagen als Mutter der mathematischen und physikalischen Disziplinen erscheint, wie dies tatsächlich lange Zeit der Fall war, kann man noch hinnehmen, aber es läßt sich andrerseits auch nicht leugnen, daß viele ihrer Probleme erst dann voll und ganz bewertet werden, wenn man sie von einem höheren Standpunkt erfaßt, wenn sie als Kulturfaktoren erscheinen und nach ihrem Einfluß auf viele andere zeitgemäße Fragen beurteilt werden. Dafür ist der Schüler auf niederer Stufe einfach nicht zu haben und später bietet sich dafür keine Gelegenheit mehr.

Es ist eine allgemein anerkannte Erfahrung, daß die mathematische Geographie in den untersten Klassen eine geradezu trostlose Arbeit ist und daß man selbst in den obersten Klassen oft recht bedenkliche Lücken vorfindet. Die Ursache dieser Erscheinung liegt in der mangelhaften Ausbildung des räumlichen Anschauungsvermögens; der Schüler versteht die am Modell wahrgenommenen Vorgänge nicht auf den „Raum um sich" zu übertragen und behauptet „alles verstanden zu haben", wenn er den Mechanismus des Modelles durchschaut hat. Das genügt aber noch nicht.

Die wenigsten Schüler werden den Lehrer verstehen, wenn er die Sonnenbahn als „schraubenförmig" bezeichnet; dieses Bild ist gänzlich verfehlt, denn charakteristisch für die Schraube ist die gleichmäßige Ganghöhe und die Unmöglichkeit der Umkehr, so lange der Drehungssinn der nämliche bleibt.

Die scheinbare Mondbahn und ihr Wechsel im Sommer und im Winter, sowie auch ihre Beziehung zur Sonnenbahn wird ganz ignoriert und die Phasenerklärung ist nur oberflächlich, denn die mnemotechnische Regel ist wertlos und die Erklärung nach dem Modell entspricht nicht der Anschauung in der Natur. Die Phasenfolge ergibt sich ganz einfach, wenn darauf hingewiesen wird, daß die Lichtseite den Mond im selben Sinne umkreist wie die Erde, nämlich von Osten nach Westen, weshalb der helle Rand am Mond rechts zuerst auftreten und links verschwinden muß.

Daß eine Sonnenfinsternis entstehe, wenn der Mond zwischen Sonne und Erde steht, das kann man in der Volksschule oder in den untersten Klassen der Mittelschule als hinreichenden Erklärungsgrund gelten lassen, auf der Oberstufe ist es ganz unzureichend. Die wenigsten Schüler und auch nicht alle Lehrer dürften in der Lage sein zu sagen, wo zu einer bestimmten Jahreszeit der Vollmond aufgeht und untergeht und eine Mondesfinsternis entsteht.

Die Keplerschen Gesetze verlangen wenigstens für die Ellipse eine ganz andere Behandlung als die auf Symmetrie begründete Ableitung in der analytischen Geometrie. Nur die vielfach vernachlässigte Polargleichung stellt die wünschenswerte Vermittlung her. Die Flächengeschwindigkeit ist bei der Zentralbewegung nur in Bezug auf das Zentrum vorhanden, bei der gleichförmigen Bewegung für irgendeinen Punkt der Umgebung, was als charakteristischer Gegensatz zur Zentralbewegung kaum jemals betont wird.

Schwierigkeiten anderer Art bereitet die Diskussion über die Erscheinungen, welche sich auf die Erdbewegung beziehen. Die Ursache dieser Tatsache liegt darin, daß die perspektive Darstellung dieser Verhältnisse für die Auffassung und noch mehr für die Skizzierung hinderlich und die vektorielle Behandlung sozusagen unbekannt ist. Dies gilt in erster Linie für den Foucaultschen Pendelversuch, noch mehr aber für die Ablenkung der Passatwinde.

Das seiner ganzen Natur nach schwierige Problem der Ebbe und Flut wird durch die Zerstückelung der kosmischen Physik zu einem Verlegenheitsproblem. Die Hauptschwierigkeit desselben ist die Begründung des Wellenberges auf der von Sonne oder Mond abgewendeten Seite. Beide Wassererhebungen kommen übrigens dadurch zustande, daß die Erde als Ganzes in Gravitationsgebiete von verschieden abgestufter Intensität eintritt und sich wenigstens graduell daraus entfernt. Zu Beginn der Erörterung des Gravitationsbegriffes ist der Schüler für die gleichzeitige Bewältigung aller dabei maßgebenden Faktoren nicht reif und eine gründliche Erörterung würde die Kontinuität des Physikunterrichtes geradezu unterbrechen, was nach Abschluß desselben nicht der Fall wäre. Auch die Bestimmung der geographischen Lage und der Erddimensionen läßt sich nach Abschluß der ganzen Physik viel besser erledigen als bei irgendeiner anderen Gelegenheit, und die Meteorologie läßt sich gelegentlich der Wärmelehre auch nicht erschöpfend behandeln, wenn man den mathematischen Anteil nicht gänzlich auf die Seite schiebt. Dadurch wird aber nicht nur die Vertiefung des Physikunterrichtes beeinträchtigt, sondern auch die Vielseitigkeit der mathematischen Ausbildung eingeschränkt.

Schlußbemerkungen.

Dieser Überblick über die auf verschiedenen Gebieten vorkommenden Anwendungen der Mathematik im Physikunterricht der Mittelschule läßt ihre zweifache didaktische Aufgabe erkennen, eine auf Präzision, Kritik und Kontrolle dringende und andrerseits eine anregende, dirigierende und sogar erfinderische. Bald wird der Lehrer in die Lage kommen, zuweitgehende Annahmen als unhaltbar auf das richtige Maß

zurückzuführen, bald wird er wie bei der Lösung von Gleichungen mit ihrer Hilfe die Bedingungen finden, die eine Forderung erfüllbar erscheinen lassen. Da kann er darauf hinweisen, daß die aprioristische Mathematik einen fruchtbaren Nährboden findet und dort kann er zeigen, wie die Physik mit ihren graphischen Methoden, Modellen und Experimenten weiterbaut und die Begriffsbildung fortsetzt, wo die Mathematik in der Mittelschule abbrechen muß. Es wäre gewiß einseitig. alle diese Fragen nur mathematisch oder nur empirisch zu behandeln. Ein geschickter Lehrer wird sich bemühen, den Unterricht in jeder Richtung zu vertiefen und die Schüler werden einen vorübergehenden Wechsel wie das Anschlagen eines neuen Akkordes empfinden und den Grundton um so lieber verfolgen, wenn ihn dann und wann verwandte Obertöne begleiten.

Die Frage nach der Vollständigkeit in der Behandlung der Berührungspunkte beider Fächer kommt hier weniger in Betracht. Einerseits ist nicht jede physikalische Aufgabe, an die eine Rechnung geknüpft wird, deshalb schon ein mathematisches Problem und doch gestatten oft die unscheinbarsten Beobachtungen recht instruktive mathematische Bearbeitungen. Manches hat man früher in der Mittelschule lang und breit erörtert, was man heute didaktisch weniger bewertet und immer wieder muß auf das allzuknappe Stundenmaß hingewiesen werden, das den Naturwissenschaften so manche Beschränkung auferlegt, die man vom Standpunkt der Geistesbildung wie auch des so oft mit Pathos betonten „Studiums fürs Leben“ sehr bedauern muß.

Was durch dieses Referat angestrebt wurde, das ist die Zusammenstellung der wichtigsten allgemeinen und speziellen Probleme, bei denen nach den Erfahrungen an den österreichischen Mittelschulen neben der experimentellen auch noch eine mathematische Behandlung empfehlenswert erscheint. An diesen Stellen kann, darf und soll sich der Lehrer nach der Meinung des Berichterstatters mehr oder weniger auf eine mathematische Ausarbeitung einlassen, soweit die Zeitverhältnisse und allenfalls auch noch besonders günstige Umstände, wie zum Beispiel die gute Begabung mancher Klassen, es gestatten.

Wenn im Sinne der neueren Weisungen damit Ernst gemacht wird, daß vor allem das Erfassen der Probleme auf Grund der klar und richtig dargebotenen Anschauungsbilder höher zu bewerten ist als das mühsame Erringen schrittweise erworbener und vielfach zergliederter Kenntnisse, dann muß umso sorgfältiger darauf hingearbeitet werden, daß sich diese beiden Fächer noch besser als bisher durchdringen, sich gegenseitig fördern und heben, um vereint dem Mittelschüler das zu bieten, was ihn für die allgemein zugängliche Hochschule „reif“ macht, nämlich für den „Kampf im Leben“.

Normallehrplan des Gymnasiums aus dem Jahre 1909.

Unterstufe.

(Physik, Chemie und Mineralogie.)

Lehrziel: Kenntnis der einfachsten Naturerscheinungen auf Grund der Beobachtungen in der Natur und von Versuchen. Die wichtigsten praktischen Verwertungen dieser Erscheinungen. Einführung in die Elemente der Chemie und Mineralogie.

III. Klasse, wöchentlich zwei Stunden. Einleitung: Ausdehnung. Aggregatzustände. Gewicht, spezifisches Gewicht. Luftruck. Von der Wärme: Wärmeempfindung. Temperatur. Volumänderungen durch die Wärme. Thermometer. Wärmemenge, spezifische Wärme. Änderung der Aggregatzustände. Spannkraft der Dämpfe. Prinzip der Dampfmaschine. Quellen der Wärme. Wärmeleitung. Wärmestrahlung. Vom Magnetismus: Natürliche und künstliche Magnete. Magnetnadel. Wechselwirkung zweier Magnetpole. Magnetisierung durch Verteilung, durch Streichen. Magnetismus der Erde. Begriff der Deklination und Inklination unter Wiederholung der einschlägigen astronomischen Grundbegriffe. Bussole. Von der Elektrizität: Elektrisierung durch Reibung, durch Mitteilung. Leitung der Elektrizität. Elektroskope. Sitz der Elektrizität. Spitzenwirkung. Elektrisierung durch Verteilung. Elektrisiermaschine. Verstärkungsapparate. Gewitter. Blitzableiter. Einfache galvanische Elemente. Elektrischer Strom. Wärme- und Lichtentwicklung durch den Strom. Elektrolyse (Wasserzersetzung und Galvanoplastik). Magnetische Wirkungen des Stromes. Telegraph. Fundamentalversuche über elektrische Induktion. Telephon und Mikrophon. Vom Schalle: Schallerregung. Ausbreitung des Schalles. Klänge und Geräusche. Schallstärke und Tonhöhe. Saiten, Stimmgabeln, Pfeifen. Reflexion. Resonanz und Mittönen. Wahrnehmung des Schalles. Vom Lichte: Lichtquellen. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes, Schatten, Mondesphasen, Finsternisse, Lochkammer. Beleuchtungsstärke. Reflexionsgesetz. Bilder bei ebenen und sphärischen Spiegeln. Brechung (qualitativ), Durchgang des Lichtes durch Platten, Prismen und Linsen. Linsenbilder. Auge, Akkommodation, Brillen. Sehwinkel, Lupe. Farbenzerstreuung, Hinweis auf den Regenbogen. Himmelserscheinungen (über das ganze Schuljahr verteilt): Erste

Orientierung am Fixsternhimmel, Phasen und Umlauf des Mondes, Bewegung der Sonne in bezug auf den Fixsternhimmel.

IV. Klasse, wöchentlich drei Stunden. (Im I. Semester Physik, im II. Semester Chemie und Mineralogie.) Vom Gleichgewichte und der Bewegung: Messung der Kräfte durch Gewichte und ihre Darstellung durch Strecken. Hebel, Wage, Wellrad, Rolle, schiefe Ebene (statische Verhältnisse, Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte). Schwerpunkt. Gleichgewichtsarten. Gleichförmige Bewegung. Freier Fall. Vertikaler Wurf nach aufwärts. Zusammensetzung und Zerlegung der Bewegungen. Graphische Behandlung des horizontalen und schiefen Wurfes. Bewegung längs der schiefen Ebene. Reibung. Pendelgesetze. Fliehkraft. Grunderscheinungen beim Stoße elastischer Körper. Zusammenfassende Wiederholung der Himmelserscheinungen und ihre Erklärungen aus dem kopernikanischen System. Von den Flüssigkeiten: Eigenschaften. Fortpflanzung des Druckes. Niveau. Hydrostatischer Druck. Kommunizierende Gefäße (Kapillarerscheinungen). Archimedisches Prinzip. Einfachste Fälle der Bestimmung des spezifischen Gewichtes durch Beobachtung des Auftriebes. Schwimmen der Körper, Skalenaräometer. Von den Gasen: Eigenschaften. Barometer, Manometer. Mariottesches Gesetz. Wasser- und Luftpumpen. Heber. Luftballon. Aus der Chemie und Mineralogie: Zusammensetzung der Luft. Grundstoffe, Gemenge, Verbindung. Synthese, Analyse, Substitution, Reduktion, die Gesetze der Erhaltung der Masse und der bestimmten Gewichts- und Raumverhältnisse an einigen einfachen Versuchen. Elektrolyse. Einführung in die chemische Bezeichnungsweise. Basen, Säuren, Salze. Eine kleine Auswahl von Elementen und ihrer wichtigsten Verbindungen. Erläuterung der wesentlichen Merkmale organischer Stoffe an einigen Beispielen. In durchgehender Verbindung mit dem chemischen Unterrichte die auf Anschauung gegründete Beschreibung der wichtigsten Minerale und Felsarten sowie eine abschließende kurze Zusammenfassung des mineralogischen Lehrstoffes.

Oberstufe.

(Physik und Chemie.)

Lehrziel: Verständnis der wichtigsten Erscheinungen und Gesetze aus dem Gebiete der Physik, Chemie, Meteorologie und Astronomie sowie Kenntnis der mathematischen Formulierung der Hauptgesetze.

VII. Klasse, wöchentlich vier Stunden. Einleitung: Kurze Bemerkungen über die Aufgabe der Physik. Ausdehnung. Mechanik: Vorbegriffe der Bewegung. Gleichförmige und gleichmäßig veränderliche

Bewegung. Fallbewegung, Widerstand des Mittels. Prinzip der Trägheit, Kraft. Gewicht, statische und dynamische Messung einer Kraft. Masse, Grundlage des absoluten Maßsystems. Unabhängigkeitsprinzip. Vertikaler Wurf nach aufwärts. Arbeit, lebendige Kraft und Energie. Bewegungsparallelogramm. Der horizontale und schiefe Wurf (letzterer nur graphisch). Kräfteparallelogramm. Bewegung längs einer schiefen Ebene. Reibung. Moment einer Kraft in bezug auf einen Punkt. Kräftepaare. Schwerpunkt (ohne Berechnung seiner Lage). Arten des Gleichgewichtes. Einfache Maschinen mit Betonung des Prinzipes der Erhaltung der Arbeit: Hebel, Wage, feste Rolle, bewegliche Rolle (mit parallel gerichteten Seilen), (Flaschenzug), Wellrad, Schraube (qualitativ). Krummlinige Bewegung eines Massenpunktes. Zentripetal- und Zentrifugalkraft. Zentralbewegung. (Den Lehren von den Planetenbewegungen und der allgemeinen Massenanziehung ist das Einschlägige aus der Astronomie wiederholend und ergänzend vorauszuschicken; im Anschluß an Kreiselversuche: Präzesson, tropisches Jahr u. dgl.). Harmonische Bewegung. Pendelgesetze. Molekularkräfte. Elastizität, Stoß (nur experimentell). Hydromechanik: Wiederholung und Ergänzung des auf der Unterstufe vorgenommenen Stoffes. Einfluß der Molekularkräfte auf das Gleichgewicht von Flüssigkeiten. Strömen einer Flüssigkeit. Aeromechanik: Wiederholung und Ergänzung des auf der Unterstufe vorgenommenen Lehrstoffes. Auftrieb in Gasen. Barometrische Höhenmessung (ohne Ableitung der Formel). Saugwirkung eines Gasstrahles. Diffusion. Absorption. Wärmelehre: Thermometer. Ausdehnung. Mariotte-Gay-Lussacsches Gesetz. Wärmemenge. Spezifische Wärme. Beziehungen zwischen mechanischer Arbeit und Wärme. Wärmehypothesen. Änderungen des Aggregatzustandes durch die Wärme. Eigenschaften der Dämpfe. Verflüssigung der Gase. Luftfeuchtigkeit. Dampfmaschine. Wärmeleitung, Wärmestrahlung. Wärmequellen. Isothermen. Isobaren, Winde. Chemie (die zweite Hälfte des II. Semesters): Wiederholung des Lehrstoffes der Unterstufe, Erweiterung desselben und Vertiefung durch nähere Begründung der Molekular- und Atomtheorie auf Grund namentlich der vorangegangenen Aeromechanik und Wärmelehre.

VIII. Klasse, I. Semester wöchentlich drei. II. Semester wöchentlich vier Stunden. (Im II. Semester ist eine Stunde der Wiederholung zu widmen.) Magnetismus: Wiederholung der Grunderscheinungen. Coulumbs Gesetz. Polstärke. Feldstärke. Kraftlinien. Lage der Pole. Magnetisches Moment. Elemente des Erdmagnetismus. Statische Elektrizität: Wiederholung der Grundversuche über Elektrisierung durch Reibung, Mitteilung und Verteilung. Influenz-Elektrisiermaschine. Das Coulombsche Gesetz und die elektrostatische Messung der Elektrizitätsmenge. Elektrisches Feld, Potential in einem Punkte des Feldes, Potential eines Leiters. Charakterisierung des Potentials durch Ver-

suche. Kapazität, Kondensatoren. Einfluß des Dielektrikums. Elektrische Energie eines geladenen Körpers. Atmosphärische Elektrizität. Elektrische Ströme: Potentialdifferenz an einem offenen galvanischen Elemente. Elektromotorische Kraft. Galvanische Batterien. Magnetisches Feld des elektrischen Stromes. Biot-Savartsches Gesetz. Die absolute elektromagnetische Stromeinheit und das Ampère. Tangentenbussole und Galvanometer. Ohmsches Gesetz. Elektrolyse, galvanische Polarisation, konstante Elemente, Akkumulatoren. Wärmeentwicklung durch den Strom. Das Joulesche Gesetz. Die absoluten elektromagnetischen Einheiten des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft, Ohm und Voltampère, Watt, Kilowattstunde. Elektrische Beleuchtung. Thermoströme. Stromverzweigung. Messen des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft. Magnetfeld eines ebenen geschlossenen Leiters. Wechselwirkung zweier Stromleiter. Magnetfeld eines Solenoides. Elektromagnete und ihre Anwendungen. Stromleiter im magnetischen Felde. Ampèremeter und Voltmeter. Induktion von Strömen (Hinweis auf das Energieprinzip). Erklärung einer dynamoelektrischen Maschine. Funkeninduktor. Telephon und Mikrophon. Röntgenstrahlen. Radioaktivität. Telegraphie ohne Draht. Wellenlehre: Fortschreitende Transversal- und Longitudinalwellen. Reflexion und Interferenz der. Wellen. Stehende Welle. (Alles vorwiegend graphisch und experimentell behandelt.) Huygens Prinzip. Akustik: Schallerregung. Tonhöhe. Konsonanz und Dissonanz. Töne gespannter Saiten. Obertöne, Klangfarbe. Stimmgabeln, Platten und Membranen, Pfeifen. Resonanz und Mittönen. Menschliches Stimmorgan. Ausbreitung des Schalles. Seine Intensität. Reflexion, Interferenz der Schallwellen. Wahrnehmung des Schalles. Optik: Wiederholung des über die Ausbreitung des Lichtes in der III. Klasse Gelernten. Lichthypothesen. Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach Römer und Fizeau. Photometrie. Reflexion. Bilder an ebenen und sphärischen Spiegeln. Brechung. Totalreflexion. Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte (ohne Berechnung), durch ein Prisma, Minimum der Ablenkung (nur experimentell). Bestimmung des Brechungsexponenten. Linsen. Berechnung und Konstruktion der Linsenbilder, sphärische Abweichung. Farbenzerstreuung. Chromatische Abweichung, achromatische Linsen. Regenbogen. Emissions- und Absorptionsspektren, das Wichtigste aus der Spektralanalyse. (Im Anschluß daran einige Mitteilungen aus der physischen Astronomie.) Farben der Körper. Kurze Bemerkungen über Fluoreszenz und Phosphoreszenz. Chemische Wirkungen des Lichtes. Wärmewirkungen, dunkle Wärmestrahlen. Projektionsapparat, photographische Kamera. Auge. Mikroskope und dioptrische Fernrohre mit kurzer Erörterung der Vergrößerung. Interferenz: Farben dünner Plättchen. Beugung durch einen Spalt und durch ein Gitter. Polarisation durch Reflexion und einfache Brechung,

Polarisation durch Doppelbrechung. Turmalinplatten. Nicols Prisma. Drehung der Schwingungsebene (Saccharometer).

Der Lehrplan der Realschulen unterscheidet sich davon hauptsächlich nur darin, daß die Chemie in demselben nicht vorkommt, weil sie zu einem eigenen, in der IV. und V. Klasse dreistündigen und in der VI. Klasse zweistündigen Gegenstande ausgebildet ist.

Lehrplan der Realschulen aus dem Jahre 1899.

Lehrziel für die Unterrealschule.

Kenntnis der einfachsten Naturerscheinungen auf Grund des Versuches und der Beobachtung in der Natur; Berücksichtigung der wichtigsten Anwendungen dieser Erscheinungen.

Lehrziel für die Oberrealschule.

Verständnis der wichtigsten Erscheinungen und Gesetze aus den verschiedenen Gebieten der Physik und aus der Astronomie, sowie Kenntnis der mathematischen Formulierung der Hauptgesetze.

III. Klasse, wöchentlich drei Stunden. 1. Einleitung: Räumlichkeit und Undurchdringlichkeit der Körper, Aggregatzustände; Bewegung und ihre Merkmale, Trägheit. Kraft; Angriffspunkt, Richtung und Stärke derselben. Begriff zweier gleicher Kräfte; Versinnlichung der Kräfte durch Strecken.

2. Von der Schwere: Richtung der irdischen Schwerkraft. Gewicht, Gewichtseinheit, Schwerpunkt, Gleichgewichtsarten eines unterstützten Körpers. Hebel gleicharmige und Schnellwage, feste Rolle. Spezifisches Gewicht, relative Dichte.

3. Von den Molekularkräften: Teilbarkeit, Moleküle, Porosität, Kohäsion, Adhäsion. Elastizität, Gesetz der Zugelastizität, Federwage.

4. Von den tropfbaren Flüssigkeiten: Charakteristische Eigenschaften derselben. Fortpflanzung des Druckes. Niveau. Hydrostatischer Druck. Rückwirkung des ausströmenden Wassers. Kommunizierende Gefäße (Kapillarerscheinungen). Archimedisches Prinzip. Einfachste Fälle der Bestimmung des spezifischen Gewichtes durch Beobachtung des Auftriebes. Schwimmen der Körper, Skalenaräometer.

5. Von den Gasen: Charakteristische Eigenschaften derselben. Wägung der Luft, Barometer, Manometer, Mariotte'sches Gesetz. Wasser- und Luftpumpen. Heber. Luftballon.

6. Von der Wärme: Wärmeempfindungen, Temperatur. Volumsänderungen durch die Wärme. Thermoskope, Thermometer. Wärmemenge, Begriff der spezifischen Wärme. Wärmeleitung, Grundversuche über Wärmestrahlung. Kurze Erklärung der Jahreszeiten aus der

Bewegung der Erde um die Sonne. Änderungen der Aggregatzustände. Spannkraft der Dämpfe. Prinzip der Dampfmaschine. Quellen der Wärme.

7. Vom Magnetismus: Natürliche und künstliche Magnete. Magnetnadel, Wechselwirkung zweier Magnetpole. Magnetisierung durch Verteilung, durch Streichen. Magnetismus der Erde, Begriff der Deklination und Inklination unter Wiederholung der einschlägigen astronomischen Grundbegriffe. Boussole.

8. Von der Elektrizität: Elektrisierung durch Reibung, durch Mitteilung. Leitung der Elektrizität. Die zwei Arten des elektrischen Zustandes. Elektroskope. Sitz der Elektrizität. Spitzenwirkung. Elektrisierung durch Verteilung. Die gebräuchlichsten Apparate zur Erzeugung und Ansammlung der Elektrizität. Gewitter. Blitzableiter.

Voltasches Element, Voltasche Batterie, Nachweis der elektrischen Polarität. Elektrischer Strom. Einge der gebräuchlichsten galvanischen Elemente. Wärme- und Lichtentwicklung durch den Strom. Elektrolyse (Wasserzersetzung und Galvanoplastik). Magnetische Wirkungen des Stromes. Morses Telegraph. Fundamentalversuche über elektrische Induktion. Telephon und Mikrophon. Thermoelektrizität.

IV. Klasse, wöchentlich vier Stunden. 1. Von der Bewegung der Körper: Gleichförmige und gleichförmig veränderliche Bewegung. freier Fall, Luftwiderstand, vertikaler Wurf nach aufwärts. Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegungen. Graphische Behandlung des horizontalen und schiefen Wurfes. Beziehung zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung, Kräfteparallelogramm. Bewegung längs der schiefen Ebene. Reibung, Pendelgesetze. Fliehkraft, Zentralbewegung, Besprechung der Achsendrehung der Erde und ihres Umlaufes um die Sonne. Resultierende paralleler, gleichgerichteter Kräfte auf Grund von Versuchen; nähere Bestimmung des Begriffes Schwerpunkt. Wiederholung beziehungsweise experimentelle Ermittlung der statischen Verhältnisse beim Hebel, beim Wellrade, bei der festen und beweglichen Rolle, beim Flaschenzuge und bei der schiefen Ebene, mit Hinweis auf die geleistete und verbrauchte Arbeit. Grunderscheinungen beim Stoße elastischer Körper.

2. Vom Schalle: Schallerregung. Fortpflanzung des Schalles, erläutert an Versuchen. Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Reflexion. Arten des Schalles; Stärke und Höhe der Töne, Tonleiter; Saiten, Stimmgabeln, Pfeifen. Resonanz. Das menschliche Gehörorgan.

3. Vom Lichte: Lichtquellen. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Schatten; Mondesphasen, Finsternisse. Lochkammer. Beleuchtungsstärke, Reflexionsgesetz, Bilder bei ebenen und sphärischen Spiegeln. Brechung (qualitativ), Durchgang des Lichtes durch Platten, Prismen und Linsen. Linsenbilder, photographische Kamera, Auge. Akkomodation, Brillen, das körperliche Sehen, Dauer des Lichtein-

druckes, Gesichtswinkel, Lupe, Mikroskop. Dioptrische Fernrohre in einfachster Zusammensetzung. Farbenzerstreuung, Sonnenspektrum, komplementäre Farben, Farben der Körper, erzeugt durch Absorption. Regenbogen.

VI. Klasse, wöchentlich vier Stunden. Einleitung: Kurze Bemerkungen über den Gegenstand und die Methode der Physik.

Wiederholung des über Räumlichkeit und Undurchdringlichkeit auf der Unterstufe Gelehrten. Molekül, Atom; Aggregatzustände.

Mechanik: Vorbegriffe über Bewegung. Gleichförmige und gleichförmig veränderliche Bewegung. Trägheitsprinzip. Freier Fall. Dynamische und statische Kraftmessung. Gewicht. Luftwiderstand. Vertikaler Wurf nach aufwärts. Begriff und Maß der Arbeit. Lebendige Kraft, Energie.

Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegungen, der horizontale und schiefe Wurf. Bewegung längs der schiefen Ebene. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, die in einem Punkte angreifen; Resultante solcher Kräfte, die in verschiedenen Punkten eines starren Systems angreifen. Drehungsmoment. Kräftepaare. Schwerpunkt. Arten des Gleichgewichtes; Stabilität. Einfache Maschinen mit Betonung des Prinzips der Erhaltung der Arbeit. Bewegungshindernisse (Unmöglichkeit des Perpetuum mobile). Gleicharmige Wage und Dezimalwage.

Krummlinige Bewegungen, Zentripetal- und Zentrifugalkraft. Zentralbewegung. Mathematisches und physisches Pendel, letzteres nur experimentell (Reversionspendel).

Wiederholung des auf der Unterstufe über Molekularkräfte Gesagten. Elastizitätsmodul. Festigkeit. Stoß.

Wiederholung des auf der Unterstufe vorgenommenen Stoffes der Hydromechanik mit entsprechenden Verallgemeinerungen und Ergänzungen. Torricellis Ausflußtheorem, hydrodynamischer Druck in einer horizontalen Ausflußröhre. Oberflächenspannung, Kapillarität. Lösung, Diffusion.

Wiederholung des aus der Aeromechanik auf der Unterstufe vorgenommenen Lehrstoffes mit Ergänzungen. Mariotte-Gay-Lussacsches Gesetz, Gewichtsbestimmung von Gasen; Berechnung der Verdünnung und Verdichtung bei Luftpumpen; Auftrieb in der Luft. Barometrische Höhenmessung.

Ausströmen der Gase, Diffusion, Absorption.

Wärmelehre: Thermometer, Ausdehnungskoeffizient. Wärmemenge, spezifische Wärme. Beziehungen zwischen Wärme und mechanischer Arbeit; das mechanische Wärmeäquivalent. Wesen der Wärme.

Änderungen des Aggregatzustandes unter Berücksichtigung der verbrauchten oder abgegebenen Wärme. Einiges über gesättigte und überhitzte Dämpfe. Dampfdichte (Molekulargewicht). Hygrometrie.

Atmosphärische Niederschläge. Dampfmaschine. Wärmeleitung. Kurze Bemerkungen über Wärmestrahlung. Isothermen, Isobaren. Winde.

Wellenlehre: Gesetze einer einfach schwingenden Bewegung, einfache Fälle der Zusammensetzung von Schwingungen, fortschreitende Transversal- und Longitudinalwellen, Reflexion und Interferenz der Wellen, stehende Wellen (alles vorwiegend graphisch und experimentell behandelt).

Akustik: Schallerregung. Arten des Schalles. Bestimmung der Tonhöhe. Dur- und Molltonleiter nebst Dreiklängen. Schwingungsgesetze einer gespannten Saite (Monochord), Obertöne. Tonstärke. Klangfarbe. Resonanz. Tönende Stäbe, Platten und Membranen. Pfeifen das menschliche Stimmorgan.

Fortpflauzung des Schalles. Fortpflanzungsgeschwindigkeit desselben, Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung, Reflexion. Interferenz der Schallwellen. Das menschliche Gehörorgan.

VII. Klasse, wöchentlich vier Stunden. Grundlehren der Astronomie (Kosmographie): Scheinbare tägliche Bewegung des Himmelsgewölbes, Sternzeit; Koordinaten bezüglich des Horizontes und des Äquators; Bestimmung der Mittagslinie und der Polhöhe.

Gestalt und Größe der Erde. Achsendrehung derselben (Foucaults Pendelversuch) und Folgeerscheinungen.

Scheinbare Bewegungen der Sonne, Ekliptik, Ekliptikale Koordinaten. Wahre und mittlere Sonnenzeit. Siderisches und tropisches Jahr. Schalttage. Wahre Bewegung der Erde um die Sonne. Entfernung der Sonne.

Planeten, kurze Erklärung ihrer scheinbaren Bewegung. Die Keplerschen Gesetze; Ableitung des Newtonschen Gravitationsgesetzes aus denselben. Entfernung und Bewegung des Mondes. Beschreibung einer Methode zur Bestimmung der durchschnittlichen Dichte der Erde. Vergleich der Erd- und Sonnenmasse, Ebbe und Flut. Präzession der Tag- und Nachtgleichenpunkte, Erklärung durch Kreiselversuche.

Kurze Bemerkungen über einzelne Planeten, über Kometen. Sternschnuppen, Fixsterne. Sternhaufen, Nebelflecke.

Lehre vom Magnetismus und von der Elektrizität:

a) Magnetismus: Wiederholung der Grunderscheinungen. Das Coulombsche Gesetz, Polstärke, Feldstärke, magnetische Kraftlinien. Lage der Pole, magnetisches Moment. Die Elemente des Erdmagnetismus.

b) Statische Elektrizität: Wiederholung der Grundversuche über Elektrisierung durch Reibung, Mitteilung und Verteilung; Influenz-Elektrisiermaschine. Das Coulombsche Gesetz und die elektrostatische Messung der Elektrizitätsmenge; elektrisches Feld. das Wichtigste über das Potential in einem Punkte desselben. Po-

tential eines Leiters. Charakterisierung des Potentials durch Versuche, Kapazität, Kondensatoren (Dielekrizitätskonstante), elektrische Energie eines geladenen Körpers. Atmosphärische Elektrizität.

c) Elektrische Ströme: Potentialdifferenz an einem offenen galvanischen Elemente, elektromotorische Kraft, Voltas Fundamentalversuche, galvanische Batterien. Der elektrische Strom, sein magnetisches Feld, das Biot-Savartsche Gesetz, die absolute elektromagnetische Stromeinheit und das Ampère. Die Webersche Tangentenboussole. Spiegelgalvanometer. Ohmsches Gesetz.

Elektrolyse, galvanische Polarisation, konstante Elemente, Akkumulatoren. Wärmeentwicklung durch den Strom. Das Joulesche Gesetz, die absoluten elektromagnetischen Einheiten des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft, das legale Ohm und das Volt. Elektrische Beleuchtung. Der Peltier-Effekt, Thermoströme.

Messen des Widerstandes nach der Substitutionsmethode. Ermittlung des inneren Widerstandes und der elektromotorischen Kraft der Elemente nach der Ohmschen Methode. Stromvorzweigung in zwei Teile.

Magnetfeld eines ebenen geschlossenen Leiters. Wechselwirkung zweier Stromleiter. Magnetfeld eines Solenoides; Ampèresche Theorie des Magnetismus; Elektromagnete; Anwendungen. Grunderscheinungen des Diamagnetismus. Elektromagnetische Rotationen.

Induktion von Strömen unter Hinweis auf das Energieprinzip. Physiologische Wirkungen derselben. Erklärung einer magnetoelektrischen und einer dynamoelektrischen Maschine. Ruhmkorffs Funkeninduktor. Telephon und Mikrophon.

Optik: Wiederholung des über die Fortpflanzung des Lichtes in der IV. Klasse behandelten Stoffes. Lichthypothesen. Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Photometrie.

Reflexion, Erklärung nach der Wellentheorie. Bilder an ebenen und sphärischen Spiegeln.

Brechung, theoretische Begründung derselben nach der Wellenlehre, totale Reflexion. Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte, durch ein Prisma, Minimum der Ablenkung, Bestimmung des Brechungsexponenten. Linsen, Berechnung und Konstruktion der Linsenbilder, sphärische Abweichung.

Farbenzerstreuung; chromatische Abweichung der Linsenbilder, achromatische Linsen. Graphische Erklärung des Regenbogens, Spektrometer, Emissions- und Absorptionsspektren, das Wichtigste aus der Spektralanalyse, Erklärung der Fraunhoferschen Linien; Farben der Körper. Kurze Bemerkungen über Fluoreszenz und Phosphoreszenz. Chemische Wirkungen des Lichtes. Wärmewirkungen, dunkle Wärmestrahlen; Emission und Absorption derselben; diathermane und adiathermane Stoffe. Röntgensche Strahlen.

Projektionsapparat, photographische Kamera, menschliches Auge, Mikroskope und dioptrische Fernrohre mit kurzer Erörterung der Vergrößerung.

Interferenz: Farben dünner Plättchen, Newtons Farbenglas, Beugung durch eine Spalte.

Polarisation durch Reflexion und einfache Brechung. Polarisation durch Doppelbrechung; Turmalinplatten. Nicols Prisma. Drehung der Schwingungsebene (Saccharometer).

Gymnasial-Lehrplan aus dem Jahre 1900.

Untergymnasium.

Lehrziel: Kenntnis der auffälligsten Naturerscheinungen auf Grund der Beobachtung und des Versuches. Anwendung dieser Kenntnisse zur Erklärung ähnlicher Erscheinungen und ihrer nächstliegenden praktischen Verwertung.

III. Klasse, 1. Semester, wöchentlich zwei Stunden. Vorbegriffe: Räumlichkeit und Undurchdringlichkeit der Körper. Charakteristik der drei Aggregatzustände. Lotrechte, wagrechte Richtung der Schwerkraft; absolutes und spezifisches Gewicht. Druck der Luft.

Aus der Wärmelehre: Wärmeempfindungen, Wärmegrad und Wärmemenge. Veränderung des Volumens und des Aggregatzustandes; Wärmeverbrauch und Wärmeabgabe bei Änderung des Aggregatzustandes. Verbreitung der Wärme durch Leitung und durch Strahlung, von letzterer nur die einfachsten Erscheinungen. Quellen der Wärme.

Aus der Chemie: Als Vorbereitung: Cohäsion, Adhäsion; Elastizität, Sprödigkeit, Zähigkeit; Mischung, Lösung; Krystallisation. Synthese, Analyse und Substitution. Nachweis der Gesetze der Erhaltung der Masse und der bestimmten Gewichts- und Raumverhältnisse an wenigen einfachen Versuchen. Grundstoffe, Molekül, Atom; Basen, Säuren, Salze. Die verbreitetsten Metalloide und einige ihrer Verbindungen. Verbrennung.

IV. Klasse, wöchentlich drei Stunden. 1. Semester: Aus der Lehre vom Magnetismus: Natürliche und künstliche Magnete. Magnetpole und ihre Wechselwirkung. Magnetisierung durch Verteilung. Erdmagnetismus.

Aus der Elektrizitätslehre: Elektrischer Zustand, einfachste Elektroskope. Gute und schlechte Leiter, positiv und negativ elektrische Körper. Elektrisierung durch Verteilung. Die gebräuchlichsten Apparate zur Erzeugung und Ansammlung der Elektrizität. Gewitter, Blitzableiter. Voltasche Kette; von den konstanten Ketten nur diejenigen, welche zu den Versuchen verwendet werden. Die Hauptwirkungen des galvanischen Stromes, Galvanoskop, Elektro- und Magneto-Induktion. Die

einfachsten und bekanntesten elektrotechnischen Anwendungen (z. B. elektrisches Licht, Galvanoplastik, Morses Telegraph).

Aus der Mechanik: Beschreibung der Hauptformen von Bewegung: geradlinige, krummlinige, gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Die beiden Wirkungsarten der mechanischen Kräfte: Beschleunigung und Druck (Zug). Messung der letzteren (statischen) Wirkung durch Gewichte. Äußerung des Beharrungsvermögens bei Änderung der Geschwindigkeit und der Richtung (Fliehkraft). Schwerkraft, Stoß, Bewegungshindernisse. — Zusammensetzung und Zerlegung gleichartiger Bewegungen, von ungleichartigen: Wurfbewegung. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften mit einem gemeinschaftlichen Angriffspunkte und von gleichstimmig parallelen Kräften. Schwerpunkt, Arten des Gleichgewichtes; Pendel. Einige Beispiele einfacher und zusammengesetzter Maschinen.

2. Semester: Charakteristische Eigenschaften tropfbar flüssiger Körper, Niveau, hydrostatischer Druck. Gleichgewicht einer Flüssigkeit, sowie zweier sich nicht mischender Flüssigkeiten in Kommunikationsgefäßen. Archimedisches Gesetz; die einfachsten Methoden zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester und tropfbarer Körper. Kapillarerscheinungen. Charakteristische Eigenschaften gasförmiger Körper (Mariottes Gesetz). Torricellis Versuch. Barometer; einige weitere Anwendungen der Wirkungen des Luftdruckes; Luftpumpe. Luftballon. Prinzip der Dampfmaschinen.

Aus der Lehre vom Schalle: Schallempfindungen, Geräusch, Klang, Tonhöhe, Tonleiter; die einfachsten Schallerreger. Stimmorgan. Telephon, Fortpflanzung und Reflexion des Schalles; Mittönen. Gehörorgan.

Aus der Lehre vom Lichte: Lichtempfindungen. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes, Schatten, Photometer. Reflexion und Brechung des Lichtes. Spiegel und Linsen (Dunkelkammer, Prinzip der Photographie). Farbenzerstreuung, Regenbogen. Auge. Mikroskop; dioptrische Fernrohre in einfachster Form.

Mit dem physikalischen Unterrichte, namentlich mit der Mechanik, ist zu verbinden: Beschreibung der Erscheinungen am Fixsternhimmel. Phasen des Mondes; sein monatlicher Umlauf. Jährliche Bewegung der Sonne. Erklärung dieser Erscheinungen, sowie der Verschiedenheit der Tages- und Jahreszeiten an Orten verschiedener Breite und Länge, aus der Drehung der Erde um ihre Achse binnen einem Sterntage und aus dem jährlichen Umlaufe der Erde um die Sonne. Sonnen- und Mondesfinsternis.

Obergymnasium.

Lehrziel: Verständnis der wichtigsten Naturerscheinungen und Naturgesetze, sowie Kenntnis der mathematischen Formulierung der Hauptgesetze.

VII. Klasse, wöchentlich 3 Stunden. Einleitung: Kurze Bemerkungen über den Gegenstand und die Methode der Physik. Wiederholung der Grundbegriffe. Aggregatzustände.

Mechanik: Vorbegriffe über Bewegung. Geradlinige gleichförmige und gleichförmig veränderliche Bewegung. Trägheitsprinzip. Freier Fall. Dynamische und statische Kraftmessung. Gewicht. Vertikaler Wurf nach aufwärts. Begriff und Maß der Arbeit. Energie. (Bewegungshindernisse.)

Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegungen. horizontaler und schiefer Wurf. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, die in einem Punkte angreifen. Bewegung längs einer schiefen Ebene. Resultante von Kräften, welche in verschiedenen Punkten eines starren Systems angreifen; Drehungsmoment, Kräftepaar; Schwerpunkt. Arten des Gleichgewichtes, Stabilität. Einfache Maschinen mit Betonung des Prinzips der Erhaltung der Arbeit. Gleicharmige Wage und Dezimalwage.

Krummlinige Bewegung. Zentripetal- und Zentrifugalkraft (Kreiselversuche). Zentralbewegung. Keplersche Gesetze. Gravitationsgesetz von Newton und Folgerungen aus demselben. Mathematisches und physisches Pendel, letzteres nur experimentell.

Wiederholung des auf der Unterstufe über die Molekularkräfte Gesagten. Elastizitätsmodul. Festigkeit. Stoß.

Wiederholung des auf der Unterstufe vorgenommenen Lehrstoffes der Hydromechanik mit entsprechenden Verallgemeinerungen und Ergänzungen. Oberflächenspannung, Kapillarität. Lösung, Diffusion.

Wiederholung des aus der Aeromechanik im Untergymnasium durchgenommenen Lehrstoffes mit Ergänzungen. Mariotte-Gay-Lussacsches Gesetz. Gewichtsbestimmung von Gasen (Dichte eines Gases). Auftrieb in der Luft. Barometrische Höhenmessung.

Diffusion und Absorption der Gase.

Wärmelehre: Thermometer. Ausdehnungskoeffizient. Wärmemenge, spezifische Wärme. Das mechanische Wärmeäquivalent. Wesen der Wärme. Änderungen des Aggregatzustandes. Verhalten gesättigter und überhitzter Dämpfe. Kritische Temperatur. Hygrometrie. Atmosphärische Niederschläge. Prinzip der Dampfmaschine. Das Wichtigste über Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Wärmequellen. Winde.

Chemie: Experimentelle Begründung der Fundamentalgesetze. Atomtheorie, chemische Formeln, Valenz. Kurze Charakteristik einer Auswahl von Elementen und ihrer wichtigsten Verbindungen.

VIII. Klasse, wöchentlich drei Stunden. Magnetismus: Wiederholung der Grunderscheinungen. Das Coulombsche Gesetz, Polstärke, Feldstärke, magnetische Kraftlinien. Magnetisches Moment eines Magnetstabes. Die Elemente des Erdmagnetismus.

Statische Elektrizität: Wiederholung der Grundversuche über Elektrisierung durch Reibung, Mitteilung und Verteilung; Influenz-Elektrisiermaschine. Das Coulombsche Gesetz und die elektrostatische Messung der Elektrizitätsmenge; elektrisches Feld, das Wichtigste über das Potential in einem Punkte desselben. Potential eines Leiters. Charakterisierung des Potentials durch Versuche. Kapazität, Kondensatoren, elektrische Energie eines geladenen Körpers. Atmosphärische Elektrizität.

Elektrische Ströme: Potentialdifferenz an einem offenen galvanischen Elemente. elektromotorische Kraft, galvanische Batterien. Der elektrische Strom, sein magnetisches Feld, das Biot-Savartsche Gesetz, die absolute elektromagnetische Stromeinheit und das Ampère. Die Tangentenboussole. Das Galvanoskop. Ohmsches Gesetz.

Elektrolyse, galvanische Polarisation, konstante Elemente, Akkumulatoren. Das Joulesche Gesetz, die elektromagnetischen Einheiten des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft, das legale Ohm und das Volt. Elektrische Beleuchtung. Thermoströme.

Messung des Widerstandes nach der Substitutionsmethode. Ermittlung der elektromotorischen Kraft und des inneren Widerstandes der Elemente nach der Ohmschen Methode. Stromverzweigung in zwei Teile.

Wechselwirkung zweier stromführender Leiter. Magnetfeld eines Solenoides. Äquivalenz einer Stromfläche und eines Magnetes. Ampères Theorie des Magnetismus. Elektromagnete und Anwendungen derselben. Grunderscheinungen des Diamagnetismus.

Induktion von Strömen unter Hinweis auf das Energieprinzip. Erklärung einer magnetelektrischen und einer dynamoelektrischen Maschine. Elektrische Kraftübertragung. Funkeninduktor. Telephon und Mikrophon.

Wellenlehre: Harmonisch schwingende Bewegung eines Punktes. Fortschreitende Transversal- und Longitudinalwellen. Reflexion und Interferenz der Wellen, stehende Wellen (alles vorwiegend graphisch und experimentell behandelt). Huyghenssches Prinzip im allgemeinen und in Anwendung auf die Reflexion und Brechung der Wellen.

Akustik: Erregung des Schalles, Ton, Bestimmung der Tonhöhe, Tonleiter. Harmonie und Disharmonie. Töne von Saiten, Stäben, Platten und Pfeifen, das menschliche Stimmorgan. Resonanz, Klangfarbe. Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Stärke des Schalles. Reflexion und Interferenz der Schallwellen (experimentell). Das menschliche Gehörorgan.

Optik: Wiederholung des über die Fortpflanzung des Lichtes im Untergymnasium vorgenommenen Lehrstoffes. Wesen der Undulationstheorie. Erörterung einer Methode zur Bestimmung der Fort-

pflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Besprechung eines Photometers.

Reflexion des Lichtes. Bilder an ebenen und sphärischen Spiegeln.

Brechung des Lichtes. Totale Reflexion. Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte, durch ein Prisma. Minimum der Ablenkung (nur experimentell). Bestimmung des Brechungsexponenten. Linsen. Elemente der Berechnung und Konstruktion der Linsenbilder, sphärische Abweichung.

Farbenzerstreuung. Chromatische Abweichung der Linsenbilder, achromatische Prismen und Linsen. Graphische Erklärung des Regenbogens. Emissions- und Absorptionsspektren. Erklärung der Fraunhoferschen Linien. Farben der Körper. Kurze Bemerkungen über Fluoreszenz und Phosphoreszenz. Chemische Wirkungen des Lichtes. Prinzip der Photographie. Unsichtbare Strahlen. Wärmewirkungen des Lichtes, diathermane und adiathermane Körper.

Projektionsapparat, menschliches Auge, Mikroskope und dioptrische Fernrohre mit kurzer Erörterung der Vergrößerung.

Farben dünner Plättchen, Newtons Farbenglas; Beugung des Lichtes durch eine Spalte.

Die einfachsten Polarisationserscheinungen.

Astronomie: Horizont, Zenith. Scheinbare tägliche Bewegung des Himmelsgewölbes. Weltachse, Äquator, Meridian; Koordinaten eines Gestirnes bezüglich des Horizontes und des Äquators. Bestimmung der Mittagslinie und Polhöhe. Achsendrehung der Erde und Folgeerscheinungen. Gestalt, Größe und Dichte der Erde. Scheinbare Bewegung der Sonne und Erklärung derselben. Ekliptik. Frühlingspunkt. Präzession (erklärt durch Kreiselversuche). Wahre und mittlere Sonnenzeit. Siderisches und tropisches Jahr, bürgerliches Jahr.

Das Wichtigste über die Bewegung des Mondes. Ebbe und Flut.

Inhalt.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH.

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 12.

DIE NEUESTEN EINRICHTUNGEN IN ÖSTERREICH FÜR DIE VORBILDUNG DER MITTELSCHULLEHRER IN MATHEMATIK, PHILOSOPHIE UND PÄDAGOGIK

VON

DR. ALOIS HÖFLER
O. Ö. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

WIEN 1912.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Die neuesten Einrichtungen in Österreich für die Vorbildung der Mittelschullehrer in Mathematik, Philosophie und Pädagogik.

Von Dr. **Alois Höfler,** o. ö. Professor an der Universität Wien.

Erster Teil (1910).

Mathematik und Lehrerbildung.

Ein Zufall fügte es, daß mir mit ein und derselben Post zwei Einladungen[1]) zukamen, mich über das Thema „Mathematik und Lehrerbildung" zu äußern: vom Herausgeber Muthesius der „Pädagogischen Blätter für Lehrerbildung" und von der „Internationalen Kommission für Mathematikunterricht, österreichische Delegation". Da jener Zufall mir jene beiden Einladungen aber gerade in der Viertelstunde zuführte, als ich mich auf drei Monate Ferien von meinen Büchern und Schriften zu trennen im Begriff war, so bitte ich, freundlich zu entschuldigen, wenn ich mich auf die Mitteilung einiger Tatsachen und Gedanken zu jenen beiden Gegenständen beschränke und gar nicht oder höchstens nach dem Gedächtnis zitiere.

Das allgemeine Thema „Mathematik und Lehrerbildung" soll im folgenden auf die beiden Fragen eingeschränkt werden:

1. Was alles würde grundsätzlich dazu gehören, einen Lehrer der Mathematik an Mittelschulen (im österreichischen Sinn, d. h. an

[1]) Um beiden zu entsprechen, versuche ich — nach den gemeinsamen Titel- und Eingangsworten — den Stoff unter beide Aufsätze so aufzuteilen, wie es den immerhin etwas verschiedenen Interessenkreisen der Lehrerbildungsanstalten einerseits, dem Hochschulunterricht künftiger Lehrer an Gymnasien und Realschulen andrerseits näherliegt. Die beiden Aufsätze berühren und ergänzen einander hiernach in einzelnen Punkten.

[So schrieb ich im Sommer 1910. Der Aufsatz in Muthesius' „Pädagogische Blätter" ist dann im Herbst 1910 erschienen. Die Drucklegung des Aufsatzes für die Internationale Mathematische Unterrichtskommission verschob ich bis zum Erscheinen der neuen Prüfungsvorschrift, das damals schon in naher Aussicht stand; s. u. S. 25ff.]

Gymnasien, Realschulen, Realgymnasien und Reformrealgymnasien, Lyzeen, dazu noch an den auf annähernd demselben Niveau stehenden Lehrerbildungsanstalten, Gewerbeschulen usw.) fachwissenschaftlich und pädagogisch lückenlos vorzubilden?

2. Worin steht hinter einem solchen idealen Ausmaß von Vorbildung die wirkliche derzeit (1910) in Österreich noch zurück? (S. 15 ff.)

Zu 1: Wenn sogleich in der Fragestellung „fachwissenschaftliche“ und „pädagogische“ Vorbildung koordiniert wurden, so ist hiermit einer noch immer nicht allem Streit entrückten Bewertung der Pädagogik als solcher Ausdruck gegeben. Man würde eine solche positive Bewertung der Pädagogik mir, als dem Vertreter dieses Faches an der ersten Hochschule unseres Reiches, selbst dann zugute halten können, wenn man sonst grundsätzlich die Pädagogik nicht für eine Wissenschaft oder auch nicht einmal für eine durch Wissenschaften zu fundierende Kunstübung, und wenn man daher ihre Vertretung innerhalb einer philosophischen Fakultät für unsachgemäß, für eine bloße Konzession an überkommene und bisher ungeklärte Ansichten und Gewohnheiten in Sachen der Pädagogik überhaupt hielte. Da es aber gewiß nicht am Platze wäre, diese alten leidigen Streitfragen in Sachen der Pädagogik[1]) überhaupt innerhalb der vorliegenden, einer sehr speziellen Lehrerbildungsfrage gewidmeten Betrachtungen einer allgemein gültigen Lösung näherbringen zu wollen, so wird vielleicht folgendes indirekte Verfahren wenigstens die Frage als berechtigt erkennen lassen, ob nicht doch neben und nach der im engsten und strengsten Sinne fachwissenschaftlich-mathematischen Vorbildung der Lehrer auch noch einige andere Bildungselemente für den künftigen Lehrberuf der Mathematik wünschenswert oder gar unentbehrlich seien. Ob man dann diese außermathematischen Bildungselemente lieber pädagogische oder philosophische oder sonstwie nennt, ist jedenfalls nebensächlich; der Name wird sich auch hier von selber finden, wenn nur erst vor allem die Sache selbst geklärt ist.

Nehmen wir also für einen Augenblick in bewußter Einseitigkeit an, ein Studierender der Mathematik an der Universität oder einer technischen Hochschule habe die mathematische Wissenschaft in dem für ihn größtmöglichen Umfang in sich aufgenommen, ohne jeden Nebengedanken, ob und welchen künftigen Gebrauch er von diesem seinem Wissen und Können machen wird: ob als reiner Gelehrter und womöglich künftiger Mehrer der mathematischen reinen Wissenschaft,

---

[1]) Einiges hierüber in meiner Wiener Antrittsrede „Pädagogik und Philosophie“ (Wien, Braumüller 1908).

ob als Techniker in irgend einem Zweige angewandter Mathematik, oder ob eben vielleicht doch als Lehrer der Mathematik an Gymnasien oder Realschulen. Würde sich in der Tat für alle diese Arten von Mathematikstudierenden das genau gleiche Quantum und Quale rein mathematischen (und allenfalls auch noch außermathematischen) Wissens und Könnens als nicht nur notwendig erweisen, sondern auch ausreichend für den künftigen Lebensberuf? Man wird diese Frage schon hinsichtlich des „Notwendig" nicht ohne weiteres glatt bejahen können und wollen; wenigstens pflegen sich z. B. Techniker andere Kapitel der Mathematik zu besonderem Studium zu wählen als die „reinen" oder gar die „kritischen" Mathematiker. Noch weit weniger aber hinsichtlich des „Ausreichend", sobald man nach zeitweiligem, nämlich nur für die kurzen akademischen Jahre überhaupt möglichem Abstrahieren vom künftigen Beruf nun spätestens nach Erwerbung des Doktorates oder Ablegung der Ingenieurs- oder aber der Lehramtsprüfung eben doch an diesen nun zu ergreifenden Beruf zu denken gezwungen ist. Wer sich dann eines Tages, nehmen wir an, ganz ohne jede Neigung zum Beruf eines Lehrers und Erziehers, doch veranlaßt oder gezwungen sieht, Gymnasial- oder Realschullehrer der Mathematik zu werden, etwa bloß, weil hier sogar zu Zeiten einer Überfüllung der Lehrstellen immer noch eher zu Brot zu kommen ist als in den vielleicht noch mehr überfüllten technischen Berufen oder gar bei einer Habilitation für reine oder angewandte Mathematik — wie lange würde bei einem solchen, von allen pädagogischen Nebengedanken und Bedürfnissen freien, absoluten Mathematiker die Überzeugung vorhalten, sein, wie wir annehmen, reiches und tiefes mathematisches Wissen befähige ihn wirklich allseitig auch schon zum guten mathematischen Lehrer? Wohlgemerkt, zu einem solchen Lehrer, der sich nicht nur selber für gut hält, sondern den auch seine Schüler dafür halten (deren Urteil bekanntlich hierüber viel strenger und unerbittlicher ist als selbst das der Direktoren und Schulinspektoren).

Statt nun aber auf diese allgemein gestellte Frage sogleich eine nur annähernd so allgemeine Antwort zu versuchen, erinnere ich vielmehr an die ganz spezielle, in Wien allgemein bekannte Geschichte eines jungen Mittelschullehrers, der, als er in einer 6. Gymnasialklasse (d. i. vor Sechzehnjährigen) von irrationalen Zahlen zu reden hatte, die kritische Theorie des Irrationalen, so wie er sie an der Universität bei einem Meister dieses Gegenstandes gehört hatte, nun in aller Ausführlichkeit vorzutragen begann. Als die Schüler zuerst erstaunt, dann erschreckt zuhörten und, als es endlich beim „Prüfen" nichts mehr als lauter Nichtgenügend setzte, in Empörung ausbrachen, beim Direktor sich beschwerten und dieser dem jungen mathematischen Gelehrten für den Schulgebrauch eine andere Stoffauswahl und

Methode empfahl oder anbefahl — da entschied sich der junge Gelehrte, der zum Lehrer jedenfalls ohnedies nicht geboren und eben auch nicht erzogen war, den Lehrberuf wieder aufzugeben, da ihm sein Gewissen verbiete, eine andere als die streng wissenschaftliche Theorie des Irrationalen vorzutragen — sei es vor wem immer.

Wird die Lehre, die wir aus diesem einen krassen Falle und aus anderen minder krassen, aber dafür um so zahlreicheren Fällen zu ziehen haben, sich in der Tat auf das rein negative Ergebnis beschränken oder in die Formel fassen lassen, daß eben nicht alles. was für die Hochschule Pflicht ist, auch schon für die Mittelschule Recht sei? Wann, wo und durch wen werden die Grenzen zwischen dem, was nur an die Hochschule und was auch an die Mittelschule paßt, für den angehenden Lehrer gezogen? Noch an der Hochschule selbst? In den Vorlesungen der Hochschulprofessoren der Mathematik oder erst, wie im angeführten Beispiel, seitens des Mittelschuldirektors? So taucht hier zum erstenmal die Kompetenzfrage auf, ob wir alles im weitesten Sinne nicht nur Wissenschaftliche, sondern auch Pädagogische der Entscheidung der Mittelschulmänner überlassen wollen und ob sich die Universität von vornherein des Rechtes begeben will, auch an die pädagogische Zukunft der Mittelschullehramtskandidaten vorauszudenken. Wenn aber auch diese Frage, die sich uns in allem folgenden von verschiedenen Seiten her immer wieder aufdrängen wird, grundsätzlich nicht schon hier beantwortet werden soll, weil dazu letztlich wieder die Stellungnahme für oder gegen Pädagogik an der Hochschule gehören würde, so ist für unseren besonderen Fall doch wohl das Folgende augenfällig genug: Hätten nicht jenen irrationalen angehenden Lehrer positive Aufklärungen darüber, wie es in den Schülerseelen zugeht, sobald sie das unpersönlich Mathematische ihren eigenen werdenden Persönlichkeiten anzueignen im Begriffe sind, von Tollheiten zurückhalten und auf einen gangbaren Weg hinleiten können, auf dem er aus den Niederungen mathematischen Anschauens seine Schüler allmählich zu ganz stattlichem mathematischen Denken hätte emporführen sollen? Falls jene pädagogische Tollheit aus einer angebornen *paedagogical insanity* stammte, wäre freilich alle pädagogisch-didaktische Belehrung an einem solchen Extremen verloren gegangen. Nur müßte man billigerweise vor jeder Diagnose auf solches pädagogisches Irresein erst noch feststellen, ob denn der vermeintlich Unheilbare es auch überhaupt einmal versucht, ja ob er auch nur Gelegenheit gehabt habe, zu seiner mathematischen Bildung die nötige Ergänzung durch pädagogische Bildung aufzusuchen und sich nutzbar zu machen? In dem angegebenen Fall dürfte — was hier nicht näher beleuchtet werden kann — die Gelegenheit zu einer wirksamen pädagogischen Ergänzung der ausschließlich mathematischen Studien überhaupt gefehlt haben, so daß

für den sogleich beim Antritt des Lehrberufes zutage getretenen Mangel mindestens ebenso verantwortlich, wie der pädagogikfreie junge Mathematiker selber, auch die ganze pädagogische oder apädagogische oder antipädagogische Konstellation gewesen ist, an der er schließlich dann so bald zum Heil seiner Schüler und, wir wollen es ihm wünschen, auch der absoluten Mathematik selbst gescheitert ist.

Vielleicht reicht dieses eine Beispiel (bei dem es ja auf das „Problema", nicht auf den „wirklichen Fall" ankommt) immerhin schon aus, um in aller wünschenswerten Strenge die allgemeine These zu beweisen: Für eine vollständige Ausbildung zum Mathematiklehrer an Mittelschulen ist die Mathematik der Hochschule eine notwendige, aber nicht die ausreichende Teilbedingung. Aber freilich: Während jeder Mathematiker — sogar schon die kleinen Mathematiker unserer untersten Schulklassen hier nicht ausgenommen, die zum erstenmal angeleitet werden, aus nur drei Bestimmungsstücken eines Dreiecks das ganze zu konstruieren — genau weiß oder wenigstens praktisch beherrscht, was „notwendige" und „ausreichende Bestimmungsstücke" sind und es auch theoretisch zu den Anfangsgründen seiner mathematischen Logik zählt, „notwendige" Bestimmungsstücke nicht mit „ausreichenden" zu verwechseln, wird in allen Fragen der Lehrerbildung immer wieder der alte Fehlschluß vorgebracht[1]), der beste Kenner z. B. der Philologie sei auch der beste Lehrer. Es wäre nicht schwer, die Psychologie dieser falschen Logik aufzudecken, was aber ebenfalls als eine weit über die Spezialfrage der mathematischen Lehrerbildung hinausgehende Unterhaltung andern Gelegenheiten vorbehalten bleiben mag. Nur stünde ein solches unabsichtliches oder absichtliches Verwechseln von Notwendig und Ausreichend auch in einer über die speziell mathematischen Belehrungen auf die speziell pädagogischen hinausgreifenden Argumentation jedem Fachmathematiker noch weit übler an als z. B. jenem Philologen, der sich für die Gleichung „Bester Kenner = bester Lehrer" auf den Altphilologen Wilhelm von Hartel berufen zu dürfen behauptete. Denn diejenigen Altphilologen, die diesen Fehlschluß mitmachen (es tun dies keineswegs mehr alle!), können sich zu seinen Gunsten wenigstens auf den Vater ihrer Wissenschaft und zugleich der Feindschaft gegen alle Pädagogik, auf F. A. Wolf, berufen; die Mathematiker aber sind vor dem Sprunge vom „Notwendig" zum „Ausreichend" durch die unerbittliche Logik ihrer eigenen Erkenntnispraxis behütet.

---

[1]) Es ist dies jüngst wieder mit Emphase seitens einiger Altphilologen, u. zw. ganz mit den obigen Worten (Kenner = Lehrer), geschehen in den noch (vgl. S. 16 ff.) zu erwähnenden Sitzungen der Wiener „Mittelschule" am 19. März und 9. April 1910.

Jeder Mathematiker als solcher kann überdies, ohne der Selbstherrlichkeit seiner Wissenschaft das Geringste zu vergeben, nicht nur zugeben, sondern muß es gerade im Interesse der psychologiefreien Eigenart seiner rein gegenständlichen („gegenstandstheoretischen") Wissenschaft erst recht hervorheben, daß es neben und nach der Mathematik, als einem Inbegriff reiner („daseinsfreier", sozusagen überrealer, weder physischer noch psychischer) Komplexionen und Relationen als solchen, noch eine Reihe von realen psychischen Vorgängen gibt und geben muß, bis sozusagen aus der Mathematik die Mathematiker werden. Wieder ein dem eingangs erwähnten Zufall[1]) analoger führt mir fast in derselben Stunde, da ich das schreibe, das 6. Heft (Juni) des 19. Bandes (1910) des „Jahresberichtes der deutschen Mathematikervereinigung" mit dem Abdruck der Rede von

---

[1]) Ein analoger dritter Zufall bringt mir, da ich jetzt (Juli 1911) Obiges wieder lese, das 6. Heft (Juni) des 20. Bandes (1911) des „Jahresberichtes der Deutschen Mathematikervereinigung" mit der Abhandlung von A. Schoenflies „Über die Stellung der Definition in der Axiomatik". Mehrere Sätze dieser Abhandlung lesen sich auf den ersten Blick so, als wären sie aus einer starken Abneigung gegen alle Philosophie hervorgegangen; z. B. „der Mathematiker sollte sich von dem Einfluß der philosophischen Denkweise befreien" (S. 222). Näher besehen aber tritt Schoenflies wesentlich für das nämliche einseitige, d. h. nicht umkehrbare Verhältnis von Einzelwissenschaft und Philosophie ein, das auch ich eingehend in meiner Abhandlung „Zur gegenwärtigen Naturphilosophie" (Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissenschaften, Bd. I, Heft 2, Berlin, Springer 1904) vertreten habe, als ich (gegen Ostwald) die Unmöglichkeit einer neben oder gar über der Naturwissenschaft stehenden „Naturphilosophie" darzulegen versuchte. Die Möglichkeit und Notwendigkeit einer solchen Scheidung ist gegeben durch die Heterogeneität der Gegenstände was immer für einer Erkenntnispraxis und der allgemeinen oder auch irgend einer speziellen Erkenntnistheorie. Denn jede Erkenntnispraxis kann (muß freilich nicht) sich vollziehen ohne jede Reflexion des Erkennenden auf seine Erkenntnisakte. In der Regel wird sogar eine möglichst reflexionslose Hingabe an den Gegenstand der Erkenntnis eine günstige Teilbedingung bilden für das Gelingen des Erkennens. — Schoenflies verlangt ebenfalls in „§ 1: Scheidung zwischen Erkenntnistheorie und Mathematik" und beruft sich für sie auf den Vortrag O. Külpes: „Erkenntnistheorie und Naturwissenschaft" und dessen Ergebnis: „In den Naturwissenschaften wird Erkenntnis geschaffen; Aufgabe der Philosophie sei es, diese Erkenntnis zu begreifen."

Schoenflies erklärt sich in Gegensatz zu Hilbert, insoweit dieser in seinem Vortrag über die „Grundlagen der Logik und Arithmetik" die „Möglichkeit einer scharfen Scheidung beider Gebiete" (der Erkenntnistheorie und der Mathematik) verneine; wie überhaupt „sogar Mathematiker ersten Ranges in ihren Arbeiten nicht immer diesen [Schoenflies'] Ausführungen gemäß verfahren sind". Als „Vertreter der philosophischen Richtung" werden genannt Peano, Russell (auch Couturat und Natorp) und Hessenberg. —

So sehr man aber der theoretischen Forderung zustimmen muß, daß die Mathematik als Erkenntnispraxis von Philosophie und speziell von Erkenntnistheorie unabhängig sei, so fragt sich doch, ob auch nur der im ganz allgemein formulierten Titel der Abhandlung „Über die Stellung der Definition in der Axiomatik" abgegrenzte Gegenstand nur der Mathematik

Paul du Bois-Reymond „Was will die Mathematik und was will der Mathematiker?" in die Hände. P. Reymonds Antwort auf die zweite Frage lautet kurz und unumwunden: „Die Mathematiker betreiben eine Art Sport, dieses Wort allerdings in einem edleren Sinn als dem gewöhnlichen verstanden. Die letzten psychischen Ursachen der gewaltigen Anstrengungen, welchen sie sich unterziehen, möchten in der Tat keine andern sein als die, welche schachbeflissene ernste Männer nächtelang an den Spieltisch fesseln. Namentlich wäre es, glaube ich, eine Täuschung, die Beweggründe unserer selbstauferlegten schweren Denkarbeit in dem bloßen Wunsche zu suchen, unsere Kenntnisse zu erweitern oder gar in dem Wunsche, für die Praxis nützliche Methoden zu schaffen" usw.

---

als solcher oder nicht vielmehr schon der Logik als solcher angehöre. Meinerseits glaube ich durchaus das letztere und Schoenflies würde es dadurch zu widerlegen haben, daß er zeigt, es gebe einerseits Definitionen, andrerseits Axiome und Axiomatik nur in der Mathematik (nicht auch z. B. in der Logik, in der allgemeinen „Gegenstandstheorie" und, wie Theodor Lessing, „Studien zur Wertaxiomatik", s. u. S. 50, verlangt, auch in der allgemeinen „Werttheorie", speziell auch Ethik). Sollte sich dies auch bei relativ höchster Bewertung der Mathematik und relativ niedrigster aller übrigen Wissenschaften, z. B. der Philosophie und ihrer Unterdisziplinen, Logik und Erkenntnistheorie, nicht wohl beweisen lassen, so würde zur vollen Kompetenz dafür, sich der Definitionen und der Axiomatik nicht nur speziell erkenntnispraktisch als Mathematiker zu bedienen, sondern über diese Erkenntnispraxis auch noch erkenntnistheoretisch Allgemeingültiges zu sagen, schon wieder eine vollständige Übersicht, wenn nicht über die ganze Philosophie, so doch über Logik und Erkenntnistheorie gehören. Solchen allgemein logischen Charakter haben denn auch die §§ 2—7 der angeführten Abhandlung; und was in ihnen Mathematisches vorkommt, verhält sich zu den Titeln dieser Paragraphen überall wie das Beispiel zum allgemeinen Begriff bzw. Satz. Es hat also Schoenflies von seinem eigenen Satze: „Natürlich kann es keinem Mathematiker verwehrt sein, sich auch philosophisch zu betätigen" (S. 223) tatsächlich Gebrauch gemacht. Ebenso natürlich unterliegt hiermit auch zum mindesten der Inhalt dieser §§ 2—7 der fachphilosophischen Kritik. Eine solche an dieser Stelle zu üben, läge natürlich den Aufgaben des vorliegenden Heftes fern; dagegen findet, was ich oben im Text vor nun einem Jahre über das Verhältnis mathematischer Erkenntnispraxis und Erkenntnistheorie und Logik gesagt und woran ich auch jetzt nichts zu ändern habe, einen willkommenen Beleg in Schoenflies' neuester Abhandlung.

Während der Korrektur erscheint im Heft 9/10 1911 des „Jahresberichtes der Deutschen Mathematikervereinigung" (Band 20, Seite 364—372) eine Abhandlung von Korselt „Über mathematische Erkenntnis", die sich im ganzen gegen Schoenflies Abhandlung richtet. Nicht auf diese Polemik als solche ist hier hinzuweisen, sondern nur darauf, daß sie sich wieder ganz wesentlich auf allgemein logischem Boden bewegt; wie denn auch die Schlußworte der Abhandlung im Heft 11/12 (Dezember 1911) Seite 380 lauten: „Wenn es mir gelungen sein sollte, einige Dunkelheiten aufzuklären, so verdanke ich das nur der [häufig wörtlich angeführten] Wissenschaftslehre von Bolzano. Ich bitte den Leser, sie seiner Aufmerksamkeit zu würdigen." — Wie könnte aber ein Mathematiker, der sonst noch nie zusammenhängend Logik als solche studiert hat, sich durch diese große vierbändige, für ihre Zeit

Nun, in meiner „Didaktik des mathematischen Unterrichtes“ [1]) habe ich nicht nur die Gründe für und gegen mathematischen „Sport in der Schule“, sondern auch „die letzten psychischen Ursachen“ und wohl auch eine ganze Reihe psychischer Wirkungen eines von Grund aus erneuerten mathematischen Unterrichtes zu entwickeln versucht. Angenommen, daß auch nur ein Teil der so weit gehenden psychologischen und logischen Analysen und Synthesen für den mathematischen Unterricht nicht ganz belanglos sei und daß sie, obwohl offenbar nicht selbst Bestandstücke der mathematischen Wissenschaft, doch irgend welchen Wissenschaften entnommen seien (ich nannte im Titel des III. Teiles meiner Didaktik als solche Wissenschaften: die Psychologie, die Erkenntnislehre und die allgemeine Didaktik als Bildungslehre) — wo, wann und wie werden diese Wissenschaften oder Wissensstücke für den angehenden Mathematiklehrer in einer seinem mathematischen Fachwissen sich an- und eingliedernden Form der Darbietung gelehrt? Werden sie derzeit überhaupt schon gelehrt — und wenn sie von mathematischen Forschern, die es zu ihren schönen Rechten und Pflichten zählen, ihre hohe Wissenschaft unter anderem auch künftigen Lehrern an höheren Schulen weiterzugeben, gelegentlich mit eingeflochten werden — haben diese Mathematiker dann das volle Gefühl, auch diese Teile der Psychologie, der Logik, der Erkenntnis- und Gegenstandstheorie ganz ebenso als fachmännische Psychologen, Erkenntnistheoretiker usw. zu lehren, wie sie das Mathematische als Mathematiker lehren?

Es wäre nicht klug, auf diese Frage eine Gegenwartsantwort geben zu wollen. Denn in unseren Tagen der „kritischen Mathematik“, da diese [2]) die Grenzen z. B. zwischen Arithmetik und Logik nicht zu überbrücken, sondern einzureißen bemüht ist, klänge ja die Warnung *Ne mathematicus ultra mathematicam* schon wie eine engherzige Kompetenzeifersucht zwischen dem, was man sonst Mathematik einerseits und was man sonst Logik, Psychologie usw., also „leider auch“ Philosophie andrerseits genannt hatte. Ich beschränke mich vielmehr auf die Mitteilung des Eindruckes, den mir P. Reymonds nun vielleicht etwas veraltete Antwort auf die erste seiner Fragen: „Was

---

inhaltsreichste und vielleicht erst heute recht gewürdigte Darstellung eines Systems der Logik hindurcharbeiten? Ladet also der durch Schoenflies' Abhandlung eröffnete Streit zwischen Mathematikern über Logik (und somit über Philosophie) nicht geradezu den Logiker von Fach zum Zeugen, wenn nicht gar zum Richter über die nicht mehr bloß mathematischen, sondern auch erkenntnistheoretisch-logischen Seiten dieser Streitsache ein?

1) B. G. Teubner, 1910.

2) Ich erinnere an Russell, der die Mathematik, jede nähere Beziehung zu ihrer einstigen Domäne Zahl und Raum aufgebend, schlechterdings in Relationstheorie aufgehen läßt.

ist der Inhalt der Mathematik?" (a. o. O. S. 195) gemacht hat: „Wenn in irgend einem Forschungsgebiete die Überlegungen so weit gereinigt und vereinfacht sind, daß sie sich auf Zahl, Maß, Dauer oder Lage der Dinge erstrecken, u. zw. nicht in bloßem Abzählen, Abmessen oder Feststellen der relativen Lage bestehen, sondern ein zusammengesetzes Schlußverfahren bilden, so legen wir Mathematiker die Hand darauf, es gehört uns, wir fügen es zu dem übrigen, was sich mit numerischen Verhältnissen, mit rein räumlichen Dingen beschäftigt und nennen es endlich Mathematik oder mit Gauß Größenlehre; es mag aus der himmlischen oder irdischen Mechanik herrühren, aus der Musik oder, wie die Lehre vom Rösselsprung, aus dem Schachspiel." Man sieht, die sehr viel allgemeinere Auffassung im Sinne der gegenwärtigen Relations- und Mannigfaltigkeitslehre hatte sich damals von den im Vergleich hierzu noch sehr speziellen Gegenständen „Zahl, Maß, Dauer, Lage" noch nicht abgelöst; ja die Berufung auf „Gauß' Größenlehre" erscheint uns heute noch um so mehr zu eng; denn höchstens alle Mannigfaltigkeiten (bezw. Mengen), nicht aber alle Relationen haben „Größe", und sind insofern „Größen". — Nun wird man aber bei Lesung der ganzen Rede finden, daß für P. Reymond noch wesentlicher die Bestimmungen auf S. 197 sind: „Im wesentlichen kommen alle mathematischer Bearbeitung fähigen Aufgaben darauf hinaus, daß etwas gesucht wird, von dem uns nur Eigenschaften bekannt sind und das aus diesen Eigenschaften erschlossen werden soll" usw. Wer das mit den Augen des längst an allgemeine Relationstheorie gewöhnten Logikers liest, merkt sofort, daß dem seine Gedanken beschreibenden Mathematiker Reymond das vorschwebt, was der Philosoph Meinong in seiner „Relationstheorie" (Sitzungsberichte der Wiener Akademie, 1882) als erster[1]) ganz allgemein und sehr ausführlich als „indirektes Vorstellen" (nämlich mit Zuhilfenahme von Relationen) beschrieben hat. Aber wenn man auch merkt, daß P. Reymond hier sogar an die beiden Grundtypen von Relationen rührt, die ich Gleichungs- und Zusammenhangsrelationen nenne (aus den in der Neubearbeitung meiner „Logik" darzulegenden Gründen — Meinong hatte sie Vergleichungs- und Verträglichkeitsrelationen genannt), so vermißt der Logiker (Relations-, allgemeiner Gegenstandstheoretiker, also der Philosoph als solcher)

---

[1]) Simon schreibt diese Entdeckungen, auf deren mathematische Fruchtbarkeit er wiederholt hinweist, dem ihm persönlich bekannt gewesenen Benno Kerry (Kohn) zu, der sie, wie ich aus meinem philosophischen Verkehre mit Kerry bestimmt weiß, unmittelbar von Meinong übernommen hatte. Ich habe diesen historischen Irrtum kürzlich wieder in der Zeitschr. f. d. physikal. u. chem. Unterr. in einer Anzeige von Simons philosophischem Schriftchen in den Cohen-Natorp'schen Studien vermerkt und hielte es für recht und billig, daß diese historische Berichtigung bei passender Gelegenheit zur Kenntnis genommen würde.

doch ein klar bewußtes Herausarbeiten des Anteils, den die Relationen, u. zw. gerade jede dieser beiden Relationsgattungen, an den mathematischen Operationen haben. Was davon nach Reymonds Beschreibung übrig bleibt, klingt infolgedessen beinahe wie eine mathematische Trivialität, nämlich daß das Ansetzen und Auflösen von Gleichungen einen Hauptinhalt der Mathematik bilde. — Natürlich soll das nicht im geringsten ein Vorwurf gegen Dubois-Reymonds Antrittsrede von 1874 sein; wohl aber ist es ein Beispiel dafür, daß es über die Mathematik in ihrer damaligen Allgemeinheit hinaus noch Entwicklungen nicht nur geben konnte, sondern gegeben hat und geben mußte, die, wenn sie einmal über alle gärenden Unklarheiten auch noch unserer Tage hinaus zu einem relativen Abschluß geführt haben werden, allerdings auch hier wieder einmünden werden in noch allgemeinere Betrachtungen, denen man dann den Namen „Philosophie" vielleicht als Ehrennamen zurückzugeben haben wird, während er heute noch allenthalben, und zwar gerade auch bei Mathematikern (und um so mehr bei Naturforschern, zumal bei Biologen) den stärksten Verdacht der Unwissenschaftlichkeit überhaupt erweckt.

Dieses geringe Vertrauen zur Philosophie seitens der übrigen innerhalb philosophischer Fakultäten vertretenen Wissenschaften ist ein schwacher Trost speziell auch für die Pädagogik, die man der Philosophie bald ko-, bald subordiniert.

Für die praktische Frage, ob die philosophischen Fakultäten besser tun, Pädagogik überhaupt unter ihre Fächer aufzunehmen oder sie sich fernzuhalten, ist auch jenes Mißtrauen gegen Philosophie (nach der sich einstweilen jene Fakultäten immer noch nennen, so weit sich nicht schon die auch äußerliche Spaltung in eine philologisch-historische und eine mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät vollzogen hat) insofern verhängnisvoll, als so ziemlich alle Einzelbelehrungen, die man den Lehramtskandidaten neben und nach ihren Fachwissenschaften an der Universität überhaupt noch als Vorbildung für ihren künftigen Bedarf als praktische Pädagogen mitgeben kann, der Psychologie, der Logik und der Ethik angehören und diese drei Wissenschaften eben auch immer noch unter den Begriff der „Philosophie" eingereiht werden.[1]) So wenig aber an dieser Stelle auf diese ganz allgemeinen Meinungsverschiedenheiten in Sachen ganzer Wissenschaften eingegangen werden kann, so bleiben von ihnen doch sogar die sehr speziellen Fragen der Ausbildung von Lehramtskandidaten der Mathematik an unseren Hochschulen nicht unberührt, sobald nur

[1]) Auf diese allgemeinen Beziehungen zwischen Pädagogik und Philosophie und speziell zur Psychologie, Logik und Ethik wird nun (Sommer 1911) im zweiten Teil S. 47—56. ferner 63ff. angesichts der neuen Prüfungsvorschrift zurückzukommen sein.

eben zugegeben ist, daß es für alle, also auch für die mathematischen Lehramtskandidaten neben den rein mathematischen oder sonst spezifisch fachwissenschaftlichen noch andere wissenschaftliche (und sonstige, z. B. künstlerische) Bildungselemente[1]) an der Universität geben könne und solle. Man wird sich daher wenigstens vorübergehend von der Abneigung gegen die beiden allgemeinen Schlagwörter „Philosophie" und „Pädagogik" freimachen müssen, um überhaupt auf die viel spezielleren Fragen darüber eingehen zu können, was den Lehramtskandidaten der Mathematik aus allgemeiner oder selbst schon wieder spezieller Logik, was ihnen aus Psychologie usw. nützlich oder gar nötig sein könnte.

Kehren wir also in diesem Sinne zurück zu einigen speziellen Bemerkungen über wünschenswerte pädagogische Komplemente zur fachmathematischen Ausbildung[2]) von Mittelschullehrern der Mathe-

---

1) In eben diesem Sinne heißt es in den „Ratschlägen und Erläuterungen für die Studierenden der Mathematik und Physik an der Universität Göttingen, herausgegeben von der Direktion des mathematisch-physikalischen Seminars, neue Auflage, Ostern 1905":

Allgemeinbildende Fächer. Zum Schlusse mögen die Studierenden darauf hingewiesen werden, wie wichtig es ist, daß sie während ihrer Studienzeit die Förderung ihrer allgemeinen Bildung nicht versäumen. In diesem Sinne wirkt der Verkehr mit Andersdenkenden, mit Kommilitonen aus anderen Disziplinen, ferner das Aufsuchen künstlerischer Eindrücke, nicht zum mindesten auch die Sorge für die Ausbildung des eigenen Stils und Vortrages — vor allem aber ist die Teilnahme an einigen allgemein bildenden Vorlesungen anzuraten. Zunächst sei auf die Vorlesungen über Philosophie, Psychologie, Pädagogik sowie Hygiene hingewiesen, deren Besuch den Lehramtskandidaten ohnehin durch die Forderungen der Prüfungsordnung, bezw. durch die Rücksicht auf ihren späteren Lehrerberuf nahegelegt wird. Darüber hinaus dürften allgemeinere Vorlesungen über Geschichte, Sozialwissenschaften, schöne Literatur, bildende Kunst, eventuell Musik zu empfehlen sein. Die Studierenden werden je nach der individuellen Richtung des Interesses auszuwählen haben.

Freilich muß der Studierende neben diesen expansiven Bestrebungen den Hauptzweck seines Universitätsbesuches, das Fachstudium, unausgesetzt im Auge behalten. Das Streben nach Fühlung mit der geistigen Kulturwelt überhaupt soll ihn keineswegs dem Fachstudium entziehen, vielmehr gerade dazu beitragen, die Arbeitsfreudigkeit auf einem enger umgrenzten und selbstgewählten Gebiete zu erhöhen." —

Ich habe diese Ratschläge schon unter lebhaftester Zustimmung angeführt, als ich für das von der Lese- und Redehalle der deutschen Studenten in Prag herausgegebene Heft „Ratschläge für Studenten" (Prag 1906, Verlag der Lese- und Redehalle) den die Studierenden der philosophischen Fakultät betreffenden Teil auf die Bitte der Prager Studentenschaft auszuarbeiten hatte.

2) Einiges hierüber vgl. auch in dem eingangs erwähnten, gleichzeitig verfaßten Aufsatz in Muthesius' „Pädagogischen Blättern".

Den dort behandelten Fragen der Vorbildung von Mittelschullehrern (nicht im österreichischen, sondern im preußischen Sinne) und Seminarlehrern gilt auch die neueste Schrift von Felix Klein „Aktuelle Probleme der Lehrer-

matik. Als ein zur Sache gehöriges Beispiel wird vielleicht wieder die Äußerung eines jungen Gymnasiallehrers angeführt werden dürfen, der im vorigen Jahre während seines ersten Supplentenjahres mein pädagogisches Seminar besuchte und den ich bei diesem für das Seminar sehr schmeichelhaften Anlaß als einen ebenso kenntnisreichen Mathematiker wie eifrigen Lehrer kennen zu lernen Gelegenheit hatte. Als er nun wiederholt weitestgehende Radikalismen konventionalistischer Manier („Alles ist nur Definition" — „Es gibt keine Wahrheit außer der Bequemlichkeit" usw.) äußerte, fragte ich ihn, was er an Logik studiert habe. Er antwortete: „Nichts als Hilbert". Aber angenommen, daß, was dieser führende Vertiefer der Grundlagen der Geometrie hierbei als logischen Apparat handhabt, im übrigen völlig gesichert sei vor allen Mißverständnissen (denn es ist doch schon zweierlei, ob man z. B. die Termini Punkt, Gerade, Ebene über ihren bisherigen räumlichen Sinn erweitert oder ob man sie überhaupt jedes mehr als bloßen „willkürlichen" Sinnes entkleidet): ist es aber wahrscheinlich, daß man auch nur die der Mathematik zugrundeliegenden Teile der Logik wirklich kennen und handhaben lernte, wenn man sogleich nur mehr von ihren letzten, oft paradoxen Zuspitzungen Kenntnis nimmt und also keinen Maßstab dafür hat, an Stelle welcher primitiveren Auffassungen, z. B. von Definition und Axiom, die neuartige Logik Hilberts getreten ist? Und wäre es auch nur, damit ein angehender Lehrer sich nicht versucht fühle zu einem unreifen Hereintragen von Bruchstücken einer logisierten Geometrie in den elementarsten Geometrieunterricht, müßte gerade jetzt, in diesen Zeiten der kritischen Mathematik, jedem künftigen Lehrer der Mathematik für Jünglinge, Knaben und Kinder die zusammenhängende Kenntnis elementarer Logik wirklich eine gerade unter dem Gesichtspunkte seiner mathematischen Lehrverpflichtung nicht mehr gleichgültige Sache sein oder werden. Nicht etwa erst für ein nicht ganz geschmackvolles Mitmachen neuester und sicherlich bald vorübergehender logischer Moden, wie der Konventionalismus eine ist[1]), sondern auch für das alte, zähe Mißbrauchen

---

bildung" (I M U K-Schriften, Heft 10, Teubner, 1911). F. Klein hatte sich auch schon an der von Muthesius eingeleiteten umfassenden Erörterung „Zur Seminarlehrerfrage" durch einen Brief beteiligt (wieder abgedruckt in diesem Heft 10). Über seinen speziellen Anlaß hinaus enthält es entscheidende Erklärungen auch zu unserem vorliegenden Gegenstand, z. B. den ausdrücklichen Gegensatz zur „Meinung, daß die Wissenschaft das Ganze des Unterrichtes ausmacht". (Vorrede, S. IV).

1) Eine zweite solche Mode ist der „Pragmatismus". Schon, daß diese zwei „Richtungen" einander diametral entgegengesetzt sind und dennoch gleichzeitig die Köpfe modernster Überlogiker einnehmen, prägt ihnen den Minderwert bloßer Moden auf, und zwar solcher wie in jener hübschen Frage des Schneiders beim Anmessen des Überziehers: „Wünschen Herr Graf zu kurz oder zu lang?" (Fliegende Blätter.)

der logischen Formen eben dieser elementaren Logik schon im elementarsten mathematischen Unterricht ist das Nichteingedrungensein in den wirklichen Sinn dieser Logik die nur allzu naheliegende Erklärung, leider nicht auch Entschuldigung. Denn ich hatte in meiner Didaktik an dem Beispiel, wie ein „Herr Schulz", statt gut deutsch zu sagen: „dieser Ofen ist gleich jenem Ofen", vermeintlich „mathematisch" schreiben zu müssen glaubt: $A = B$ (und ebenso die Strecken einzig als das durch zwei, die Winkel als das durch drei Buchstaben Bezeichnete einführt), leider zeigen können und müssen, was für ein Unheil eine täppisch angefaßte Logik in den Köpfchen unserer elementarsten Mathematikschüler anrichten kann. — Man darf nicht hoffen, den Formalismus in unseren Schulzimmern eher auszurotten, als bis die Lehrer auch über formal-logischen Takt oder, wo solcher etwa nicht angeboren ist, über einiges einschlägige logische Wissen, das sie vor Taktlosigkeiten bewahren mag, verfügen.

Es wird diese eine Probe aus der Logik als einer philosophischen Wissenschaft genügen, um vielleicht doch glaubhaft zu machen, daß es neben der Mathematik als solcher auch noch andere wissenschaftliche Bestandstücke der Vorbildung zum Mathematiklehrer geben kann. Aber auch, wenn wir nach ähnlichem Modus nun alle einschlägigen Disziplinen und Unterdisziplinen (z. B. der experimentellen Psychologie gedenkt F. Klein in einem Briefe an den Herausgeber der „Pädagogischen Blätter" 1910, S. 198) durchgegangen und für sie das Zugeständnis der Fachmathematiker[1]) erlangt hätten, daß

[1]) Als Gegenbeispiel mag hier aus dem inzwischen (1911) erschienenen, schon in der Vorbemerkung erwähnten Hefte von Lorey „Staatsprüfung und praktische Ausbildung der Mathematiker" usw. angeführt sein, was Study in „den vier Bestandteilen der allgemeinen Prüfung Religion, Philosophie, Pädagogik und deutsche Literatur" an „humanistischer Einseitigkeit" findet (a. a. O. S. 62—65).

Es sei vorausgeschickt, daß es uns in Österreich seltsam berührt, die Lehramtskandidaten auch noch einer „Prüfung aus Religion" unterziehen zu sehen. Und so sonderbar sich Studys Leitsatz „Allgemeine Bildung ist aus der Prüfungsordnung zu streichen", ausnähme, wenn man denken sollte, daß er „allgemeine Bildung" als etwas für Mathematiklehrer Entbehrliches ansehe, so waren doch mit einer Prüfung aus „allgemeiner Bildung", ebenso wie mit einer aus Religion, die Kandidaten in Österreich von jeher verschont. Ich schalte ein, daß auch nach meinem Gefühl der „allgemeinen Bildung" kein üblerer Dienst geschehen kann, als wenn man sie zu einem eigenen Prüfungsfach, sei es für Lehrer, sei es für Schüler macht; so wenn wir in Ebners merkwürdigem Buch „Magister, Oberlehrer, Professoren" (Nürnberg 1908) aus einem modernen Roman die Stelle angeführt finden: „Die Lehrer, bei denen der Abiturient nicht gut eingeschlagen hat, pflegen ihre persönliche Stimmung hinter dem Wunsche nach allgemeiner Bildung zu verstecken. Also um eines Faches (?!) willen, in welchem der junge Mann nichts geleistet hat und auch später nichts leisten kann und will, in welchem er außerdem das Wenige, das er davon gewußt hat, sofort wieder vergißt, ein Fach, in dem er später

sie für den Lehramtskandidaten der Mathematik etwas mehr als Nullwert besitzen, bliebe es noch eine schwierige, weil einstweilen kaum schon durch Hinweise auf bestehende und bewährte Organisationen zu beantwortende Frage, wie all das dem einzelnen angehenden Lehrer

---

weder sich noch dem Lande etwas nützt — eben dieses Faches wegen wird er dazu verdammt, noch ein halbes oder ganzes Jahr die Schulbank zu drücken."

Aber hören wir nun weiter, was Study, bezw. Lorey über Pädagogik und Philosophie sagen (Lorey, S. 63—68):

„Auch die Prüfung in Pädagogik hält Study für überflüssig, wie er überhaupt ein Gegner pädagogischer Professuren ist, weil er durch sie eine Beeinträchtigung der Fachstudien befürchtet. Beschäftigung mit der Pädagogik gehört nach ihm den beiden praktischen Vorbereitungsjahren an, von denen weiter unten zu sprechen ist. Darin stimme ich Study ebenfalls zu, und, wie ich glaube, die meisten mathematischen Fachgenosen an den höheren Schulen, daß auf der Universität keine Zeit zu einem eigentlichen Studium der Pädagogik für Mathematiker ist noch sein kann. Tiefergehendes Interesse und Verständnis für pädagogische Fragen kommen meines Erachtens überhaupt erst, wenn man unter guter Anleitung in die Praxis eingetreten ist. Gegen die Beschäftigung der Mathematiker mit Pädagogik auf der Universität spricht eine Tatsache ferner, die Study nicht erwähnt, die aber beachtenswert erscheint und auf die F. Klein gelegentlich aufmerksam gemacht hat. Indem die Pädagogik von Professoren der Philosophie übernommen wird, die zumeist einen philologisch-historischen Bildungsgang durchgemacht haben, ohne selbst pädagogisch praktisch tätig gewesen zu sein, treten in ihren Vorlesungen die Fragen des mathematischen Unterrichtes sehr zurück. Das zeigt ja auch ein so treffliches Werk wie Paulsens Geschichte des gelehrten Unterrichtes; das zeigte auch seine Vorlesung an der Universität über Pädagogik, wo Mathematik und Naturwissenschaften in einer Stunde erledigt wurden."

Soweit hier Tatsachen mitgeteilt sind, stimme ich natürlich vollständig zu. In der Tat habe auch ich von jeher den Eindruck bekommen, daß Paulsen für die Naturwissenschaften kein Herz gehabt habe und daß hiermit eine Hauptprämisse zu der von ihm im übrigen so großzügig entworfenen Reform des Unterrichts an höheren Schulen fehle. (Ich behalte mir vor, diesen Grundmangel bei Paulsen im X. Band der Didaktischen Handbücher des realistischen Unterrichts, „Das Verhältnis der realistischen zu den sogenannten humanistischen Unterrichtsfächern" nach seinen Gründen und Folgen zu beleuchten.)

Aber so sehr es geschichtliche Tatsache ist, daß wie Paulsen so auch wohl fast alle, die bisher Pädagogik an Hochschulen lehrten, von der philologisch-historischen Seite gekommen waren, so muß es in mir, der ich vielleicht als Erster aus einem Mittelschullehreramt der Mathematik, Physik und Philosophie in eine Pädagogikprofessur übergegangen bin, die gar nicht persönliche, sondern rein sachliche Frage anregen, ob gerade in diesem Punkt der Mathematiker einem historisch Üblichen sich einfach beugen soll? Könnten wir nicht, nachdem die allgemeine Gültigkeit jener Induktion durch wenigstens eine *instantia contraria* als nicht ganz unverbrüchlich erwiesen ist, vielmehr darauf bedacht sein, den Nachwuchs von Pädagogikern zu einem ebensogroßen Teile auch aus Lehrern der Mathematik und Naturwissenschaft zu rekrutieren, nachdem das Lehramt der Pädagogik an Hochschulen (im Haupt- oder Nebenamt) bisher eine Prärogative der Philologen und Historiker gewesen schien?

Im übrigen sagt Lorey: „Nicht kann ich Study in seinem Kampfe gegen die Philosophie recht geben." Es gibt aber einen sonderbaren Begriff

so zuzuführen sei, daß es sich während seiner künftigen Praxis in jeder einzelnen Schulstunde und dem einzelnen Schüler gegenüber in volles Schulleben umsetze. Auch dieses Stück von Erwägungen aber, die mich als einen für all diese Schritte in der Ausbildung der Lehramtskandidaten Verantwortlichen ein nun schon langes Leben hindurch jedes Jahr und jede Stunde wieder neu beschäftigen, darf ich hier nur mehr innerhalb der ganz speziellen Anwendung der allgemeinen theoretischen wie praktischen Pädagogik auf die Ausbildung gerade nur der Mathematiklehrer kurz in einzelnen Proben andeuten. Es geschehe dies in ganz speziellem Hinblick auf unsere österreichischen, ja zum Teil nur Wiener Verhältnisse, da ja die österreichische Delegation der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission in erster Linie ein Material von Tatsachen — und erst in zweiter Linie, falls sich innerhalb der Tatsachen auch Mangelhaftigkeiten als einstweilen noch bestehend verraten, auch Vorschläge zur Verbesserung zu sammeln hat.

Zu 2. Wir stehen also vor der eingangs (S. 2) unter 2. formulierten Frage, wie es in Österreich um die theoretisch-praktisch-pädagogische Ausbildung der Lehramtskandidaten, speziell auch für Mathematik, bestellt sei. Der weitaus größte Teil des hierein Einschlägigen ginge freilich schon wieder über den Rahmen speziell des Mathematikunterrichtes hinaus; denn niemand bildet sich heute mehr ein, daß man Mathematik etwa nach grundsätzlich anderen pädagogisch-didaktischen Theorien und Praktiken lehren müsse oder dürfe, als was immer für ein anderes Schulfach. Bliebe also auch wenig zu sagen, was im Positiven die Mathematiklehrer und ihre Vorbildung allein angeht, so um so mehr des Negativen, wenn sich zeigen sollte, daß eben die pädagogisch-didaktische Vorbildung der Mittelschullehrer was immer für eines Faches bis zur Stunde viel zu wünschen übrig läßt. Da ich nun nicht weiß, wie Loos[1]) die allgemeinen Zustände unserer pädagogisch-didaktischen Einrichtungen für die Heranbildung von Mittelschullehrern überhaupt darzustellen soeben im Begriffe ist, so sei es

---

davon, was man sich bei jenen „allgemeinen Prüfungen" unter „Philosophie" vorstellen mag, wenn Study mitteilt, daß unter diesem Titel einem Physiker die Behandlung von — Gellert's Kirchliedern aufgegeben wurde. Wiewohl nach einigen Worten der Verteidigung solcher Themen Lorey wünscht, daß sie den Kandidaten selbst auch veranlassen können, sich darüber klar zu werden, daß er nicht bloß Mathematiker oder Physiker usw., d. h. überhaupt lediglich ein Mann des besonderen Faches sein kann", fährt Lorey noch fort: „Wenn Study weiter auch die Prüfung in deutscher Literatur abgeschafft wissen will, kann man ihm darin wohl zustimmen."

[1]) Das in der Vorbemerkung angeführte Heft 4 dieser Berichte lag mir damals (August 1910) noch nicht vor.

gestattet, einstweilen meinerseits auch einiges erst noch zu Erreichende namhaft zu machen; mit andern Worten: einige Mängel oder was sich wenigstens mir als solche darstellt, nicht zu verschweigen.

Allgemein bekannt ist, daß man in Österreich ebenso wie in Deutschland den Hauptteil der pädagogischen Ausbildung der Mittelschullehrer erst nach der Hochschule in Form des „Probejahres", das an einer Mittelschule abzuleisten ist, eingerichtet hat. Ein Unterschied gegen Deutschland aber besteht darin, daß wir in Österreich — um hier und im folgenden nur von seinen deutschen Universitäten zu reden — an dreien, nämlich in Wien, Prag, und Graz, Ordinariate der Pädagogik haben, mit denen in Wien und Prag auch pädagogische Universitätsseminare verbunden sind, wogegen in Graz das pädagogische mit dem philosophischen Seminar verschmolzen ist (Wien besitzt überhaupt kein philosophisches Seminar). Dabei hatte ich in Prag während meiner vierjährigen Wirksamkeit als Ordinarius der Pädagogik (1904—1907) die von meinem Amtsvorgänger Willmann nach jahrelangen Kämpfen durchgesetzten pädagogischen „Praktika"[1]) ganz ausgezeichnet bewährt gefunden. Und auch den an der Universität auf das Lehramt an Gymnasien und Realschulen sich vorbereitenden Studierenden scheint diese Einrichtung und wie ich sie in einzelnen Punkten erweiterte und den mir aus meiner 27jährigen Gymnasiallehrertätigkeit wohlbekannten Bedürfnissen der Lehramtskandidaten noch weiter anzupassen suchte, gut behagt zu haben; denn die Zahl der Seminaristen hob sich während meiner acht Prager Semester merklich[2]). Ich habe über all das wiederholt berichtet (so in meiner oben, S. 2, erwähnten Wiener Antrittsvorlesung „Pädagogik und Philosophie"), jüngst wieder in den Sitzungen des Wiener Vereins „Mittelschule" am 19. März und 9. April 1910 (vgl. die Zeitschrift „Österreichische Mittelschule" 1910). Ich beschränke mich hier darauf[3]), aus diesen Sitzungen mitzuteilen, daß sie einen einseitig altphilologischen Charakter trugen und vielleicht eben deswegen zu dem von einem Redner ganz ausdrücklich formulierten Ergebnis kamen, daß in der pädagogischen Ausbildung der Mittelschullehrer — also auch der Mathematiker — am besten alles beim Alten bleibe: d. h. also „theoretische Ausbildung an der Universität", sodann in der Regel nur „einfaches" Probejahr (über das „erweiterte" äußerte sich ein einflußreicher Redner als nicht befriedigt); die Regierung möge nur fortan nicht Kandidaten ohne Probejahr oder gar ohne Lehramtsprüfung zu Supplenten machen ..... Als ob das bisher die Regierung nur aus Unachtsamkeit anders

1) Daß dieser Name „Praktika" leicht irreführt, die Sache aber durchaus gut und weiterbildungsfähig ist, vgl. S. 92 ff.

2) Vgl. die unter S. 79 nachgetragene graphische Darstellung.

3) Näheres im zweiten Teile, S. 90 ff.

gehalten hätte und nicht einfach „der Not gehorchend", nämlich unter dem periodisch immer wiederkehrenden Supplentenmangel, und es auch künftig immer wieder in Zeiten solcher Not wird tun müssen! —

Als ich in diesen Sitzungen 1910 neuerlich den schon in einem Korreferat auf dem Mittelschultag 1892[1]) von mir vorgeschlagenen Ausdruck „pädagogische Klinik" (an Stelle des leicht irreführenden Willmannschen Ausdrucks „Praktika") gebrauchte, wurde mir seitens eines Mitgliedes des Seminarlehrkörpers vom Maximilian-Gymnasium, an dem seit 1893 das „erweiterte Probejahr" eingerichtet ist, entgegengehalten, daß in einer „Klinik" nur Leichname (!) seziert und gezeigt werden. (Es sei zu diesem neuen Begriff von „Klinik" behufs Erheiterung bemerkt, daß er allerdings zutrifft für das, was der Mediziner „kalte Klinik" nennt, nämlich die Obduktionshalle.)

Solchen Ansichten gegenüber war natürlich nicht Zustimmung zur Forderung zu erwarten, daß sich auch der pädagogische Unterricht an der Hochschule zu einem Anschauungsunterricht entwickeln muß, wenn er im übrigen sich auch innerhalb noch so enger theoretischer Grenzen zu halten entschlossen ist. Und diese Anschauung ist nur im Schulzimmer mit lebendigen Mittelschülern und lebendigem Unterricht, sei es des Fachlehrers der Schule, sei es auch in einigen Lehrauftritten der studierenden Mitglieder des pädagogischen Universitätsseminars, wirklich zu gewinnen. Aber schon die bei anderer Gelegenheit (1892) von mir ausgesprochene Forderung, daß doch wenigstens der Universitätsprofessor der Pädagogik „einmal einen lebendigen Gymnasiasten gesehen haben sollte", hatte ja damals bei einem solchen Professor starken Widerspruch erregt.....

Ich stehe also nicht an, auch weiterhin die Hoffnung[2]) zu hegen, daß die bevorstehende Prüfungsvorschrift es mit der pädagogischen Ausbildung aller, also auch der mathematischen Lehramtskandidaten, besser meinen wird als jene altphilologische Zufallsmajorität der Wiener „Mittelschule" März und April 1910 in Sachen der Pädagogik.

Es sei hier ausdrücklich in gerechte Erinnerung gebracht, daß sich dieser Verein speziell um die fachwissenschaftliche Ausbildung der Mathematiker und Physiker durch vorausgegangene ausgezeichnete Referate, unter ihnen die von Gustav v. Escherich und Ernst Lecher, sehr verdient gemacht hatte. Und vielleicht ist es mir gestattet, hier die Art, wie unsere Wiener Universität, so weit ich

---

[1]) „Die philosophischen Grundlagen der pädagogischen Vorbildung zum Mittelschullehramte." Sonderabdruck aus der Zeitschrift „Österreichische Mittelschule" 1892, Wien, Hölder (20 Seiten).

[2]) Diese ist inzwischen (nämlich im Juni 1911) in Erfüllung gegangen, wie im zweiten Teil noch zu zeigen sein wird.

zurückdenke, in ihrem Unterricht der Mathematik und Physik sich nicht auf die reinen Wissenschaften als solche beschränkte, sondern immer sehr genau die Bedürfnisse der Lehramtskandidaten dieser Fächer im Auge behielt und liebevoll förderte, noch zu beleuchten durch eine diesmal wirklich ganz persönliche Erinnerung an meine Lehrer Joseph Stefan und Ludwig Boltzmann. Letzter hatte seit 1874 in Wien Mathematik gelehrt (ich legte unter ihm 1876 meine Lehramtsprüfung für Mathematik ab); ihm ist das Lehren der Mathematik und ihre Weitergabe an künftige Lehrer der Mittelschulen eine — wie wir alle spürten — offenbar nicht weniger am Herzen liegende Sache gewesen als die Förderung seiner eigenen Wissenschaft, der mathematischen Physik.

Doch an den letztangeführten hochschulpädagogischen Leistungen des Universitätsunterrichtes der Mathematik und Physik hat natürlich der Universitätsunterricht der Pädagogik als solcher weder Anteil noch Verdienst. Es könnte im Gegenteil aus so freundlichen Erinnerungen und Erscheinungen der Satz abgeleitet werden, daß die Lehramtskandidaten der Mathematik des Pädagogen eben überhaupt nicht bedürfen. Meinerseits vermochte ich aber schon während meiner eigenen Hochschuljahre diesen Schluß nicht mitzumachen, sondern ich wäre sehr dankbar gewesen, wenn mir damals jemand neben und nach den Wegen in die mathematischen und physikalischen Wissenschaften auch Wege aus ihnen heraus in meine nahe bevorstehende Schulpraxis gewiesen hätte. Ich erinnere mich, aus einem solchen Bedürfnis heraus die Gründung des ersten Vereines der Mathematiker und Physiker an der Universität Wien um das Jahr 1875 angeregt zu haben. Aber auch jetzt, als Lehrer der Pädagogik, kommen mir ja ungesucht mancherlei Eindrücke und Erfahrungen, sei es im pädagogischen Seminar, sei es aus willkommenen Anfragen der Hörer meiner Kollegien gelegentlich zu, die in mir die Ansicht aufrecht erhalten, daß, was die Universität den Kandidaten in Mathematik und Physik jetzt gibt, so wertvoll es an sich ist, doch nicht ganz ausreichende Bürgschaft gibt für die spätere Lehrtüchtigkeit der Kandidaten. In solchen Meinungen wird man natürlich am drastischesten bestärkt durch kleine, einzeln genommen belanglose Erlebnisse. So durch die mir vom Herrn Kollegen Georg Pick in Prag mitgeteilte (und in einer Anmerkung meiner Didaktik zum Kapitel Goniometrie wiedererzählte) Frage eines Studenten: „Was ist das eigentlich, ein Kosinus?" — obwohl sich dieser Student in elliptischen Funktionen gut auskannte. Die zweite Geschichte ereignete sich in meinem Prager pädagogischen Seminar, wo ein Kandidat gelegentlich eines „Praktikums" über Exponentialgleichungen lehrte: $\log(-10) = -\log 10 = -1$; und auch bei der folgenden Besprechung seiner Lehrstunde nicht von dieser Ansicht zurückkam, obwohl er im übrigen (!) ein guter

Mathematiker gewesen sein soll. Was beweisen solche Geschichten und Geschichtchen? Nicht mehr, aber auch nicht weniger, als daß sogar das fachmathematische Wissen der Kandidaten dunkle Punkte aufweisen kann, die, wie verhängnisvoll sie der späteren Lehrtätigkeit werden müssen, sich doch während der Universitätsjahre und bei der Lehramtsprüfung den Blicken der Mathematiker völlig entziehen können, falls sie nämlich in so tiefen Niederungen des mathematischen Wissens und Könnens stecken und sich verstecken, daß bis da hinab der mathematische Universitätsunterricht hineinzuleuchten selten oder nicht mehr Gelegenheit findet. Ich sage natürlich nicht, daß dann pädagogische Kollegien und Übungen Abhilfe schaffen könnten; war es doch nur ein Zufall, daß jene logarithmische Ungeheuerlichkeit sich gerade während eines pädagogischen Praktikums verriet und daß sein Leiter selbst einst Mathematiklehrer gewesen war. Wohl aber gäbe es ein einfaches, halb mathematisches, halb pädagogisches Mittel, den Kandidaten auch schon während seiner Hochschuljahre und vor seiner Lehramtsprüfung an die künftige Mittelschulmathematik vorausdenken zu lassen: wenn nämlich verordnet würde, daß jeder Lehramtskandidat während seiner Hochschuljahre wenigstens eines der approbierten Lehrbücher der Mittelschulmathematik privatim durchzustudieren und bei der Prüfung (in Stichproben) ein selbständiges Urteil darüber zu bekunden habe, ob er für Vorzüge und Mängel der verschiedenen Schulbücher überhaupt den nötigen Blick besitze, um künftig als Lehrer das wirklich beste der vorhandenen Bücher seinem Unterricht zugrunde zu legen. Denn wer und was bürgt dafür, daß nicht dieser oder jener Lehrer durch träges Beharren gerade bei dem schlechtesten Buch zu einer Jahrzehnte andauernden Stagnation des ganzen Unterrichts beiträgt? Timerding konstatiert in seinem ausgezeichneten Buche über „Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern" (Teubner 1910) eine solche Zähigkeit (oder Trägheit?) der Gewohnheit vieler Lehrer im Gebrauche veralteter Lehrbücher.

Dann aber nach der Lehramtsprüfung nochmals das „Probejahr". Wie geht es eigentlich mit der Zuweisung der Probekandidaten an die Fachlehrer zu? Wer entscheidet überhaupt nach nicht nur administrativen, sondern aus eigentlich fachwissenschaftlichen und pädagogischen Gesichtspunkten, welche von den Fachlehrern für ein gutes, welche dagegen höchstens für ein abschreckendes Beispiel geeignet sind? Statt einer Antwort hierauf wieder nur eine einzelne Tatsache, nämlich die, daß mir selber seitens des Landesschulinspektors, dem ich während fast zweier Jahrzehnte meiner eigenen Lehrtätigkeit (1876

bis 1893) unterstand[1]), niemals ein Probekandidat zugewiesen worden ist (erst der auf jenen folgende Landesschulinspektor Maurer 1893 bis 1903 hielt mich in dieser Hinsicht für vertrauenswürdig). Ist auch dies nur ein einzelner „wirklicher Fall" oder steckt in ihm ein ganzes „Problema"? Ich denke: kein geringeres als die Prinzipienfrage, ob wir diejenige pädagogische Ausbildung, die gegenwärtig nur das Probejahr in den bekannten Formen geben kann und soll, ausschließlich auf die jeweiligen Traditionen von Verordnungen der Schulinspektoren, Direktoren und Mittelschulprofessoren, oder doch soweit als möglich auch auf das Niveau der wissenschaftlichen Begründung im Stile der Universität einstellen wollen. Diese Frage soll keineswegs der Kompetenz der genannten Behörden in pädagogischen Dingen und den daran sich knüpfenden administrativen Maßregeln zu nahe treten. Aber man wird vom Standpunkte der freien Forschung, wie sie der Universität obliegt, immerhin fragen dürfen und müssen, ob denn gerade das Pädagogische nur durch Administration und gar nicht durch wissenschaftliche Freiheit am besten besorgt ist? Wenn Deutschland, das soeben in einigen Staaten die wenigen pädagogischen Kanzeln hat eingehen lassen und in anderen anfängt, solche an einigen seiner Universitäten zu schaffen[2]), alles Pädagogische durch die Gymnasial-

---

[1]) Als mich derselbe Mann im Sommer 1909 beim Lesen der Korrekturbogen der Didaktik des mathematischen Unterrichtes antraf, rief er erstaunt aus: „Wie kann man über Unterricht der Mathematik 507 Seiten schreiben! Was gibt's da überhaupt viel zu sagen?" Und doch hatte er mir selbst während jener langen Jahre vieles gesagt, von dem ich einiges in Anmerkungen zur Didaktik dem Gedächtnis aufbewahrt habe. Es waren nicht Ermunterungen meines eigenen didaktischen Tuns, geschweige denn Eingebungen zu einem solchen. War es aber dann gut, daß er über zwei Jahrzehnte der oberste Hüter über das zulässige Maß pädagogischer Fortschritte im mathematischen und übrigen realistischen Unterricht gewesen war? Professor Schram z. B., dessen ausgezeichnete Lehrbücher ich in der Didaktik der Mathematik wiederholt in Erinnerung zu bringen hatte, klagte mir, da ich damals ein blutjunger und der Lenkung sehr zugänglicher Anfänger war, oft und mit Ausdrücken des Schmerzes, daß sein Wollen an diesem Widerstande „von oben" gescheitert sei.

[2]) Die einzelnen Phasen dieses Kampfes der Hochschulen teils gegen teils um die Pädagogik schildert eingehend von den Anfängen bis zum augenblicklichen Stand der einzelnen Kanzeln und Lehraufträge die Schrift:

„Die Frage der Professuren für Pädagogik an den bayer. Hochschulen. Vortrag vor der Ortsgruppe München des Deutschen Hochschullehrertages von Dr. Albert Rehm, Professor an der Universität München. München 1910. Verlag der Ärztlichen Rundschau Otto Gmelin" (48 Seiten).

Infolge ihres spezialistisch klingenden Titels habe ich die Schrift in ihren Einzelheiten leider erst kennen gelernt nach Abschluß des vorliegenden Manuskripts und ich kann daher nur noch während der Korrektur (wie ich auch schon in der Vorbemerkung sage) einiger der mir überaus wertvollen Bestätigungen meiner Ansichten über die Beziehung der Pädagogik zur Philosophie einerseits, zur Hochschule andrerseits in den Anmerkungen (vgl. S. 48, 65, 77) gedenken.

direktoren seiner Mittelschulseminare ausreichend versorgt meint, warum überläßt man diesen nicht auch ein kleineres oder größeres Stück der fachwissenschaftlichen Ausbildung? Jener Direktor im „Probekandidaten", der vom Kandidaten mitleidig sagt, daß er eben „die Eierschalen der Wissenschaft noch nicht abgestreift" habe, ist freilich nur Karikatur; und nicht alle Direktoren halten es so, daß sie in den ihnen behördlich auferlegten Schreibgeschäften nicht nur eine notwendige, sondern auch — wie es mir einmal ein Direktor treuherzig gestand — die ausreichende Erfüllung ihres Daseins finden. Vielmehr kann ich für meine Person mit Erhebung und innigster Dankbarkeit an die drei Direktoren zurückdenken, die mir während meiner 27jährigen Gymnasiallehrerzeit als väterliche Führer und Freunde beschieden waren: drei pädagogisch weise und auch wissenschaftlich und künstlerisch hochgesinnte Männer. Aber unbeschadet aller Hochachtung, die wir vor der wissenschaftlichen Potenz einer überwiegenden Zahl von Mittelschuldirektoren haben, behält sich ja, bisher wenigstens, die wissenschaftliche Ausbildung der Kandidaten doch ausschließlich die Universität vor. Darf da ein Universitätslehrer, dem es nun einmal obliegt, den Lehramtskandidaten einiges an wissenschaftlicher Grundlegung in sein künftiges pädagogisches Amt mitzugeben, ganz ohne Besorgnis auf eine etwaige künftig wieder bloß administrative Behandlung des pädagogischen Tuns der von ihm angeleiteten Kandidaten vorausblicken? Doch das mag bloße Gefühlssache des einzelnen Pädagogikprofessors sein. Tatsache aber ist, daß mir mehr als einmal junge Kollegen von der Mittelschule, die einst meine Schüler gewesen und dann dem „erweiterten Probejahr" zugewiesen waren, sehr über den Kontrast klagten, den sie (ganz zu schweigen von den Klagen über die Trivialität des Inhaltes mancher „pädagogischer" Anweisungen und „Winke") verspürten zwischen den freien Erörterungen pädagogischer Dinge in meinem pädagogischen Seminar und der eine ähnlich freie Meinungsäußerung der Hauptsache nach innerlich wie äußerlich ausschließenden Absolvierung pädagogischer Themen in diesem Probejahr. Und wenn sich diese Themen noch immer beschränken würden auf dasjenige wirklich praktisch Pädagogische, was sich in der Tat nur während des Probejahres mit bleibendem Erfolg behandeln, weil eben erst jetzt mit dem hinreichenden Anschauungsmaterial aus den Erlebnissen der einzelnen Schulstunden dem Kandidaten nahebringen läßt! Aber es fanden sich unter den z. B. von Loos seinerzeit mitgeteilten Themen seines erweiterten Probejahres auch solche über „Induktion" — also dies ein rein wissenschaftliches Thema aus dem schwierigsten Teile der gesamten Logik[1]). Wer und was gibt hier die Bürgschaft, daß

[1]) Vgl. über das Wesen dieser Schwierigkeiten u. S. 53ff.

bei solchen Übergriffen der praktischen Pädagogik des Probejahres in den rein wissenschaftlichen Lehrstoff der Universität nicht die Kandidaten einen recht deutlichen Ruck auf ein niedrigeres wissenschaftliches Niveau verspüren? Und wie sollte ihnen dann eine in dieser Weise verspätete (wenn nicht gar verwässerte) theoretische Grundlegung aus der Logik oder sonst einer der Grundwissenschaften der Pädagogik Zutrauen geben, daß, was sie nun in wirklich praktischer Pädagogik noch zulernen sollen, überhaupt noch das ihnen, als den soeben absolvierten Hochschülern, bisher gewohnte theoretisch-wissenschaftliche Niveau einhalte?

Wiewohl es sich hier in der Tat um eine Prinzipienfrage, wieder um ein „Problema“, handelt, sei hier doch auch der „wirkliche Fall“ mitgeteilt, daß mir nach den mehrfach erwähnten Sitzungen vom 19. März und 9. April 1910 seitens mehrerer Mitglieder des Vereines „Mittelschule“ spontane mündliche und schriftliche Kundgebungen zukamen, die den Eindruck aussprachen, es habe sich in jenen Sitzungen einigen maßgebenden Mittelschulmännern um die ausdrückliche Kundgebung gehandelt, daß den pädagogischen Übungen auch eines „erweiterten Probejahres“ jede mögliche künftige Einflußnahme eines Pädagogikers der Hochschule vom Leibe zu halten sei. Nach dem ausschließlichen Maßstabe der Subordination, die man vom Probekandidaten und Supplenten seitens einzelner Mittelschulprofessoren und -direktoren zu verlangen gewöhnt ist, könnte es in der Tat auch nicht unbedenklich erscheinen, wenn schon durch die bloße Anwesenheit eines Hochschullehrers, mit dem die Studierenden noch vor kurzem im pädagogischen Seminar offenherzig über das sich ausgesprochen hatten, was ihnen selbst während ihres kürzlich vergangenen Schullebens als mangelhaft aufgefallen war, sie auch noch als Probekandidaten sich dazu verleitet sähen, nun wieder während des Probejahres solche Mängel des herkömmlichen Mittelschulbetriebes zum Gegenstand ebenso offener Aussprache und Kritik zu machen. Aber (wenn man sich auch nicht auf den einfachen Takt des Leiters eines pädagogischen Universitätsseminars bei Besuchen im Mittelschulseminar verlassen zu können glaubt): wird man es wirklich verhindern können, daß seitens der der Schule für einige Jahre entwachsen gewesenen und nun erst wieder in sie hineinwachsenden Probekandidaten eben doch Kritik aller Art, sogar an der Einrichtung und Durchführung des „erweiterten Probejahres“ selbst, wenn auch bloß mehr oder minder heimlich geübt, sicherlich aber nicht schlechterdings und gegen jedermann verschwiegen wird? Zur Frage aber, ob sich das wird ganz verhindern lassen oder ob es nicht besser wäre, schon die Kandidaten zur maßvollen, aber offenen Kritik der Schultraditionen zu ermutigen, wieder nur ein eigenes Erlebnis: Als ich in Prag ein pädagogisches Spezialkolleg über Didaktik des mathe-

matischen und physikalischen Unterrichts hielt und bei Schilderung bestimmter Arten des Vorgehens sagte: „Meine Herren, Sie werden das doch nicht so und so machen," da sah ich die Gesichter immer erstaunter und zum Teil länger werden und nach der Vorlesung (also nicht erst im Seminar!) wurde mir von einer nicht verschwindenden Zahl von Hörern versichert: „Genau so, wie Herr Professor es als pädagogisch schlecht verurteilt haben, ist's bei uns gemacht worden." — Es bedürfte im Grunde nicht einmal solcher drastischer Erlebnisse, um zur Frage zu drängen: Von welcher Seite her sollen denn, falls sich etwa in der pädagogischen Darbietung mathematischer (und natürlich auch was immer für anderer) Lehrstoffe Unzukömmlichkeiten im Mittelschulunterricht eingenistet und eingerostet haben sollten, die Impulse zu einer „zeitgemäßen Umgestaltung" herkommen, als von seiten der Universität, die dank ihrer freien Forschung und Lehre nun einmal außerhalb des *circulus vitiosus* bloßer Tradition und Administration steht? Oder sollte gerade z. B. für jenes Zwischengebiet zwischen Philosophie und praktischer Pädagogik, dem die Theorie u. a. der Induktion und ihrer Anwendung im Unterricht zufällt, und speziell für die Grenzgebiete zwischen Mathematik und Philosophie (d. h. Erkenntnislehre der Raum- und Zahlenvorstellungen u. dgl. m.), wenn der Lehramtskandidat an der Universität nichts darüber zu hören Gelegenheit hatte, dieser nun erst durch den Direktor oder Professor des Mittelschulseminars die nötigen Aufklärungen nachträglich erhalten? Mögen die meistens philologischen Direktoren[1]) der Anstalten, an denen Probejahre eingerichtet sind, den Kandidaten der Philologie manche wertvolle pädagogische Ergänzungen ihres von der Universität mitgebrachten philologischen Wissens geben — den Lehramtskandidaten der Mathematik werden sie es kaum können.

Möchten solche Bedenken bei unfreundlicher Auslegung so klingen, als könnten Hoch- und Mittelschulpädagogik aus ihrer inneren Natur heraus für immer kein rechtes Verhältnis zueinander finden, so bin ich in der glücklichen Lage, auch diese allgemeine Befürchtung durch einen ganz individuellen Fall als gegenstandslos zu erweisen: durch mein vier Jahre lang nicht von dem leisesten Schatten getrübtes Zusammenarbeiten mit dem Seminarlehrkörper des Altstädter Gymnasiums in Prag, der auch hierin wieder eine schöne, von Willmann

[1]) Es gilt also für die „Mittelschuldirektoren der Philologie und Pädagogik" (wie man sie etwa kurz nennen könnte) ganz dasselbe Bedenken, das oben S. 14 von Lorey bezüglich der Universitätsprofessoren der Philosophie und Pädagogik angeführt wurde. Daraus würde aber dann folgen, daß die angehenden Mittelschullehrer der Mathematik und Physik grundsätzlich weder an den Hoch- noch an den Mittelschulen etwas Rechtes über die Spezialpädagogik ihrer Fächer hören.

angebahnte Tradition auf seinen Amtsnachfolger übertragen hat. Gern erneuere ich meinem lieben Kollegen Direktor Frank und den Professoren des Seminarlehrkörpers diesen meinen Dank auch an dieser Stelle. — Es sei mir gestattet, in diesem Zusammenhang auch ein Bedenken anzuführen, bezüglich dessen jüngst Fr. W. Foerster bei mir brieflich angefragt hat: Ob sich niemals Schwierigkeiten für den Leiter eines pädagogischen Universitätsseminars mit praktischen Übungen wie in Prag daraus ergeben, daß er ja doch unmöglich das Fachwissen aller Schulgegenstände in sich vereinen könne? Ich konnte darauf antworten, daß in Prag der Mitvorstand des pädagogischen Seminars, Direktor Frank, Fachlehrer der klassischen Philologie und des Deutschen war, so daß er sich mit mir als dem Physiker und Mathematiker zwanglos in die fachmännische Beurteilung humanistischer und realistischer Fächer teilte. Die vorübergehende Mehrheit von Altphilologen des Wiener Vereines „Mittelschule" vom 19. März und 9. April möge es also die Universitätspädagogik und das Universitätsseminar von Wien nicht auf die Dauer entgelten lassen, daß diese pädagogischen Ämter gegenwärtig nicht einem Philologen, sondern (vielleicht das erstemal in der Schulgeschichte) einem Mathematiker und Physiker anvertraut sind. Doppelt heilig ist mir darum jede, wenn auch einstweilen noch von fast allen Seiten umstrittene Position, von der aus bei künftigen glücklichen Organisationen gerade auch dem mathematischen Unterricht durch eine neuartige Pädagogik neue Kraftzuschüsse gesichert werden könnten.

Bayreuth, im August 1910.

A. H.

Zweiter Teil (1911).

Die neuesten mittelschulpädagogischen Einrichtungen in Österreich.

I. Die neue Prüfungsvorschrift.

Ihr vollständiger Titel lautet: „Prüfungsvorschrift für das Lehramt an Mittelschulen (mit Einschluß der Mädchenlyzeen). Verordnung (II, S. 66) des Ministers für Kultus und Unterricht vom 15. Juni 1911, Z. 24113 (R. G. Bl. Nr. 117), betreffend die Erwerbung der Befähigung für das Lehramt an Mittelschulen (mit Einschluß der Mädchenlyzeen). Separatabdruck aus dem Verordnungsblatte für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht, Jahrgang 1911, Stück XIII, Nr. 21, S. 174—211. Preis 40 Heller. Wien 1911. K. k. Schulbücherverlag, I., Schwarzenbergstrasse 5."

Die Untertitel lauten:

Artikel I. Allgemeine Bestimmungen.

A. Wissenschaftliche Lehramtsprüfung für Mittelschulen.

Art. II. Prüfungskommissionen. — Art. III. Bedingungen für die Zulassung zur Lehramtsprüfung. — Art. IV. Anforderungen hinsichtlich der Universitätsstudien. — Art. V. Art der Lehrbefähigung. — Art. VI. Forderungen bei der wissenschaftlichen Lehramtsprüfung im allgemeinen. — Art. VII. Philosophisch-pädagogische Vorprüfung. — Art. VIII. Prüfung aus der Unterrichtssprache. — Art. IX. Gruppen der Prüfungsgegenstände.

Forderungen bei der Lehramtsprüfung in den einzelnen Fächern.

Art. X. Latein und Griechisch. — Art. XI. Unterrichtssprache als Lehrgegenstand. — Art. XII. Zweite lebende Sprache. 1. Französisch, Englisch. — 2. Deutsch, Italienisch, die übrigen Landessprachen. — Art. XIII. Geschichte. — Art. XIV. Geographie. — Art. XV. Mathematik. — Art. XVI. Physik. — Art. XVII. Darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen. — Art. XVIII. Naturgeschichte. — Art. XIX. Chemie. — Art. XX. Philosophie. —

Art. XXI. Hausarbeiten. — Art. XXII. Teilung der weiteren Prüfung. — Art. XXIII. Klausurarbeiten. — Art. XXIV. Mündliche Prüfung. — Art. XXV. Entscheidung, ob der Kandidat die Prüfung bestanden hat. — Art. XXVI. Erweiterungsprüfung. — Art. XXVII. Inhalt des Prüfungszeugnisses. — Art. XXVIII. Wirkung des Prüfungszeugnisses. — Art. XXIX. Prüfungstaxen.

B. Einführung ins praktische Lehramt.

Art. XXX. Pädagogisches Mittelschulseminar. (Das sogenannte erweiterte Probejahr.) — Art. XXXI. Das einfache Probejahr. — Art. XXXII. Antritt, Dauer und etwaige Entlohnung der Probepraxis. — Art. XXXIII. Supplentendienst als Probejahr. — Art. XXXIV. Übergangsbestimmungen. (Vgl. unten, S. 68, Anm.)

Im einzelnen seien aus dem Inhalte der Verordnung noch die folgenden kleineren oder größeren Teile im Wortlaut mitgeteilt, die sich *a)* speziell auf die Mathematik, *b)* auf die Philosophie als Mittelschullehrfach und auf die allgemeine philosophisch-pädagogische Vor- und Ausbildung beziehen. Auch einige Stellen in betreff der von dem Kandidaten was immer für eines Faches verlangten „Korrektheit im Gebrauch der Unterrichtssprache, sowie Bekanntschaft mit den bedeutendsten Werken ihrer schönen Literatur“ wären anzuführen, namentlich um auf das Ausmaß der von Deutschland durch eine besondere Prüfung ermittelten „allgemeinen Bildung“ [1]) einen vergleichenden Blick zu werfen. Es wird sich empfehlen, hier nicht überall der oben mitgeteilten Reihenfolge der Artikel, sondern der sachlichen Zusammengehörigkeit der zu berührenden Gegenstände zu folgen, also z. B. alles speziell für die Lehramtskandidaten der Mathematik und nur auf sie Bezügliche im Zusammenhang zu besprechen. Dem Wortlaut des aus je einem oder mehreren Artikeln Anzuführenden lassen wir dann jedesmal sogleich folgen, was an erläuternden und vergleichenden, teilweise auch kritischen Bemerkungen am Platze sein mag.

Speziell an die die Lehramtskandidaten der Mathematik betreffenden Anordnungen wäre eigentlich, wenn es nicht die Rücksicht auf den Raum verbieten würde, auch das die Physik, Chemie o. dgl. Betreffende anzufügen, da es Lehramtskandidaten, die ausschließlich

---

[1]) S. o. S. 13. — Ich hatte anfänglich beabsichtigt, die im nachfolgenden mitgeteilten neuesten Vorschriften Punkt für Punkt zu vergleichen mit den teils übereinstimmenden, teils auffallend abweichenden Einrichtungen in Deutschland, wie sie Lorey a. a. O. ausführlich dargestellt und mit Mitteilungen der einschlägigen Kritik begleitet hat. Da dies aber der Raummangel verbietet, sowie aus dem in der Vorbemerkung mitgeteilten Grunde, schalte ich nur einiges wenige an solchen Vergleichungen gelegentlich ein; vgl. z. B. unten Anmerkung S. 67, 68.

Mathematik zu lernen und zu lehren hätten, überhaupt nicht gibt und ihre Beschäftigung mit Mathematik sehr wesentlich davon beeinflußt ist, was sie sich während ihrer Studienzeit auch noch an Physik usw. anzueignen vorgenommen haben. Unter diesem Vorbehalt geben wir dem zunächst unter *a)* zu Besprechenden kurz den Titel „Mathematik"; der in ebensolcher Abkürzung gemeinte Titel *b)* „Philosophie und Pädagogik" wird noch nachzutragen haben, was ebenfalls den Studiengang von Lehramtskandidaten der Mathematik beeinflußt; naturgemäß aber wird manches davon, weil es zwar auch die Mathematiker, aber nicht nur sie angeht, dort über die engste Abgrenzung von bloßen „Berichten über den mathematischen Unterricht" hinausgehen müssen.

a) Mathematik.

Vor allem seien aus Art. IX „Gruppen der Prüfungsgegenstände" als speziell die Mathematiker angehend angeführt:

d) Mathematik und Physik als Hauptfächer.

e) Darstellende Geometrie und Mathematik als Hauptfächer.

f) γ) Naturgeschichte als Hauptfach, Mathematik und Physik als Nebenfächer.

δ) Naturgeschichte als Hauptfach, Mathematik und geometrisches Zeichnen als Nebenfächer.

g) β) Chemie als Hauptfach, Mathematik und Physik als Nebenfächer.

h) ε) Philosophie und Mathematik als Hauptfächer, Physik als Nebenfach.

Ferner teilen wir den Wortlaut von Art. XV, XVI, XVII unverkürzt mit (die Art. XVIII, XIX und XX wären zwar, da mit der Lehrbefähigung für Mathematik auch die für Naturgeschichte, Chemie und Philosophie verbunden sein kann, ebenfalls nicht ohne Belang, doch enthält der Wortlaut dieser Vorschriften keinen besonderen Hinweis auf jene Verbindung mit Mathematik und braucht daher hier nicht wiedergegeben zu werden).

„Art. XV: Mathematik.

a) Als Hauptfach.

Kenntnis der allgemeinen Arithmetik, der Grundbegriffe der höheren Algebra und Zahlentheorie und ihrer Bedeutung für die Elementarmathematik. Kenntnis der elementaren Geometrie, ferner der synthetischen und der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes.

Grundzüge der darstellenden Geometrie.

Kenntnis der Differential- und Integralrechnung und deren Anwendung auf Geometrie, ferner der Elemente der Variationsrechnung.

Vertrautheit mit den Grundzügen der neueren Funktionentheorie.

Bekanntschaft mit den Hauptergebnissen der Forschungen über die Grundlagen der Mathematik.

b) Als Nebenfach.

Kenntnis der elementaren Arithmetik, Einsicht in den Aufbau des Gebietes der reellen Zahlen und der Rechnungsoperationen mit ihnen. Kenntnis der elementaren Geometrie im Umfang des Lehrstoffes der Mittelschule und einige Übung in der räumlichen Anschauung; Sicherheit und Geläufigkeit in der Auflösung einfacher Aufgaben. Den Funktionsbegriff und die Elemente der Differential- und Integralrechnung soll der Kandidat auf die im Mittelschullehrstoff vorkommenden Funktionen anwenden und für deren graphische Behandlung verwerten können."

Ferner seien, angesichts der Bedeutung, die die neuen Lehrpläne für Mathematik von 1809/9 auf das geometrische Zeichnen und die Anfänge darstellender Geometrie sogar an den Gymnasien legen, noch mitgeteilt die folgenden Bestimmungen des

„Art. XVII. Darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen.

a) Darstellende Geometrie.

Gründliche Kenntnis der orthogonalen, schiefen und zentralen Abbildungsarten mit Einschluß der Achsonometrie. Kenntnis der Reliefperspektive, der wichtigsten Kartenprojektionen, insbesondere der stereographischen Projektion und der Zyklographie.

Vertrautheit mit den Konstruktionen, welche die krummen Linien (zumal Kurven zweiter Ordnung, Raumkurven dritter und vierter Ordnung, Schraublinien) und krummen Flächen (zumal Flächen zweiter Ordnung, Dreh-, Schraub-, Regel- und Hüllflächen), insbesondere deren Beleuchtungskonstruktionen betreffen. Bekanntschaft mit einigen Anwendungen der darstellenden Geometrie (wie Konstruktion von Sonnenuhren, Dachausmittlung, Steinschnitt).

Kenntnis der projektiven und Infinitesimalgeometrie, soweit sie in der darstellenden Geometrie zur Anwendung kommen.

Sicherheit und Gewandtheit im konstruktiven Zeichnen.

b) Geometrisches Zeichnen.

Elemente der darstellenden Geometrie in dem durch den Lehrplan für Realschulen bestimmten Umfange. Achsonometrische Darstellungen. Elemente der Schattenlehre und Linearperspektive; die geo-

metrischen Konstruktionen von und an Polygonen und den wichtigsten ebenen Kurven, besonders den Kegelschnittslinien.

Sicherheit und Gewandtheit im konstruktiven Zeichnen."

Die Leser dieser „Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich" werden nun von dem vorliegenden Heft ein Urteil über die Zweckmäßigkeit jedes einzelnen Punktes dieser neuesten Prüfungsforderungen an Mathematiker und somit auch über das Maß des Fortschrittes im Vergleich zur vorigen Prüfungsvorschrift von 1897 erwarten. Es sei mir aber gestattet, sogleich zu erklären, daß ich mich zu einem solchen Urteil nur innerhalb ganz bestimmter enger Grenzen kompetent glaube, indem ich hier wie jederzeit den größten Wert darauf lege, die Grenzen zwischen einer Fachwissenschaft selbst und der Didaktik dieser Fachwissenschaft reinlich zu ziehen und wenigstens von meiner Seite, der der Didaktik, jedes Überschreiten dieser Grenzen zu vermeiden.

Unter diesem ausdrücklichen Vorbehalt nun spreche ich als meinen Eindruck von dem Inhalt dessen, was an mathematisch-fachwissenschaftlichen Materien für die Kandidaten der Mathematik als Haupt- und als Nebenfach verlangt wird, die Ansicht aus, daß sich keine Einzelforderung findet, die man dem oben mitgeteilten Wortlaut nach nicht recht und billig finden könnte. — Schon darüber aber, ob dieser Wortlaut dann in der Durchführung seitens des einzelnen Hochschullehrers und Prüfers nicht eine bald so enge, bald so weite Interpretation gestattet, daß andere seiner Fachgenossen sie zu eng oder zu weit fänden, erlaube ich mir weder eine Behauptung, noch eine Vermutung. Immerhin glaube ich mich auf die Mitteilung beschränken zu dürfen, daß, wenn ich recht verstanden habe, meine mathematischen Kollegen an der Universität Wien mit dieser neuen Prüfungsvorschrift Punkt für Punkt einverstanden sind.

Was ich dagegen ohne Rückhalt, sondern mit ebensoviel Entschiedenheit wie Freude hier aussprechen darf, ist der Eindruck im Ganzen und im Einzelnen, daß diese neue Textierung der künftigen Prüfungsstoffe sich unverkennbar angepaßt haben nicht nur an die Bedürfnisse der Mittelschule und ihrer künftigen Mathematiklehrer überhaupt, sondern insbesondere auch an die neuen Lehrpläne für den mathematischen Unterricht an den Gymnasien und Realschulen (nebst ihren Zwischenformen) in Österreich von 1908—1909.

Dies ohne Rückhalt und mit Entschiedenheit hervorzuheben, fühle ich mich berechtigt und verpflichtet, sowohl als Didaktiker der Mathematik im Unterschied vom Mathematiker als solchen, wie auch insbesondere durch die allgemeinen Erfahrungen und die oft, wenn auch keineswegs immer öffentlich zu vernehmenden Klagen darüber,

daß ab und zu dieser oder jener Hochschullehrer (keineswegs etwa nur der Mathematik) dazu neige, seine Fachwissenschaft auch an die Lehramtskandidaten unter seinen Hörern weiterzugeben ohne irgend welche Vor- und Ausblicke, was gerade diesen künftigen Lehrern an stofflicher und methodologischer Auswahl aus seiner Wissenschaft nottäte. Im willkommenen Gegensatz zu solchen Unterlassungs- und Übertreibungssünden der Hochschule als solcher (Sünden gegen die „Hochschulpädagogik", insoferne eben jede Hochschule auch Schule, nicht ausschließlich Forschungsinstitut ist) erinnern schon mehrere Stellen der neuen Prüfungsvorschrift an die Pflicht solcher Auswahl: so namentlich die Worte unter *a)* „und ihrer Bedeutung für die Elementarmathematik"; unter *b)* „im Umfang des Lehrstoffes der Mittelschule" — „die im Mittelschullehrstoff vorkommenden Funktionen".

Meiner besonderen Freude aber darf ich noch darüber Ausdruck geben, daß ja die neuen Lehrpläne in Österreich von 1908 bis 1909 diejenige erste Realisierung der von den Naturforscherversammlungen geforderten „zeitgemäßen Umgestaltung des mathematischen Unterrichtes" innerhalb der offiziellen Lehrpläne eines großen Staates darstellen, die ich in meiner „Didaktik des mathematischen Unterrichtes" sogleich auf den ersten Seiten eingehend geschichtlich dargestellt habe. Was damals noch „Meraner und Prager Vorschläge" hieß, hat also, wie durch jene Lehrpläne von 1908 und 1909, nun auch durch die neueste Prüfungsvorschrift von 1911 einen neuerlichen Kraftzuschuß erhalten. Denn da, wie immer wieder gesagt, viel seltener aber beherzigt und betätigt wird, jede Reform eines Unterrichtes die Reform des Unterrichtenden zur Voraussetzung hat, so darf ich es natürlich als einen Kraftzuschuß im Großen, ja Größten betrachten, wenn das, was z. B. meine „Didaktik des mathematischen Unterrichtes" zu dieser zeitgemäßen Umgestaltung im Kleinen und Kleinsten beizutragen versuchte, nun durch die neue Prüfungsvorschrift für Mathematik sozusagen an der Wurzel angefaßt und in den tiefer liegenden Boden der fachwissenschaftlichen Lehrerbildung selbst gepflanzt wird. —

Mit diesen positiven Bewertungen der neuen Prüfungsvorschrift (1911) soll noch nichts gesagt sein über die Größe ihres Abstandes von der alten (1897). Das Material zur Vergleichung mit der früheren Vorschrift hat Sterneck in Heft 7 der vorliegenden Berichte, S. 28 bis 40, bereitgestellt. Manches in diesem Berichte darf auch einen Fachmann der Philosophie und Pädagogik und speziell den Didaktiker der Mathematik lebhaft interessieren; so Sternecks Ansicht, daß „eigentliche Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie — soviel steht fest — im Mittelschulunterricht absolut nichts zu tun haben. Man wird daher auch bei der Lehramtsprüfung diese schwierigen

Gebiete keinesfalls betonen wollen usw." (S. 38). Hiermit wäre nun zu vergleichen die Formulierung der neuen Vorschrift „Bekanntschaft mit den Hauptergebnissen der Forschungen über die Grundlagen der Mathematik".

Gerade mit diesen „Grundlagen der Mathematik" ist wieder der Punkt berührt, über den ich, wenn auch nicht selbst Fachmathematiker, doch als Philosoph mitreden zu dürfen glaube; denn wie schon im ersten Teil (s. o. S. 6—10) zu berühren war, bewegt sich jedes Forschen in der Richtung nach den Grundlagen der Mathematik zugleich in der Richtung auf die noch allgemeineren grundlegenden Gebiete der Logik (und Gegenstandstheorie, allenfalls auch Psychologie und Erkenntnistheorie) — also durchaus philosophischer Grundwissenschaften hin. Nun habe ich in jenem ersten Teile (also schon vor dem Erscheinen der neuen Prüfungsvorschrift und des Heftes von Sterneck) zu zeigen versucht, warum nach meiner sehr entschiedenen Meinung in der Tat auch schon jeder Mittelschullehrer der Mathematik gerade über diese logischen Grundlagen, z. B. über das Wesen des Axioms und der Definition und ihres Verhältnisses zu einander, keineswegs im Unklaren sein sollte — schon weil sich jedes Mißverstehen der alten wie der neuen Ansichten über diese Grundlagen in Entgleisungen sogar schon seines primitivsten didaktischen Vorgehens rächt (vergl. noch einmal das Beispiel des „Herrn Schulz"). Wenn daher eine Beschäftigung mit den „Grundlagen der Mathematik" von jetzt ab den Lehramtskandidaten zur ausdrücklichen Pflicht gemacht wird, so bliebe höchstens noch die Frage offen, ob hier die bloße „Bekanntschaft mit den Hauptergebnissen" den gewünschten bildenden Erfolg für die künftige mathematische Lehrpraxis der Gymnasial- und Realschullehrer haben könnte. Gemeint ist hier natürlich noch weniger ein bloß äußerliches Anlernen von „Ergebnissen", als ein solches für voll gälte etwa bei Endformeln mathematischer Ableitungen. Sondern — ich muß hier mein *ceterum censeo* wiederholen: Wer einmal über die „Grundlagen der Mathematik nachdenkt, der philosophiert, ob er es nun Wort haben will oder nicht; und das Wort Kants, er wolle nicht Philosophie, sondern philosophieren lehren, gilt ganz von selbst auch für die Einführung in die gegenwärtige „kritische" Behandlung der „Grundlagen der Mathematik".

Hat uns so der vielleicht am meisten als neu auffallende Satz der neuen Prüfungsvorschrift für Mathematiker von selbst wieder von der Mathematik zur Philosophie geführt, so werden nun die folgenden Abschnitte des vorliegenden Heftes gerade die zwei Gegenstände Philosophie und Pädagogik, in denen ich Fachmann bin,

mit demjenigen Maß von Ausführlichkeit behandeln dürfen, das notwendig und ausreichend ist, um über ein bloßes ewiges Hin- und Widerreden auf diesem bis zum Überdruß umstrittenen Gebiete einen kleinen Schritt nach vorwärts, in der Richtung einer vielleicht doch möglichen Verständigung (oder wenigstens doch ihrer Anbahnung) zu tun; dabei natürlich immer die neuesten Einrichtungen hierfür in Österreich als Ausgangspunkt und Richtschnur einhaltend.

b) Philosophie und Pädagogik.

Wenn auch die vorliegenden „Berichte" ausschließlich „den Mathematikunterricht in Österreich" betreffen, so stehen mit der Vorbildung der Lehramtskandidaten für dieses eine Fach doch auch, wie schon oben (S. 5 ff. u. a.) erinnert wurde, andere Fächer in Beziehung und überdies noch anderes, was man überhaupt nicht als „Fach" bezeichnen kann, wie z. B. die „allgemeine Bildung" des Kandidaten.

Es mag nun nach den schon im ersten Teil (S. 2 ff.) berührten Symptomen ein bis auf absehbare Zeit überhaupt nicht austragbarer Streit sein, ob man die Pädagogik für etwas innerhalb der Hochschuljahre des Kandidaten als „Fach" und hiermit als etwas „fachwissenschaftlich" zu Lehrendes und zu Prüfendes ansetzen oder aber die Bekanntschaft und Beschäftigung mit ihr bis in seine Mittelschulpraxis hinein verschieben, wenn nicht ihm ganz ersparen soll.

Die neuesten österreichischen Einrichtungen nehmen eine solche, der Pädagogik gegenüber skeptische oder ablehnende Haltung tatsächlich nicht ein. Vielmehr wird durch die neuesten Bestimmungen eine so starke Erhöhung des Gewichtes, das die oberste Unterrichtsverwaltung auf Pädagogik legt, namentlich in zahlreichen Stellen der neuen Prüfungsvorschrift bekundet, daß eben diese Vorschriften sehr leicht zu einem Zankapfel werden könnten, der jenem alten Kampf für und wider Pädagogik überhaupt neue Nahrung gibt; zumal nun der Vorkämpfer für pädagogischen Unterricht an Hochschulen die oberste Unterrichtsbehörde desjenigen großen Staates ist, der sich seit dem „Organisationsentwurf" von 1849 schon öfters als in Schulfragen führend bewährt hat.

In diesem zu erwartenden (oder vielmehr in Vorpostengefechten schon eröffneten) Kampfe ist nun freilich gerade ein Fachmann der Pädagogik, den das Geschick auf eine der drei Universitätskanzeln dieses Faches in Österreich geführt hat, am wenigsten berufen, ein schlechthin unparteiisches Urteil abzugeben. Gleichwohl wird wenigstens der Bericht als solcher unparteiisch sein können; und was diesem an Gesichtspunkten zur Beurteilung beigegeben wird, mag die weitere Erörterung zwischen Freunden und Gegnern der Pädagogik in einigermaßen geordnete Bahnen führen (oder, um beim Kampfgleichnis zu bleiben: den Komment fixieren helfen).

Im Mittelpunkt des Interesses steht jetzt, vor allem natürlich für die künftig zu prüfenden Lehramtskandidaten sämtlicher Fächer, also auch der Mathematik, der

Artikel VII. **Philosophisch-pädagogische Vorprüfung:** Bei dieser Vorprüfung hat der Kandidat nachzuweisen, daß er sich jene allgemeine philosophisch-pädagogische Bildung angeeignet hat, die jedem Lehrer unentbehrlich ist. Diese Prüfung bezieht sich auf die Hauptbegriffe und Hauptsätze der Erziehungs- und Unterrichtslehre und ihre theoretischen Grundlagen in Psychologie und Logik sowie auf einen Überblick über die Hauptmomente der Geschichte der Pädagogik des höheren Schulwesens seit dem 16. Jahrhundert.

Zu dieser Prüfung kann sich der Kandidat nicht vor dem Ende des V. Semesters melden. In seinem schriftlichen, bei der Direktion der Prüfungskommission einzureichenden Zulassungsgesuche hat er nachzuweisen, durch welche Studien (Kollegien[1]), Seminare, Übungen, Lektüre), allenfalls auch praktische Betätigungen er sich die geforderte philosophisch-pädagogische Bildung angeeignet zu haben glaubt. Die Prüfung selbst wird vom Fachexaminator für Philosophie und Pädagogik unter Leitung des Direktors der Prüfungskommission oder seines Stellvertreters vorgenommen und dauert ungefähr eine halbe Stunde.

Über den Inhalt und Erfolg dieser Vorprüfung wird ein vom Direktor der Prüfungskommission oder dessen Vertreter mitunterschriebenes Zeugnis ausgestellt, das dem Gesuche um Zulassung zur Lehramtsprüfung anzuschließen ist. (Art. III. 2, f).

Falls der Kandidat wegen nicht genügend befundener Nachweise über seine Vorbildung abgewiesen oder die Vorprüfung nicht bestanden wird, so kann diese nicht vor Ablauf eines weiteren Semesters abgelegt, bezw. wiederholt werden."

Was die Unterrichtsbehörde versteht unter „jener allgemeinen philosophisch-pädagogischen Bildung, die jedem Lehrer unentbehrlich ist", besagt noch näher

> Art. IV, 1: „Während der vorgeschriebenen Studienzeit hat jeder Kandidat je eine vierstündige Vorlesung über Philosophie (insbesondere Psychologie) und über Pädagogik (allgemeine Erziehungs- und Unterrichtslehre, **namentlich auch über**

---

[1]) Hier heißt es, offenbar durch einen Druckfehler, in der offiziellen Ausgabe: „Kolloquien".

Geschichte derselben seit dem 16. Jahrhundert), womöglich auch Vorlesungen über die Methodik seiner Fächer, dann Vorlesungen über Schulhygiene (hygienische Pädagogik) und körperliche Erziehung, endlich über die von ihm gewählte Unterrichtssprache und eventuell auch über die deutsche Sprache auszuweisen." (Vergl. Art. VIII, Schlußabsatz). — Ferner

Art. IV, 12: „Allen Kandidaten wird dringend empfohlen, an seminaristischen Übungen, besonders an denen ihrer Prüfungsfächer und der Pädagogik — auch abgesehen von den eigens vorgeschriebenen — nach Tunlichkeit teilzunehmen."

Weitere Stellen, an denen von dieser Vorprüfung und der Vorbereitung auf sie die Rede ist, finden sich in Art. III, 2, f: „Das Zeugnis über die mit Erfolg bestandene philosophisch-pädagogische Vorprüfung . . ."; in Art. VI:

„Um die wissenschaftliche Befähigung für das Lehramt an Mittelschulen darzutun, muß jeder Kandidat

1. in Bezug auf seine philosophische und pädagogische Vorbildung,

2. in Bezug auf die Sprache (bezw. Sprachen), deren er sich bei dem Unterrichte bedienen will, und wenn diese nicht die deutsche ist, außerdem auch in Bezug auf die deutsche Sprache und

3. bei der Prüfung aus seinen eigentlichen Fächern

jenen Forderungen genügen, die in Art. VII, VIII und X—XX näher bezeichnet sind.

Die Prüfung aus den eigentlichen Fächern selbst umfaßt drei Abteilungen: Die Hausarbeiten, die Klausurarbeiten, die mündliche Prüfung. Der Prüfung aus diesen Fächern hat die philosophisch-pädagogische Vorprüfung vorauszugehen." —

Versuchen wir uns nun ein im Rahmen dieser Vorschriften ausgeführtes Bild davon zu machen, was diese „philosophisch-pädagogische Vorprüfung" fortab innerhalb der ganzen Lehramtsprüfung und dem ganzen künftigen Lehr- und Erziehungsberuf des Mittelschullehrers günstigen (und vielleicht auch ungünstigen) Falles bedeuten mag, so ist einerseits ein Rückblick auf die vorausgegangenen Einrichtungen, andrerseits die nähere Erörterung der einzelnen Punkte innerhalb der neuen Bestimmungen erforderlich.

Ehe wir aber diese Vergleichung unter α und β (unten S. 37, bezw. S. 40) vornehmen, wird es zweckmäßig sein, hier einen Zusatz einzuschalten, betreffend noch eine zweite Art, in der unsere Lehramtskandidaten, u. a. auch die der Mathematik, in Berührung mit der Philosophie kommen, falls sie sich nämlich auf das Lehramt der philosophischen Propädeutik vorbereiten (eine dritte Art, nämlich die Vorbereitung auf das „einstündige Nebenrigorosum aus Philosophie" übergehe ich hier fast ganz).

Zusatz: Die neue Prüfungsvorschrift zum Unterricht der philosophischen Propädeutik.

Es sei auch der Wortlaut des kurzen Artikels XX hier eingeschaltet, da gerade Mathematikern und Physikern die Erweiterung ihrer Lehrbefähigung durch die philosophische Propädeutik aus mehrerlei Gründen, die im weiteren kurz angedeutet sein mögen, sehr zu empfehlen ist.

„Art. XX. Philosophie.

Von den Kandidaten, welche den philosophischen Unterricht zu erteilen beabsichtigen, ist zu verlangen: Vertrautheit mit den Hauptproblemen der Philosophie in ihrer historischen Entwicklung und den hauptsächlichsten Lösungsversuchen, ferner Nachweisung eines eingehenden Studiums der Hauptwerke irgend eines Philosophen der neueren Zeit (z. B. Descartes, Leibnitz, Locke, Hume, Kant, Schopenhauer, Fechner, Spencer), insbesondere auch wissenschaftliche Beherrschung der Logik und Psychologie (unter entsprechender Berücksichtigung ihrer experimentellen Seite). Für diese beiden propädeutischen Disziplinen muß der Kandidat auch die Fähigkeit nachweisen, deren wesentlichste Punkte zum Zwecke des Unterrichtes klar und verständlich zu entwickeln."

Was zunächst den Wortlaut dieser Bestimmungen betrifft, so wäre es sehr interessant, die äußerlich nur geringfügigen, näher besehen aber einschneidenden Abänderungen gegenüber der entsprechenden Vorschrift von 1897 ins einzelne abzuwägen. Doch bleibe dies anderer Gelegenheit (dem Band IX „Philosophische Propädeutik" der „Didaktischen Handbücher für den realistischen Unterricht") vorbehalten; den Mathematiker und Physiker als solchen mag es ganz besonders interessieren, daß auch auf „experimentelle Psychologie" ausdrücklich hingewiesen ist.

Ganz allgemein aber gebe ich gerade auch an dieser Stelle der Überzeugung Ausdruck, daß, da wir in Österreich zum Glück noch immer philosophische Propädeutik (die hier kurz als „Philosophie" bezeichnet ist) als Unterrichtsfach haben, für die Kandidaten der Mathematik und Physik in dem jetzt für sie wieder sehr erschwerten Kampfe ums Dasein (es sollen derzeit über 200 geprüfte Kandidaten für diese Fachgruppen nicht einmal Supplenturen bekommen können!) jene Erweiterung der Lehrbefähigung das Empfehlenswerteste[1]) ist — vorausgesetzt natürlich, daß wenigstens einigermaßen Interesse für Philosophie bei ihnen vorhanden ist. Statt

---

[1]) Seitens einiger für Mathematik und Physik geprüfter Supplenten höre ich allerdings, daß eine Lehrbefähigung für Turnen gegenwärtig noch viel bessere Aussichten gibt als eine für Philosophie.

aber dann noch allgemein darzulegen, warum auch für die künftige Lehrtätigkeit eine Erweiterung des Gesichtskreises über die Fachmathematik in einem engsten Sinne hinaus in ein philosophisches Wissen und Können segensreich für den Unterricht beider Wissenschaften, der Mathematik und der Philosophie, werden kann, beschränke ich mich auf die ganz persönliche Mitteilung, daß ich es tausendmal als Wohltat empfunden habe, wenn ich zu meinen drei (bezw. in der obersten Klasse zwei) Stunden Mathematik und den drei (seit wenigen Jahren wären es vier) Stunden Physik nun überdies auch noch über zwei Stunden Logik, bezw. Psychologie zu verfügen hatte und dabei immer und immer wieder Beziehungen zwischen diesen drei Wissenschaften im Unterricht selbst herstellen konnte. Oder noch persönlicher: Sollte ich dasjenige nennen, wodurch ich mich bei meinem Unterricht der Mathematik und der Physik im Gymnasium neben dem absoluten Inhalt dieser Wissenschaften als Lehrer am meisten gefördert gefühlt habe, so waren es Zuschüsse, bald aus der Logik, bald aus der Psychologie, durch die ich dem Unterricht ein höheres Leben zu verleihen vermochte, als es (z. B. nach der Textierung unserer meistverbreiteten Lehrbücher zu urteilen) ihm für sich allein in der Regel beschieden scheint. Ich füge noch bei, daß ich wohl weiß, „die Gusto sind verschieden“; und so wurde es erst kürzlich wieder von einem sonst in schmeichelhaftester Weise zustimmenden Beurteiler meiner „Didaktik des mathematischen Unterrichts“ als eine schwache Seite des Buches vermerkt, daß es sich auch auf philosophische Begründungen der Lehrtätigkeit einlasse[1]). Aber worin würde, solange man überhaupt einen Unterschied zugibt zwischen Mathematik und Didaktik der Mathematik, dieser sonst zu finden sein als in der Mitberücksichtigung psychologischer, erkenntnistheoretischer (einschließlich logischer) und auch ethischer und ästhetischer Tatsachen und Werte? Zu diesen außermathematischen Tatsachen und Werten muß jeder, sei es instinktiv, sei es bewußt, Stellung nehmen, der sich nicht die Mathematik selbst, sondern ihr Vermitteln an junge Menschenseelen zum Lebensberuf gemacht hat. Ein Mathematiklehrer am Gymnasium also, der, indem er zugleich Lehrer der philosophischen Propädeutik ist, wenigstens die Logik und Psychologie selbst als Fachwissenschaft ebenso täglich vor Augen hat wie die Mathematik, hat hiedurch, wenn ich nach meiner eigenen Erfahrung urteilen darf, für seine bewußte Lehrtätigkeit schon zwei Hauptsachen voraus vor dem philosophielosen Lehrer, den freilich sein gesunder Instinkt ebensogut oder besser führen kann als jenen sein bewußt didaktisches Denken.

[1]) Es wäre undankbar, wenn ich aber nicht auch anführte, daß in sehr zahlreichen Anzeigen der Didaktik gerade diese Fundierung der Ratschläge für die mathematische Lehrkunst auf Erkenntnislehre einschließlich Psychologie und Logik, also Philosophisches, zustimmend hervorgehoben ist.

Diese Bemerkungen mögen zugleich den Übergang bilden von dem, was die Lehramtskandidaten der Mathematik im besonderen betrifft, zu dem, was sie gleich allen übrigen Lehramtskandidaten angeht.

Kehren wir also zurück zu dem oben (S. 34) in Aussicht gestellten Rückblick α) und Vorblick β).

α) Die ehemaligen „pädagogisch-didaktischen Hausarbeiten" und die ehemaligen philosophischen und pädagogischen „Staatskolloquien".[1])

Um ein pädagogisches Wissen (noch nicht Können) der Lehramtskandidaten womöglich offiziell festzustellen, hatte die Prüfungsvorschrift von 1897 — die der von 1911 letztvorausgegangene — die mündliche Form zweier Kolloquien an Stelle der früheren „schriftlichen Hausarbeit" gewählt. Über jene vorvorletzte, die schriftliche Erprobung ist heute nicht mehr viel zu sagen, da auch die neueste „philosophisch-pädagogische Vorprüfung" eine mündliche ist. Die Mißstände, die sich bei jener schriftlichen „Hausarbeit aus Pädagogik" herausgestellt hatten, waren arge; sie werden, wenn auch nicht erschöpfend, aber dafür um so drastischer dargestellt von Ottokar Lorenz in seiner Schrift: „Über Gymnasialwesen, Pädagogik und Fachbildung" (Wien, Karl Gerold's Sohn, 1879; 64 Seiten). Der bekannte Historiker, der dieses Schriftchen verfaßte, nachdem er zum Vorsitzenden der k. k. wissenschaftlichen Gymnasialprüfungskommission in Wien ernannt worden war, erzählt in Zusatz 6: „Ein Examinator, welcher in einer langen Reihe von Jahren die pädagogischen Themata den Kandidaten an einer deutschen Universität zu stellen hatte, versicherte mir einmal, daß er fast alle Artikel der Schmidschen Enzyklopädie schon auswendig könne; denn dies ist ja doch die einzige Grundlage für diese pädagogischen Exerzitien, nicht aber eine ernste Kenntnis philosophischer Fragen."

Den Eindruck, daß es bei diesen „Hausarbeiten" nicht mit rechten Dingen zugegangen sei, müssen auch die Mittelschullehrer, welche ja sämtlich diese Prüfung selbst abgelegt hatten, geteilt haben, als sie auf den Mittelschultagen, Wien 1892 und 1897, meinen Vorschlag annahmen, an Stelle dieser schriftlichen Prüfung ganz einfache Kolloquien, je eines aus Philosophie und aus Pädagogik, zu setzen. Da nun „Kolloquien" bekanntlich die, um nichts Unsanfteres zu sagen,

---

[1]) Dieses Wort „Staatskolloquien" haben sich die Lehramtskandidaten in Prag erfunden, um solche Kolloquien (als Vorbedingung für die „Staatsprüfung") zu unterscheiden von den behufs Kollegiengeldbefreiung u. dgl. abgelegten. Das Wort wurde dann auch von der Prager Prüfungskommission im internen Verkehr gebraucht; offizielle Geltung hatte es nie.

allersanfteste Art darstellen, wie man überhaupt noch prüfen kann, so glaube ich durch jenen Vorschlag der Kolloquien sicherlich nicht eine parteiische Liebe für Pädagogik bekundet zu haben; worüber unten (S. 61) noch einiges Nähere. Noch im Sommer 1897 wurde dann jene zu Ostern desselben Jahres 1897 zum zweitenmal seitens einer Versammlung von mehreren hundert Mittelschullehrern empfohlene Form der Prüfung seitens der obersten Unterrichtsverwaltung als die künftige Regel festgestellt. Nur ausnahmsweise wurde es Kandidaten, die (wenn sie z. B. schon als ungeprüfte Supplenten fern von Universitätsstädten in Dienst standen) nicht mehr Gelegenheit hatten, Philosophie und Pädagogik in Kollegien zu hören und darüber zu kolloquieren, auf besonderes Ansuchen gestattet, schriftliche Prüfungsarbeiten zu liefern. Ich schalte hier ein, daß, was ich seither als Mitglied der Prüfungskommissionen in Prag und Wien von solchen sozusagen pädagogischen Notstandsarbeiten zu lesen Gelegenheit hatte, sich nie über ein notdürftiges „Genügend“ erhoben hat.

Warum nun haben sich aber wieder während der seither vergangenen 14 Jahre auch diese „Kolloquien“ als unzureichend erwiesen, so daß die Unterrichtsbehörde zur neuen Form der „philosophisch-pädagogischen Vorprüfung“ schritt? Es mag mancherlei[1]) gewesen sein; u. a. jedenfalls auch die Meinung mancher Kandidaten, solche Kolloquien aufs Geratewohl versuchen zu können. Es ist aber zweierlei, ob auf solche Art ab und zu ein Kandidat zu einem wenigstens genügenden Zeugnisse kommt, wenn er mit diesem wieder nur Kollegiengeldbefreiung oder dergleichen erreichen will; oder wenn es als der notwendige und ausreichende Beleg für eine wirkliche, wie auch immer bescheiden bemessene pädagogische Vorbildung. als ein Stück künftiger Berufsbildung, dienen soll. Es hätte keinen Zweck, heute noch des näheren bei den Mißbräuchen zu verweilen, durch die der wirkliche Zweck der an sich gewiß schon eine minimale Forderung darstellenden „Kolloquien über ein mindestens je dreistündiges philosophisches und ein ebensolches pädagogisches Kolleg“ tatsächlich in einer nicht belanglosen Zahl von Fällen vereitelt wurde. Ich bemerke aus der Vorgeschichte der neuesten Form der „philosophisch-pädagogischen

---

1) Mehr als ein heute im Lehramt stehender und somit der Lust an übertreibenden Prüfungsgeschichten entwachsener Mann teilte mir mit, daß solche Philosophie- und Pädagogikkolloquien manchmal nur ein bis zwei Minuten dauerten und doch mit der Note „Ausgezeichnet“ endeten.

Auch wer der Pädagogik nichts Gutes gönnt, wird zugestehen, daß durch eine solche Prüfung nicht ausgewiesen war, was die Prüfungsvorschrift von 1897 in Art. V verlangt hatte: „Jeder Kandidat hat während seiner Studienzeit sich diejenige allgemeine philosophische und pädagogische Bildung anzueignen, die jedem Mittelschullehrer unentbehrlich ist, und hat den Erfolg dieses Studiums durch zu diesem Zwecke abzulegende Prüfungen (Kolloquien) darzutun. (Art. II, 2, b.)“

Vorprüfung" nur, daß ich während meines letzten Prager Semesters (Sommer 1907) in der dortigen Prüfungskommission einige Anträge gestellt habe, durch die die Kandidaten veranlaßt werden sollten, nicht etwa so gut wie unvorbereitet auf gut Glück sich einem solchen Kolloquium zu unterziehen. So schlug ich u. a. vor, daß der Kandidat (in einem nicht zu frühen Semester — denn manche hatten sich dem Kolloquium aus Pädagogik schon nach ihrem 1. oder 2. Semester unterzogen) in einer schriftlichen Anmeldung zu diesem Kolloquium angebe, was er außer dem einen dreistündigen pädagogischen Kollegium sonst noch zur Erfüllung der vom damaligen Art. V als „jedem Mittelschullehrer unentbehrlich" bezeichneten „allgemeinen philosophischen und pädagogischen Bildung" getan zu haben glaube; ferner durch Einhebung einer ganz kleinen Taxe (etwa 3 Kronen), bei der Anmeldung dazu zu mahnen, daß diese eben nicht gar zu leichtfertig geschehe. Wie mir der damalige Präses der Prager Prüfungskommission, Herr Hofrat Lippich, mitteilte, sind jene Vorschläge ein Jahr nach meinem Abgange von Prag von der dortigen Prüfungskommission angenommen und der Unterrichtsbehörde empfohlen worden. So mag es geschehen sein, daß einiges von ihnen auch in die Vorschrift von 1911 übergegangen ist[1]) (aber unter durchgängiger Steigerung — z. B. der Taxe von 3 K auf 10 K).

---

[1]) Ich benütze diese Gelegenheit, um einer irrigen Meinung, die mir in den jüngsten Wochen schon mehrmals zu Ohren gekommen ist, ein- für allemal entgegenzutreten: Es wurde nämlich gegen mich wie gegen andere die Vermutung geäußert, daß der Verfasser jenes Art. VII über die „philosophisch-pädagogische Vorprüfung" ich sei. Hätte diese Vermutung recht, so müßte ich zu ihr schweigen, da den Namen der Verfasser von behördlichen Verordnungen das Amtsgeheimnis deckt.

[Eine Ausnahme bilden zwar längst die Namen Exner und Bonitz als die der Verfasser der Organisationsentwurfes von 1849. Dagegen mußte ich erst kürzlich noch der aus Deutschland (anläßlich Rudolf Schimmacks „Geschichte der mathematischen Unterrichtsreform") an mich gerichteten Frage nach dem Verfasser der vortrefflichen Mathematikinstruktion von 1884 erklären, daß mir der Name weder bekannt noch durch Anfrage im Unterrichtsministerium in Erfahrung zu bringen gewesen sei.]

Da nun aber jene Vermutung bezüglich des Autors des Art. VII über die „philosophisch-pädagogische Vorprüfung" nicht richtig ist, so darf ich das ohne Lüftung irgend eines Amtsgeheimnisses hier erklären. Weil man aber bei solchen Dementis immer noch an die Möglichkeit „offiziöser" Verschleierungen zu denken und halblaut von ihnen weiterzusprechen pflegt, so verweise ich vor allem auf meine sehr viel weniger weitgehenden Abänderungsvorschläge im Verein „Mittelschule" von 1910 (s. u. S. 60 Anm.). Überdies aber füge ich bei, daß an der Enquete 20. bis 22. Februar 1911, über die in den Zeitungen offizielle Mitteilung gemacht worden ist, allerdings neben meinen Herren Fachkollegen Drtina (Prag), Martinak (Graz) und Twardowski (Lemberg) auch ich teilzunehmen die Ehre gehabt habe, und daß ich mit großer Spannung las, was die Regierung den Enquetemitgliedern als Entwurf der Verordnung vorlegte. Ich darf noch hinzufügen, daß es mich sehr

β) **Die künftige „philosophisch-pädagogische Vorprüfung".**

Ehe wir noch im Zusammenhang mit „II. Das pädagogische Universitätsseminar in organischer Verbindung mit dem erweiterten Probejahr an Mittelschulseminarien" (S. 67—101) auf anderweitiges Pädagogisches zurückkommen, seien vor allem aus dem Wortlaute des Art. VII (s. o. S. 33) insbesondere die folgenden Stellen als für die praktische Durchführung dieser neuartigen Prüfung von besonderem Belang etwas näher erörtert.

Die Voraussetzung, daß eine „allgemein philosophisch-pädagogische Bildung jedem Lehrer unentbehrlich" sei, werde hier nicht nochmals diskutiert, da dies an vielen anderen Stellen des vorliegenden Berichtes geschieht. Indem wir diese Voraussetzung in ihrer Allgemeinheit für jetzt einfach als zugegeben annehmen, wollen wir nicht unterlassen, nochmals daran zu erinnern, daß der eigentliche Streit erst das differenzierende Moment betrifft, ob zu solcher philosophisch-pädagogischer Bildung schon während der Universitätsjahre wenigstens der Grund gelegt werden soll, oder ob auch die ersten Anfänge hierzu erst in die Probepraxis oder noch später zu verschieben seien. Die Verordnung stellt sich auf den ersteren Standpunkt. Und wenn diese neueste Verordnung hierdurch einem Allzuwenig oder Nichts an philosophisch-pädagogischer Bildung der Lehrer vorbeugen will, so sei doch gerade im Interesse einer solchen „Bildung" betont, daß sie eben nur Vorbildung sein kann; wie wir ja nachgerade auch von der bei den Schülern zu erzielenden „allgemeinen Bildung" einsehen gelernt haben, daß sie nur Vorbildung sein könne und daß es einen im ernsthaften Sinne schon „allgemein gebildeten" Mittelschulabiturienten doch gar nicht geben kann und im Interesse beider, des jungen Mannes wie eines nicht nur phrasenhaft gebrauchten Begriffes von „allgemeiner Bildung", auch gar nicht geben soll. Aus diesen und ähnlichen Erwägungen folgt aber, daß der Philosophie wie der Pädagogik, deren der Lehrer im Schulleben bedürfen wird, der schlechteste Dienst geschähe, wenn sie als eine mit dem Tage der philosophisch-pädagogischen Vorprüfung *ad acta* zu legende Sache behandelt würde. Doch kann diese Seite des Problems hier nur ganz kurz berührt werden; denn bekanntlich ist es eines der tiefstgehenden und nur zu oft schmerzenden hochschulpädagogischen

---

angenehm überrascht hat, zu sehen, wie weit die oberste Unterrichtsverwaltung in Sachen der von den Kandidaten zu fordernden Pädagogik über meine Vorschläge von 1910 hinausgegangen war. Daß wir vier Fachmänner der Pädagogik dann, ohne unsere Ansprüche für Pädagogik noch über die der Regierung irgendwie zu steigern, das unsere zur endgültigen Textierung beitrugen, war unsere selbstverständliche Pflicht als Enquetemitglieder.

Probleme überhaupt, wie man in unseren Studenten die Grundstimmung des an sich ja sehr poetischen *„O jerum, jerum, jerum, o quae mutatio rerum“* von Grund aus kurieren soll: es muß doch wohl etwas in der Anlage verfehlt sein, wenn sich unsere Studenten das Hochschulstudium nur als „Burschenherrlichkeit“, das ganze darauf folgende Leben nur als „Philisterium“ vorzustellen vermögen . . . Oder hätte es — um von diesem nur allzu allgemeinen Thema wieder zu unserem ganz speziellen der philosophisch-pädagogischen Vorbildung zurückzukehren — wohl gar noch seine guten Seiten, wenn wenigstens dem Lehramtskandidaten bis zum „frühestens V. Semester“ die Vorbereitung auf jene philosophisch-pädagogische Vorprüfung als eine nicht ganz leicht zu nehmende Sache[1]) vor Augen stünde? Wenn freilich bei einer großen Anzahl künftiger Mittelschullehrer die Stimmung bestünde, die ich während meiner eigenen Studienzeit einmal habe einen Kollegen äußern hören: „Jetzt werden die guten Zeiten, wo man auf der Hochschule etwas Vernünftiges treiben darf, bald zu Ende sein und man muß dann sehen, wie man sich in den Hebammen- und Kindsfrauendienst der Mittelschule hineinfindet“ — so wäre es ziemlich gleichgültig, ob ein solches Gefühl der Verachtung und des Hasses gegen den künftigen Erzieherberuf in der Mittelschule erst gegen Ende des achten oder schon des fünften Semesters solcher Kandidaten der Pädagogik sich bemächtigt.

Der Lehrer der Philosophie und der Pädagogik wird sich, ehe er als Prüfer seinen Studenten gegenübertritt, immerhin vor Augen halten dürfen, daß es solche Stimmungen bei seinen Prüflingen gegeben hat und gibt; und da er unmöglich die kostbare Zeit von etwa 400 oder auch nur 200 halben Stunden pro Jahr darauf wird verwenden wollen und sollen, nur eine äußere Pflicht des Abfragens zu erledigen, wo er im vorhinein weiß, daß im Prüfling ein wirkliches Verhältnis zur abzufragenden Philosophie und Pädagogik sich noch gar nicht angebahnt hat, so wird der „Fachexaminator der Philosophie und Pädagogik“ vor allem wohl den ehrlichen Wunsch hegen dürfen, die Kandidaten einer natürlichen oder künstlich in sie hineingetragenen Entfremdung gegen die abzuprüfenden Gegenstände zu entrücken.

Dieser Wunsch, den man dem Lehrer jedes anderen Faches nicht einmal zur Pflicht zu machen braucht, weil er eben sein natürliches Recht ist, führt aber den Pädagogiker sofort zur weiteren Frage: Läßt sich hoffen, daß die der Prüfung zugewiesenen Gegenstände

---

[1]) Also nicht als bloße Formsache, wie nur zu häufig die „philosophischen Nebenrigorosen“, auf die man sich nach abgelegtem Hauptrigorosum binnen zwei Tagen vorbereitet, ohne vorher auch nur ein philosophisches Kolleg wirklich gehört oder ein philosophisches Buch gelesen zu haben.

„die Hauptbegriffe und Hauptsätze der Erziehungs- und Unterrichtslehre und die theoretischen Grundlagen in Psychologie und Logik sowie ein Überblick über die Hauptmomente der Geschichte der Pädagogik des höheren Schulwesens seit dem 16. Jahrhundert"

den dem Mittelschulamt zustrebenden Hörern einer philosophischen Fakultät bis „frühestens zum Ende des fünften Semesters" so nahe zu bringen sind, daß sie sich diese Kenntnisse nicht erst unmittelbar vor der Prüfung und ausschließlich um der Prüfung selbst willen äußerlich aneignen, sondern sie als einen wertvollen inneren Besitz sammeln und festhalten, über den sie dann bei einer Prüfung schmerzlos Rechenschaft ablegen können?

Diese Frage spaltet sich für den Lehrer, der sich ein- für allemal zur Aufgabe gemacht hat, vor allem ein Kennen und Können mitzuteilen, ehe er die äußeren Anzeichen eines solchen in Form einer Prüfung wieder abverlangt, in eine ganze Reihe von Einzelfragen, von denen mehrere wieder ganze umfängliche Kapitel der Hochschulpädagogik zu ihrer erschöpfenden Beantwortung erheischen würden. Da jedes solche Eingehen auch nur auf die eine oder andere solcher allgemeiner Hochschulfragen — so z. B. auf die längst erkannte und überaus häufig beklagte sehr geringe Sicherheit, die ein äußerlich guter, selbst sehr guter Erfolg einer mündlichen Prüfung (Kolloquien, Rigorosen, Staatsprüfungen) für das Durchdrungensein des Kandidaten von dem Gegenstand gibt[1] — den Rahmen dieses Berichtes sprengen würde, so sei die Annahme gestattet, daß es künftig bei den philosophisch-pädagogischen Vorprüfungen wenigstens in der Regel weder seitens der Kandidaten noch auch der Prüfenden auf solche Veräußerlichungen abgesehen sei. Aber, wenn wir so diese neueste Vorschrift auch von vornherein mit gewissen idealistischen Hoffnungen interpretieren und ihrer Verwirklichung zuführen wollen, so bleibt doch eine dringende Vorfrage nach den schon jetzt realisierten oder doch unschwer zu realisierenden Vorbedingungen, von denen ein wirklicher, nicht Scheinerfolg dieser Prüfung abhängt. Solche Vorbedingungen sind natürlich vor allem die als Gegenstand der Prüfung normierten Materien selbst und sodann die ihnen von den Kandidaten zu widmenden Studien und sonstige Betätigungen.

[1]) Die wissenschaftliche „Beilage zu den Münchener Neuesten Nachrichten" schrieb einmal (16. März 1909) scharf: „Können wir denn von dem Gedanken nicht loskommen, daß das Erwerben bestimmter Kenntnisse nur durch Prüfungen gesichert werden kann? Dieser Gedanke ist veraltet und verstaubt; er mag in China angewendet werden, aber nicht bei uns. Viel mehr als durch diesen Zwang fördert man das Studium einzelner Fächer durch Weckung der Einsicht, daß es notwendig oder doch nützlich ist. Wir können unser Prüfungswesen gar nicht eng genug einschränken. ‚An unseren Examinibus gehen wir zugrunde', hat Bismarck durchaus zutreffend gesagt."

Als solche Materien sind durch den Art. VII verordnet:

1. „die Hauptbegriffe und Hauptsätze der Erziehungs- und Unterrichtslehre",

2. „die theoretischen Grundlagen in Psychologie und Logik",

3. ein „Überblick über die Hauptmomente der Geschichte der Pädagogik des höheren Schulwesens seit dem 16. Jahrhundert".

Zu 1.: „Erziehungs- und Unterrichtslehre" nennt sich, auch auf Büchertiteln, was bisher die Zöglinge unserer Lehrerbildungsanstalten für Volks- und Bürgerschulen aus Pädagogik selbst (im Unterschiede zu der ebenfalls für sie vorgeschriebenen Geschichte der Pädagogik) zu lernen hatten; u. zw. pflegten im vorletzten Jahrgang einige Begriffe und Sätze der Unterrichtslehre und als Vorbereitung dazu einige aus der Logik, ebenso im letzten Jahrgang einige aus der allgemeinen Erziehungslehre auf Grund von etwas Psychologie verlangt zu werden.[1] Ich übergehe hier ganz, was innerhalb der großen Bewegung, die in den Kreisen der Volks- und Bürgerschullehrer auf beträchtlich erhöhte Anforderungen bis einschließlich zum Streben dieser Lehrerkreise nach Hochschulbildung[2] gerichtet ist, somit auch, was gegen jenes geringe Ausmaß an didaktischen und pädagogischen Anforderungen und ihre logisch-psychologischen Grundlagen seit längerer oder kürzerer Zeit laut geworden ist. Vielmehr wünsche ich nur wieder einmal zur Diskussion zu stellen, ob es denn gesunde Zustände sind oder gewesen sind, wenn Mittelschullehrer um die Zeit ihrer Lehramtsprüfung nicht einmal über dasjenige Ausmaß von Kenntnissen aus Erziehungs- und Unterrichtslehre und aus den ihr zugrunde liegenden Abschnitten der Psychologie und Logik verfügen, das von Lehramtskandidaten der Volks- und Bürgerschulen bei ihrer Lehramtsprüfung als ein ebenso bestimmtes Stück Wissen (zum Teil auch schon Können) abverlangt wird, wie etwa Rechnen und Sprachlehre. Die neue Prüfungsvorschrift hat schon durch die Nennung der nämlichen vier Disziplinen: Erziehungs- und Unterrichts-

---

[1]) Martinak hat in dem Aufsatze: „Lehrerbildung und Pädagogik" (Österreichische Zeitschrift für Lehrerbildung 1908) eingehend die bisherigen Mängel dieser pädagogischen Unterweisungen an Lehrerbildungsanstalten dargelegt und u. a. die Selbständigkeit des Psychologie- und Logikunterrichts auch schon in diesen Anstalten gefordert. Auch auf die als Lehrbücher in Gebrauch stehenden Erziehungs- und Unterrichtslehren und insbesondere ihre dürftigen und dabei nichts weniger als fehlerfreien Abrisse aus der Logik und Psychologie werden hier scharfe Streiflichter geworfen und dann positive Reformvorschläge gegeben. — Vgl. u. S. 97.

[2]) Vgl. hiezu den eingangs erwähnten Aufsatz in Muthesius' „Pädagogischen Blättern", wo auch ich mich für eine solche Vertiefung ausgesprochen habe.

lehre, Psychologie und Logik, zu erkennen gegeben, daß unsere oberste Unterrichtsbehörde ein solches Zurückstehen der Mittelschullehrer hinter den Bürger- und Volksschullehrern in Sachen aller pädagogischen Vorkenntnisse jedenfalls nicht guthieße. In der Durchführung dieser Absicht aber ergeben sich dann für den Lehrer und somit auch für den Prüfer an der Hochschule sofort einige unverkennbare Schwierigkeiten[1]), die am raschesten sich wohl aufzeigen lassen, wenn wir neben jenem Gemeinsamen der vier Disziplinen uns auch die Unterschiede in den Vorbedingungen zu ihrer Darbietung innerhalb der philosophischen und pädagogischen Kollegien und Seminare an der Universität im Vergleich zu den Lehrstunden der Erziehungs- und Unterrichtslehre und ihrer einschlägigen Psychologie und Logik an den Lehrerbildungsanstalten vergegenwärtigen.

Es war ja bisher nur ein dreistündiges und wird hinfort nur ein vierstündiges[2]) philosophisches Kolleg sein, das gehört (oder wenigstens

[1]) Zu diesen gehört auch das Fehlen von Büchern, die dem Lehramtskandidaten der Hochschule für die zusammenhängende Vorbereitung auf eben jene „Hauptbegriffe und Hauptsätze der Erziehungs- und Unterrichtslehre" empfohlen werden könnten, falls er eben nur ein Kolleg über eines dieser Fächer inskribiert hatte. Auch z. B. Willmanns „Didaktik als Bildungslehre", die ich sonst wiederholt (z. B. in meiner Prager Antrittsvorlesung: „Die humanistischen Aufgaben des physikalischen Unterrichts", Vieweg 1904, auch wieder in meiner „Didaktik des mathematischen Unterrichts") empfohlen hatte, bietet jene Hauptbegriffe und Hauptsätze vielleicht nicht in der nötigen Klarheit und Schärfe und jedenfalls für den Durchschnittskandidaten schon mit viel zu viel Beiwerk, wie anregend dieses auch für den schon reifen Leser sein mag. Ich habe es unter Rücksicht auf alle diese Umstände in früheren Semestern versucht, den Hörern z. B. eines Kollegs über „Logik und Didaktik" irgend eines der Büchlein über Unterrichtslehre für Lehrerbildungsanstalten in die Hand zu geben und zum kritischen Durchlesen aufzufordern. Denn allerdings war nicht zu verhehlen, daß das Niveau dieser Büchlein auch für bescheidenste Anforderungen an einen Hochschulunterricht der Unterrichts- und Erziehungslehre auffällig tief unter dem für die Hochschule sonst zu Beanspruchenden zu stehen pflegt.

[2]) Diese vier Stunden habe ich (u. a. gelegentlich meines Korreferats im Verein „Mittelschule" 1910) vorgeschlagen schon aus der halb äußerlichen Rücksicht auf den Umstand, daß auch den Juristen philosophische Pflichtkollegien von mindestens vier Stunden vorgeschrieben sind (s. u. S. 51.) Da lag es doch nahe, daß nicht solche vierstündige Kollegien nur „für Juristen" und andere dreistündige nur „für Lehramtskandidaten" gelesen werden. Nach dem Maßstab einer halbwegs idealen Auffassung sollten solche Rücksichten freilich schon weit „unter der Schwelle" liegen; in Wirklichkeit aber ist die Stundenzahl nur zu häufig sogar der einzige Gesichtspunkt, nach dem sich die Studierenden beim Inskribieren leiten lassen. Ich führe als eine keineswegs bloß persönliche, sondern grundsätzliche Schwierigkeit die an, daß z. B. meine Lehrverpflichtung auf mindestens fünf Stunden Pädagogik lautet. Den Kandidaten aber war eine Hörverpflichtung von nur mindestens drei Stunden Pädagogik auferlegt. Wie sollte ich da ankündigen: Fünfstündig oder dreistündig? Im letzteren Falle werden Kollegien mit den restierenden zwei Stunden

inskribiert) zu haben der Mittelschullehramtskandidat verpflichtet ist, wenn er zur philosophisch-pädagogischen Vorprüfung zugelassen werden will. Aber was soll der Philosophieprofessor nun für dieses eine Kolleg wählen, Psychologie oder Logik; und ebenso in Pädagogik: was sollte der Pädagogikprofessor für das eine dreistündige und was soll er für das nunmehr vierstündige pädagogische Kolleg wählen: Erziehungslehre oder Unterrichtslehre? Oder soll er Semester für Semester in das eine vierstündige Kolleg die Erziehungs- und Unterrichtslehre zusammendrängen und dazu die Geschichte der Pädagogik seit dem 16. Jahrhundert? Semester für Semester — denn es ist ja nur ein pädagogisches Kolleg, das der Kandidat zu hören hat; es müßte also auch ein Sommersemester von zwei (höchstens $2^1/_2$) Monaten genügen, um jene drei pädagogischen und pädagogisch-historischen Disziplinen so zu erledigen, daß dem Hörer die erfüllte Vorbedingung für die Vorprüfung bescheinigt werden kann.

So scheint denn die Rechnung schon in ihren allerersten Ansätzen schlechterdings nicht zu stimmen; und die aufrichtigen Feinde alles pädagogischen Studiums von Hochschülern müßten ihre helle Freude an der offenkundigen Unmöglichkeit haben, z. B. binnen vier Wochenstunden eines zweimonatlichen Sommersemesters auch nur so viel aus Erziehungs- und Unterrichtslehre und dazu noch Geschichte der Pädagogik seit dem 16. Jahrhundert bis hinein in unsere Tage dem Hörer einer philosophischen Fakultät *more academico* vorzuführen, als den Lehramtskandidaten der Volks- und Bürgerschulen binnen zweier Jahre aus jenen pädagogischen Disziplinen bisher volks- oder höchstens mittelschulmäßig beigebracht worden ist.

Aber wie groß und auf den ersten Blick geradezu unüberwindlich auch die Schwierigkeiten einer sinngemäßen Durchführung der der Pädagogik wohlgesinnten neuen Vorschriften sein mögen, so kommt es dem mit dem Ordinariat der Pädagogik betrauten Hochschullehrer, der zugleich als „Fachexaminator der Philosophie und Pädagogik" zum Mitglied der Prüfungskommission ernannt ist, nicht zu, irgend welche Freude oder gar Schadenfreude über die Größe jener Schwierigkeiten zu teilen, sondern aufrichtig einzig darauf zu sinnen, wie sich das Unmögliche doch noch möglich machen läßt.

---

den Kandidaten „nicht gerechnet"; und wenn ich solche las, war die Hörerzahl eine im Vergleich zum dreistündigen Kolleg auffällig geringere: also eine von Semester zu Semester sich erneuernde Verlegenheit, die durch die von nun ab bestehende Differenz zwischen der fünfstündigen Lehrverflichtung und der nun auf vier Stunden erhöhten Hörverpflichtung nur vermindert, aber nicht behoben ist. — — Wer es nicht am eigenen Leibe erlebt hat, ahnt wohl kaum, daß es auch noch im akademischen Leben so viele Leidigkeiten geben kann. Auch sie würden sich beheben oder doch mildern durch Wiederherstellung der Verbindung der Pädagogik mit Philosophie, auf die wir im Text in anderem Zusammenhang zu sprechen kommen.

Von vornherein ausgeschlossen, weil einer akademischen Lehrtätigkeit unwürdig, ist nur jene formell nächstliegende Lösung, nun wirklich Semester für Semester ein und dasselbe, alle jene Materien in vier Wochenstunden (sei es während der sechs oder fünf Monate eines Winter-, sei es während der zwei eines Sommersemesters) zusammendrängende Kolleg zu lesen. Das könnten auch die Feinde der Pädagogik innerhalb (oder außerhalb) einer philosophischen Fakultät von den offiziellen Pädagogikprofessoren als ihren Kollegen nicht verlangen. Sondern diese werden es für ihr Recht und somit auch für ihre Pflicht halten, dieses eine Nominalfach „Pädagogik" in so viele Spezialkollegien aufzulösen, daß die einzelnen Teile jenes einen Faches mit demjenigen Maß von Ausführlichkeit und Gründlichkeit behandelt werden können, das man von jedem anderen Hochschulfach und Hochschulkolleg voraussetzt. Aber — und hier fängt das Kompromiß idealer Forderungen mit den realen Bedürfnissen an — der Professor der Pädagogik an einer österreichischen Universität wird auch von jetzt ab, während der durch die Prüfungsvorschrift inaugurierten „guten Zeiten der Pädagogik", sich überall die Existenzminima seiner Hörer, die möglichst bald (wenn auch nicht vor dem Ende des fünften Semesters) auch seine Prüfungskandidaten werden sollen, vor Augen halten. Darf man es paradox ausdrücken, so wird es die Kunst des Pädagogikprofessors und -Examinators sein, ja nicht möglichst viel, sondern möglichst wenig Pädagogik zu lehren und zu prüfen, falls er es seinen Kandidaten — und auch seinen Kollegen (es bleibt dahingestellt, ob einer Majorität oder Minorität) — recht machen will.

Seinen Kandidaten recht machen — denn auf den guten Willen dieser wird er auch forthin sehr angewiesen sein, wenn diese alle in der Prüfungsvorschrift verlangten Materien, die wir oben unter 1, 2 und 3 gliederten, wirklich „hören", nicht zum größeren Teile nur aus Privatlektüre kennen lernen wollen. Denn an Stelle jenes unmöglichen einen Kollegs, das Semester für Semester den seitens der Prüfungsvorschrift an die Kandidaten und somit auch von den Kandidaten an den Professor gestellten Anforderungen wirklich auf einen Schlag genügen würde, müßten zum allermindesten drei Kollegien treten, je eines (vgl. die etwas abweichende Numerierung oben S. 43).

1. über Erziehungslehre und ihre Grundlagen in Psychologie,
2. über Unterrichtslehre und ihre Grundlagen in Logik,
3. über Geschichte der Pädagogik des höheren Schulwesens seit dem 16. Jahrhundert.

Aber über die in mindestens drei solche Teile sich gliedernde, offiziell verlangte pädagogische Materie hinaus wird noch „die Didaktik der einzelnen Fächer" den Kandidaten ebenfalls empfohlen. Sollen diese fortab nur von Privatdozenten der Pädagogik (wir haben in Österreich einen einzigen) oder gar nur von Lektoren (wie solche öfter ver-

langt wurden — wogegen ich die Ansicht vertrete, daß man, um Mittelschullehrer für ihr künftiges Lehramt vorzubereiten, doch zum mindesten Privatdozent sein sollte) besorgt werden? Ich hätte also, seitdem ich Professor der Pädagogik bin, nicht mehr die Spezialkollegien über meine einstigen Mittelschulfächer „Didaktik der Mathematik und Physik", „Didaktik der Himmelskunde und astronomischen Geographie", „Anleitung zum Unterricht der philosophischen Propädeutik an Mittelschulen" u. dgl. lesen sollen? Es hat das freilich von mir niemand verlangt; aber man wird es auch künftig nicht im Rahmen der Prüfungsvorschrift von mir verlangen können (oder aber mir verbieten) dürfen.

Aus alledem aber folgt für die Pädagogik, daß für ihren akademischen Unterricht genau dasjenige recht sein wird, was jedem andern billig ist: der Lehrer gestaltet seine Kollegien so anregend als möglich und stellt es dann den Hörern anheim, ob sie wirklich nur ein vierstündiges Kolleg während aller acht Semester hören wollen oder ob sie sich wiederholt in den verschiedenen pädagogischen Vorlesungen einfinden. Den letzten Fall habe ich schon bisher, da noch keine philosophisch-pädagogische Vorprüfung drohte, immer wieder erlebt. Es scheint eben doch auch unter den Hörern der philosophischen Fakultäten Gläubige der Pädagogik zu geben. Und es wird ja gerade nicht ein Vorwurf für den Lehrer der Pädagogik sein (daß er nämlich das Interesse der Hörer von anderen Fächern auf das seinige ablenke), wenn solche, nachdem sie ein Semester lang seine Schüler waren und den Gegenstand nur nach einem seiner Teile kennen gelernt haben, nun auch so viel als möglich von den übrigen kennen lernen möchten. Ganz und gar nicht verschweigen aber wollen wir, daß solchen ausdauernden Besuchern während zwei oder drei, ja aller acht Semester, die ich nun wieder in Wien Pädagogik lehrte, die ganz erdrückende Mehrzahl unserer rund 2000 Hörer der Wiener philosophischen Fakultät gegenübersteht, die die Hörsäle der Pädagogik beim Professor und beim Privatdozenten höchstens während der Stunden des „An- und Abtestierens" zu betreten pflegt. Von den verhältnismäßig sehr viel besseren Frequentationen des pädagogischen Seminars im Vergleich zu den pädagogischen Kollegien wird noch im nächsten Abschnitt zu sprechen sein.

Vorher erübrigen aber noch einige weitere Bemerkungen zur oben (S. 43) gegebenen Gliederung der Prüfungsmaterie unter 1, 2, 3.

Zu 2: Als die „Theoretischen Grundlagen der Erziehungs- und Unterrichtslehre" werden in der Prüfungsvorschrift Psychologie und Logik genannt. Daß nicht als dritte theoretische Grundwissenschaft der Pädagogik auch die Ethik aufgezählt, ja dieses Wort in sämtlichen Artikeln überhaupt nicht genannt ist, wird, wie ich fürchte, bald

und oft als ein starker Mangel vermerkt werden. Stellen wir vorurteilslos einigen Gründen, die für das Nennen der Ethik neben Psychologie und Logik gesprochen hätten, einige andere entgegen, die das schweigende Übergehen der Ethik entschuldigen können:

Es war ein zum Überdruß ergiebiges Thema allgemeinster und nicht selten geradezu doktrinärer Erörterungen zur „wissenschaftlichen Pädagogik", welches denn ihre Grundwissenschaften seien: so viel ich mich erinnere, hat aber unter diesen die Ethik niemals gefehlt.[1]) Nach Herbart z. B. sollte sie und nur sie die Ziele aller Pädagogik auf-

[1]) Rehm a. (o. S. 20) a. O. S. 20 führt an, daß z. B. „für Schleiermacher die Pädagogik ein Teil der Ethik, die Ethik geradezu die Grundwissenschaft der Pädagogik ist". Rehm fügt als seine Überzeugung (der ich mich ganz anschließe) bei, „daß man mit Ethik allein, wie Schleiermacher (wenigstens theoretisch) wollte, aber auch mit Psychologie und Ethik, wie Herbart wollte, ja überhaupt mit der Beschränkung auf streng philosophische Disziplinen als Grundwissenschaften der Pädagogik nicht auskommt"; denn: „Wir brauchen, ob wir nun Gebilde pädagogischer Art aus vergangenen Zeiten verstehen oder ob wir für unsere Zeit das Richtige — z. B. bei Aufstellung von Lehrplänen — finden wollen, kulturwissenschaftliche und soziologische, ja bei Fragen der staatlichen Organisation sogar auch juristische und verwaltungstechnische Elemente in einem Umfang, daß sich all das nicht mehr unter den Begriff der Ethik subsumieren läßt." —

Sogleich hier seien aus Dr. Andreae „Die Entwicklung der theoretischen Pädagogik" (Teubner 1911, 188 Seiten) die folgenden Sätze angeführt: „Somit steht die Pädagogik auf dem breiten Boden der Philosophie...so, daß sie sich auf all die Wertwissenschaften stützt, welche die Kultur erzeugt hat" (S. 159). „Man hat darüber gestritten, was als Hilfswissenschaft der Pädagogik zu gelten habe. Insbesondere wurde der Ethik die grundlegende Eigenschaft, die ihr nach Herbart zukommen sollte, abgesprochen, weil es.. eine allgemein gültige Ethik als Wissenschaft nicht gebe...Man vergaß, daß es nicht nur ethische, sondern auch logische und ästhetische Werte gibt" (S. 161). „Darauf, daß die allgemeine Pädagogik sich...auf die Philosophie stützt, beruht ihr Anspruch auf Allgemeingültigkeit" (S. 162). „Daß die Psychologie in besonderer Weise als Hilfswissenschaft der Pädagogik zu gelten hat, darüber besteht seit langer Zeit eine gewisse Übereinstimmung...Soll die pädagogische Arbeit an dem heranwachsenden Menschen rationell angeordnet werden und einen Erfolg versprechen, so muß sie sich nach den Gesetzen richten, welche das geistige Leben des einzelnen beherrschen..." (S. 164). — Es folgen dann S. 165—174 Mahnungen zur Vorsicht gegen ein alleiniges Vertrauen auf „experimentelle Psychologie".

Diese und zahlreiche andere Hinweise auf die philosophischen Grundwissenschaften der Pädagogik haben doppeltes Gewicht, da sie von einem als Praktiker und Organisator bewährten Schulmann ausgehen, der dann in seiner akademischen Probevorlesung gerade wieder „die Selbständigkeit der Pädagogik gegenüber ihren Grund- und Hilfswissenschaften" (Zeitschrift für pädagogische Psychologie von Brahn, Deuchler und Scheibner 1911, S. 441—448) betont hat. Wenn Andreae hier u. a. verlangt, es solle „der Pädagoge seinen Weg durch Herbart nehmen und wäre es auch nur, um sich denkend von dem Druck seiner Autorität zu befreien", so setzt allein schon diese höchst berechtigte Forderung eine freie Verfügung über philosophisches Wissen und Können voraus.

stellen und schon die Psychologie sich zu ihr wie ein bloßes Mittel zum Zweck verhalten. Natorp stellt neben die Ethik noch Logik und Ästhetik und läßt diesen Ziel- oder Wertwissenschaften (wie wir statt des oft gebrauchten, aber nicht sehr klaren Ausdrucks „Normwissenschaften" sagen könnten) ebenfalls die Psychologie erst folgen (etwas paradox gelegentlich sogar erst für abnorme, wenn nicht pathologische Fälle). Wie man sich aber auch zu dem ebenfalls oft über Gebühr zugespitzten Gegensatz zwischen Sollen und Sein, zwischen Norm und Tatsache stellen mag — daß die sittlichen Ziele, wenn nicht die einzigen so doch die obersten alles Lebens und also auch aller Erziehung einschließlich des Unterrichtes sein müssen — darüber besteht zum Glück doch kaum ein Streit zwischen den Männern der abstraktesten Wissenschaften und der konkretesten Praxis. Würde man also in der ausschließlichen Nennung von Logik und Psychologie eine stillschweigende oder gar sozusagen ausdrückliche Ausschließung der Ethik als Grundwissenschaft der Pädagogik zu finden glauben, so wäre der Widerspruch Aller gegen jene Einschränkung der Materien unserer künftigen philosophisch-pädagogischen Vorprüfung nur zu gerechtfertigt und überhaupt durch nichts zu widerlegen.

Eben darum aber erscheint es mir als eine nicht undankbare Aufgabe, auch jenem stillschweigenden Übergehen der Ethik als eines dritten philosophischen Prüfungsfaches neben Psychologie und Logik seinen wohlgemeinten Sinn abzugewinnen. Wir haben zu diesem Zweck von der Höhe allzu allgemeiner und abstrakter Standpunkte wieder herabzusteigen in die Niederungen der faktischen Verhältnisse, wie sie nun einmal — wenigstens bei uns — gegeben vorliegen. Vor allem mag bei jener Beschränkung auf Psychologie und Logik die Rücksicht vorgeschwebt haben, daß wenigstens aus diesen zwei philosophischen Disziplinen unsere Universitätshörer einige Vorkenntnisse aus einem Mittelschulunterricht der philosophischen Propädeutik, die bei uns bekanntlich je ein Jahr Logik mit zwei Wochenstunden (neuestens an den Realgymnasien freilich leider nur mehr einer) und Psychologie mit je zwei Wochenstunden umfaßt, mitbringen sollen und können (insoweit nämlich jener Propädeutikunterricht nicht etwa selbst schlecht und eindruckslos erteilt worden war). Hieran schließt sich sogleich die praktische Frage, ob sich innerhalb jener Propädeutik auch Ethik hat unterbringen lassen. Man kann das bejahen, wenigstens im Hinblick auf unsere Propädeutikbücher, die den „ethischen Gefühlen" immerhin einen kleineren oder größeren Raum gewähren (daß in einzelnen Büchern gerade diese Paragraphen recht schal und eigentlich auf gedankenloses Auswendiglernen berechnet sich ausnehmen, bleibe hier außer näherer Diskussion). Dies führt nun freilich auf die sehr viel ernstere Frage, ob überhaupt die Ethik restlos innerhalb der Psychologie abgehandelt werden könnte, was ich meinerseits, wiewohl

ich in meiner „Psychologie" (große wie kleine Ausgabe) den „ethischen Werten" einen verhältnismäßig großen Raum zugewiesen habe, keineswegs bejahen würde. Auch ich glaube an eine Ethik (wie auch analog an eine Logik und Ästhetik), die keineswegs restlos in der Psychologie aufgeht[1]), wenn sie auch nicht ohne Gewaltsamkeit von der Psychologie schlechterdings losgerissen werden könnte. Aber zu allen solchen Prinzipienfragen ist ja hier wieder nicht der Ort; sondern sogleich wieder in bewußter Verengung und Zuspitzung auf rein Pädagogisches:

Gerade in unseren Tagen, da bloßer Intellektualismus nach jeder, insbesondere auch der pädagogischen Seite, als allzu genügsam, allzu dürftig, ja geradezu anstößig empfunden und angesehen worden ist, wo alles geradezu schreit nach einer Pflege auch anderer Seelenkräfte als gerade nur der des reinen Vorstellens und Urteilens, wo man jetzt der längst erhobenen Forderung nach „Pflege des Charakters" (die sich vielleicht sogar unser ausgezeichneter Organisationsentwurf an einer berühmten Stelle seiner „Vorbemerkungen" noch etwas zu leicht vorgestellt hatte — dieses unter dem Einfluß wohl eben auch des Herbartschen Intellektualismus) gerecht zu werden sich bemüht: in diesen Tagen kann auch eine Prüfungsvorschrift für Lehramtskandidaten, selbst wenn sie keinen Platz gefunden hat für den Namen „Ethik", doch die Sache der Ethik unmöglich ausgeschaltet wissen wollen. Es wird nun Pflicht der akademischen Lehrer und Prüfer sein, den Studierenden von Anfang zu Gemüt zu führen, daß sie in Sachen ethischer Begriffe und Gesetze ebensowenig unwissend und ungeschult sein dürfen, wie in denen der beiden anderen theoretischen Grundlagen der Pädagogik, in Psychologie und Logik. Innerhalb welcher Kollegien das dann geschieht, ist natürlich Nebensache.[2])

---

[1]) Hervorragend scharfsinnig verlangt und begründet Dr. Theodor Lessing in seinen „Studien zur Wertaxiomatik" (Archiv für systematische Philosophie 1908), daß auch die Werttheorie und mit ihr die Ethik allem Psychologismus entrückt werde. Es entspricht dies ganz den Absichten, die auch Meinong (dessen Untersuchungen zur allgemeinen Werttheorie Lessing zu den „anerkannt besten Arbeiten dieses Gebietes" zählt) gegenwärtig vertritt, wenn er auch noch nicht eine seiner Gegenstandstheorie entsprechende Neubearbeitung seiner Werttheorie durchgeführt hat. — Erst während der Korrekturen finde ich im „Archiv für die gesamte Psychologie" den Bericht über den Philosophenkongress, Bologna 1911 mit Meinongs Ausführungen „Für Psychologie, gegen Psychologismus in der Ethik".

[2]) Es sei hier ebenfalls nur nebenbei mitgeteilt, daß für die Hörer unserer juristischen Fakultät jahrzehntelang ein fünfstündiges Kolleg über „praktische Philosophie" sogleich fürs erste Semester als obligat vorgeschrieben war und damals freilich mit gleicher Vorliebe geschwänzt wurde, wie eben juristische Kollegien überhaupt — nach dem Eingeständnisse, ja der immer häufiger mit einmütigem Unmut seitens ausgezeichneter juristischer Lehrer öffentlich erhobenen Klage. Vor etwa zwei Jahrzehnten wurde dann jene fünfstündige „praktische Philosophie" (ein trotz alter und zäher Tradition

Daß es an Interesse gerade für Ethisches auch in pädagogischer Nutzanwendung bei unseren Lehramtskandidaten keineswegs fehlt, kann ich erfreulicherweise durch die Tatsache belegen, daß, als ich für das ganze Wintersemester 1910/11 F. W. Foersters „Schule und Charakter" (10. Auflage während vier Jahren!) zum Gegenstand der Referate und Besprechungen machte, gerade diese ein anhaltendes aktives Interesse erzielten, wie früher noch nie ein theoretischer Gegenstand im pädagogischen Seminar (ich komme auf dieses unten S. 66 zurück). Die Lebhaftigkeit der Diskussion über die durch Foerster angeregten ethischen Fragen fand häufig, ja fast immer ihre kräftigste Nahrung in dem den Teilnehmern nur allzu leicht nahezubringenden Eindruck, wie unsicher das mitgebrachte Wissen in ethischen Dingen, wie hilflos gegenüber einer gelegentlich auftauchenden ethischen Skepsis das eigene Urteil anfangs war. Mag man aber, gerade auch als Pädagoge, in einem solchen *more socratico* erzeugten Bewußtsein vom Wissen, daß man gerade in Ethik noch weniger wisse als in anderen philosophisch-pädagogischen Dingen, seine Freude — natürlich nicht Schadenfreude — haben, so bleibt doch zu unterscheiden: Ein solches ethisches Nichtwissen kann objektiv begründet sein in der Schwierigkeit ethischer Probleme selbst (z. B. ob man, wie Foerster gleich Kant will, die Lüge ausnahmslos zu vermeiden hat oder ob die Pflicht der Wahrhaftigkeit wenigstens noch andere Pflichten neben sich dulde, so daß es auch hier zu Wertkonflikten kommen könne); oder aber das Nichtwissen kann nur allzu subjektiv in dem Umstand begründet sein, daß man zum Nachdenken sogar über allernächstliegende ethische Fragen und die pädagogische Tragweite ihrer Beantwortungen eben noch nie Zeit und Lust und die nötige Anleitung gefunden hat...

---

grammatikalisch unmöglicher Begriff und Name für eine Philosophie des πράττειν) für die Juristen abgesetzt und ersetzt durch vierstündige philosophische Kollegien beliebigen Inhaltes. Es ist aber charakteristisch dafür, wie oberflächlich oder gar nicht manche einschneidende behördliche Verfügung seitens unserer Studenten zur Kenntnis genommen wird, daß es sich für eine Anzahl Philosophieprofessoren noch immer als das Praktischeste erwiesen hat, ruhig die „praktische Philosophie" für Juristen weiter anzukündigen und zu lesen.... Als ich 1910 in der Wiener „Mittelschule" vorschlug, von den Lehramtskandidaten statt des dreistündigen philosophischen Kollegs ein mindestens vierstündiges zu verlangen, war meine Meinung, es würden künftig die für Juristen angekündigten, aber oft geschwänzten vierstündigen Kollegien über „praktische Philosophie", recte Ethik, nun von den Lehramtskandidaten besucht werden. Das wird aber jetzt wieder nicht geschehen, wenn die Hörer der Philosophie wenigstens jene Nichtnennung der Ethik in der neuen Prüfungsvorschrift zur Kenntnis nehmen werden. Doch auch das tut, wie gesagt, nichts zur Sache, wenn die Lehrer der Philosophie und Pädagogik, die künftig ihre Vorlesungen möglichst eng den wirklichen Bedürfnissen der Lehramtskandidaten anpassen, alles eigentlich Ethische in ihren sonstigen Vorlesungen nur überhaupt, unter was immer für einen Titel, zur Sprache zu bringen sich angelegen sein lassen.

Ich fasse also meine Ansicht über das Fehlen der Ethik in den von der Prüfungsvorschrift als Grundlagen der Pädagogik in Aussicht genommenen Wissenschaften dahin zusammen:

1. Künftigen Mittelschullehrern sind irgend welche Gedanken und Kenntnisse ethischen Inhalts gewiß ebenso nötig, als allen übrigen Universitätshörern, für welche Ethik gelesen wird (leider noch immer wieder unter dem geradezu irreführenden, weil nicht einmal sprachlich einwandfreien Titel „Praktische Philosophie").

2. Da ich aber überhaupt nicht glaube, daß ein wissenschaftliches Fach und am allerwenigsten die Ethik seine tiefsten Wirkungen entfalte, wenn und weil es Prüfungsgegenstand ist, so könnte ich es beinahe noch begrüßen, daß gerade in der Prüfungsordnung die Ethik nicht noch eigens genannt ist. —

Wir werden uns nach diesem etwas längeren Exkurs über Ethik in ihrer Beziehung zur Pädagogik ganz kurz fassen können über die zwei als Gegenstände der Prüfung ausdrücklich genannten philosophischen Fächer: Psychologie und Logik.

Daß die Psychologie überhaupt genannt, ja daß sie, wenn der Kandidat wirklich nur ein einziges philosophisches Kolleg hören wollte, sogar *primo et unico loco* in Artikel IV empfohlen wird, entspricht dem klaren Sachverhalt, daß wir bei allem Erziehen eben doch zum allergrößten Teil auf das Seelische des Zöglings einwirken wollen und daher dieses doch in seinen Haupttatsachen vor allem kennen müssen, ehe wir es zu lenken anfangen. Was angesichts dieser Selbstverständlichkeit etwa noch zu sagen bliebe, beträfe einerseits die Verständigung mit jener Minderbewertung der Psychologie, die der hoch- und feinsinnige, aber hierin doch allzu theoretische Natorp gleich allen übrigen Kantianern der *communis opinio* auch für die Pädagogik entgegenstellt, andrerseits die Warnung vor einem allzu praktischen Begnügen der Pädagogik mit einer Haus-, Feld- und Wiesenpsychologie, anstatt des Studiums einer wirklichen Wissenschaft. Aus der letzteren den Lehramtskandidaten binnen vier Wochenstunden eines Wintersemesters auch nur das pädagogisch Belangreiche wie im Fluge vorzuführen, mag jedem schon dann schwierig vorkommen, wenn er auch nur an eine der dicken Psychologien denkt, die uns die letzten Jahre oder schon Jahrzehnte geliefert haben. Die Schwierigkeit steigert sich aber für jeden, der selbst ein System der Psychologie im Kopfe (und wohl gar ein Buch über sie verbrochen) hat, vorübergehend bis zur Hoffnungslosigkeit, wenn er an die völlige Uneinigkeit verschiedener Psychologen in den Hauptsätzen, namentlich auch schon in Leitbegriffen, ja bis hinunter zur Terminologie für die psychischen Grundgebilde denkt. Sieht sich dann der Pädagog als solcher vor einem Auditorium, das aus verschiedenen Hörsälen und womöglich

Laboratorien der Psychologie den Weg in eine Vorlesung über pädagogische Psychologie der Mühe wert gefunden hat, so müßte er von vornherein mit der allergrößten Wahrscheinlichkeit darauf rechnen, von seinen Hörern mißverstanden zu werden (was ja schlimmer ist als gar nicht verstanden). Dies z. B. sogleich, wenn er auch nur den Ausdruck „Vorstellung" gebraucht, der einst bei Herbart eine fast allumfassende Bedeutung hatte, wogegen nun einige modernste Psychologen dieses Wort Vorstellung wieder auf die Allerweltsbedeutung des naiven Realismus eingeschränkt haben, der eben gar nicht begreift, daß auch schon beim Wahrnehmen, nicht erst beim Erinnern oder Phantasieren, eine vorstellende Tätigkeit mit im Spiele ist und sein muß.[1]) Wie soll unter solchen leidigen Umständen der „Pädagogische Psycholog" sich mit seinen Hörern verständigen, wenn er nicht Gelegenheit gehabt hatte, mit ihnen wenigstens ein Semester lang Psychologie als solche zu treiben? Ich habe wiederholt vier- und fünfstündige Kollegien über „Psychologie als eine Grundlage der Pädagogik" (und ähnliche) abgehalten und mich dabei immer deutlicher von dem Mißstand überzeugt, sogleich eine Wissenschaft auf Pädagogik anwenden zu sollen, über die die Hörer auch nicht halbwegs frei schon verfügen. Dies ein Beispiel zu dem noch — und auch dann natürlich diesmal wieder nur unter ganz praktischen Gesichtspunkten — zu berührenden allgemeinen Verhältnisse zwischen Philosophie und Pädagogik oder handgreiflicher: Philosophie- und Pädagogikkollegien.

Daß ferner an zwei Stellen die Logik seitens der Prüfungsvorschrift ausdrücklich genannt wird, ist dieser als besonderes Verdienst anzurechnen; denn sonderbar häufig wird die Logik unter den Grundwissenschaften der Pädagogik ausdrücklich zu nennen einfach vergessen oder absichtlich vermieden. Wir finden das sonderbar; denn wer will auch nur ein Wort über die Didaktik eines Faches — die eben etwas anderes ist als das Fach selber — aussprechen und sich anderen hierüber verständlich machen, wenn er es nicht tun dürfte in der festen und klaren, freilich etwas abstrakten Sprache der wissenschaftlichen Logik? Es muß immer wiederholt werden, daß die zu Gemeinplätzen gewordenen Anempfehlungen oder Befehle, z. B. man müsse „induktiv unterrichten", weder einen triftigen Sinn haben, noch zu einer wirklichen Beeinflussung der Lehrtätigkeit solcher Lehrer, die nicht etwa kraft eines gesunden Instinktes schon von selber induktiv unterrichten, führen können, wenn z. B. ebenso der befehlende Schulinspektor wie der gehorchen sollende Lehrer sich niemals über das

[1]) Auf erkenntnistheoretische Ausnahmen (bei der inneren Wahrnehmung) ist hier nicht einzugehen.

Wesen der Induktion[1]) ihre Gedanken gemacht haben. Hat aber ein Lehrer oder Lehrerbildner jemals über das Wesen der Induktion nachgedacht, so ist er unvermeidlich auf die Schwierigkeiten gestoßen, den Rechtsgrund eines Schließens vom Besonderen auf das Allgemeine anzugeben; ja auch sich nur darüber klar zu werden, daß nicht dieser Übergang vom „Besonderen" auf das „Allgemeine" das letzte Wesen der Induktion bildet, sondern vielmehr das Aufdecken von Notwendigkeitsbeziehungen innerhalb der uns nur empirisch gegebenen, aus den Gliedern solcher Beziehungen sich zusammensetzenden Erscheinungen. Möchte man doch nicht glauben, daß ein Theoretiker oder Praktiker der Unterrichtskunst, dem schon die allgemeine Frage solcher Problemstellungen unverständlich ist, weil er eben über die seitens der Logik der Induktion (mißverständlich meist als „induktive Logik" bezeichnet) aufgeworfene theoretische Frage nie aus und mit rein wissenschaftlichem Interesse nachgedacht hat, dennoch die Didaktik als Lehrkunst (als auszuübende und vollends als selbst wieder zu lehrende) ausgiebiger und in höherem Sinne fördern könne, als eben jeder brave Handwerker seine von den Vätern ererbte Kunst.

Doppelt seltsam wäre es, wenn seitens der Vertreter exakter Wissenschaften — die doch längst die strenge und strengste Wissenschaft als die Seele aller Technik und diese wieder als adelnde und nützende Erhebung über bloßes Handwerk eingesehen haben — wenn seitens der Vertreter exakter Wissenschaften nicht eingesehen würde, daß es eine solche Steigerung von Lehrhandwerk zur bewußten Lehrtechnik geben könne und solle und daß auch hier die Erhebung über das Handwerk des Lehrens und Unterrichtens zur Technik des Unterrichtens, das ist Richtig-Denken-Lehrens, von Grund aus nur der Wissenschaft vom richtigen Denken, das ist eben die Logik, entnommen werden kann. Von diesem so unverkennbaren Verhältnis zwischen Betätigen des Denkens und Denken über das Denken, kurz zwischen Erkenntnispraxis und Erkenntnistheorie, war schon im ersten Teile (S. 6) die Rede.

Es wäre verlockend, angesichts dieser unverkennbaren (freilich von Erkenntnispraktikern wie von Erkenntnistheoretikern immer wieder übertretenen) Abgrenzung von Praxis und Theorie sogleich allgemein Stellung zu nehmen zur These in Sachen der pädagogischen Ausbildung überhaupt: Der Hochschule die Theorie, der Mittelschule die Praxis. Auch ich habe diese These aufgestellt und bekenne mich ganz und gar zu ihr. Aber indem scheinbar das gleiche auch die Nurpraktiker der Mittelschule zu proklamieren pflegen, drängt es doch den Theoretiker der Pädagogik zu der Frage: Was

---

[1]) Vgl. o. S. 21.

denken sich eigentlich jene Praktiker unter pädagogischer Theorie? Glauben sie sie ihrerseits auch nur einigermaßen zu kennen oder nicht vielmehr: ihrer überhaupt nicht zu bedürfen, in welchem Falle natürlich auch ihr Kennen entbehrlich wäre? Dann aber könnte in ihrem Munde die Formel „der Hochschule die Theorie, der Mittelschule die Praxis" nur so viel heißen, als: Was ihr an der Universität unter dem Namen „pädagogische Theorie" treibt, hat für uns Praktiker unter allen Umständen Nullwert und wir werden es uns vom Leibe zu halten wissen. Dies wäre, aufrichtig ausgesprochen, eigentlich der Sinn jener zwei Vereinsabende der „Wiener Mittelschule" 1910 gewesen, von denen in diesem Berichte leider mehrmals die Rede sein mußte, und die von wissenschaftlicher Pädagogik nichts gelten lassen wollten, was über — Herbart hinausging, weil man in der eigenen Studienzeit von diesem und eben nur von diesem einiges gehört hatte.

Meinerseits stehe ich keinen Augenblick an, dagegen zu bekennen, daß es unzählige interessante Einzelheiten gibt, die das ganze praktische Schulleben und überhaupt die gesamte Erziehungsarbeit betreffen, über die sich Gründliches sehr wohl auch schon mit Hochschülern besprechen ließe. Aber eben nur besprechen, wogegen sie erst dem schon tätigen Lehrer eigentlich zu denken und zu schaffen geben. Jenes bloße Besprechen aber hat alle leidige Wahrscheinlichkeit für sich, daß solche einstweilen rein akademische Vorträge über eine dem Kandidaten zeitlich noch ferne pädagogische Praxis „bei einem Ohr hinein-, beim andern herausgehen". Einwurzeln können solche Belehrungen eben erst dann, wenn sie die eigene Tätigkeit des jungen Lehrers begleiten, und vollends Früchte bringen können sie ja erst mehrere, vielleicht viele Jahre nach der Hochschule. Kein Hochschullehrer der Pädagogik aber wird sich schmeicheln, daß dann einige Jahre später die Lehrer in ihrer Praxis die Kollegienhefte, die sie etwa auf der Universität in pädagogischen Vorlesungen mitgeschrieben haben, nachschlagen und sich aus ihnen Rats erholen für ihre Tagesarbeit in der Schule. Aus solchen Überlegungen aber schien eben dann zu folgen, daß man wirklich die gesamte „Pädagogik" am besten in die Zeit des Probejahres und in alle späteren Lehrjahre verlegt. — Eben das scheinen ja, ganz so wie die Nurpraktiker der Mittelschule, auch die Gegner aller Pädagogik an der Universität selbst zu verlangen. Näher besehen aber dürfen doch gerade diejenigen von diesen Gegnern innerhalb philosophischer Fakultäten, die in der Sorge um die Rein- und Hochhaltung wissenschaftlichen Geistes an der Hochschule hier ein Vorwegnehmen pädagogischer Rezepte mit Recht perhorreszieren, doch am allerwenigsten gemeinsame Sache machen mit den Verächtern aller wissenschaftlichen Grundlegung pädagogischen Tuns überhaupt. Was beide Parteien trennt, ist dann nichts Geringeres als die Hoch-, bezw. Nichtschätzung eines im Vorblick auf die künftige

Erziehungs- und Unterrichtstätigkeit unternommenen intensiven (wenn auch schon nicht sehr extensiven) Studiums der Grundwissenschaften der Pädagogik an der Hochschule: also mindestens der Psychologie, der Logik und der Ethik.[1]) In mindestens diesen drei philosophischen Disziplinen oder zum allermindesten (siehe oben S. 49) in Psychologie und Logik muß dann der Hochschullehrer seine Hörer geschult wissen und nötigenfalls selber schulen, wenn er von Vorlesungen über Erziehungs- und Unterrichtslehre sich und seinen Hörern Erfolg versprechen und bei der Vorprüfung der „Hauptbegriffe und Hauptsätze" aus jenen zwei abgeleiteten Disziplinen nicht statt der Begriffe und Urteile leere Wörter für „Anschauung", „Induktion", „analytisch-synthetische Methode" u. dgl. mehr erwarten will.

Zu 3: Nur noch wenige Worte zur letzten der oben aufgezählten drei Materien, zur Geschichte der Pädagogik. Es sei erlaubt, statt einer Wiederholung oder allgemeinen Widerlegung der immer wieder für und wider dieses Fach als Lehr- und Prüfungsfach für Lehramtskandidaten erörterten Gesichtspunkte hier die ganz spezielle und individuelle Erinnerung daran festzuhalten, daß ein ausgezeichneter Hochschullehrer eines mathematischen Faches, als dieser Gegenstand auch wieder in der neuesten Prüfungsvorschrift (übrigens fast mit ähnlichen Worten wie in der alten) genannt wurde, stärkste Befürchtungen, gegen die Öde einer solchen leeren „Geschichte" und ihrer Vortrager und Prüfer an der Universität geäußert hat. Ich konnte ihm sogleich dahin recht geben, daß es in der Tat sehr leicht sei, von Geschichte der Pädagogik so zu reden (oder darüber zu schreiben), daß kein Mensch, am wenigsten ein Lehramtskandidat, irgend welchen

---

[1]) Natorp bezeichnet in seinem Buche „Philosophie und Pädagogik" (Marburg 1909) als sein Grundthema: „Die theoretische Begründung der Pädagogik ist Sache der Philosophie." (S. 104.) Das Kapitel „Die Hilfswissenschaften der Pädagogik und der wissenschaftlichen Vorbildung der Pädagogen" (S. 105—117) verlangt dann im Zusammenhang mit Psychologie auch physische Anthropologie (einschließlich Hygiene, besonders auch Psychiatrie), ferner „die Wissenschaften von der menschlichen Kultur in systematischer und historischer Richtung, in ersterer besonders die Staatslehre" usw. Aber S. 109 sagt Natorp: „Es würde eben darum dem Pädagogen nicht etwa eine spezielle Prüfung in allen vorgenannten Einzelwissenschaften aufzuerlegen sein, sondern es müßte, was die theoretische Vorbildung betrifft, eine freilich recht gründliche Prüfung in Philosophie genügen, das Weitere der praktisch-pädagogischen Vorbereitung überlassen bleiben." Man werde „darüber nicht im Zweifel sein können, daß eine beträchtliche Zeit strenger Arbeit dazu nötig ist", womit schon gesagt sei, „daß die einzig geeignete Stätte für diese Arbeit die Universität ist". — Im Vergleich zu allen diesen Forderungen verlangt die neueste österreichische „philosophisch-pädagogische Vorprüfung" gewiß nur sehr wenig.

Vgl. die Stellungnahme von Andreae (S. 48, Anm.) zu Natorp und allgemein zum Begriffe der „theoretischen Pädagogik".

Gewinn beim Hersagen der Namen längst verschollener Scholarchen habe. Da mir aber die Versicherung, daß sich Geschichte der Pädagogik eben auch anders darstellen läßt, zwar aufs Wort geglaubt, sogleich aber wieder bezweifelt wurde, ob eine lebensvollere Art der Behandlung auch die gebräuchlichere sei, so mag es innerhalb dieser Betrachtungen über Pädagogik, namentlich für Mathematiker, am Platze sein, einige ganz wenige Proben davon zu geben, wie auch die Geschichte der Pädagogik ihre Probleme und Paradoxa hat, denen gegenüber auch schon ein Lehramtskandidat nicht ganz ratlos sein sollte. Z. B.: Es ist bekannte Tatsache, daß die Realschulen ihren Ursprung im — Pietismus haben; wie ist das möglich? Und daß die Realschulen und die — Ritterakademien um dieselbe Zeit gemeinsam Bresche legten in den ganzen Betrieb der höheren Schulen (Mittelschulen) seit der deutschen Renaissance vom Anfang des 16. bis ans Ende des 17. Jahrhunderts; ein zweites Paradoxon. Aber beide lösen sich ungezwungen, wenn wir sie verstehen als gemeinsame Negation, nämlich als Reaktionen gegen den verödeten Lateinbetrieb. Wenn dann an seine Stelle die Adeligen das Ideal des *galant homme*, dagegen die vor allem auf Behebung der ärgsten materiellen Notstände nach dem Dreißigjährigen Kriege bedachten Pietisten sich die Schaffung von Gewerbeschulen zu einem ihrer sehr praktischen Ziele setzten, so sollte gewiß der Realschulmann von heute nicht in Unkenntnis darüber sein, ob und inwieweit die erst seit wenigen Jahrzehnten ebenfalls die Forderung „allgemeiner Bildung" in ihre Ziele aufnehmenden Realschulen schon alles abgestreift haben, was nur in den besonderen Zeitumständen jener ersten Schulreformen seine relative Berechtigung gehabt hatte. — Wenn sich aber so auch innerhalb eines großen Teiles der Geschichte der Pädagogik sehr leicht und deutlich die noch heute aktuellen Richtungen kulturgeschichtlicher und schulpolitischer Bewegungen aufzeigen und für die Bedürfnisse von Lehramtskandidaten hervorkehren lassen, so wird allerdings eine ausdrückliche Rücksicht auf diese praktischen Bedürfnisse in den für diese Kandidaten bestimmten Vorlesungen auch angesichts der historischen Partien der Pädagogik nicht beiseite gesetzt werden dürfen. Es wäre allerdings beinahe eine Grausamkeit gegen diese Kandidaten, wenn man sie auf ihre „Vorprüfung" vorzubereiten meinte durch irgend welche spezialistische Untersuchungen zur Schulgeschichte, so sehr auch solche für den sozusagen theoretischen Forscher auf dem Gebiete der Geschichte der Pädagogik ebensogut Recht und Pflicht sind wie für den reinen Historiker was immer für eines anderen Gebietes noch so entlegener räumlicher und zeitlicher Fernen.

Mit Rücksicht auf die beschränkte Zahl (nach dem Wortlaute der Vorschrift in der Regel die Einzahl) pädagogischer Vorlesungen für Lehramtskandidaten habe ich meinerseits Geschichte der Pädagogik

nie zum ausschließlichen Gegenstand eines Kollegs gemacht, sondern sie immer in Verbindung gesetzt mit einem für jedes zweite oder dritte Sommersemester angesetzten Kollegs über „Mittelschulpädagogik" (dieses an Stelle der einstigen „Gymnasialpädagogik", was jetzt ein ungerecht eng gefaßter Begriff und Name wäre, da gegenwärtig auch die Lehramtskandidaten für Realschulfächer, z. B. Chemie und darstellende Geometrie, verhalten sind, ihre pädagogische Ausbildung — in der Regel leider nur als außerordentliche Hörer — an der Universität zu suchen). Es versteht sich, daß hierdurch allein schon eine starke Beschränkung des aus der Geschichte der Pädagogik Auszuwählenden geboten war. Ich glaubte und glaube, daß man, wenn man eben nicht als rein theoretischer Historiker forschen und lehren, sondern das gesamte Bedürfnis des gegenwärtigen Lehramtskandidaten als künftiger Mittelschullehrer im Auge behalten will, die Geschichte der Pädagogik an der Universität überhaupt nur Anregungen zum künftigen Studium dieses Zweiges der Geschichte seitens der schon in voller Schultätigkeit stehenden Lehrer geben kann und soll. Denn in der Tat werden die einzelnen Probleme der Geschichte der Pädagogik[1]) ganz aktuell und unmittelbar lehrreich erst für den in der Schulpraxis selbst Stehenden. Erst für diesen sind ja auch alle Reformfragen bis in ihre feinen und feinsten Verzweigungen aktuell und erst allmählich wirklich verständlich. Zwar wird man auch unseren Lehramtskandidaten nicht Scheuklappen anlegen können und wollen gegen die unruhigen, oft im Zickzack gehenden Reformbewegungen der letzten Jahrzehnte. (Theobald Ziegler datiert diese Zeit im letzen Abschnitt seiner

---

[1]) Damit aber auch schon die Hörer jener nach praktischen Gesichtspunkten ausgewählten Mitteilungen und Probleme aus der Geschichte der Pädagogik des höheren Schulwesens ja nicht glauben, daß diese Probleme schon eindeutig gelöst seien und daher ihre Kenntnisnahme durch Lektüre eines Buches in einer der Hochschule würdigen Weise zu erreichen sei, lege ich meinen Hörern wenigstens zwei der Darstellungen, z. B. neben Zieglers knapper „Geschichte der Pädagogik" auch Paulsens zweibändige Geschichte zur Vergleichung vor. Die Hörer sollen sich nur wundern über die auch schon bei diesen zwei Historikern sehr ungleiche Bewertung, die eine so folgenreiche Erscheinung wie der Althumanismus (den z. B. ebenfalls kein auf den „Humanismus" überhaupt schlecht zu sprechender „Realist" mit dem Neuhumanismus in einen Topf werfen sollte), ja sogar einzelne geschichtliche Persönlichkeiten wie Ulrich v. Hutten, gefunden hat. Ob dann Ziegler oder Paulsen oder ein Dritter recht hat, wird freilich nur ein kleiner Teil der schon vorwiegend historisch interessierten Lehrer sich erst lange nach den Universitätsstudien zu entscheiden getrauen. Aber vor bloßem Dogmatismus auch in der Geschichte der Pädagogik müssen die Hörer schon während der Universitätsstudien gewarnt werden; ja vielleicht gibt nur diese kurze Zeit der grundsätzlichen Gewöhnung an freies Denken die rechte Gelegenheit, daß ein künftiger Lehrer, auch der der exakten Wissenschaften, sich in der Geschichte der Pädagogik ebensowenig mit Dogmatismus begnügt wie in seinem eigenen Fach.

Geschichte der Pädagogik schon von 1840!) Aber wie es das wilde Streben nach Reformen seitens pädagogischer Laien, dieses Wort im weitesten Umfang genommen, kaum über einen planlosen Wechsel der Meinungen, oft nur der Schlagworte hinausbringt, so wäre auch für Lehramtskandidaten, die nicht eben von vornherein sich damit begnügen, es möglichst so zu machen, wie es während ihrer Mittelschuljahre ihre eigenen Professoren gemacht haben (dabei höchstens die eine oder andere Erfahrung am eigenen Leib zum warnenden Beispiel für die eigene künftige Tätigkeit ausnehmend), die Gefahr nur allzunahe liegend, daß sie einfach auf das eine oder andere Schlagwort aus dem Reformgeschrei hereinfallen, statt daß sie schon an der Hochschule, eben während der Jahre rein wissenschaftlicher, vorurteilsloser Eindrücke, auch an ihre künftige Mitarbeit bei der Reform strenge kritische Maßstäbe anzulegen verlangten und lernten. Ich hatte deshalb während der Jahre, da bei uns die Reform unmittelbar bevorstand, auch einigemal ein Kolleg: „Mittelschulpädagogik und Mittelschulreform" gelesen, und auch diesem gab ich eine wesentlich historische Gliederung, aber nicht etwa eine einfach chronologische; sondern von der „Gegenwart" (die für uns in Österreich vom Organisationsentwurf 1849 datiert) ausgehend, hielt ich diejenige Abfolge ein, die auch meinem Artikel „Gymnasien" in Loos' Enzyklopädie zugrunde liegt, wo ich so gliederte: „I. Das Gymnasium, wie es ist, II. wie es war und wurde, III. wie es sein soll und sein wird".

Ich meine, daß bei solcher Nichtisolierung des Historischen, vielmehr seiner organischen Verbindung mit der den Lehramtskandidaten nächstliegenden Frage „Wie soll ich und werde ich selber es künftighin in der Schule machen?" auch die Bedenken des eingangs erwähnten mathematischen Fachmannes gegen eine Geschichte der Pädagogik für Lehramtskandidaten sich mildern oder ganz schwinden könnten.

Oder was für Versicherungen und Garantien könnte der einzelne Pädagogikprofessor und -examinator noch geben, daß er den Kraftzuschuß, welchen die Unterrichtsverwaltung innerhalb der ganzen Ausbildung der Lehramtskandidaten nun der Pädagogik zugedacht hat, ja nicht dahin ausnützen wolle, die Fachbildung der Kandidaten zu schmälern oder zu stören (also auch seinerseits dafür zu sorgen, daß sie nicht etwa, wie das auch mehrmals schon als Befürchtung ausgesprochen wurde, nun gar „für ein bis zwei Semester ihre Fachstudien ganz an den Nagel hängen, um sich krampfhaft gerade nur auf die pädagogische Vorprüfung vorzubereiten"). Aber es könnte natürlich alle Bescheidenheit der Pädagogikprofessoren zusammengenommen noch lange nicht hindern, daß die Kandidaten von ihrer Studienzeit überhaupt nicht immer den geschicktesten und für ihr

künftiges Lehramt wirksamsten Gebrauch machen. Es bleibt durchaus abzuwarten, wie sich die neue Prüfungsvorschrift in allen ihren und also natürlich auch in den der Philosophie und Pädagogik geltenden Teilen in der Praxis ausgestaltet und bewährt. Es seien daher auch noch einige andere Punkte als die oben (S. 43) unter 1, 2, 3 gegliederten, zunächst nur die Prüfungs**materien** als solche betreffenden. hier im folgenden mit wenigen Worten berührt.

Der Kandidat kann sich zur philosophisch-pädagogischen Vorprüfung „**nicht vor dem Ende der fünften Semesters**" melden. Es war gewiß nicht im Sinne auch schon der früheren Bestimmungen, wenn ein Füchslein der philosophischen Fakultät, selbst erst der Mittelschule seit einem halben Jahr entwachsen, sein philosophisches und sein pädagogisches Kollegium sogleich nach dem ersten Hochschulsemester „abtun" konnte. Vielleicht wäre es im Kontrast zu diesem Mißbrauch jetzt nahe gelegen, die philosophisch-pädagogische Prüfung erst während des allerletzten Semesters vor oder gar erst **nach** der Lehramtsprüfung zu gestatten. Aber beides wäre unzweckmäßig gewesen; denn **vor** der Lehramtsprüfung — die bekanntlich noch immer viel schwieriger ist als alles, was von den Kandidaten der übrigen Fakultäten mit ihren ausschließlich mündlichen Prüfungen verlangt wird — hat der Kandidat mit Recht den Kopf voll ganz allein mit dem Erlernen seiner Fachprüfungsstoffe. **Nach** der Lehramtsprüfung aber wäre eine philosophisch-pädagogische Universitätsprüfung wohl meist schon in das Probejahr hineingefallen und es hätte höchstens „in der Theorie" dann noch jenes Auseinanderhalten von **theoretischer Vorbildung auf der Hochschule** und **praktischer in der Mittelschule** durchgesetzt werden können, das eine — auch von mir für richtig gehaltene — These für das Verhältnis von beiderlei Arten pädagogischer Ausbildung (s. u. S. 75) bildet. Wollen wir uns also nun auch mit jener pädagogischen Vorprüfung „nicht vor dem fünften Semester" bis auf weiteres zufriedengeben.

Naheliegend und, wie ich glaube, sehr zweckmäßig ist die Forderung an den Kandidaten, bei der Meldung zur Prüfung „nachzuweisen, durch welche Studien (Kollegien, Seminare, Übungen. Lektüre), allenfalls auch praktische Betätigungen er sich die geforderte philosophisch-pädagogische Bildung angeeignet zu haben glaubt".[1])

---

[1]) Es war eine Probe der Voreingenommenheit (um nicht stärkeres zu sagen) des Hauptredners in den mehrfach erwähnten pädagogikfeindlichen Sitzungen des Vereins „Mittelschule" 1910, wenn ihm (nach S. 321 des Berichtes über jene Sitzungen in der Zeitschrift „Österreichische Mittelschule") die „pädagogischen Momente allzusehr in den Vordergrund gerückt" schienen, schon weil „gegen den bisherigen Sprachgebrauch von ‚Staatskolloquien'" (vgl. o. S. 37, Anm.) die Rede sei, von „besonderen Eingaben um Zulassung

Diese Bestimmung findet eine starke Verschärfung in der offengelassenen Möglichkeit, daß „der Kandidat wegen nicht genügend befundener Nachweise über seine Vorbildung abgewiesen“ wird und die Anmeldung zur Prüfung nicht vor Ablauf eines weiteren Semesters wiederholen darf.

Daß das aber nicht etwa den Schein einer drakonischen Maßregel gewinnt, liegt doch ganz in der Hand der Prüfungskommission selbst oder noch bestimmter: es hängt ganz von dem dieser Kommission angehörigen „Fachexaminator der Philosophie und Pädagogik“ ab (zusammen mit dem beisitzenden Stellvertreter des Präses der Prüfungskommission). Es stünde schon wieder schlimm um die Durchführung des wirklichen Sinnes der Vorschrift philosophischer Studien und ihres Abprüfens, wenn der „Fachexaminator“ nur als solcher, nur als strenger Richter, nicht weit mehr als Lehrer und Berater zum Kandidaten in Beziehung träte. Nicht erst im Augenblicke, in dem der Kandidat sein Anmeldungsgesuch zusammenstellt und dabei berichtet, welche Kollegien er gehört, welche Seminarübungen er mitgemacht hat und, was die allenfalls „auch praktischen Betätigungen“ betrifft,

zu denselben, von allen möglichen Nachweisen privater Natur, von ihm verdächtigen Neben- und Zwischenfragen, die der examinierende Professor auch über Themen, die nicht in der Vorlesung vorkamen, zu stellen berechtigt sein sollte; kurz, der Kandidat werde dem mit dem Staatskolloquium betrauten Professor vollständig in die Hände gegeben und der Grundsatz der Lernfreiheit damit in Frage gestellt. Er habe die feste Überzeugung, daß die Prüfungsvorschriften von 1897 für die theoretische Ausbildung der Kandidaten vollständig ausreichen.“ — Letzterer Überzeugung jenes Redners also hat sich die neue Prüfungsvorschrift nicht angeschlossen. Sie gefährdet aber hoffentlich dennoch nicht den „Grundsatz der Lernfreiheit“, der ja allerdings die Freiheit zum Nichtlernen mit einschließt (ebenso wie z. B. das Zeugnis der „Reife zum Besuch einer Universität“ das Recht zum Schwänzen der Universität mit einschließt). Aber freilich muß das Recht auf Nichtwissen auch bei der Pädagogikprüfung seine Grenzen haben. Und wenn, wie ich in jenen Sitzungen erzählt habe, ein Lehramtskandidat der klassischen Philologie mit dem Maturitätszeugnis eines tschechischen Gymnasiums bei der gelegentlichen Nebenfrage, ob die „Iphigenie“ von Goethe eine *imitatio* (im althumanistischen Sinne) der des Euripides sei, überhaupt nie gehört zu haben erklärte, daß Goethe ein Stück dieses Namens geschrieben habe, so sollte eine solche „Neben- und Zwischenfrage“ doch keinem Gymnasialdirektor „verdächtig“ sein. Die Befürchtung jenes Redners, „der Kandidat werde dem mit dem Staatskolloquium betrauten Professor vollständig in die Hand gegeben“, wird nun durch die halbstündige „philosophisch-pädagogische Vorprüfung“ in noch bestärktem Maße genährt werden. Aber war es denn nicht von vornherein eine objektlose Furcht, wenn jener Redner „von allen möglichen Nachweisen privater Natur“ sprach und gar nicht an die Möglichkeit einer wohlwollenden Absicht dachte, daß nämlich der Prüfer gerade auf Grund der schriftlichen Anmeldung und der Aufzählung dessen, was der Kandidat Pädagogisches gehört, gelesen und erlebt hat (z. B. das vom Redner selbst erwähnte Erteilen von Privatunterricht), sich diesem Wissen und Können des Kandidaten auch bei der Fragestellung möglichst anpasse?

ob er sich als Hauslehrer, wohl gar als Hofmeister versucht und inwieweit er sich dabei bewährt habe — nicht erst in diesem letzten Augenblicke wird der Kandidat seinen Examinator dahin kennen lernen, wie dieser es mit Philosophie und Pädagogik hält. Der ideale Zustand, den wir freilich mit unserer Hochschulpädagogik (dieses Wort diesmal in doppeltem Sinn verstanden) noch lange nicht erreicht haben, wäre natürlich der, daß Hörer und Lehrer sich während der ganzen jener Vorprüfung vorausgegangenen Zeit schon soweit durch wirklich nahen und ungezwungen wissenschaftlichen Verkehr gut kennen gelernt haben, daß die Prüfung von „ungefähr einer halben Stunde" Beiden keine wesentlichen Neuigkeiten mehr bringen kann. Natürlich steht für einen solchen Verkehr das Seminar, also diesmal das pädagogische Seminar (einschließlich des philosophischen), im Mittelpunkt und es wird daher auf dieses Mittel, die Prüfung nicht etwa nur zu einer gefürchteten und doch im Grunde wertlosen Formsache werden zu lassen, noch im letzten Abschnitt dieses Berichtes zurückzukommen sein.

Einer besonderen Erläuterung aber bedarf auch noch der Satz: „Die Prüfung selbst wird vom Fachexaminator für Philosophie und Pädagogik unter Leitung des Direktors der Prüfungskommission oder eines Stellvertreters[1]) vorgenommen und dauert ungefähr eine halbe Stunde." Bemerkenswert ist hier vor allem, daß, wie es dieser Wortlaut selbst sagt und wie mir auf mündliche Anfrage noch ausdrücklich authentisch bestätigt wurde, nicht daran gedacht ist, dem Kandidaten zwei Prüfungen, etwa eine Viertelstunde Philosophie und eine Viertelstunde Pädagogik, abzunehmen und auch nicht durch zwei Prüfer, einen Philosophieprofessor und einen Pädagogikprofessor, sondern es soll die Einheit sowohl der Gegenstände Philosophie und Pädagogik wie des Prüfers gewahrt bleiben. Hier nun freilich rollen sich Personalfragen[2])

---

[1]) Mit dieser Stellvertretung würde zweckmäßig ein Professor des Faches der jeweilig zu prüfenden Gruppe von Kandidaten betraut.

[2]) Herr Kollege Martinak teilt mir auf meine Anfrage, wie er sich mit der Schwierigkeit abfinde, daß auch er gegenwärtig nur zum Professor der Pädagogik aber zum Fachexaminator der Philosophie und der Pädagogik bestellt sei, das Folgende mit:

„1. Über die Kollegien anderer prüfe ich grundsätzlich nicht.

2. Über die bei anderen Herren (in Graz also die Philosophen i. e. S.) gehörten Kollegien werde ich den Kandidaten nahelegen, Kolloquienzeugnisse beizubringen.

3. Als Minimum an philosophischem Wissen und als unentbehrliche Voraussetzung verlange ich von jedem das, was die philosophische Propädeutik der Mittelschule enthält.

4. Über Geschichte der Pädagogik frage ich entweder im Anschlusse an die vom Kandidaten bei mir gehörten Kollegien, oder etwa über Ziegler, oder, nach Wahl des Kandidaten, über einen von ihm genauer durch-

auf, bei denen wir natürlich möglichst kurz verweilen, um desto entschiedener eine hochprinzipielle Frage, die nach dem natürlichen Verhältnis der beiden Wissenschaften Philosophie und Pädagogik selbst, hier neuerdings aufzuwerfen, nachdem ich sie freilich längst und des öfteren ebenso entschieden in dem Sinne beantwortet habe, daß es eine der Hochschule würdige Pädagogik ohne Philosophie überhaupt gar nicht geben könne.

Wiewohl diese These eigentlich so gut wie allgemein wenigstens in der Theorie angenommen und zugegeben ist — namentlich auch von solchen Hochschullehrern, die an die Pädagogik als solche wenig glauben[1]) —, hat sich seltsamerweise in Österreich gerade während

---

gearbeiteten hervorragenden Pädagogen (Comenius, Pestalozzi, Rousseau, Herbart, ...).

5. Über Unterrichts- und Erziehungslehre frage ich im Anschlusse an meine eigenen Vorlesungen. Falls der Kandidat diese beiden Gegenstände anderswo gehört hat, muß ich allerdings über die wichtigsten „Begriffe" und „Sätze" frei nach eigenem Ermessen fragen, oder aber der Kandidat ersucht ausdrücklich vor der Prüfung um Anschluß an eines der bestehenden Handbücher (Barth, Matthias, Münch, Paulsen, Rein, Schrader, Toischer,.......)."

Diese Grundsätze, denen ich mich völlig anschließe, zeigen deutlich genug, wie sich auch mein Kollege beengt fühlt durch das Abgetrenntsein der Philosophie von Pädagogik. So zeigen z. B. schon Martinaks Sätze 1,, 2., 3., daß, weil der Hochschullehrer der Nurpädagogik seinen Lehrauftrag überschritte, wenn er seine Prüflinge wenigstens aus Logik und Psychologie vorher selbst hätte unterrichten wollen, nun die bei der philosophisch-pädagogischen Vorprüfung zu fordernden philosophischen Vorkenntnisse vom Hochschul- auf das Mittelschulniveau heruntersinken. Haben sich aber die Kandidaten nicht nur durch Selbststudium eines Mittelschullehrbuches der Logik und Psychologie aus diesen beiden vorgeschriebenen philosophischen Grundwissenschaften ein mittelschulmäßiges (und leider häufig schulmittelmäßiges) Wissen geholt, sondern bei nichtpädagogischen Hochschullehrern der Philosophie Kollegien gehört, so schließt dies für die Kandidaten schon wieder die Mehrbelastung ein, daß ihnen nahegelegt wird, über diese Philosophiekollegien eben doch wieder Kolloquien noch vor der philosophisch-pädagogischen Vorprüfung zu machen.

Und warum all das? Wegen der unglückseligen Abtrennung der Pädagogik von Philosophie! Wie nahe läge es, diese Trennung rückgängig zu machen — auch wenn es gar nicht aus Rücksicht auf die für Philosophie habilitiert gewesenen Lehrer der Pädagogik, sondern ausschließlich aus Rücksicht auf die Kandidaten der philosophisch-pädagogischen Vorprüfung geschähe!

[1]) Z. B. auch nach Ottokar Lorenz (in dem oben, Seite 37, angeführten Schriftchen, Seite 11) „...kann das Studium der Pädagogik überhaupt keinen Wert haben, wenn es nicht eine ernstliche Richtung auf die Psychologie und Ethik nimmt, und eben diese Wissenschaften sind es, deren Erkenntnis dem Studium der Pädagogik allein eine tiefere Weihe verleihen können. Dogmatisch zusammengestellte Regeln, welche zuweilen als pädagogische Disziplin selbständig gedacht werden wollen, sind ein äußerliches, jeder Vertiefung bares Formelwerk, das mit anspruchsvoller Katechismusweisheit auftritt, gegenüber aller sonstigen Wissenschaft unserer Zeit aber nichts ist als ein Anachronismus" usw.

der letzten acht Jahre eine äußerlich schroffe Abtrennung der Pädagogik von der Philosophie vollzogen. Während nämlich noch Willmann in Prag Professor der Philosophie und der Pädagogik gewesen war und Kollegien über beide Wissenschaften abwechseln ließ, wurde bei seinem Rücktritt 1903 aus seiner Lehrkanzel eine nur für Pädagogik gemacht. Auf diese wurde dann ich berufen und so mußte ich, nachdem ich mich 1895 in Wien für Philosophie und Pädagogik habilitiert (was mir für „Pädagogik allein" nie eingefallen wäre) und dann 16 Semester hindurch in Wien ebenfalls abwechselnd Kollegien über Philosophie und Pädagogik abgehalten hatte, als Nachfolger Willmanns meine *venia legendi* für Philosophie opfern. Die Lehrkanzel in Wien, die ich dann 1907 als Nachfolger Theodor Vogts übernahm, war freilich überhaupt nur eine für Pädagogik gewesen und so lautet auch hier mein Lehrauftrag ausschließlich auf Pädagogik. Es wäre hier nicht der Ort, die Schwierigkeiten und beständig sich erneuernden Verlegenheiten zu schildern, die mir dieses Auseinanderreißen der sachlich so innig zusammengehörigen Fächer bisher bereitet hat. Auch darf ich nicht eingehen auf die ganz und gar nicht etwa in grundsätzlich abweichenden Ansichten maßgebender Faktoren über die natürliche innere Zusammengehörigkeit von Philosophie und Pädagogik, sondern in ausschließlich äußeren Umständen zu suchenden Gründe, die auch meine Kollegen Martinak in Graz (wo er nämlich nur für Philosophie habilitiert, dann später aber zum Professor nur für Pädagogik ernannt wurde) und Toischer in Prag Professoren nur für Pädagogik, nicht für Philosophie sein lassen. Wenn nun aber auch eine rein akademische Erörterung, ob die Gründe für oder gegen[1]) eine

[1]) Rudolf Lehmann hat innerhalb seiner Artikel „Der gegenwärtige Stand der wissenschaftlichen Pädagogik" (Deutsche Literaturzeitung 1908, Nr. 47, 1909, Nr. 5) u. a. auch die Frage solcher Personalunion behandelt; er sagt hier: „Dieser Zusammenhang führt notwendigerweise von der Pädagogik zur Philosophie und zur Psychologie und insofern könnte es gerechtfertigt erscheinen, daß die Vertreter dieser beiden Disziplinen zugleich die pädagogische Wissenschaft zu vertreten haben. Nur sind Philosophieprofessoren eben auch Menschen mit beschränkter Zeit und Kraft usw." und fährt nach einem Hinweis auf Paulsen und Natorp fort: „Allein das sind eben Ausnahmen und sie zeigen umso deutlicher, was den meisten Universitäten fehlt" usw.

Mit Bezug zu Lehmanns Aufsatz habe ich dann ergänzend auf die andere, äußerlich bessere Stellung der Pädagogik an den österreichischen Universitäten hingewiesen (Wissenschaftliche Beilage zu den M. N. N., 5. Dezember 1908), wovon Lehmann loyal Notiz nahm.

Ebenda (M. N. N., 19. Februar 1909) findet sich ein Aufsatz von Rein (Jena): „Zur Aufgabe und Stellung der Pädagogik an unseren Universitäten mit Beziehung auf die Gutachten der Universitäten Erlangen, München und Würzburg."

Zur augenblicklichen Personalfrage der Trennung der Pädagogik von Philosophie und ihrer mir unabweisbar scheinenden Wiedervereinigung finde

Personalunion von Philosophie und Pädagogik die stärkeren seien, nicht so bald zu einer Wiedervereinigung der beiden Wissenschaften führen würde, so scheint die Wiederverbindung doch jetzt unabweislich, schon aus dem ganz äußerlichen Grunde, daß eben die Prüfungsvorschrift nur von einem „Fachexaminator der Philosophie und Pädagogik" spricht. Zwar ist dieser Singular keineswegs dahin zu verstehen, daß innerhalb je einer Prüfungskommission nur je ein Examinator die Vorprüfung abnehme; ich gestehe auch, mir z. B. nicht vorstellen zu können, wie ich Jahr für Jahr 400 oder auch nur 200 Vorprüfungen „von ungefähr einer halben Stunde" abnehmen sollte und kann daher nur wünschen, daß sich noch andere Kollegen mit mir in die saure Aufgabe dieser Prüfungen zu teilen bereit finden lassen.[1]) Vielleicht bildet sich der Gebrauch heraus, daß an Hochschulen, wo es nur einen (oder keinen) Professor der Pädagogik, aber mehrere der Philosophie gibt, diese Philosophen auch Pädagogik prüfen, was allerdings dann seine Schwierigkeiten hätte, wenn ihnen als Forschungs- und umsomehr als Lehrgebiet dieses Teilgebiet der Philosophie ganz fremd wäre. *Eo ipso* anders steht das Verhältnis für den Pädagogen, falls einmal zugegeben ist, daß er ein solcher in wissenschaftlichem Sinne

---

ich eine wertvolle Bestätigung bei Rehm (a. [oben S. 20] a. O. S. 12): „Unter Herbartschem Einflusse standen auf österreichischem Gebiete Wien (durch Th. Vogt) und Prag (durch O. Willmann); in diesem Kreise allein haben wir an der Hochschule ‚Nurpädagogen'; sie stehen in ihren hervorragendsten Vertretern — ich nenne O. Willmann und den derzeitigen Ordinarius der Pädagogik an der Universität Wien A. Höfler — der Philosophie nahe". Letztere Worte könnten bei flüchtigem Lesen das Mißverständnis erregen, als sei auch ich Herbartianer. Dagegen erlaube ich mir in Erinnerung zu bringen, daß ich durch meine Arbeiten zur philosophischen Propädeutik bemüht war und es auch erreicht habe, daß Herbart wenigstens in unseren Gymnasien aufhörte, Staatsphilosoph für Österreich zu sein, wie es Hegel für Preußen gewesen war. Eben hiedurch aber ist das ganze Fach „Philosophische Propädeutik" für Österreich 1884 gerettet worden und bis heute geblieben, nachdem es 1882 in Preußen auf den Aussterbeetat gesetzt worden war; worüber Näheres anderwärts.

[1]) Inzwischen (November 1911) sind in der Wiener Prüfungskommission drei Examinatoren für Philosophie und Pädagogik bestellt worden, nämlich die beiden Ordinarii für Philosophie und ich, der Ordinarius für Pädagogik. Ich füge hinzu, daß ich sowohl innerhalb der Prüfungskommission Prag, wie auch in Wien sogleich mit Übernahme des Ordinariats der Pädagogik zum „Fachexaminator der Philosophie und Pädagogik" bestellt worden bin. Den Hörern und den Prüfungskandidaten aber ist auf keine Weise offiziell bekannt, daß ich auch mit Philosophie etwas zu tun habe und mehr bin als „Nurpädagoge" (vergl. das Wort bei Rehm, vorige Anm.). Wenn ich dann ab und zu für erkrankte Kollegen bei Haupt- und Nebenrigorosen aus Philosophie einzuspringen habe, sind die Kandidaten begreiflicherweise sehr verwundert; und wenn ich mich hier beim Prüfen gutmütiger Weise auf das beschränke, was sie „für" den regelmäßigen Prüfer gelernt haben, so ist dies schon wieder eine für die Kandidaten angenehme, für die Würde des Prüfers und der Prüfung aber leidige Konzession an die Tatsache, daß man eben Philosophie überhaupt mit anderen Maßen mißt als jede andere Wissenschaft (s. o. S. 10)

überhaupt gar nicht sein könne, wenn er nicht zuvor Philosoph ist. Aber — wieder ganz praktisch gedacht und gesprochen — es könnte auch schon die Hörer beim Inskribieren und die Kandidaten beim Anmelden zur Prüfung doch nur irreführen, wenn sie die seitens der Prüfungsvorschrift vom „Fachexaminator für Philosophie und Pädagogik“ als solchem vorausgesetzte Vereinigung der Philosophie und Pädagogik bei keinem ihrer Professoren, weder dem Philosophen noch dem Pädagogen (sondern nur beim Privatdozenten, der aber erst zum Mitglied der Prüfungskommission ernannt werden müßte), realisiert wüßten oder auch nur glaubten. Hier also liegen augenblicklich noch ganz offene Fragen vor und ich kann einstweilen nichts anderes berichten, als daß sie eben offen sind.

Und hiermit könnte ich den Bericht über die stärkste Neuerung in Sachen der pädagogischen Vorbildung und „Vorprüfung“ und somit den für dieses Heft verlangten Bericht überhaupt schließen, wenn nicht eine die Pädagogik mindestens ebenso nahe angehende Sache, die Neugestaltung des pädagogischen Seminars, eng zusammenhinge mit dem gesamten Gegenstand des bisherigen Berichtes. Man könnte auf den ersten Blick vielleicht zu finden glauben, daß der Unterrichtsverwaltung das Seminar minder nahe am Herzen liege als die Prüfung, da eben in der neuen Vorschrift zwar vom pädagogischen Seminar gelegentlich die Rede ist — sehr ausführlich auch von Mittelschulseminarien (dem „erweiterten Probejahr“) — nicht aber von der organischen Verbindung des Universitäts- und des Mittelschulseminars. Aber dieses Schweigen findet seine Erklärung sofort in dem Datum der Veröffentlichung der die beiden Einrichtungen angehenden behördlichen Erlässe: die Prüfungsvorschrift ist vom 15. Juni, der unten mitgeteilte Erlaß in Sachen der „Lehrauftritte“ vom 16. Juni 1911 datiert; es konnte daher in der Prüfungsvorschrift nicht schon Festes verordnet sein über dieses neue Seminar, das sich eben erst erproben und ausgestalten muß.

II. Das Pädagogische Universitätsseminar in organischer Verbindung mit dem erweiterten Probejahr an Mittelschulseminarien.[1]

Dieser Titel, den ich dem letzten Teile des vorliegenden Berichtes voranstelle, bedeutet ein einstweilen noch in der Zukunft liegendes

---

[1]) Aus dem in der Vorbemerkung mitgeteilten Grunde muß ich auf eine Zusammenstellung der auf die pädagogische Vorbildung der Mittelschullehrer Bezug nehmenden weitschichtigen Literatur verzichten und ich darf dies umsomehr, als schon Loos im Heft 4 dieser „Berichte“ eine Übersicht gegeben hat, auch Lehmann und Rehm in den oben (S. 20 und 64, Anm.) angeführten Schriften. Ich führe aber als eine Art Quintessenz den kurzen Aufsatz

Ziel. Um aber sogleich zu belegen, daß die Verbindung von Universitäts- und Mittelschulseminarien von jetzt ab nicht mehr nur etwa ein frommer Wunsch oder gar eine bloße Utopie ist, sei es gestattet, diesen Teil des Berichtes zu beginnen mit der wörtlichen Wiedergabe des Erlasses, der mir am 21. Juni 1911 zugekommen ist.

---

von W. Fries „Das pädagogische Seminar" (Monatsschrift für höhere Schulen, VIII. Jahrgang, 1909, Seite 71—75) an, der sich seinerseits als eine Anzeige des Buches von Dr. Karl Neff „Einführung der Kandidaten der Philologie in die pädagogische Praxis" gibt, und ich entnehme dem Aufsatz einige Sätze, die als Belege zu einigen der oben im Text berührten Schwierigkeiten gelten können. Fries sagt:

„Neff macht den Vorschlag, diese erst während der Seminarzeit in die Geschichte der Pädagogik einzuführen. Ich möchte meinerseits diese geschichtlichen Vorkenntnisse um keinen Preis entbehren; das Verständnis und das Interesse dafür ist auf der Universität gewiß schon vorhanden, wenn man nur die Geschichte der Pädagogik dort als das, was sie ist, nämlich als einen Ausschnitt aus der Kulturgeschichte behandelt." — Einiges über Geschichte der Pädagogik, speziell auch für Mathematiker, s. o. Seite 56—59. — Ferner fielen mir bei Fries-Neff folgende Sätze auf:

„Die Eröffnungs- und Schlußkonferenz hat nach der Schilderung des Verfassers für mich etwas zu Feierliches, in Norddeutschland pflegen wir das natürlicher, gemütlicher abzumachen." Ob nicht (zumal sonst Norddeutschland selten gerade die „Gemütlichkeit" für sich reklamiert) jene „Feierlichkeiten" vielleicht schon wieder ein Anzeichen sind, daß dem Probejahr die Gefahr von Veräußerlichungen innewohnt, die dann der von der Hochschule kommende Kandidat nur zu leicht als Hohlheiten empfindet? (Vgl. die oben Seite 21 angedeuteten Klagen von Probekandidaten über die Qualität der ihnen erteilten Belehrungen). In dieser Weise klingt auch manches von dem Folgenden nicht unbedenklich:

„Die praktischen Übungen beginnen naturgemäß, nachdem sie durch die Sitzungen und das Hospitieren vorbereitet sind, mit den Unterrichtsversuchen, diese Leistungen sind doch aber wirklich zu geringfügig, wenn sich dabei, wenigstens drei Kandidaten' in eine einzige Stunde teilen sollen; für die Schüler wird dann die Lektion wirklich in Stücke gerissen. Dann folgen Probelektionen in reichlicher Anzahl, etwa 11 bis 12 für jeden Kandidaten im Jahre, die eingehende Kritik schließt sich möglichst bald daran an. Endlich wird der Kandidat auch zu selbständiger Unterrichtserteilung zugelassen." Wer fragt den Kandidaten, was er während dieser Wochen und Monate vor seinem eigenen Aktivwerden bei den Unterweisungen seitens des Seminardirektors und der Lehrer insgeheim fühlt und denkt? — So fragt in der Tat auch Fries selbst weiter:

„Wie wäre es denn, wenn man sich in Bayern dazu entschlösse, die Vorträge, die der Seminarvorstand und der Seminarlehrer nach Maßgabe der Instruktion halten sollen, einzuschränken? Ich will ihnen Sinn und Zweck keineswegs absprechen, sie bilden nach Absicht der Unterrichtsverwaltung einen wirksamen Abschluß der theoretischen Belehrung und sollen alle die Einzelheiten, die bei den Besprechungen des Hospitierens und der Probelektionen vorgeführt worden sind, gewissermaßen systematisch zu einem Gesamtbild vereinigen." — Für Mittel- wie Hochschule bezeichnend ist hier Fries' Frage: „Und wie verhalten sich die Kandidaten bei diesen Vorträgen? Doch nicht etwa nachschreibend wie vordem als Studenten auf der Universität?" — Wenn endlich Fries sagt:

**Ministerium
für Kultus und Unterricht
Z. 23734.**

Wien, am 16. Juni 1911.

Pädagogisches Seminar der Wiener Universität, Lehrauftritte der Studierenden am akademischen Gymnasium und an der Staatsrealschule in Wien III im Sommersemester 1911.

Zur Eingabe vom 25. Februar 1911.

An Seine Hochwohlgeboren den Herrn Professor der Pädagogik an der k. k. Universität Dr. A. Höfler in Wien.

Auf Ihr Ansuchen finde ich zu gestatten, daß während des Sommersemesters 1911 je ein, eventuell je zwei Lehrauf-

---

„Neff entwickelt durchaus gesunde Ansichten und gründliche Fachkenntnisse im größeren Zusammenhange: Daß man sich in die Gedanken- und Gefühlswelt der Jugend hineindenken müsse, um die Haupttugenden des Lehrers, Geduld und Ruhe, zu gewinnen; daß man alles mechanische Wesen zu vermeiden habe; daß sonniger Humor in das Schulzimmer hineinleuchten müsse und dergleichen mehr",
so brauche ich meinerseits nicht erst zu versichern, daß auch ich das für „durchaus gesunde Ansichten" halte. Ob es aber zu ihrem Aussprechen auch noch „gründlicher Fachkenntnisse im größeren Zusammenhange" bedarf, oder ob wir hier nicht schon wieder hinuntergerückt sind auf jenes Niveau bloßer Rezepte, die z. B. O. Lorenz in der oben, Seite 63 angeführten Stelle in so scharfen Gegensatz gegen einen auf hochschulmäßigem Niveau stehenden Betrieb wirklicher Grundwissenschaften der Pädagogik gestellt hat? Eine Befürchtung gleicher Art klingt an bei Fries:

„Endlich noch ein Wort über die Protokollführung, auf die in München sehr große Sorgfalt verwendet wird. Wenn der Kandidat die in seinem Tagebuch aufgezeichneten Bemerkungen ordnen und stilistisch zu einem Entwurf verarbeiten, diesen Entwurf dann dem Seminarlehrer und dem Vorstande zur Korrektur vorlegen, hierauf die Reinschrift anfertigen, endlich auch diese noch durch den Seminarleiter durchsehen lassen soll, so erscheint das doch als eine gar zu schülerhafte Anleitung, über die wissenschaftlich gebildete junge Männer erhaben sein müssen." Vgl. die „Besorgnis" von S. 21. —

Ich hatte vor, aus der neuen österreichischen Prüfungsvorschrift (1911) hier vollinhaltlich abdrucken zu lassen, was „B. Einführung ins praktische Lehramt", Art. XXX, „Pädagogisches Mittelschulseminar (Das sogenannte erweiterte Probejahr)", sowie die Art. XXXI bis XXXIII über „Das einfache Probejahr", „Antritt, Dauer und etwaige Entlohnung der Probepraxis", „Supplentendienst als Probejahr" sagen. Da aber diese Bestimmungen Seite 30 bis 37 der neuen Prüfungsvorschrift einnehmen und somit die vollständige Wiedergabe zu viel Raum erfordern, ein bloßer Auszug mit vergleichenden Bemerkungen aber noch mehr Raum einnehmen würde, mußte und konnte von dieser Wiedergabe hier abgesehen werden; zumal jeder an diesen neuen Bestimmungen praktisch oder theoretisch Interessierte sie ohnedies im leicht zugänglichen Original (vgl. den vollständigen Titel o. S. 25) studieren wird.

tritte der studierenden Mitglieder des Wiener Pädagogischen Universitätsseminars am Akademischen Gymnasium und an der Staatsrealschule im III. Gemeindebezirke in Wien versuchsweise abgehalten werden, nachdem der niederösterreichische Landesschulrat unter dem 29. Mai 1911, Z. 1495/5-I, anher berichtet hat, daß gegen diese beabsichtigten Versuche keine Bedenken obwalten.

Euer Hochwohlgeboren werden daher ersucht, bezüglich der Art der Ausführung der bezeichneten Lehrauftritte mit den Direktionen der beiden genannten Anstalten das Einvernehmen zu pflegen. Dabei wird auch zu erwägen sein, ob mit Rücksicht auf die lokalen Verhältnisse, namentlich an der Staatsrealschule im III. Wiener Bezirke, die projektierten Lehrauftritte an dieser Anstalt nicht mit einer geringeren Anzahl von Mitgliedern des pädagogischen Universitätsseminars abzuhalten sein werden.

Über die Durchführung dieser Lehrauftritte wird seinerzeit einem kurzen Berichte entgegengesehen.

Der Minister für Kultus und Unterricht:

Stürgkh.

Was sich an diesen mir hochwillkommenen Erlaß knüpfte, war äußerlich bisher zwar nur wenig; denn wiewohl ich noch am Tage des Einlangens dieses Erlasses — am 21. Juni 1911 — mit den Herren Direktoren der beiden genannten Lehranstalten sogleich je einen Besuch von Unterrichtsstunden an ihren Anstalten seitens der Mitglieder meines Seminars vereinbarte[1]), kam es doch nur zu einer solchen

---

1) Beide Herren Direktoren erklärten mir — wie ich es angesichts des späten Datums, 21. Juni, natürlich nicht anders erwartet hatte — daß das Sommersemester an den Mittelschulen so gut wie zu Ende, nämlich der Lehrstoff durchgenommen und die restliche Woche hauptsächlich durch Prüfungen, Konferenzen u. dgl. ausgefüllt sei.

Ich reichte deshalb sogleich beim Ministerium ein neues Gesuch ein, mit der Bitte um sinngemäße Übertragung des mit dem Erlaß vom 16. Juni 1911 vorgezeichneten Programmes für das Sommer- auf das Wintersemester 1911/12 (dieses beginnt in Österreich an den Mittelschulen am 16. September, an der Universität Mitte Oktober).

Die Erledigung dieses Gesuches erfolgte am 7. Dezember 1911 und wurde mir unmittelbar vor Beginn der Weihnachtsferien 1911 zugestellt. Ihre entscheidenden Sätze lauten:

„Auf Ihr Ansuchen finde ich nach Anhörung des n. ö. Landesschulrates Eurer Hochwohlgeboren zu gestatten, mit einer angemessenen Anzahl von ordentlichen, schon in späteren Studiensemestern

Stunde (da ich zur Zeit der anderen für einen erkrankten Fachexaminator der Philosophie sechs philosophische Rigorosen abzuhalten ersucht worden war). Aber jene eine Stunde am Akademischen Gymnasium (am 27. Juni 1911, 11—12^{h} Chemie in der VII. Klasse) bleibt

---

stehenden Mitgliedern des pädagogischen Universitätsseminars im Laufe des I. und II. Semesters 1911/12 drei- bis viermal Unterrichtsstunden am Akademischen Gymnasium, eventuell auch an einer Realschule in Wien zu besuchen.

Bezüglich der Art der Ausführung dieser Lehrbesuche wollen Euer Hochwohlgeboren mit den Direktionen der betreffenden Anstalten rechtzeitig das Einvernehmen pflegen."

Müsste ich diesen Erlaß vom 7. Dezember 1911, der die erbetene und damals als selbstverständlich erhoffte Übertragung des Erlasses vom 16. Juni 1911 auf das Wintersemester nicht gebracht, sondern (nach Ablauf des halben Wintersemesters 1911/12) für künftig die Lehrauftritte zu Lehrbesuchen eingeschränkt hat, dahin auffassen, daß die Lehrauftritte nicht nur noch einmal aufgeschoben, sondern aufgehoben wären, bevor sie in Wien auch nur ein einzigesmal hatten versucht werden können? Wenn ja, so hätte ich den ganzen von hier ab folgenden Teil dieses Heftes, der im Sommer 1911 geschrieben und im Herbst 1911 gesetzt war, im Winter 1911 aus dem Druck zurückziehen müssen. Denn das Wesentliche des Prager Seminars, dessen Vorteile nach Wien zu verpflanzen ich mich nun schon neun Semester lang bemühe und gedulde, liegt ja gerade in dem, worin die Lehrauftritte über bloße Lehrbesuche hinausgehen; wie dies im Text (S. 95 ff.) ausführlich dargelegt ist.

Aber ich habe guten Grund zur Überzeugung, daß auch hier aufgeschoben nicht aufgehoben ist. Denn den Lehrauftritten in Wien stemmt sich als einziges Hindernis entgegen das *Nolle* Eines Schulinspektors — — für sie spricht das in Prag erwiesene und von meinen Wiener Seminaristen durch nun schon neun Semester hindurch immer wieder neu bekundete Bedürfnis einiger hundert Lehramtskandidaten. Aus jedem solchen Seminaristen aber wird später ein Mittelschullehrer, der wieder während eines langen Lehrerlebens Tausende von Mittelschülern besser unterrichten und erziehen könnte, wenn er es in einem nach jenen Bedürfnissen ausgestalteten Universitätsseminar an und aus der eigenen Betätigung und der seiner Mitstudierenden gelernt hat, als wenn er nur stummer Zuhörer bei Lehrbesuchen sein darf.

So finden denn die Worte *„Salus iuventutis summa lex esto"*, mit denen der Unterrichtsminister Marchet die große Enquete 1908 beschlossen hat, in potenziertem Maße Anwendung auf die Ausgestaltung des pädagogischen Seminars: Denn erst aus dem pädagogischen Heil, das man der *iuventus* jüngerer Lehrer nicht vorenthalten hat, sprießt als tausendfältige Frucht das Heil ihrer künftigen Schüler.

Darum ersehe ich nach wie vor in der Gestattung der Lehrauftritte, die ich im Vorworte unter II. als den zweiten neuesten Fortschritt in der pädagogischen Ausbildung unserer Lehramtskandidaten bezeichnete, den eigentlichen Willen der obersten Unterrichtsverwaltung und gebe daher auch das Folgende nach dem *status quo* vom 16. Juni 1911, bezw. vom August 1911, nicht vom Dezember 1911 oder Frühjahr 1912 zum Druck.

bedeutsam als das allererste [1]) behördlich ausdrücklich gestattete Zusammengehen einer Wiener Mittelschule mit dem Universitätsseminar. Ich darf also in der Hoffnung, daß jene erste Stunde den Anfang der Entwicklung zu einer dauernden Institution gebildet habe, sie wohl als für das Wiener pädagogische Universitätsseminar geschichtlich bedeutsam betrachten.

Ehe ich nun aber auseinandersetze, wie ich mir diese Entwicklung für künftig denke, wird es zweckmäßig sein, möglichst anschaulich und eben im Dienste dieser Auschaulichkeit auch einigermaßen ausführlich zu erzählen und zu schildern, was ich in Sachen pädagogischer Universitätsseminarien und ihrer organischen Verbindung mit Mittelschulseminarien zu erfahren und zu — wünschen bisher Gelegenheit hatte.

Meine direkten Erfahrungen über die Einrichtung und das Funktionieren eines pädagogischen Universitätsseminars beginnen mit meiner Ernennung zum Nachfolger Willmanns als Professor der Pädagogik an der Universität Prag im Herbste 1903. Es wird den Leser des vorliegenden Berichtes am schnellsten orientieren, wenn ich die folgenden Stellen aus dem Artikel der „Wiener Abendpost“ vom 10. November 1904 in der Beilage „Erziehung und Unterricht“ unverändert wiedergebe:

„Das Prager pädagogische Universitätsseminar.

Das eingehende und dankenswerte Bild, das Herr Dr. J. Loos, k. k. Landesschulinspektor in Linz, als ältester Schüler Otto Willmanns und seines Prager Seminars in der „Wiener Abendpost“ vom 1. Oktober 1903 gegeben hat, schließt mit den Worten ab: „In dieser Form besteht das Willmannsche Seminar noch heute und so wünschte er es, wie er in seiner Abschiedsrede mit Beziehung auf das pädagogische Seminar Herbart's in Königsberg ausdrücklich hervorhob, fortgesetzt von seinem Nachfolger auf dem pädagogischen Lehrstuhle der Prager Universität. Ob dies der Fall sein wird oder nicht, jedenfalls wird das pädagogische Interesse, welches Willmann an der Prager Universität begründet hat, nachwirken, selbst wenn sich die Entwicklung der pädagogischen Wissenschaft künftig in anderen Bahnen bewegen sollte.“

Die in den letzten Worten anklingende Frage glaube ich jetzt, da das erste Jahr des Seminars unter der neuen Leitung sich seinem Ende nähert, dadurch beantworten zu können, daß ich zuerst aus den beiden Ansprachen, deren

[1]) Allerdings war dem Universitätsseminar auch schon im Sommer 1808/09 seitens des Herrn Direktors des Maximilian-Gymnasiums, Wien, Wasagasse, der Besuch je einer Unterrichtsstunde bewilligt worden; ein künftiges Zusammengehen dieses Gymnasiums mit dem Universitätsseminar war aber nur von mir — dagegen (wie sich erst in der S. 5 und S. 90 erwähnten Sitzung des Vereins „Mittelschule“ am 19. März 1910 herausstellte) nicht auch von diesem Herrn Gymnasialdirektor — in Aussicht genommen. — Einiges über diese und andere, durch die Herren Direktoren unmittelbar aufs Zuvorkommendste bewilligte Besuche der Seminaristen vgl. noch unten S. 95.

erste ich zu Anfang des Wintersemesters 1903/4 an den Lehrkörper des pädagogischen Universitätsseminars am k. k. Staatsgymnasium in Prag, Altstadt, und deren zweite ich zwei Tage später an studierende Mitglieder des Seminars, gerichtet habe, einige Stellen im folgenden wiedergebe:

„Meine hochverehrten Herren Kollegen! Indem ich für die freundlichen Worte des Herrn Gymnasialdirektors als Mitvorstandes des Prager pädagogischen Universitätsseminars meinen herzlichsten Dank ausspreche, möchte ich vor allen Ihnen, meine Herren, es sagen, wie ich mir die Anknüpfung meines Seminars an das meines hochverehrten Amtsvorgängers Herrn Hofrates Otto Willmann denke.

Das pädagogische Universitätsseminar ist von Willmann 1876 ins Leben gerufen worden — in demselben Jahre, am 15. Mai 1876, bin ich, nachdem ich zwei Tage früher meine Lehramtsprüfung abgelegt hatte, Probekandidat geworden. Sie sehen, meine hochverehrten Herren Kollegen, daß ich gerade während derselben 27 Jahre, seit denen das Prager pädagogische Universitätsseminar besteht, jenes Amt, zu dem das Seminar heranzubilden hat, selbst ausgeübt habe. Wäre es nun so, wie — *incredibile dictu* — irgendwann und irgendwo in allem Ernste gesagt worden ist, daß, wer ein praktischer Gymnasiallehrer ist, sich eben deshalb für ein Universitätslehramt der Pädagogik **nicht** eigne. so stünde ich nun dem Prager pädagogischen Universitätsseminar nicht nur als Jüngster, sondern als Neuling, ja als Fremdling gegenüber. Mag aber jene mehr als kühne These sonst irgendwo Zustimmung finden, so doch am wenigsten bei Ihnen, die Sie mit aller unendlichen Mühsal, die die tägliche Ausübung des schönen, aber schweren Mittelschulberufes mit sich bringt, die intellektuelle Freude an der Begründung und Weiterbildung der pädagogischen Theorie verbinden. Deshalb darf ich Sie herzlich und dringend bitten: Betrachten Sie mich, den Neuangekommenen, vor allem ganz als einen der Ihrigen, lassen Sie mich auch fortan Leiden und Freuden eines Gymnasiallehrers teilen. Die äußere Stellung des Universitätslehrers scheint in so vielen Beziehungen beneidenswert — und sie ist es auch —, daß Sie es mir nicht aufs erste Wort glauben werden, wenn ich Sie versichere, daß ich mit sehr gemischten Gefühlen auf die während 27 langer Jahre mir liebgewordene unmittelbare Ausübung der Lehr- und Erziehertätigkeit hinfort verzichten zu müssen meinte. Da war es mir nun in den beiden Unterredungen, die ich Anfang Oktober mit meinem hochverehrten Kollegen in der Leitung des Seminars, Herrn Direktor Frank, hatte, eine sehr erfreuliche Überraschung, zu hören, daß auch Herr Hofrat Willmann manchmal eine Musterstunde gegeben habe. Und so soll es auch sein, meine Herren: Nur wer mit Leib und Seele selbst Lehrer ist und bleibt und jeden Augenblick sich sagen kann, daß er Mittelschullehrer sein könnte und möchte, wird die jungen Fachgenossen nicht nur durch seine Lehre, sondern auch durch sein Beispiel — aber freilich auch nur unter noch mancherlei anderen günstigen Nebenbedingungen — dazu begeistern können, einst selber gute Lehrer zu werden . . .

Und hiermit, meine Herren, habe ich mittelbar auch schon auf denjenigen Punkt hingewiesen, der mir als ein Zielpunkt künftiger Reformen vorschwebt. Die im Jahre 1899 vollzogene An- und Eingliederung des Universitätsseminars in den lebendigen Gymnasialorganismus, die nach dem 28. Jahresberichte Ihres Gymnasiums über das Schuljahr 1899/1900 einen so wichtigen Schritt nach vorwärts gemacht hat, könnte dadurch eine noch innigere werden, wenn die Themen der Lehrauftritte gar nicht (oder doch nur möglichst selten) aus dem alltäglichen Lehrgange der Schule heraustrāten. Es würde dann der

Schüler, wenn er schon an den äußeren Veranstaltungen der Probelektion einigen Unterschied gegen die gewöhnliche Schulstunde empfindet, wenigstens keinen Unterschied, keinen Sprung nach vor- oder rück- oder seitwärts in dem Lehrstoffe selbst finden....

Nach den Mitteilungen des Herrn Mitvorstandes hatte Herr Hofrat Willmann für das beginnende Semester 1903/04 vergleichende Studien über die gegenwärtigen Lehrpläne und Instruktionen von 1900 und den Organisationsentwurf von 1849 als Gegenstand der Seminarübungen beabsichtigt. Ich stimme diesem Plane mit Freude zu. Denn wie ich seit Jahren in meinen Kollegien über Gymnasialpädagogik vom Organisationsentwurfe ausgegangen bin, so ist es auch meine tiefste Überzeugung, daß wir noch heute allen Grund haben, auf dieses Grundwerk von Exner und Bonitz aus dem Jahre 1849 stolz zu sein....

Und nun noch ein Wort nicht des Amtes, sondern des Herzensbedürfnisses: Es hat letzthin in der Fakultätssitzung ein Kollege mich mit den Worten empfangen: „Willmann läßt Ihnen sein Seminar ans Herz legen." Ich antwortete darauf: „Es liegt mir am Herzen!" Es drängt mich, noch ehe ich in der akademischen Antrittsvorlesung die Anknüpfung an Willmanns Lebenswerk öffentlich verspreche, Ihnen, meine Herren Kollegen im Seminarlehrkörper, die Überzeugung auszusprechen, daß Willmann seine pädagogische Lehrkanzel und seine Seminarleitung zur ersten ihrer Art gemacht hat. Und so lege ich denn vor allem in Ihre Hand das Gelöbnis ab.: Ich werde das Prager pädagogische Universitätsseminar hegen und pflegen im Sinne des Goetheschen Wortes von der ‚geprägten Form, die lebend sich entwickelt'!"

Durfte ich hoffen, durch diese am Beginn meiner Prager Wirksamkeit gesprochenen Worte sei wenigstens der gute Wille bezeugt, dem von Willmann in seiner Abschiedsrede geäußerten und von Loos uns überlieferten Wunsche nach stetiger Fortführung des Seminars zu entsprechen, so darf ich nun sagen, daß auch auf dem Wege der Weiterentwicklung des Seminars schon ein erfreulicher Schritt nach vorwärts geschehen ist. Nachdem nämlich im Wintersemester, gemäß den Vorbesprechungen zwischen Willmann und Frank, zwölf Theoretika über den Organisationsentwurf und die gegenwärtigen Instruktionen sowie zwei Praktika abgehalten wurden, ist es für das Sommersemester gelungen, die Mehrzahl der zwölf Praktika (die bloß theoretischen Übungen habe ich in ein zweistündiges Kolleg: „Besprechung auszuwählender pädagogischer Schriften und Fragen" verlegt), mit Themen aus dem laufenden Lehrstoffe zu versehen. Die technischen Schwierigkeiten einer solchen Auswahl sind nicht gering; um so wärmerer Dank gebührt den an ihre Überwindung gesetzten Bemühungen der Herren des Seminar- und des Gymnasiallehrkörpers.

Aber auch noch eines weiter ausschauenden Blickes nach vorwärts sei schon heute gedacht. Fast immer und überall hört man die alte Streitfrage: „Pädagogisches Universitäts- oder Gymnasialseminar?" auf das *aut-aut* zugespitzt. In Prag hatten wir lange ein Universitätsseminar ohne Gymnasium, in Wien das Gymnasialseminar ohne Universität, bekanntlich unter der Bezeichnung „erweitertes Probejahr". Die Erfahrungen des letzten Jahres haben mir nun bestätigt, was mir längst aus naheliegenden Erwägungen klar gewesen war: daß es die vollkommenste Lösung unseres Problems wäre, wenn sich an das Universitätsseminar das erweiterte Probejahr anschlösse. Es wäre ja doch, von allen äußeren, aber hoffentlich vorübergehenden Hemmnissen, wie Supplentenmangel u. dgl., abgesehen, für jeden Lehramtskandidaten offenbar das Natürlichste und Wohltätigste, wenn er nach möglichst gründlicher pädagogischer Vorbereitung an der Hochschule, die aber dem ein-

zelnen Seminaristen auch in dem günstigsten Falle des Willmannschen Seminars immer nur ein bis zwei praktische Lehrauftritte gestatten kann, sogleich nach abgelegter Lehramtsprüfung den ganzen Reichtum des wirklichen Schullebens eines Probejahres sozusagen am eigenen Leibe kennen lernt, u. zw. des Probejahres, wie es Loos als Gymnasialdirektor in Wien zum erstenmal als „erweitertes" versucht hat und das nun aber auch insofern ein „entlastetes" Probejahr wäre, als es nicht mehr allerlei von der Universitätspädagogik her verbliebene Lücken auszufüllen brauchte. Am wirksamsten ließe sich dann ein so erweitertes Probejahr natürlich an demjenigen Gymnasium einrichten, dem auch das Universitätsseminar nach dem Vorbilde der Prager Einrichtung eingegliedert ist.

Zu meiner größten Freude wurde mir kund, daß dieses Ideal einer künftigen Ausbildung unseres Mittelschullehrerstandes in dem Manne lebendig ist, dem die Pflege pädagogischen und philosophischen Geistes an den österreichischen Mittelschulen seit langem ihr Bestes dankt. Und ich darf auch schon meinen persönlichen Dank hinzufügen für das warme Entgegenkommen, das jener Gedanke einer Weiterbildung des Prager pädagogischen Universitätsseminars bei den Mitgliedern des böhmischen Landesschulrates, den Herren Landesschulinspektoren Kloucek, Langhans und Muhr, gefunden hat."

Es sei gestattet, hier auch sogleich die folgenden Stellen aus einem drei Wochen später ebenfalls in der Beilage „Erziehung und Unterricht" zur „Wiener Abendpost" erschienenen, mit H. unterzeichneten Artikel wiederzugeben. (Jeder österreichische Schulmann weiß, daß diese Chiffre H. die des Referenten des Unterrichtsministeriums, des Herrn Hofrat Huemer, ist.)

In dem Artikel „Die Ausbildung des Mittelschullehrers" sagt H. nach einer Schilderung des einfachen und des erweiterten Probejahres:

„Dieses erweiterte Probejahr fand bis zum Eintreten des Lehrermangelt eine gesunde Entwicklung und es ist bezeichnend, daß erst in jüngster Zeis zwei Professoren der Philosophie und Pädagogik an den Hochschulen (Höfler und Martinak) die Weiterentwicklung der pädagogisch-didaktischen Ausbildung unserer Kandidaten in der allgemeinen Einführung des erweiterten Probejahres und in der organischen Angliederung an das Universitätsseminar für Pädagogik sehen. Tatsächlich kann eine völlige Ausnützung des Probejahres erst dann erfolgen, wenn dasselbe vom theoretischen Teile möglichst entlastet wird durch Vorlesungen und Übungen auf der Universität.

Der nun seit Jahren bestehende Lehrermangel, der allem Anscheine nach bald von einem Kandidatenüberflusse abgelöst werden wird, führte weiter zu einem Modus, der insbesondere in Galizien, wo seit Dezennien der Lehrermangel besteht, beliebt wurde. Es war nämlich in Anlehnung an das von Otto Willmann entwickelte pädagogische Universitätsseminar in Prag, das in sogenannte Theoretika und Praktika zerfällt, die Einrichtung getroffen worden, daß Studierende an der philosophischen Fakultät in den zwei letzten Jahren ihres Universitätsquadrienniums unter Leitung von Dozenten der Pädagogik, die zugleich Direktoren von Mittelschulen sind, an Gymnasien in das praktische Lehramt eingeführt wurden. Diese Kandidaten treten gleich nach Absolvierung der geforderten Universitätssemester in den praktischen Schuldienst. Es ist begreiflich, daß die Schulen auch von dieser notdürftigen Einführung ihren Vorteil haben, ob aber die Kandidaten dadurch nicht an ihrer wissenschaftlichen Fachausbildung Einbuße erleiden, ist für den Kundigen kaum ein Zweifel. Erst soll doch der Kandidat in seinem Fache tüchtig

ausgebildet sein, bevor er an die methodisch-praktische Behandlung des Lehrgutes an den Mittelschulen herantritt. In dieser Beziehung mußten auch die von Willmann eingeführten Praktika mancherlei Wandel durchmachen und scheint dieses Problem noch immer der definitiven Lösung zu harren."

Am 3. Mai 1907 brachte dann die „Wiener Abendpost" einen wieder mit H. unterzeichneten Artikel „Lehrerbildungsfrage", dem wir die Stelle entnehmen:

„Dieses erweiterte Probejahr fand bis zum Eintreten des Lehrermangels eine gesunde Entwicklung, es findet gegenwärtig, wo der Lehrermangel teilweise behoben ist, eine Verbreiterung auch außerhalb Wiens, ja es wurde von Professoren der Pädagogik die allgemeine Einführung desselben gefordert. Dieses Ziel muß auch angestrebt werden; gleichzeitig sollte jedoch auf Grund der gemachten Erfahrungen das erweiterte Probejahr einer Reform unterzogen werden. Es hat sich nämlich herausgestellt, daß dem erweiterten Probejahr zu viele und zu große Aufgaben gestellt sind. Die Hauptaufgabe desselben bleibt die Einführung ins praktische Lehramt, der theoretischen Unterweisung fällt die Erweiterung der auf der Hochschule gewonnenen Vorbildung zu. Gegenwärtig ist aber an den Hochschulen nicht überall in der bezeichneten Richtung Vorsorge getroffen, es fehlt noch an Lehrkanzeln für Pädagogik und Didaktik, und wenn auch solche bestehen, so ist nicht immer der notwendige Kontakt zwischen Hochschule und Lehrerseminar hergestellt. Soll das Probejahr seiner Aufgabe völlig gewachsen sein, so müssen bei den Kandidaten die wissenschaftlichen pädagogischen Grundlagen gefestigt sein, auf denen die praktische Pädagogik weiterbaut. Dies entspricht dem Grundsatze: Die Theorie falle der Hochschule, die praktische Einführung der Mittelschule zu."

Ferner gedenkt H. „einer vor kurzem erhobenen Forderung, daß an den Hochschulen neben den Vorlesungen über allgemeine Erziehungs- und Unterrichtslehre auch Kollegien über die Methodik der einzelnen Unterrichtsfächer in wissenschaftlicher Form gehalten werden. Da bei diesen Vorträgen die Erfahrungen der praktischen Pädagogik verwertet werden müssen, so liegt es nahe, daß mit diesen Lehraufträgen wissenschaftlich gebildete praktische Schulmänner betraut werden.

Wie ganz anders könnte dann im Probejahr die spezielle Didaktik für die Bedürfnisse des heimischen Schulwesens zur Entfaltung gebracht und dem Kandidaten verdeutlicht werden! In solchen Kollegien könnte auch die wissenschaftliche Ausbildung der Kandidaten in der Weise ergänzt werden, daß wichtige Unterrichtsteile, mit denen sich die strenge Fachbildung nicht befaßt, für die Zwecke der Mittelschule behandelt werden. Man denke an Vorträge, z. B. über die Interpretation der Klassiker vor Schülern, über niedere Mathematik, über Stilübungen und Aufsätze, über den Geschichtsvortrag, über das Schulexperiment in der Physik und Ähnliches."

Ein dritter Aufsatz vom 21. November 1907 „Probejahr und praktische Lehramtsprüfung" sagt u. a.:

„In Österreich hat man, und zwar mit vollem Recht, immer die wissenschaftliche Ausbildung der Lehrer für Mittelschulen als das Höhere erachtet und diese daher in den Vordergrund gerückt. Die praktische Ausbildung und Erprobung der Kandidaten wurden wie ein Anhängsel in der Prüfungsvorschrift behandelt. Seitdem nun die Unterrichts- und Erziehungslehre als wissenschaftliche Disziplinen zur gerechten Geltung gelangt sind, die pädagogische Literatur an Umfang und Wert gewonnen hat, die in der Praxis stehen-

den Lehrer selbst die Notwendigkeit einer tiefergehenden praktischen Vorbildung erkannt haben, ist auch der Ruf nach einer strengen geregelten Vorbildung der Lehrer immer mehr laut geworden. Die Unterrichtsverwaltung hat zwar die Prüfungsvorschrift in der bezeichneten Richtung noch nicht abgeändert, aber sie hat durch die probeweise Einführung des erweiterten Probejahres, durch die Förderung pädagogisch-seminaristischer Einrichtungen an Hochschulen die Notwendigkeit einer Reform bereits zugegeben.

Und einer weitgehenden Abänderung des Bestehenden bedarf es unseres Erachtens nicht. Das erweiterte Probejahr, für dessen allgemeine Einführung sich Professoren der Pädagogik an unseren Schulen wiederholt ausgesprochen haben, ist einer Ausgestaltung fähig auch in dem Sinne, daß es mit einer näher zu organisierenden praktischen Prüfung über Unterrichts- und Erziehungslehre, Geschichte der Pädagogik, Gesundheitslehre, Gesetze und Vorschriften, Schulpraxis überhaupt u. ä. abschließt."

Angesichts so oft und energisch bekundeter Gesinnungen des Herrn Mittelschulreferenten im Unterrichtsministerium, die für die Pädagogik achtungs- und hoffnungsvoll waren und sind, war nach meiner Ernennung zum Professor der Pädagogik an der Universität Wien im Herbst 1907 mein erstes eine Besprechung mit Herrn Hofrat Huemer über die Übertragung der Prager Seminareinrichtungen nach Wien und ihre Weiterbildung im Sinne der von ihm und mir geforderten organischen Verbindung von Hoch- und Mittelschulseminarien.

Es waren sodann für diesen Gedanken zu gewinnen einerseits die Wiener philosophische Fakultät, der das pädagogische Universitätsseminar angehört, andrerseits die Männer der Mittelschule.

Wie ich es mir in Prag zur Pflicht gemacht hatte, erst ein Jahr lang das Funktionieren des Seminars in der Verfassung, die ich dort 1903 vorgefunden hatte, zu beobachten, ehe ich mit meinen Vorschlägen zu seiner Weiterbildung im Sinne des angeführten Aufsatzes der „Wiener Abendpost" vom 10. November 1904 hervortrat, wartete ich auch in Wien mein erstes Amtsjahr 1907/08 ab, ehe ich in der ersten Fakultätssitzung Herbst 1908 die Einsetzung einer Kommission behufs Ausgestaltung des pädagogischen Seminars beantragte. Die hiermit eingeleitete Aktion brachte mir zunächst zwei Überraschungen: eine freudige seitens meiner Hochschulkollegen im Frühjahr 1909, dagegen eine — wieder ein Jahr später, im Frühjahr 1910 — minder erfreuliche seitens meiner Kollegen von der Mittelschule. Da beides über eine bloß persönliche Erfahrung weit hinausreicht, vielmehr besser als jede allgemeine Betrachtung geeignet ist, das grundsätzliche gegenwärtige Verhalten der Universität und der Mittelschule zum Problem der Vorbildung von Universitätsstudierenden für ihren künftigen Mittelschullehrerberuf zu beleuchten, so teile ich über beide Seiten jener Vorgänge noch einiges Nähere mit.

Die in der Fakultätssitzung Herbst 1908 eingesetzte dreizehngliedrige Kommission kam nach drei Sitzungen zu dem einstimmigen Beschlusse, daß das Wiener pädagogische Universitätsseminar durch organische Verbindung mit Wiener Mittelschulseminarien in ähnlicher Weise auszugestalten sei, wie ich es als Weiterbildung der in Prag bewährten Einrichtung empfahl. Diesem einstimmigen Beschlusse der Kommission stimmte dann im März 1909 die Fakultät mit Mehrheit bei.

Dieses Ergebnis war ein, wie gesagt, für die Pädagogik hocherfreuliches. Denn weit über den konkreten Einzelfall hinausgehend hat mit diesem Beschluß unsere Wiener philosophische Fakultät einen prinzipiellen Schritt getan in einer Richtung, die der einer überwiegenden Mehrzahl philosophischer Fakultäten in Deutschland und Österreich entgegengesetzt ist, so weit es das Zusammengehen von Hoch- und Mittelschule behufs Heranbildung der Lehramtskandidaten für ihren künftigen Mittelschulberuf gilt. Gegen ein solches Zusammengehen hatten sich nämlich bisher fast alle philosophischen Fakultäten[1]) ablehnend verhalten und alle Sorge um das Pädagogische den Mittelschulen überlassen. Teils Gleichgültigkeit, teils ausdrücklicher Widerstand der philosophischen Fakultäten gegen jedes Hinausblicken über die Hochschule auf die neben den fachwissenschaftlichen auch pädagogischen Aufgaben der Mittelschule hatten seit etwa einem Jahrhundert (man kann sagen, mindestens seit den Zeiten F. A. Wolfs im Gegensatz zu den vorausgegangenen schulfreundlicheren Bemühungen zum Beispiel Gesners und Ernestis) dahin geführt, daß es pädagogische Seminare an Universitäten nur in ganz kleiner Zahl und solche in Verbindung mit Mittelschulseminarien gar nicht (oder höchstens als zeitweilige Ausnahme) gab und gibt. Dagegen war in einzelnen Fällen eine Verbindung von pädagogischen Hochschulseminarien mit dem Volksschulunterricht versucht und ganz besonders zum Beispiel von Rein[2]) bis heute aufrecht erhalten worden.

---

[1]) Vgl. alles Einzelne hierüber in der schon oben S. 20 angeführten Schrift von Rehm.

[2]) Es wäre in mancher Hinsicht aufschlußgebend, nachzusehen, inwieweit es vielleicht unbewußt persönliche Ursachen waren und sind, die es einigen Hauptvertretern der Pädagogik Herbartscher Richtung, wie Willmann und Rein, die in ihren Anfängen selber der Volksschule nähergestanden waren als der Mittelschule, auch später nahe legten, die Mittelschul-Lehramtskandidaten lieber durch Volks- als durch Mittelschulunterricht mit der Praxis des Schulehaltens bekanntzumachen.

Aber selbst angenommen, ein solches Zurückgehen auf die Volksschule wäre noch besser als nur auf die Mittelschule, so würde hier das Bessere der Feind des Guten; denn die Mittelschulkandidaten müßten Gastrollen im Volksschulunterricht als eine noch stärkere Ablenkung von ihren Hochschulstudien empfinden, als schon den praktischen Lehrauftritten Willmanns vorgeworfen wurde, die denn auch erst spät (nämlich nach endlos erscheinenden Kämpfen mit dem böhmischen Landesschulrat) ihre Verbindung mit einem Gymnasium erreichten.

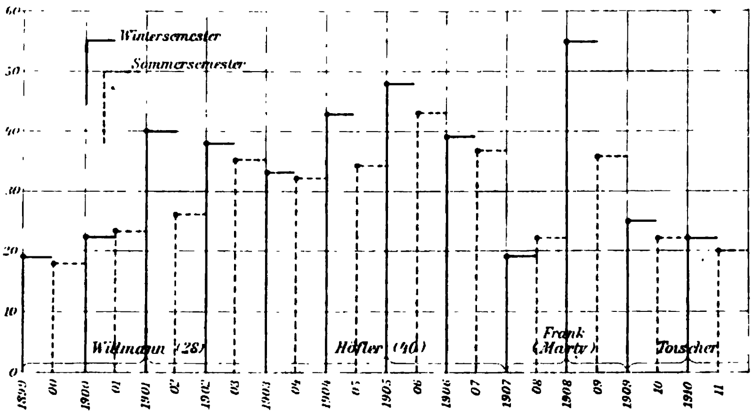
Der, wie man meinen sollte, viel näherliegende Gedanke aber, den Hochschüler ebensogut ab und zu einen Blick in die Stätte seiner künftigen Wirksamkeit, eben die der Mittelschule, tun zu lassen, wie man etwa Studierende der Technik Exkursionen in Fabriken machen läßt, schien angesichts jenes Widerstandes der Hochschulen wie etwas, das trotz eines ersten Anscheines von Selbstverständlichkeit doch irgend welche Unmöglichkeiten an sich tragen müsse. Wer so schlösse, würde freilich übersehen, daß, wenn das Vernünftige auf was immer für einem Gebiet und aus was immer für zufälligen Gründen eine Zeitlang unterlassen worden war, es eben hiedurch allerlei Verdacht gegen sich erweckt, der dann umso schwerer zu widerlegen ist, je weniger er überhaupt klar und fest zu fassen und zu formulieren wäre. Und wer sich dann gewöhnt hat, auch ohne das Vernünftige auszukommen, ist natürlich von solcher irrationellen Gewohnheit durch bloße Verstandesschlüsse nicht zurückzubringen.

Daß nun im Gegensatze zu solchen Vorurteilen die Wiener Kommission und Fakultät sich von der Zweckmäßigkeit und Durchführbarkeit einer organischen Verbindung von Hoch- und Mittelschulseminarien hat überzeugen lassen, habe ich gewiß nicht irgend welcher theoretischen Deduktion, sondern dem unmittelbaren Hinweis auf meine Prager Erfahrungen, nämlich auf den dortigen Bestand und die Bewährung des Zusammengehens, der Universitätspädagogik mit einem wirklichen Gymnasium, dem Altstädter Gymnasium unter dem Direktor Frank, zu verdanken. Ich konnte meinen Kollegen in der Wiener philosophischen Fakultät auf alle ins einzelne gehende Anfragen solche Berichte über das von mir an meinen Prager Seminaristen Erlebte geben, daß für sie jeder Grund entfiel, unserer Wiener Fakultät die Vorteile eines solchen Zusammengehens mit Mittelschulen noch länger vorenthalten zu wollen. Und so empfahl unsere Fakultät im März 1909 dem Ministerium die Ausgestaltung des Wiener pädagogischen Seminars in dem von mir empfohlenen Sinne. Ehe ich nun aber weiter berichte über die sogleich zustimmende Aufnahme, die unser Fakultätsbericht im Ministerium gefunden hat, und über die sonderbarerweise ablehnende Haltung gegen diesen Ministerialerlass (und hiermit auch den vorausgegangenen Fakultätsbeschluss) seitens des Wiener Vereines „Mittelschule“, schalte ich hier eine etwas nähere Schilderung jener Prager Einrichtungen, wie ich sie 1903 vorgefunden und bis 1907 ausgebildet habe, hier ein; womit ich zugleich einem Wunsch entspreche, der mir gelegentlich seitens einiger verehrter Fakultätskollegen geäußert wurde.

Ich könnte mich zwar hier ganz kurz berufen auf Heft 4 dieser Berichte, wo der Herr k. k. Landesschulinspektor Hofrat Dr. Josef Loos innerhalb seines Berichtes über „Die praktische Vorbildung für das höhere Lehramt in Österreich“, S. 19 und 20, schon über

Willmanns Prager Seminar (und ähnlich über das von Kulczyński in Krakau) berichtet hat. Da sich aber dieser Bericht nur bis zum Abgang Willmanns 1903 erstreckt, indem der kurze Satz „Die Nachfolger Willmanns in Prag, Höfler und Toischer, haben in dieser Tradition weiterzuwirken gesucht“ [1]), schon nicht mehr erkennen läßt, ob diese Versuche ge- oder mißlungen seien, so mag eine etwas anschaulichere Schilderung noch nicht unzeitgemäß sein. Aber auch diese erlaube ich mir nun nicht ausschließlich mit eigenen Worten zu geben (ich habe dies schon getan in meiner Wiener Antrittsvorlesung: „Philosophie und Pädagogik“ [2]), sondern hierzu einem meiner damaligen Prager Schüler noch nachträglich öffentlich das Wort zu erteilen.

[1]) Dazu gibt Loos noch die Anmerkung (S. 20): „Nach Erkundigungen, die ich noch knapp vor Abschluß des Manuskriptes einziehen konnte, haben an den Übungen des Prager Universitätsseminars im Wintersemester 1908/09 55, im Sommersemester 36 Studierende teilgenommen. Im Wintersemester 1909/10 betrug ihre Zahl 25, im Sommersemester 22.“



Diese Mitteilungen über die Entwicklung des Seminars unter Toischer erlaube ich mir zu ergänzen durch solche über die Teilnehmerzahlen während meiner Amtsjahre von 1903 bis 1907. Es geschieht am raschesten und vollständigsten durch die beifolgende graphische Darstellung, für die auf meine Bitte ein Mitglied des gegenwärtigen Seminarlehrkörpers des Altstädter Gymnasiums den Jahresberichten die authentischen Zahlen entnommen hat. Da die Durchschnittszahl aller Hörer der philosophischen Fakultät in Prag etwa 200 ist (allerdings zwischen weit auseinanderliegenden Minimis und Maximis), so wären, wenn man acht Semester annimmt und überdies, daß jene 200 Hörer sich alle auf den Mittelschulberuf vorbereiten, die Zahl von etwa 25 gerade das einfach Normale: Ein Semester pädagogisches Seminar auf jeden Kandidaten. Mit dieser Durchschnittsrechnung aber trifft die Wirklichkeit schon deshalb nicht zusammen, weil tatsächlich immer eine Anzahl Hörer das Seminar mehr als ein Semester lang besuchten und für diese also solche Hörer der philosophischen Fakultät kommen, die dem Seminar überhaupt fernbleiben. Bis zu

[2]) S. o. S. 2, Anm.

In meinem vorletzten Prager Semester (Winter 1906/7) hat Herr stud. phil. Otto Müller als Gegenstand eines „Theoretikums" (so hatte Willmann die Seminarübungen genannt, die im Hörsaal der Universität, nicht im Gymnasium wie die „Praktika", abgehalten wurden) ein „Referat über die Leistungen des Seminars unter Willmann und im abgelaufenen Semester" gewählt. Ich schalte hier ein, daß ich sogleich nach meinem Amtsantritt in Prag eine größere Anzahl Exemplare des Schriftchens von Willmann „Das Prager pädagogische Universitätsseminar in dem ersten Vierteljahrhundert seines Bestehens" (Herder 1901) angeschafft und den Mitgliedern des Seminars zu Beginn jedes Semesters zur Pflicht gemacht hatte, sich mit seinem Inhalt bekanntzumachen. Auf Grund dieses Schriftchens vollzog dann auch der Referent die verlangte Vergleichung. Ich entnehme dem Referat des Herrn Müller das Folgende:

„An der Hand der erwähnten Schrift soll zunächst der Zweck des Seminars und seine Stellung im Ganzen des österreichischen Bildungswesens erläutert werden, dann will ich kurz seine Ausgestaltung und Entwicklung berühren, um schließlich auf die im letzten Semester bearbeiteten Themen im Vergleich zu denen aus früheren Jahren näher einzugehen.

»»Die höheren Schulen sollen ihren Schülern Bildung durch Wissenschaft gewähren und die Befähigung, an denselben zu wirken, ist ebensowohl durch wissenschaftliche Studien als durch didaktische Schulung bedingt. Die Stätte der ersteren ist die Universität, die letztere wird zweckentsprechend an der Schule selbst erworben, und so stellt das Studium an der philosophischen Fakultät die theoretische, die Einführung in das Lehramt durch geübte Lehrkräfte die praktische Seite der höheren Lehrerbildung dar.

So einfach danach die Lösung der Aufgabe erscheint, so wird sie doch dadurch erschwert, daß sich Studium und Schulung, Theorie und Praxis nicht so ohneweiters zusammenschließen, ja die beiden Bildungsstätten, Universität und Schule, eher einander abgekehrt als zum Zusammenwirken geneigt erscheinen. Der Forscher und Schulmann werden nicht von den nämlichen Interessen geleitet; wissenschaftliche Erkenntnisse erarbeiten und dieselben als Lehrgut verarbeiten, sind Aufgaben verschiedener Natur. Der Universitätslehrer lehrt wohl, aber der künftige Schulmann wird zu unterrichten haben, wofür er an jenem nicht ein Vorbild findet. Der Universitätsunterricht hat den Zug zum

---

meinem Abgang hatte sich die durchschnittliche Teilnehmerzahl von 28 auf 40 gehoben. Meinem Abgange folgte dann ein zweijähriges Interregnum, in welchem Direktor Frank allein das Seminar leitete (denn der von der philosophischen Fakultät Prag mit der Leitung formell beauftragte Professor Marty hat sich, wie ich höre, nicht weiter um dieses Seminar gekümmert).

Daß jenes Anwachsen von 28 auf 40 sich noch bis zu der von Loos mitgeteilten Zahl 55 fortsetzte, ist vielleicht nur ein Beispiel zum Beharrungsgesetz, scheint aber immerhin zu zeigen, daß die Studierenden zum Seminar wachsendes Vertrauen gefaßt hatten und es auch noch behielten, als Direktor Frank mit dem Gymnasiallehrkörper das Seminar leitete. Warum jene Zahl dann so rasch auf 22 sank, entzieht sich meinen Vermutungen; auch Loos gibt keine solchen.

Spezialisieren, im Schulunterricht muß dagegen eine Mehrheit von Wissenschaften zur Zusammenwirkung gebracht werden.«« (Willmann.)

Das Hochschulstudium ist eben nicht als direkte Vorbereitung für das Mittelschullehramt gedacht, und daraus läßt es sich erklären, daß einzelne Disziplinen, welche der Mittelschullehrer unbedingt braucht, an der Universität überhaupt keine Berücksichtigung finden. So wurde z. B. in einer der letzten Seminarstunden darüber geklagt, daß der neuhochdeutschen Grammatik in Prag nicht die gewünschte Aufmerksamkeit zugewendet werde und ähnlich ergeht es ja auch den Hörern der Mathematik und anderer Fächer.

Das Bedürfnis, diese Gegensätze zu überbrücken, hat unser pädagogisches Seminar ins Leben gerufen, in welchem die Prager Alma mater eine Institution besitzt, die einzig in ihrer Art dasteht, welche wir nicht nur an keiner anderen Universität Österreichs wiederfinden, sondern auch an allen Hochschulen Deutschlands vergeblich suchen würden.

Gegründet im Jahre 1876 hatte das Seminar in den ersten elf Jahren seines Bestehens vorwiegend theoretischen Charakter und wurde erst im Laufe der Jahre immer weiter ausgestaltet und in praktischer Beziehung zur Erfüllung seines Zweckes geeigneter gemacht. Zunächst bestanden die Übungen laut Statut § 1:

„I. In schriftlichen Arbeiten und Vorträgen über Themen aus dem Gebiete der allgemeinen Pädagogik, der Didaktik, der Geschichte der Pädagogik und der Lehre vom Schulwesen.

II. In Lektüre, Erklärung und Kritik von einschlägigen, insbesondere philosophisch-pädagogischen Schriften oder von Partien aus solchen durch die dazu bestimmten Mitglieder.

III. In freien Kolloquien oder Disputationen vorzugsweise im Anschlusse an die übrigen Übungen und die pädagogischen Vorlesungen.

IV. In Erläuterung von Gesetzen und Verordnungen, welche das Schulwesen betreffen, mit vorwiegender Rücksicht auf die österreichische Schulgesetzgebung."

»»Bei aller Mannigfaltigkeit ließen diese Übungen doch nicht alle Seiten der in erste Linie zu stellenden Didaktik zur Geltung kommen; insbesondere fanden die didaktische Technik, d. i. das Unterrichtsverfahren im einzelnen, und die didaktische Formgebung, d. i. die Gestaltung eines Lehrinhaltes im ganzen, dabei nicht genügende Vertretung. In dieser Rücksicht verlangt der Vortrag der Didaktik etwas Ähnliches, wie es der der Naturwissenschaften an den Demonstrationen, Experimenten, Exkursionen hat, eine Veranschaulichung, welche die theoretische Belehrung bei den Hörern erst zum vollen Verständnis bringt. Derartiges kann die Didaktik nur bei der Schule finden.«« (Willmann.)

Um also einen Zusammenschluß von Theorie und Praxis und ein Bindeglied zwischen Universität und Mittelschule herzustellen, wurde das Seminar im Jahre 1887 zunächst auf Grundlage privater Verständigung mit dem Direktor mit dem I. Prag-Neustädter Gymnasium, 1899 offiziell mit dem Altstädter Gymnasium in Verbindung gesetzt und die Übungen weiter ausgedehnt auf:

»»Lektionen, welche die Mitglieder über vorher bestimmte Materien, auf Grund sorgfältiger Vorbereitung, vor Schülern einer Mittelschule in Gegenwart des Seminars halten««. (Willmann.)

Die theoretischen Übungen mußten demnach zugunsten der praktischen eingeschränkt werden, welche bei der endgültigen Aus-

gestaltung den ersteren als gleichberechtigt an die Seite gestellt wurden Und an diesem Modus wurde auch fernerhin festgehalten, nur machte sich besonders im abgelaufenen Semester eine noch stärkere Betonung der praktischen Übungen geltend.

Am Beginn des verflossenen Semesters wurde eine gleiche Anzahl von Themen für Praktika und Theoretika den Hörern zur freien Auswahl gestellt, wobei aber die Anzahl der Themen größer war als die der Seminarstunden. Da hat es sich nun ganz deutlich gezeigt, daß von den Hörern die Praktika viel lieber gewählt und dann mit viel regerem Interesse in Angriff genommen wurden als die Theoretika. Daraus geht hervor, daß sich die Mehrzahl von ersteren eine größere Förderung in ihrer Ausbildung verspricht. Das Seminar kam während des Semesters sechzehnmal zusammen und in dieser Zeit wurden von den Mitgliedern acht Praktika absolviert, während die Zahl der Theoretika nur die Hälfte, d. i. vier betrug, wenn ich die heutige Stunde, die ja doch mehr oder weniger aus dem Rahmen der anderen Übungen herausfällt, mit hinzuzähle. Von den restlichen vier Stunden wurden je zwei zu Musterlektionen, abgehalten vom Seminarvorstand, und zur Hospitierung der Übungen benützt, welche an der hiesigen Lehrerbildungsanstalt zur pädagogischen Ausbildung der künftigen Volksschullehrer vorgenommen werden. Die Praktika hatten ferner einen weit lebhafteren Besuch zu verzeichnen und, was wohl am schwersten in die Wagschale fällt, sie zogen fast ausnahmslos viel lebhaftere Debatten nach sich, welche auf ein regeres Interesse der Hörer schließen ließen als bei den theoretischen Übungen... Am geeignetsten, das Interesse der Hörer zu erregen, sind unzweifelhaft jene Fragen, welche sich mit der weiteren Ausgestaltung des Bestehenden, Bekannten beschäftigen. So ist z. B. die Forderung, daß in den unteren Klassen der Mittelschule endlich mit dem Auswendiglernen geometrischer Beweise gebrochen werden soll, von den anwesenden Mathematikern mit dem lebhaftesten Interesse aufgenommen und auch außerhalb des Seminars viel besprochen worden. Mit noch größerer Aufmerksamkeit sind wir dann den Ausführungen des Herrn Seminarvorstandes gefolgt, als er diese Frage zum Gegenstande einer Musterlektion machte.

Etwas anders lag die Sache wenigstens bei dem einen Theoretikum aus klassischer Philologie. Wie die nachher abgehaltene Rundfrage deutlich gezeigt hat, waren alle Anwesenden, die ja doch selbst fremde Sprachen auf grammatikalischer Grundlage gelernt haben, von vornherein von dem Vorteile überzeugt, den das Sprachgefühl der Muttersprache aus der Pflege des Latein zieht. Für den Vortragenden war es also schwer, seinem Auditorium neue Anregungen zu bieten. Mit Rücksicht auf den zweiten Vortrag, Forderungen, die an eine gute Übersetzung aus der fremden Sprache in die eigene gestellt werden, erinnere ich mich zwar nicht, von meinen Lehrern jemals andere Grund- und Leitsätze gehört zu haben, doch ist es wohl möglich, daß man an anderen Mittelschulen in dieser Hinsicht noch rückständiger ist und ich möchte mir hier kein Urteil erlauben.

Das Thema des letzten Theoretikums: Unterricht der Astronomie an der Mittelschule, mußte wohl jedem, der den heutigen ziemlich allgemein verbreiteten Unterrichtsbetrieb dieser Disziplin an sich selbst erfahren hat, das lebhafteste Interesse abgewinnen; nur wäre vielleicht zu bemerken, daß das Thema in erschöpfender Weise in demselben Semester in einem Kolleg des Herrn Professors Höfler besprochen wurde und mithin jenen Seminarmitgliedern, welche letzteres besucht

haben, nicht viel mehr geboten werden konnte, als eine nochmalige gedrängte Zusammenfassung des bereits Gehörten. Wenn trotzdem bis zum Schlusse die gespannteste Aufmerksamkeit herrschte, so war dies ein besonderes Verdienst des Herrn Vortragenden und seiner eigenen Begeisterung für die gute Sache zu danken. Für einen Vorzug möchte ich es ansehen, daß er — selbst der Realschule entwachsen — sich mehr mit dem Betriebe des astronomischen Unterrichtes in den obersten Klassen der Realschule als des Gymnasiums beschäftigte, da doch gerade am Tage vorher in dem genannten Kolleg über den Betrieb im Gymnasium gesprochen worden war, während auf den analogen Vorgang in der Realschule nicht mehr ausdrücklich eingegangen wurde.

... Nach meinem Eindrucke dürfte der Anteil dessen, was der Vortragende selbst leistet, also nicht bloß mit mehr oder weniger großem Fleiße zusammenträgt, beim Praktikum in der Regel größer sein als beim Theoretikum. ...

Für die heuer zu behandelnden Themen wurde der Gedanke, einen einheitlichen Stoff zu wählen, fallen gelassen und statt dessen sollten sie gleichmäßig auf die einzelnen Lehrgegenstände verteilt werden, so zwar, daß nach Maßgabe der Zeit für jeden Gegenstand zwei Seminarstunden entfallen wären, je ein Theoretikum und ein Praktikum. Die zwei Stunden sollten dann, um ein vollkommenes Ineinandergreifen von Theorie und Praxis zu ermöglichen, so verteilt werden, daß Theoretika und Praktika wechseln und erstere in der Regel als Vorbereitung der letzteren gelten sollten; bezw. die Forderungen und Resultate der Theorie sollten praktisch verwertet und verarbeitet werden. Die nachfolgenden Debatten, welche sonst oft mangels an Zeit abgebrochen werden mußten, können bei dieser Anordnung besser ausgesponnen und zu einigem Abschluß gebracht werden. Und gerade diese Besprechungen sind ja häufig das Interessanteste und Anregendste. Hier wurde eine ganze Reihe pädagogischer und didaktischer Fragen wenigstens angeregt, wenn sie auch nicht immer zum Austrage gebracht werden konnten. ...

Von den einzelnen Unterrichtszweigen ist diesmal M a t h e m a t i k etwas reichlicher bedacht worden, indem auf diesen Gegenstand ausnahmsweise drei Stunden entfielen. Gerade hier zeigte es sich recht deutlich, wie vorteilhaft es ist, wenn Theorie und Praxis Hand in Hand gehen und sich gegenseitig ergänzen. Nachdem das gestellte Thema: „Experimentelle Geometrie in den Unterklassen“ den Hörern auf den ersten Blick noch etwas fern lag, benutzte Herr Professor Höfler den Stoff zu einer Musterlektion, die nicht vor Schülern, sondern vor den Mitgliedern des Seminars gehalten wurde. Bei der als Beispiel gewählten Entwicklung des Pythagoreischen Lehrsatzes hat nun erst jeder der Hörer die Überzeugung gewonnen, daß eine solche Behandlung des Stoffes weitaus fruchtbarer ist als das herkömmliche Beginnen mit Voraussetzung, Behauptung und Beweis. Das Beispiel dieses einen Lehrsatzes zeigte auch sogleich viel allgemeiner, daß unser Unterricht in den Unterklassen noch viel zu viel ein bloßes Vorwegnehmen der wissenschaftlichen Geometrie der oberen Klassen ist, statt im Anfange vor allem der Anschaulichkeit Rechnung zu tragen und die Schüler zur Selbstbetätigung, zur Ausbildung auch manueller Fertigkeiten anzuhalten. Jeder von uns hat wohl gerade aus dieser Stunde eine Menge für seine spätere eigene Lehrtätigkeit mitgenommen, wofür er dem Seminar gewiß jederzeit den besten Dank wissen wird.

Das folgende Praktikum, das ein Hörer über denselben Gegenstand vor Schülern hielt, hatte als einzige Schwierigkeit die mangelnde Übung im Unterrichten zu überwinden.

In einer dritten Stunde entwickelte dann Herr Professor Höfler, wie das auf dem Wege der Anschauung mehr experimentell Gewonnene auf einer höheren Stufe weiter ausgebaut und vervollkommnet werden kann, wo nun erst der Ort für strenge mathematische Beweise ist. Da diese ein Kind eben nicht begreifen kann, lernt es sie höchstens auswendig und das wird mehr schaden als nützen; denn durch nichts lernt das Kind weniger gut sprechen, d. i. die eigenen Gedanken ausdrücken, als durch Auswendiglernen eines fertigen Lehrbuches.

Am Pythagoreischen Lehrsatze ließ sich in mannigfaltiger Weise zeigen, wie beim Unterrichte vom Speziellen zum Allgemeinen aufgestiegen werden kann und muß. Wir haben gesehen, wie die Schüler vor allem konkrete Vorstellungen verlangen, die erst später die Grundlage für Abstraktionen geben. Selbst wenn so die wissenschaftliche Seite anfangs etwas zu kurz kommt, was Verallgemeinerungen anbelangt, ist ja die Wissenschaft nach oben offen; in erster Linie muß doch immer eine richtige Vorstellung vom speziellen Falle als Vorbedingung für allgemeineres Verständnis angestrebt werden.

Bei Besprechung solcher methodischer Fragen wurden auch Lehrplan und Instruktion nicht aus dem Auge gelassen. Hier bot sich Gelegenheit, die von vielen Seiten angefeindete Teilung des Lehrganges in Ober- und Unterstufe als eine recht glückliche Berücksichtigung der verschiedenen Altersstufen zu erkennen. Immerhin wäre innerhalb dieser zwei Kreise noch manche Umstellung und manche durchgreifende Änderung wünschenswert, ja unerläßlich. Wie soll z. B. der Schüler geometrische Kenntnisse in Geographie verwerten, die er eben noch nicht hat, wie soll er sich eine räumliche Vorstellung von Gebilden machen, die in projektiver Darstellung, mehr oder weniger verzerrt, an die Tafel gezeichnet werden, da doch in unserem Gymnasium die Pflege räumlicher Anschauung noch lange nicht so ausgiebig behandelt wird, wie man in der letzten Zeit mit Recht, z. B. auf den Naturforscherversammlungen, gefordert hat. Umgekehrt hat auch der Lehrer einen recht unangenehmen Stand, der da Voraussetzungen machen soll, wo nichts vorhanden ist. Ich möchte hier gleich von dem Praktikum sprechen, welches über astronomische Geographie gehalten wurde. Die Vorbereitung für dieses Thema war die denkbar beste; beschäftigte sich doch, wie erwähnt, der größte Teil des heurigen Spezialkollegs des Herrn Professors mit demselben Gegenstande, so daß weder die Materie an und für sich noch auch ihre pädagogische Behandlung größere Schwierigkeiten mehr in den Weg legen konnte. Zum Überflusse wurde dann noch die Skizze für den Lehrauftritt im Kolleg bis ins Einzelne durchgesprochen. Es war die einzige Besorgnis vorhanden, der Herr Referent würde bei entsprechender Ausschrotung den gewaltigen Stoff in einer einzigen Stunde nicht bewältigen können: Jährlicher Gang der Sonne, ein Thema, zu dessen Behandlung ein volles Jahr gerade groß genug wäre.... Bei dem Herrn, der das Referat über den jährlichen Gang der Sonne hatte, war das nun anders. Die fachwissenschaftliche Seite beherrschte er selbstverständlich vollkommen, wie es ja auch sonst nur selten vorgekommen ist, daß in dieser Hinsicht Richtigstellungen notwendig wurden. Die zurechtgelegten Fragen waren auch vollkommen befriedigend, aber er wußte weder mit diesen, noch auch mit den Antworten der Schüler viel anzufangen. Der

Stoff wurde ihm unter den Händen so spröde und dürftig, daß er ihm noch lange vor Schluß der Stunde auszugehen drohte. Da ergriff Herr Professor Höfler selbst das Wort und wir hatten Gelegenheit zu beobachten, wie derselbe Stoff unter den Händen des Pädagogen und erfahrenen Lehrers plötzlich Leben bekam und bei den Buben das regste Interesse hervorrief. War es doch weder ein toter Buchstabe noch auch ein hölzernes Modell, das den Schülern eine Vorstellung von dem geben sollte, was draußen in der freien Natur vorgeht, sondern es wurde gezeigt, wie man selbst von enger Schulstube aus einen, wenn auch beschränkten Teil der Naturvorgänge beobachten kann.

Da dieser für die Schüler wie für uns Hörer gleich interessanten Behandlungsweise nur mehr ein Rest der Stunde zur Verfügung gestanden hatte, kam Herr Professor Höfler später noch einmal in derselben ersten Klasse, wenn auch nur für wenige Minuten, auf unser Thema zurück. Zunächst wurde angeklopft, wie viel sich die Schüler zwei Monate lang (von Dezember bis Februar) von den damaligen Eindrücken gemerkt hatten. Es war weniger, als wir erwarteten — ein lehrreiches Beispiel dafür, wie viel Geduld dazu gehört, den kleinen Köpfen etwas Neues beizubringen, so daß es dauernd geistiges Eigentum bleibt. Nach zwei Monaten war selbst die Erinnerung an den Nikolo-Markt und um so mehr an den Ort, wo damals die Sonne hinter dem Rathausdache untergegangen war, schon verblaßt. Wer nicht durch lange Erfahrung daran gewöhnt ist, sich selbst auf den Standpunkt der Schüler zu stellen, begreift oft nicht, wie Sachen, die ihm so selbstverständlich erscheinen, für den Lernenden neu und spröde sind. Z. B. das Erfassen der Schraubenbewegung, welche die Sonne im Laufe eines Jahres um die Erde vollführt und das Festhalten der Schnittpunkte dieser Linie mit dem Horizonte sind für die kleinen Elfjährigen schon starke Zumutungen an ihre durch Geometrie noch so wenig geübte Raumanschauung.

Die realistischen Fächer waren noch vertreten durch ein Praktikum aus Physik über Faradays Kraftlinien, wobei anschließend über Verwendung von Modellen und Apparaten, bezw. des Experimentes im Unterrichte gesprochen wurde, und schließlich durch ein geologisches Thema, das jedoch von einem Chemiker seinem Fache entsprechend behandelt wurde, so daß wir eigentlich nicht eine Stunde Geologie: „Einfluß des Wassers auf die Erdrinde“ zu hören bekamen, sondern eine Stunde Mineralchemie. Wenn auch der Streit um die Frage, ob man vom Standpunkt des Fachmannes zuerst die geologische oder chemische Seite behandeln und so in den Vordergrund rücken solle, nicht entschieden wurde, so unterliegt es wohl kaum einem Zweifel, daß aus pädagogischen Rücksichten die grob sinnlich wahrnehmbaren geologischen Veränderungen in erster Linie in Betracht kämen. Das Thema war ja von allem Anfange nicht für einen Chemiker gestellt worden, und dieser mußte schon deshalb auf Schwierigkeiten stoßen, weil er bei den Schülern keine andere Vorkenntnis aus Chemie erwarten durfte, als sie sich im selben Jahre in der Mineralogie erworben hatten. Das Wenige, was aus Chemie in der Tertia gelernt wird, ist bis zur Quinta, ohne feste Spuren zu hinterlassen, verschwunden und der Lehrer der Naturgeschichte kann wieder von vorn anfangen, statt auf vorhandene Kenntnisse weiterzubauen. Also wieder ein Fall, wo sich die einzelnen Disziplinen nicht in dem Maße in die Hände arbeiten, wie es einfach und leicht geschehen könnte, wenn der Lehrplan auch hier einigermaßen einheitlich wäre, wenn also z. B. Chemie nicht in der Tertia, sondern im zweiten Semester der Quarta angesetzt wäre.

Bezüglich Wahl der Beispiele wurde hier betont, daß sie, wenn irgend möglich, in der engeren Heimat zu suchen sind, um die Schüler wirklich sehen zu lassen, was zu sehen ist.

Unter den humanistischen Gegenständen nahm Deutsch insofern eine Sonderstellung ein, als dem Gegenstande wohl zwei Stunden gewidmet, aber beide zu praktischen Lehrversuchen verwendet wurden. In der einen wurde ein literarisches Thema behandelt: „Der Wanderer" von Goethe. Der Kandidat ließ hier etwas zu viel ästhetische Fragen hereinspielen, für deren Verständnis wohl nicht alle Schüler reif sein mochten.

Die zweite Stunde war der Grammatik gewidmet und stand zu denen aus Latein und Griechisch insofern in Beziehung, als hier das innige Zusammenarbeiten dieser Disziplinen so recht zum Ausdrucke kam. Auch hier ging man von dem Grundsatze aus, den Kaiser Wilhelm II. auf der Berliner Enquete von 1890 zu dem seinigen machte: „daß das Deutsche im Mittelpunkte des Unterrichts stehen müsse". Die fremde Zunge gereicht auch der Muttersprache zum Vorteil; denn, wie Herr Direktor Frank sagte: „Die Muttersprache muß sich an einer andern reiben, damit in der Muttersprache die Besinnung eintritt." Im Deutschunterrichte wurde das Gefüge des Satzbaues durch Heranziehung der entsprechenden lateinischen Konstruktionen leichter verständlich und umgekehrt wurden die Forderungen besprochen, die man an eine gute Übertragung aus der fremden Sprache in die deutsche stellen kann; Forderungen, deren Erfüllung auch an einem praktischen Beispiele, an einer Stelle aus Demosthenes, mit den Schülern versucht wurde.

Wenn wir nun die Durchführung der Theoretika und Praktika mit Rücksicht auf ihre Schwierigkeit vergleichen, so kann wohl behauptet werden, daß erstere bei einigem Fleiß bedeutend leichter sind, denn der Vortrag als Form des Unterrichts wird uns an der Hochschule ja zumeist geboten und liegt uns also näher. Im praktischen Unterrichten, wenigstens im Klassenunterricht sind wir dagegen in der Regel noch vollkommen unerfahren, und der Befangenheit bei den ersten Versuchen kann sich wohl niemand leicht erwehren. Je tiefer man zu den Schülern herabsteigen muß, umso ungewohnter und schwieriger wird wenigstens im Anfang die Arbeit sein. Entgegen dem häufigen, wohl anderen Rücksichten entspringenden Gebrauche wird es angezeigt sein, junge Lehrer mehr in den oberen Klassen zu beschäftigen, wo sie, selbst noch in jugendlicher Begeisterung für ihr Fach, in enger Fühlung mit dem Fortschritt der Wissenschaft stehend, pädagogische Mängel leichter wettmachen können.

Die meisten der Herren waren beim Unterrichte noch viel zu sehr mit sich selbst beschäftigt, statt ihre volle Aufmerksamkeit ihren Schülern zuzuwenden; sie klebten oft an den eigenen Fragen, wußten mit Antworten, die nicht gleich das Richtige trafen, nichts anzufangen, gingen auf unrichtige Antworten, die häufig eine gute Anregung boten, oder wenigstens den Grund der falschen Auffassung erkennen ließen, nicht weiter ein. Ebenso wurden die Verbindungen der einzelnen Fragen und die Übergänge noch nicht fest hergestellt, die Teile schlossen sich oft nicht zum Ganzen zusammen. Vieles wurde den Schülern einfach an den Kopf geworfen, ohne daß sie wußten, wie sie dazu kamen, da sie sich ja nicht selbst angestrengt und nicht mitgearbeitet hatten. Den Antworten gegenüber waltete häufig eine übergroße Milde; die Forderung nach Korrektheit im Ausdrucke wurde mit-

unter auf ein Minimum herabgedrückt. Wenn auch das Wichtigste an der Sache das logische Verhältnis ist, zu dem die Sprache nur das Kleid abgibt, also erst in zweiter Linie in Betracht kommt, so darf auch hier keine Nachlässigkeit einreißen, insbesondere in den unteren Klassen, wo die Schüler des Wortes eben noch nicht voll mächtig sind. Daß in den meisten Stunden gegen Schluß geeilt werden mußte, erklärt sich daraus, daß eben nur längere Erfahrung darüber belehren kann, wie viel man in einer Stunde bewältigen kann, ohne zum Schlusse ins Gedränge zu kommen, um sich wenigstens die letzten Minuten für eine nochmalige kurze Zusammenfassung des neu Vorgenommenen zu erübrigen.

Dabei darf eben nicht vergessen werden, daß es Anfängerversuche waren, daß sich überall der beste Wille und gewiß auch einiges Geschick gezeigt hat, die bei größerer Übung auf Erfolg zu rechnen berechtigt sind. —

Es erübrigt noch, von zwei Stunden zu berichten, Episoden, welche das pädagogische Universitätsseminar Fühlung mit den analogen Übungen an der hiesigen Lehrerbildungsanstalt nehmen ließen. Auch Hofrat Willmann zieht auf der letzten Seite der genannten Schrift die Ausbildung der Volks- und Übungsschullehrer in den Bereich seiner Erörterungen.

So war es also ganz im Sinne Willmanns, wenn das Seminar, der freundlichen Einladung des Herrn Direktors der Lehrerbildungsanstalt Folge leistend, zweimal die dort gehaltenen Übungen hospitierte. Wir waren also in diesem Falle nicht der gebende, sondern der empfangende Teil und hatten Gelegenheit, diese ganz verwandten Übungen mit denen zu vergleichen, welche bei uns abgehalten werden.

Sobald wir uns durch eigene Anschauung hierüber genügend orientiert haben, so werden wir uns auch leichter unserer Haut wehren können, wenn von Seite des Publikums immer wieder die Behauptung laut wird, die Mittelschullehrer seien in pädagogischer Hinsicht im Verhältnisse zu den Volkschullehrern sehr mangelhaft ausgebildet.

Vergleichen wir zunächst den Umfang an Zeit, welche im Rahmen des übrigen Unterrichtes der pädagogischen Ausbildung hier und dort gewidmet wird. An der Lehrerbildungsanstalt ist die pädagogische Ausbildung Pflichtgegenstand, wird durch zwei volle Jahre betrieben und steht auch hinsichtlich der häuslichen Vorbereitung mit im Vordergrunde. Bei uns ist die Teilnahme am Seminar überhaupt nicht obligatorisch. Abgesehen davon, daß, wie bereits erwähnt, das Prager pädagogische Universitätsseminar einzig in seiner Art dasteht, daß also Studierende anderer Hochschulen überhaupt keine Gelegenheit haben, sich schon während der Studienzeit praktisch mit pädagogischen und didaktischen Fragen zu beschäftigen, müssen wir mit einiger Beschämung bekennen, daß auch von unserer Seite, d. i. von Seite der Lehramtskandidaten, diese günstige Gelegenheit, uns für den kommenden Beruf vorzubereiten, noch nicht so ausgenützt wird, wie sie es verdiente. Nach dem vom Jahre 1876 bis 1907 geführten Protokolle waren während der 27 Jahre unter Willmann 405, während der 4 Jahre unter Höfler 179 Hörer der philosophischen Fakultät Mitglieder des pädagogischen Universitätsseminars. Wenn auch die allmählich wachsende Zahl immer noch ein starkes Zurückbleiben hinter der Zahl aller Hörer darstellt, so wollen wir uns doch schon an diesem Wachsen allein genügen lassen und es im übrigen gern dem freien Ermessen jedes künftigen Mittelschullehrers überlassen, auf welche

Art er sich die beste Befähigung für sein künftiges Lehramt, ob mit oder ohne Seminar, erwerben zu können glaubt.

An der Lehrerbildungsanstalt ist der Vorgang auch insoferne ein anderer, als die Kandidaten anfangs nur als stumme Zuhörer anwesend sind, während ein Übungsschullehrer unterrichtet. Wenn dagegen derartige Musterlektionen, gehalten vom Vorstande des Seminars, in diesem Semester auch auf das freudigste begrüßt wurden, so bilden sie im Universitätsseminar doch Ausnahmen, in der Lehrerbildungsanstalt wie gesagt eine Regel.

Bei dem zweiten Besuche in der Lehrerbildungsanstalt hatten wir Gelegenheit, bei den Lehrversuchen zweier Kandidaten zugegen zu sein. Der erste der beiden scheint, was Sicherheit in der Behandlung der Schüler und Lehrtechnik überhaupt betrifft, uns überlegen zu sein. Er begnügte sich durchaus nicht mit sprachlich ungenauen Antworten, ging selbst auf unrichtige Antworten der Schüler fördernd ein und zeigte hiedurch und noch in vielen Einzelheiten die guten Erfolge fortgesetzter didaktischer Unterweisung. Die Fehler, welche ihm nachher vorgeworfen wurden: mangelnde Anschaulichkeit u. dgl., dürfen wohl nicht gar zu streng beurteilt werden, wenn man bedenkt, daß die Zöglinge dieser Anstalt eben noch ziemlich jung sind. Der zweite Kandidat hat Uhlands „Schwert" wenigstens nach meinem Gefühle recht mißhandelt. Bei der Erklärung von Nebensächlichkeiten vergaß er auf die Hauptsachen und zeigte für den köstlichen Humor, mit dem der alte Schmied, wenn auch nur mit wenig Strichen, gezeichnet ist, weniger Verständnis als einzelne seiner jugendlichen Schüler. Sollte dieser junge Mann seinem Lehrmeister viel mehr als die Handwerksgriffe abgeguckt haben?

Der Musterlektion wie auch den Lehrversuchen folgten dort Besprechungen in ganz ähnlicher Weise, wie sie bei uns abgehalten werden, nur schienen sie mir unter dem lästigen Drucke zu leiden, den das Gespenst der Zeugnisnote ausübt, die das Interesse an der Sache selbst dann häufig an zweite Stelle rücken läßt. —

Rückblickend auf das verflossene Semester, können wir mit Freude bekennen, daß es nicht verlorene Zeit war, sondern daß wir hier vieles gelernt haben, was uns in unserem späteren Berufe jederzeit die besten Dienste leisten wird. Ich spreche im Namen meiner Kommilitonen den geehrten Herren Professoren des Seminarlehrkörpers und insbesondere dem Vorstande desselben unseren wärmsten Dank aus für alle ihre Bemühungen, und ich versichere ihnen, daß es unser innigster Wunsch ist, der Same, den sie ausgestreut haben, möge auf fruchtbaren Boden gefallen sein, und was sie uns gelehrt haben, möge einer kommenden Generation zu Wohle gereichen!"

Wenn sich in diesem Referat Sympathie eines studierenden Seminarmitgliedes mit dem Seminar bekundet, so muß der Leser beurteilen, inwieweit das etwa nur *captatio benevolentiae* gewesen sein mag oder den Stempel innerer Wahrhaftigkeit trägt. Aber man gestatte, hier ein Wort darüber einzuschalten, wiefern wir Lehrer überhaupt den von uns Belehrten ein Urteil zugestehen wollen und sollen über das, was sie von uns eigentlich gelernt zu haben sich bewußt sind. Ich scheue mich nicht, hier noch nachträglich einzugestehen, daß ich auch schon als Mittelschullehrer mich nie als autokratischer „Arbeitgeber" gefühlt habe, sondern auch schon jungen und jüngsten Schülern ein mehr oder

minder bewußtes Urteil darüber zugestand, ob sie sich als die „Arbeitnehmer" durch unsere gemeinsame Arbeit wirklich gefördert fühlten, und daß ich dieses Urteil der Zöglinge zur entscheidenden Richtschnur meiner immer wieder neu modifizierten Unterrichts- und Erziehungstätigkeit gemacht habe. Wie und nach welchen Kriterien ich eine solche Anpassung des Lehrers an den Schüler zu vollziehen suchte, ist natürlich nicht hier zu schildern. Wohl aber bestärkten mich jene alten Maximen aus der Mittelschule in meiner Überzeugung, daß vollends die Hochschule, wenn sie Vorlesungen oder gar Seminare einrichtet, eben letztlich doch auch sich nach den Seminaristen richten und sich eine durch was immer für Anzeichen zu entnehmende fortlaufende Kenntnis darüber verschaffen sollte, ob sich denn die Hörer und die Seminarmitglieder vor allem selber durch unsere Institutionen gefördert fühlen. Es ist der überaus einfache Gedanke, der mir in diesen Tagen der „Meistersinger" in Bayreuth wiederklingt mit den Worten des Hans Sachs:

„Dem Volke wollt ihr behagen;
Nun dächt' ich, läge es nah,
Ihr ließ't es selbst euch auch sagen,
Ob das ihm zur Lust geschah?"

Und darum glaube ich mich noch heute freuen zu dürfen, daß die Zahl der Seminarmitglieder in Prag von durchschnittlich 28 (nach S. 87 sogar nur $405:27 = 15$) auf 40 zugenommen und daß schließlich ein Mitglied sich freundlich über unsere gemeinsame Arbeit geäußert hat.

Doch zurück zum chronologischen Bericht (vgl. S. 78)!

Schon zwei Monate nach der Annahme meines Antrages durch die philosophische Fakultät zur Ausgestaltung des pädagogischen Seminars gab das Ministerium folgenden Bescheid vom 7. Mai 1909:

„Auf Grund der vom Professorenkollegium unterstützten Vorschläge des Professors Dr. Alois Höfler erkläre ich mich prinzipiell bereit, die Neugestaltung des vom Genannten geleiteten pädagogischen Seminars durch Einführung praktisch-pädagogischer Übungen in Verbindung mit Mittelschulen nach den dargelegten Grundzügen zu genehmigen.

Zu diesem Behufe wolle das Dekanat den Professor Höfler vorerst noch einladen, über die näheren Modalitäten dieser praktisch-pädagogischen Übungen sowie auch darüber sich zu äußern, in welcher Weise das am Maximilian-Gymnasium in Wien bestehende „erweiterte Probejahr" mit der Universität in in einen näheren Kontakt gebracht werden könnte, damit den Kandidaten in theoretischer und schulpraktischer Hinsicht eine

einheitliche und möglichst umfassende Vorbildung für ihren Beruf gesichert würde.

Auch wird Professor Höfler den Entwurf eines neuen Statutes für das pädagogische Seminar und insbesondere für die neu einzurichtenden Übungen auszuarbeiten haben, damit auf Grund solcher konkreter Vorschläge über deren Durchführbarkeit das Einvernehmen mit dem niederösterreichischen Landesschulrate gepflogen werden könnte.

Hienach gewärtige ich einen neuerlichen Bericht."

Dieser für mich wieder hocherfreulichen Aufforderung entsprach ich dadurch, daß ich am 21. Juni 1909 den Entwurf eines Statuts samt Motivenbericht dem Herrn Referenten Hofrat Huemer zur vorläufigen privaten Einsichtnahme mit der Bitte übergab, für meine endgültigen Vorschläge das Erscheinen der neuen Prüfungsvorschrift, das damals schon als nahe bevorstehend galt, abwarten zu dürfen.

In die zwei Jahre aber, die seither noch verflossen sind, fiel nun jenes Unerwartete: Der Widerstand von Mittelschulmännern gegen eine „organische Verbindung" der pädagogischen Hochschul- und Mittelschulunterweisung.[1])

Auch hierüber hat die Leser der vorliegenden Berichte schon Herr Hofrat Loos sogleich in Kenntnis gesetzt (a. a. O., Heft 4, S. 29). Wer aus den Berichten der „Mittelschule" und von Loos nur den einen Satz läse: „Abgelehnt wurde die These Höfler: Das erweiterte Probejahr soll seinen organischen Anschluß an das Universitätsseminar finden", dürfte sich wohl verwundert fragen, wie man denn einen „organischen Anschluß" überhaupt „ablehnen" kann. Das Ministerium hatte z. B. in dem angeführten Bescheide vom Mai 1909 gerade positive Vorschläge darüber verlangt, „in welcher Weise das am Maximilian-Gymnasium in Wien bestehende „„erweiterte Probejahr"" mit der Universität in einen näheren Kontakt gebracht werden könnte, damit den Kandidaten in theoretischer und schulpraktischer Hinsicht eine einheitliche und möglichst umfassende Vorbildung für ihren Beruf gesichert würde". Es hätten also jene Versammlungen des Vereins „Mittelschule", denen ich jene Worte aus dem an mich gelangten Auftrage mitgeteilt hatte, eigentlich die Pflicht gehabt, auch zu beweisen, daß „den Kandidaten in theoretischer und schulpraktischer Hinsicht eine einheitliche und möglichst umfassende Vorbildung für ihren Beruf" nicht zu wünschen wäre; oder statt einer

---

[1]) Vollständig wiedergegeben sind das Referat von Stitz, damals Direktor des Maximilian-Gymnasiums, Wien-Wasagasse, wo das „erweiterte Probejahr" abgehalten wurde, und mein Korreferat samt den Debatten am 19. März und 9. April 1910 in der Zeitschrift „Österreichische Mittelschule 1910".

solchen wohl kaum einlösbaren Pflicht wäre es eine noch dankbarere Aufgabe gewesen, wenn der Verein „Mittelschule“ statt bloßer Negation lieber positive Gedanken über jene „einheitliche“ Vorbildung geäußert hätte... Denke ich zurück an jene zwei Vereinsabende, die nicht zu den Ruhmestiteln der „Mittelschule“ zählen und über die mir seitens mehrerer verehrter Kollegen von Gymnasien und Realschulen spontane Kundgebungen zugekommen sind, so läge wieder ein Zitat aus den „Meistersingern“ recht nahe..... Indes — aller Unmut darf vergessen sein im Vorblick darauf, daß sich ja nun die „organische Verbindung“ trotz „Mittelschule“ doch anspinnen wird (vgl. S. 68, 69).

Mit umso größerer Objektivität seien übrigens jetzt, wo es alte Gedanken in Wirklichkeit umzusetzen gilt, die einer solchen organischen, entwicklungsfähigen Verbindung wirklich oder vermeintlich entgegenstehenden Schwierigkeiten dargestellt und abgewogen. Immerhin muß ich mich aus Rücksichten auf den Raum auch hier (wie in dem Motivenbericht zu meiner Eingabe vom 25. Februar 1911) auf die beiden folgenden angegebenen Hindernisse beschränken, die geradezu schon als Schlagworte kursieren:

1. „Man darf nicht Mittelschüler zu Versuchskaninchen der Lehrversuche von Universitätsstudenten machen.“

2. „Die Schulzimmer aller Wiener Mittelschulen sind von Schülern so sehr überfüllt, daß sie keinen Platz für die den Lehrversuchen zuhörenden Universitätsstudenten lassen.“

Zu 1: Dem Bedenken ist zuzugeben, daß es für den einzelnen Mittelschüler, bzw. für seine Eltern ein gewisses Opfer bedeutet, wenn er auch nur eine Stunde lang statt von einem erfahrenen Lehrer von einem ungeprüften Lehramtskandidaten unterrichtet wird. Wollte man aber dieses Bedenken dahin auf die Spitze treiben, daß eben jeder Schüler immer nur von erfahrenen Lehrern unterrichtet werden dürfte, so bliebe ein wesentlicher Hiatus im Gedankengang unausgefüllt: woher nämlich jene erfahrenen Lehrer ihre Erfahrung nehmen, womit sie sie beginnen sollen. In solcher Übertreibung würde ja das Bedenken auch die ganze Institution der Probekandidaten, der Supplenten, ungeprüfter wie geprüfter, und überhaupt alle jüngeren, noch nicht völlig erfahrenen Lehrer treffen. Das Bedenken verliert aber im Vergleiche zu dem möglicherweise immerhin nicht kleinen Schaden, den ein als Supplent durch ein oder mehrere Jahre hindurch verwendeter minder geschickter (und also nur in diesem Ungeschick allmählig „erfahrener“) Lehrer anrichten kann, speziell für Lehrauftritte von Lehramtskandidaten geradezu alles Gewicht, wenn man die konkrete Durchführung der Lehrauftritte, wie sie z. B. in Prag unter meiner und Direktor Franks Leitung stattgefunden haben, sich vor Augen hält. Innerhalb eines Schuljahres fanden höchstens 20 solcher Lehrauftritte

statt. Denn da das pädagogische Seminar wöchentlich einmal mit zwei aufeinanderfolgenden Stunden (eine mit den Schülern, eine ohne sie) abgehalten wurde und überhaupt nicht nur solche „Praktika" (wie sie Willmann genannt hatte) in der Mittelschule, sondern auch Theoretika auf der Universität zu seiner Aufgabe hat, so kamen infolge der langen Universitätsferien auf die Wintersemester etwa 12, auf die Sommersemester etwa 8 Praktika. Von den acht Klassen des Gymnasiums kommt also — gleichmäßige Inanspruchnahme aller Klassen für die Zwecke des Universitätsseminars angenommen — je eine Klasse sozusagen nur 20 : 8 = $2^1/_2$mal pro Jahr daran, d. h. die Schüler je einer Klasse sind während des ganzen Jahres nur zwei bis drei Stunden hindurch „Versuchskaninchen". Und da überdies sich diese Stunden auf sieben bis acht Unterrichtsgegenstände verteilen sollen, so geht je einem Gegenstande nur alle zwei bis drei Jahre einmal eine Unterrichtsstunde verloren — wenn wir schon jene Versuche der Lehramtskandidaten als für die Mittelschüler schlechthin „verloren" betrachten wollen.

Diesen Verlust je einer Stunde erst in jedem zweiten oder dritten Jahre werden aber weder die einzelnen Fachlehrer der Mittelschule für einen ernstlichen Schaden ihrer Gegenstände halten, noch hat das Elternhaus ein Recht, sich über eine solche minimale „Schädigung" seiner Söhne zu beklagen, weil es ja doch andrerseits gerade wieder das Elternhaus ist, das am öftesten und lautesten über die Schädigung der Kinder, Knaben und Jünglinge klagt, wenn diese jahraus jahrein durch Lehrer unterrichtet werden, denen in ihrer Werdezeit neben den wissenschaftlichen nicht auch alle pädagogischen Hilfsmittel zu ihrer künftigen didaktisch-pädagogischen Lebensarbeit zur Verfügung gestellt worden waren. Es darf auch daran erinnert werden, daß an allen Übungsschulen für Volksschullehrer die Kinder und ihre Eltern sich solche Lehrversuche von sogar noch viel jüngeren und minder reifen Kandidaten müssen gefallen lassen. Ein reichliches Äquivalent hiefür ist die hervorragende Qualifikation der Übungsschullehrer selbst: weshalb auch solche Übungsschulen sehr gerne von den Eltern für ihre Kinder gewählt werden, wo eine solche Wahl überhaupt freisteht. Dem entspricht durchaus, daß auch für die Mittelschule, der das Universitätsseminar angegliedert ist, nur besonders tüchtige Mittelschullehrer ernannt werden und daher eine solche Schule den Eltern aus den gebildeten Ständen von vornherein als bevorzugt gelten wird, unbeschadet einzelner Lehrauftritte angehender Lehrer — seien dies nun noch ungeprüfte Lehramtskandidaten vom Universitätsseminar oder soeben erst geprüfte Probekandidaten, zwischen deren durchschnittlichem Geschick der Unterschied nicht groß sein wird. Denn auch ein Universitätsstudent wird zu einem Lehrversuch erst zugelassen, wenn er schon mehrere solche als Zuschauer mitgemacht und

übrigens die im Statut § 5, III, c, d vorgesehenen Vorbereitungen durchgemacht hat.

Hält man sich nun vollends die Tatsache vor Augen, daß bei der gegenwärtigen Einrichtung des Probejahres nur ein erschreckend geringer Teil von den absolvierten Hochschülern überhaupt auch nur des einfachen Probejahres teilhaftig wird (wie in den letzten Jahren mehrmals, z. B. vom „Reichsverband", ausgerechnet wurde) und lesen wir z. B. überdies in einem der jüngsten Berichte des Direktors Stitz, daß ein einziger (!) Lehramtskandidat (aus der ganzen Zahl von zweihundert bis dreihundert im vorausgegangenen Studienjahre von der Wiener Prüfungskommission approbierten Kandidaten!) das erweiterte Probejahr 1908/09 vom Anfang bis zum Ende durchgemacht hat, so wird auch der lebhafteste Verteidiger der gegenwärtigen Form pädagogischer Mittelschullehrerbildung nicht leugnen können, daß eine Reform dieser pädagogischen Ausbildung dringend geboten und daher auch jedes wirklich zum Ziele führende Opfer für sie gerechtfertigt sei.

Zu 2. Dem Bedenken eines Mangels an Platz für Lehramtskandidaten in den Wiener Mittelschulen[1]) ist zuzugeben, daß in Wien eine Schwierigkeit besteht, die am Altstädter Gymnasium in Prag allerdings nicht bestand. Denn infolge des verhältnismäßig geringen Besuches dieser Anstalt hatten es die durchschnittlich 40 Teilnehmer des pädagogischen Seminars in zwei Dritteln des geräumigen Schulzimmers (d. h. im Saale des schönen einstigen Palastes Kinsky) bequem, da die Gymnasialschüler einer Klasse kaum das dritte Drittel füllten. Die in Wien jedenfalls nie ganz zu beseitigende Unbequemlichkeit der Mitglieder des Universitätsseminars (es hatten sich z. B. bei zwei Besuchen des Maximilian-Gymnasiums statt der bewilligten zwölf das erstemal achtzehn, das zweitemal fünfundzwanzig Studierende des Universitätsseminars unter meiner Führung eingefunden und mußten somit zum großen Teile mit Stehplätzen vorlieb nehmen) ist aber noch lange kein zureichender Grund, auf solche Lehrauftritte für Wien grundsätzlich zu verzichten, nachdem sie sich in Prag den oft und lebhaft geäußerten Dank der Lehramtskandidaten verdient hatten.

Für Wien besteht ein naheliegendes Mittel, die Unbequemlichkeit zu verringern, ja auch darin, daß für die Durchführung eines solchen Lehrauftrittes unter Umständen nicht die Anwesenheit sämtlicher Schüler einer Klasse erforderlich ist. Dies wäre in Prag leicht

[1]) In meiner Eingabe an das Unterrichtsministerium habe ich darauf hingewiesen, daß der Physiksaal im Akademischen Gymnasium reichlich Raum gewährt für eine beliebige Anzahl von Seminarmitgliedern. Es bestätigte sich das auch durchaus bei jenem ersten Besuche am 27. Juni 1911 (vgl. oben S. 70).

möglich gewesen, da die Seminarstunden nicht im unmittelbaren Anschluß an den Vormittagsunterricht, sondern in einer Nachmittagsstunde (Dienstag 3 bis 4 Uhr) abgehalten wurden; den zu einer solchen Stunde bestimmten Schülern wurde dann eine Vormittagsstunde erlassen. Für Wien ist, schon wegen der größeren Entfernungen, die Verwendung regelmäßiger Vormittagsstunden in Aussicht genommen. die nun freilich wieder für die Hochschüler gewisse Unbequemlichkeiten zur Folge haben wird. Es würde aber im Notfall der einen oder anderen Art genügen, wenn in der Tat der Mittelschuldirektor eine etwas kleinere Zahl von Schülern für jede solche Lehrversuchsstunde bestimmt, wobei er zunächst die sich meldenden Freiwilligen wählt. Da die Schüler diese Meldung nur nach Erlaubnis ihrer Eltern vorbringen. würde es sich auch bald zeigen, ob und welche Eltern dem angeblichen Mißbrauch ihrer Kinder zu Versuchszwecken abgeneigt sind.

Ähnlich wäre auch die Zahl der teilnehmenden Seminarmitglieder von Fall zu Fall durch den Vorstand des Universitätsseminars nach oben zu limitieren. In Prag war darauf gesehen worden. daß nicht etwa zu Lehrauftritten in philologischen Fächern nur Studierende der Philologie, zu mathematischen nur die Mathematiker kamen; sondern sobald sich etwa eine Neigung zu solcher Separation zeigte, wurde vom Seminarleiter in Erinnerung gebracht, daß solches Spezialistentum nicht einmal dem wirklichen Fachlehrer an der Mittelschule, geschweige dem Mitglied eines pädagogischen Seminars zieme, sondern daß dieses nur dankbar sein könne, wenn es von Gegenständen und Methoden des Unterrichtes auch in anderen als dem eigenen Fache wenigstens während der Jahre der pädagogischen Ausbildung kräftig-anschauliche Eindrücke empfange. In Wien dagegen würde dem Platzmangel schlimmstenfalls dadurch Rechnung getragen werden können, daß in der Tat den Lehrauftriten des Kandidaten je eines Faches vorwiegend seine engeren Fachgenossen anwohnten.

Doch darf wohl überhaupt gesagt werden, daß man wie in den beiden angeführten Richtungen so auch sonst die Art der Anpassung künftiger Lehrauftritte an die nun einmal gegebenen äußeren Bedingungen der Wiener Mittelschulen ruhig von der natürlichen Gestaltung der Dinge erwarten könne und nicht in allen Einzelheiten schon jetzt vorzusehen und festzulegen brauche.

Es wird nicht ohne Interesse sein, wenn ich aus der Zeit der vier Jahre 1907 bis 1911, da in Wien überhaupt noch nichts der Prager Einrichtung Ähnliches offiziell organisiert war, auch noch einige kurze, nicht erschöpfende Mitteilungen darüber mache, wie ich durch Verabredungen mit den Leitern mehrerer Lehranstalten für Veranschaulichungen von Fall zu Fall gesorgt habe; ich schicke aber sogleich vor-

aus, daß ich mich den Mühen, die das Erwerben solcher Erlaubnis — bei aller Zuvorkommenheit und Liebenswürdigkeit, mit der sie ausnahmslos erteilt worden war — von Fall zu Fall bereitet, auf die Dauer nicht mehr unterziehen könnte.

Nur als Beispiele führe ich also an, daß, wie schon oben (S. 71) erwähnt, der Herr Direktor des Maximilian-Gymnasiums, mit dem ich zu allererst Fühlung nahm, zwei Besuche seiner Anstalt bewilligte. Ferner haben wir wiederholt Stunden im Wiener Pädagogium besucht, und zwar teils eigentliche Unterrichtsstunden, teils solche, in denen die dortigen Lehramtskandidaten selbst wieder Übungsstunden gaben, so daß die Mitglieder meines Seminars Gelegenheit hatten, die Art der Ratschläge zu vernehmen, die seitens der Übungsschullehrer an die Kandidaten gerichtet wurden, nachdem diese eine Selbstkritik abgegeben hatten. Ferner besuchten wir mehrmals das Mädchenlyzeum in Hietzing und das k. k. Staatsgymnasium Hietzing; und ich halte als eine besonders erfreuliche Erinnerung hier fest, daß die damals von uns in ihren Lehrstunden besuchten Damen und Herren die große Freundlichkeit hatten, sich eine Woche später in meinem Seminar einzufinden, um nun zu vernehmen, wie meine Hörer die empfangenen Eindrücke schilderten, worauf uns dann jene Fachlehrer und Fachlehrerinnen noch Aufschlüsse über Einzelnes ihrer Absicht und ihrer Durchführung gaben. Ähnlich wurde im abgelaufenen Studienjahre zum Beispiel eine Arbeitsschule in dem entlegenen Wiener Bezirk Floridsdorf besucht, ferner das Landerziehungsheim für nervöse Kinder in Grinzing bei Wien. Namentlich diesem überaus eindrucksvollen Besuch waren Vorträge des Herrn Dr. Theodor Heller und ein von ärztlicher Seite her orientierender Vortrag des Herrn Dr. Erwin Lazar vorausgegangen, für die die Seminarmitglieder spontan lebhaftesten Beifall kundgaben. Ähnlich vor zwei Jahren ein Besuch des Landerziehungsheimes des Herrn Dr. Longo in Mödling bei Wien.

So angenehm aber und mich zu nochmaligem herzlichen Dank verpflichtend diese Unterstützung seitens Nichtangehöriger des Seminars auch gewesen ist, so machten sich doch bei jedem solchen Gastbesuch an fremden Anstalten im Vergleich zu der Prager Einrichtung als empfindlicher Mangel die folgenden Umstände fühlbar: In Prag wußten und fühlten sich die Mitglieder des Universitätsseminars am Altstädter Gymnasium sozusagen heimisch; dies namentlich in dem Sinne, daß sie bei den den Lehrauftritten folgenden Besprechungen nicht nur untereinander die beobachteten wirklichen oder vermeintlichen Mängel des Lehrauftrittes frei von der Leber weg sich mitteilten, sondern daß sie auch gern und dankbar Belehrungen seitens der Mitglieder des Seminarlehrkörpers empfingen. Dagegen läßt sich bei bloßen Gastbesuchen mit den Seminarmitgliedern über allfällige

Mängel, die sie an fremden Anstalten wahrgenommen zu haben glauben, überhaupt nicht unter dem unmittelbaren Eindrucke, sondern erst eine Woche später und auch dann füglich nicht rückhaltlos sprechen, ohne daß eine seitens der Mitglieder und des Vorstandes des Seminars geäußerte Bemänglung als undankbar, ja taktlos erschiene.

Schon aus solchen Erwägungen allein, in denen ich nur ausspreche, was ich nun seit schon vier Jahren jede Woche neu als ein Zurückstehen des Wiener Seminars hinter dem Prager Seminar empfinde, wird ersichtlich sein, daß der im § 1 des Statuts angeführte Zweck nur sehr unvollkommen durch die Mittel *a)* und *c)* erreicht werden kann, so lange dem Seminar das Mittel *b)* versagt ist.[1]) Und die im § 1, letztes Alinea, geforderte „Anschauung", die für jeden anderen pädagogisch richtig erteilten Unterricht als *conditio sine qua non* anerkannt ist, kann unmöglich gerade dem Pädagogikunterricht selbst an der größten Universität des Reiches von den Unterrichtsbehörden noch länger vorenthalten werden!

Mit dieser, auch in meinem Motivenbericht an die oberste Unterrichtsverwaltung geäußerten Hoffnung bin ich zurückgekommen auf eine von mir schon mehr als einmal geäußerte Forderung oder, wenn man will, Klage. Ich habe sie in das Wort gefaßt: „*Paedagogiam paedagogice!*" „Auch die Pädagogik muß pädagogisch gelehrt werden", und zwar drängte sich mir das Wort auf als Ausdruck der Bewunderung, wie sehr die „Praktische Pädagogik" von Matthias[2]) es verstanden hat, dieser nur zu oft unerfüllten Forderung gerecht zu

---

[1]) Die hier angeführten Punkte aus meinem Entwurf eines neuen Statuts lauten:

„§ 1. Zweck. Das pädagogische Universitätsseminar hat im Anschlusse an die pädagogischen Vorlesungen die Lehramtskanditaten der Mittelschulen für ihren künftigen Lehr- und Erziehungsberuf soweit auszubilden, als dies schon an der Hochschule möglich ist. Dies geschieht:

a) durch theoretische Besprechungen (§ 5, I, II);
b) durch Lehrauftritte einzelner ordentlicher Mitglieder des Seminars und durch Lehrbesuche an den von der Unterrichtsbehörde zugänglich gemachten Mittelschulen verschiedener Typen (§ 5, III);
c) durch Exkursionen der Seminarmitglieder in Unterrichts- und Erziehungsanstalten anderer Gattungen (Lehrerbildungsanstalten, Landerziehungsheime u. dgl. m.).

Die Übungen *b)* und *c)* des Universitätsseminars sorgen für die aller pädagogischen Theorie unentbehrliche Anschauung (in der Weise einer „pädagogischen Klinik") und tragen somit selbst noch vorwiegend theoretischen Charakter (im Unterschiede von den vorwiegend praktischen Übungen des einfachen und des erweiterten Probejahres)."

Da dieser Entwurf seiner Genehmigung oder Modifikation je nach den vom nächsten Wintersemester ab (vgl. S. 69, 70) zu sammelnden Erfahrungen erst noch harrt, sehe ich von der Mitteilung weiterer Punkte aus dem Statut ab.

[2]) Vgl. meine Anzeige in der Zeitschrift „Österreichische Mittelschule", XVIII. Jahrgang.

werden. Martinak hat dann in der Abhandlung „Lehrerbildung und Pädagogik“ [1]) an jenes Wort angeknüpft und sein Bedauern darüber geäußert, daß ihm nur zu häufig nicht einmal an den Lehrerbildungsanstalten in der möglichen Weise Genüge geschehe; wie nun denn erst in dem theoretischen Universitätsunterricht der Pädagogik, so lange sie von der Möglichkeit jener mehrfach als Beispiel herangezogenen Exkursionen der Techniker in Fabriken, der jungen Mediziner in die Kliniken usw. abgeschnitten sein soll!

Keineswegs übersehe ich hierbei die Einwendungen, die man gegen die Analogie zwischen dem, was Willmann „Praktika“ nannte, und bloßen Beobachtungen in Fabriken oder an Krankenbetten erheben kann. Deshalb habe ich schon in meinem Korreferat im Wiener Verein „Mittelschule“ und noch früher in meiner Wiener Antrittsvorlesung „Pädagogik und Philosophie“ darauf aufmerksam gemacht, daß jener Name „Praktika“ keineswegs buchstäblich genommen und vollends nicht dahin mißverstanden werden dürfe, als sollte durch die Lehrauftritte von Universitätshörern an Mittelschulen die ganze oder auch nur ein kleiner oder kleinster Teil der wirklich praktischen Schulung vorzeitig vermittelt werden. Ich habe gegen jedes solche Mißverstehen oder Mißdeuten des Wortes „Praktika“ die einfache Rechnung angeführt, daß wir in Prag im Jahr rund 40 Kandidaten, aber nur 20 Lehrauftritte hatten, so daß zu einem solchen überhaupt nur jeder zweite Kandidat gelangen konnte, wonach denn niemand von einem auch noch so „praktisch“ funktionierenden Universitätsseminar erwarten wird, daß es mittels eines oder gar keines Lehrauftrittes auch nur dasjenige Maß „praktischer“ Befähigung vermittle, das eben erst das Probejahr gibt.

Vielleicht ist nun aber gerade dieser, wie auf den ersten Blick scheint, schwache Punkt der „Praktika“ (wie wir sie künftig in Wien nicht mehr nennen werden) geeignet, ihn zum Anknüpfungspunkte für die nun zu gestaltende organische Verbindung zwischen Hoch- und Mittelschulseminar zu machen. Und es sei gestattet, im Interesse der guten Sache noch einmal jenen wunden Punkt zu berühren, der schon im ersten Teil (S. 21) als kritisch aufgezeigt wurde: daß nämlich gegenwärtig die absolvierten Universitätshörer sogleich den ersten Schritt ins Probejahr wie eine Ernüchterung, eben als ein Herabsteigen von der Hoch- in eine Mittelschule empfinden. Fragen wir uns noch einmal: Muß das so sein? Muß gerade der erste Schritt in die künftige Lebensstellung nur als „*Quae mutatio rerum*“ empfunden werden? Mag das für den Standpunkt der Fachwissenschaft unvermeidlich sein, da hier eben das Herabsteigen von den höchsten in die niedersten Teile eines wissenschaftlichen Systems von selbst, auch ohne jede Rücksicht der

---

[1]) Vgl. oben S. 43 Anm.

Lehrer auf die Schüler sich vollzöge, so muß, ja darf das doch gerade in pädagogischer Beziehung gewiß nicht so sein und bleiben. Hätte es freilich für einen jungen Gelehrten keinerlei Reiz, seine abstrakte Wissenschaft den ganz konkreten und individuellen Gegebenheiten junger Menschenseelen gegenübergestellt zu finden, dann hätte die Pädagogik als Wissenschaft eben das Antlitz zu verhüllen und ihre vermeintlich wissenschaftlichen Aufgaben der absoluten Schuladministration zu überlassen. Dürfte man aber, wann und wo sich ein freundliches Verhältnis zwischen der pädagogischen Wissenschaft der Hochschule und der pädagogischen Technik der Mittelschule von vornherein nicht hat herstellen wollen, die Schuld noch dem einzelnen Kandidaten und nicht vielmehr einem Mangel der ganzen Organisation zuschreiben? Als einen solchen Mangel grundsätzlicher Art haben ich und Andere das bisherige Fehlen der „organischen Verbindung zwischen Hoch- und Mittelschulseminarien" empfunden. Die Herren vom Maximilian-Gymnasium, mit dem die Verbindung beabsichtigt war, haben darüber in jenen Sitzungen der Wiener „Mittelschule" 1910 gegenteilige Ansichten bekundet. Und da die Hochschule sich gewiß keiner Mittelschule aufdrängen wird, so wird fortan das erweiterte Probejahr im Maximilian-Gymnasium eben ein solches ohne „organische Verbindung" mit dem pädagogischen Universitätsseminar sein.

Es wird dies sogar den Vorteil eines Gegenversuches zu den künftig anzustellenden Versuchen an Mittelschulen mit jener organischen Verbindung haben. Und wir haben nun für letztere wieder zwei Unterfälle zu unterscheiden:

1. Die Mittelschulen, mit denen das Universitätsseminar behufs der Lehrauftritte in Verbindung tritt, werden neben diesen selbst mit einem erweiterten Probejahr ausgestaltet, d. h. zu Mittelschulseminaren gemacht.

2. Es gibt an ihnen nur einfache Probekandidaten (oder selbst diese nicht) — so war es eben leider in Prag, vgl. S. 73.

Da für uns nur der erstere Fall weiterhin in Betracht kommt, so sei — jetzt wieder ganz unabhängig von der Nominierung besonderer Anstalten — noch einmal grundsätzlich geschildert, wie ich mir seit jenem Vorschlag von 1904 (s. o. S. 73, 76) diese Verbindung gedacht hatte und wie ich sie zusammen mit dem Prager Landesschulrate am Altstädter Gymnasium durchgeführt hätte, wenn nicht damals zufällig noch Supplentenmangel bestanden hätte, der uns alle geprüften oder selbst ungeprüften Lehramtskandidaten sogleich in die Mittelschulen, größtenteils außerhalb Prags, entführte. Ich dachte und denke mir also die Sache so:

Der Kandidat hat während der letzten Semester seiner Universitätsjahre im pädagogischen Seminar Lehrauftritte mit angesehen, vielleicht einen solchen durchgeführt, und dabei seine eigene wie die

Kritik seiner Mitstudierenden, der Mitglieder des Seminarlehrkörpers und des Seminarvorstandes, seines Hochschullehrers, aus eigener Anschauung erfahren und aus möglich reichlicher eigener Mittätigkeit erlebt. Bei alledem ist es streng hochschulmäßig hergegangen: denn im andern Falle hätten die Hochschüler von ihrem guten Rechte Gebrauch gemacht, Seminarübungen, in denen von akademischer Freiheit in der Art der Belehrung und des Meinungsaustausches sowie in aller sonstigen Behandlung etwas gefehlt hätte, einfach zu schwänzen; denn irgend welcher Zwang ist für ein pädagogisches Universitätsseminar, gleichviel ob ohne „Praktika" oder mit solchen, nie vorgesehen. Mit der Lehramtsprüfung und dem Eintritt ins Probejahr, gleichviel ob „erweitertes" oder nicht, ist es unvermeidlich auch mit der akademischen Freiheit zu Ende. Weiß aber der Hochschullehrer seine ihm vertraut gewordenen Schüler von nun ab unter der Führung des Direktors und der Professoren der Mittelschule, an die die pädagogische Weiterbildung nach praktischer Richtung innerhalb des erweiterten Probejahres übergeht, so wird er als Vorstand des Universitätsseminars und allenfalls Mitvorstand des der Universität angegliederten Mittelschulseminars auch diesen weiteren Versuchen der Kandidaten, die ihm ja noch immer als die „seinigen" am Herzen liegen, so oft als möglich beiwohnen. Er wird sich mit Freude von ihren Fortschritten überzeugen, wird auch, wo ihre „Praxis" mit der Theorie der Hochschulzeit anfangs noch nicht recht stimmen will, seinen wohlgemeinten Rat mit dem des Mittelschulseminar-Lehrkörpers verbinden und wird durch all das das Seinige dazu beitragen, daß so der Übergang vom Hochschul- in das Mittelschulseminar vor allem vom Kandidaten selbst nicht als ein Riß, als ein Sprung nach abwärts, empfunden wird.

Ich verhehle aber auch nicht, daß eine solche beständig aufrecht erhaltene Fühlung des Hochschullehrers der Pädagogik mit dem Leben und Treiben innerhalb der Mittelschule geradezu ein Bedürfnis für jenen Hochschullehrer selbst ist. Um es diesmal wieder ganz persönlich auszudrücken: Nach 27 Jahren Lehren an der Mittelschule bin ich nun seit 8 Jahren von ihr an die Hochschule versetzt. Was ich hier an konkreter Pädagogik aus dem Mittelschulleben darzustellen habe, zehrt an dem Schatz jener 27 Jahre. Aber je weiter die Zeit vorrückt, um so mehr erblassen die Erinnerungen, um so mehr besteht die Gefahr, daß man den nämlichen Sparpfennig zu wiederholten Malen verausgabt — kurz, dem Pädagogikunterricht der Universität droht die nämliche Gefahr, die man zum Beispiel als Lehrer der Physik an der Mittelschule so sehr gemieden hat: ohne beständig sich erneuernde Anschauung, ja nicht aus bloßen Büchern, in bloßen Worten zu lehren. Ich fühle nach meinem achten Hochschuljahre nur immer lebendiger, was ich in der oben (S. 72) mitgeteilten ersten Ansprache an den Lehrkörper des

Altstädter Gymnasiums ausgesprochen habe: das innige Bedürfnis, die ganz unmittelbare und immer wieder sich erneuernde Fühlung mit der Mittelschule nicht zu verlieren. Nicht nur die Kandidaten bedürfen der „organischen Verbindung von Hoch- und Mittelschule", auch der Hochschulprofessor selbst bedarf ihrer ganz und gar, wenn er nicht seinen pädagogischen Unterricht zum allmäligen Ausdorren und schließlich zur Unfruchtbarkeit verurteilt wissen will.

Und die Mittelschulen, an denen sich nun Mittelschulseminarien entwickeln werden, sollten eine solche organische Verbindung mit der Hochschule nicht ebenfalls willkommen heißen? Ich bin in der hocherfreulichen Lage, diesen Bericht abschließen zu können mit der Mitteilung, daß, als die „organische Verbindung" seitens der Herren vom Maximilian-Gymnasium abgelehnt war, ich bei Unterredungen mit zwei anderen Herren Direktoren, Regierungsrat Schreiner am k. k. Akademischen Gymnasium in Wien und Regierungsrat Glöser an der k. k. Staatsrealschule im III. Wiener Bezirk, sogleich das freundlichste und verständnisvollste Entgegenkommen gefunden habe. Sehr mit Recht betonte Direktor Schreiner sogleich zu Beginn unserer Unterredung, daß ja schon der altehrwürdige Name „Akademisches Gymnasium" eine solche Verbindung durchaus nahelege und wies auf die uralte und jetzt leider praktisch vergessene einstige Tradition der Lehrer an dieser Schule hin, den Lehrernachwuchs aus ganz unmittelbarer Verbindung der akademischen Belehrung mit der allmählichen Betätigung im Schulzimmer hervorgehen zu lassen. Wenn wir jetzt die seither eingetretene Diskontinuität, deren gute und zum Teil schlimme Gründe die Geschichte der Pädagogik mit berichtet, einstweilen in je einem Gymnasium (das willkommenerweise in Verbindung mit einem Reformrealgymnasium steht) und einer Realschule (der die „Gleichberechtigung" ebenso gebührte wie in Deutschland[1]) von nun ab zu

[1]) Diese Gleichberechtigung steht zwar auch in Österreich auf dem Papier, aber in Wirklichkeit scheitert sie immer wieder daran, daß das österreichische Gymnasium achtklassig, die österreichische Realschule leider immer noch nur siebenklassig ist — ein Rest aus der Zeit ihres Überganges von einer Art Gewerbeschule in eine „allgemein bildende" Schule (welcher Übergang in Österreich erst seit 1870, bezw. 1879 angebahnt wurde). Daß bei der österreichischen Mittelschulreform 1908/09 die Gelegenheit zum Anfügen der achten Klasse wenigstens einiger Realschulen versäumt wurde (worüber ich bei verschiedenen Gelegenheiten, u. a. in einem Artikel „Epilogisches zur Mittelschulenquete" in der Österreichischen Rundschau 1908, das nötige Pädagogische und Politische gesagt habe), wird von allen mir bekannten Realschulmännern mit einer einzigen mir bekannten Ausnahme, tief beklagt; und es sind seither wieder geradezu erschreckende Schilderungen von Überbürdung unserer Realschüler sogar auch öffentlich gegeben worden. Einen Stoßseufzer über diese Rückständigkeit unserer Realschulen glaube ich auch an dieser Stelle nicht unterdrücken zn dürfen, wo es in erster Linie die pädagogischen Interessen eines realistischen Faches, die der Mathematik, gilt.

mildern versuchen werden, so werden wir uns bemühen, keine der Lehren, die uns die Geschichte der Pädagogik gibt, unbeherzigt zu lassen, uns aber auch nicht dadurch schrecken lassen, daß gerade die Geschichte der Lehrerbildung eines der dunkelsten, von Irrwegen je länger je mehr durchkreuzten Kapitel jener Geschichte darstellt.

Was aber die tatsächliche, in ganz primitivem Sinne praktische Verwirklichung solcher guter Vorsätze betrifft, so mußte, da mir die auf S. 68 mitgeteilte Verfügung erst zukam, als das Schuljahr 1910/11 schon im Ausklingen war (der Lehrstoff absolviert, die Lehrer durch Versetzungsprüfungen, Zeugnisschreiben u. dgl. ganz in Anspruch genommen), mein Erstes sein, die hohe Unterrichtsverwaltung um sinngemäße Übertragung[1]) der erteilten Gestattung von probeweisen Lehrauftritten im Sommersemester 1911 auf das Wintersemester 1911/12 zu bitten, so daß wir an das Gymnasium und die Realschule etwa je dreimal kommen dürfen. Dabei gedenke ich aber nicht einmal, sogleich mit „Lehrauftritten" zu beginnen, sondern ich möchte die jetzigen Mitglieder des Seminars zunächst etwa je zweimal an Unterrichtsstunden der Anstaltslehrer selbst (wie bei der S. 70 erwähnten Chemiestunde am 27. Juni 1911) als stumme Zuhörer und Beobachter teilnehmen lassen, und erst auf Grund der so gewonnenen Eindrücke mag dann je ein Lehrauftritt am Gymnasium und an der Realschule gewagt werden. Denn es gilt eben das, was ich in Prag im vollem, bewährten Gange vorgefunden hatte, in Wien erst ganz vorsichtig überhaupt in Gang zu bringen. Wir wissen alle recht gut, daß namentlich ein allererster Lehrauftritt eines Kandidaten — auch vom sehr begreiflichen Lampenfieber abgesehen — mehr oder minder mißlingen kann trotz aller sorgfältigen Vorbereitungen durch Vorbesprechung mit dem Fachlehrer und durch Zuschauen bei einer dem Lehrauftritt vorhergehenden Lehrstunde, damit Vortrag und Dialog des Kandidaten möglichst anknüpfen kann an das von den Schülern in den vorausgehenden Stunden Erworbene. Wir werden daher auch bitten, daß die solchen Versuchen zugedachten ehrenden und aufmunternden Besuche von Mitgliedern des hohen Landesschulrates nicht früher einsetzen, als bis die neue Einrichtung soweit in Gang gekommen ist, daß sie wenigstens dem Kandidaten halbwegs hat vertraut werden können.

So ist es denn zum guten Teil „Zukunftsmusik", was ich hier zu berichten hatte und habe und was insofern über einen einfachen Bericht eigentlich schon wieder hinausgeht. Aber zu berichten war ja eben über die neuesten Einrichtungen Österreichs für die Vorbildung der Mittelschullehrer und wir dürfen es da wohl begrüßen, daß dieses Neueste zeitlich so genau zusammenfällt mit allem, was die Inter-

---

1) Siehe oben S. 69 Anm.

nationale Mathematische Unterrichtskommission zur „zeitgemäßen Umgestaltung“ eines einzelnen Unterrichtsfaches, der Mathematik, ins Werk gesetzt hat. Darf ja doch bei diesem Anlaß in Erinnerung gebracht werden, daß gerade die Mathematik auch in den neuesten österreichischen Lehrplänen von 1908 und 1909, weil eben am frühesten von allen großen Staaten und am entschiedensten von allen Unterrichtsgegenständen, ganz im Sinne jener „zeitgemäßen Umgestaltung“ einen scharfen Ruck nach vorwärts erfahren hat.

Im Vergleich zu dem bloßen Bericht über den Mathematikunterricht an dieser oder jener Art von Schulen, wie ihn die Hefte 1 bis 11 brachten, war der seitens der österreichischen Delegation von mir verlangte Bericht über das einschlägig Pädagogische eine schwierige, wenn nicht undankbare Aufgabe; denn wo gäbe es außer der Pädagogik (und, wie oben, S. 10, einzugestehen war, nur noch der Philosophie) ein anderes Fach, dessen Vertreter sozusagen erst den „Existenzbeweis“ für sein Fach und eine wenigstens mögliche Art seiner wirksamen Vertretung zu liefern hätte! Es bedurfte daher während der mir durch das wiederholte liebenswürdige Drängen des Präsidenten der österreichischen Delegation, Hofrat **Czuber**, aufgetragenen Ferialarbeit der Herzstärkung durch die in sie immer wieder hineinklingenden Worte der „Meistersinger“ in Bayreuth 1911, die mich trotz mancher gegen jenes Fach geführter „übler Streich'“ schließlich doch in der Stimmung erhielten, wieder mit Hans Sachs zu sagen:

„Und wär' es anders nicht geglückt,
Als wie wo alles drängt und drückt“ —

und:

„Die Hoffnung laß' ich mir nicht mindern.“

Wie viele von den nun bei uns auf die Pädagogik gesetzten erhöhten Hoffnungen in Erfüllung gehen werden, hängt noch von ganz anderen Teilbedingungen ab als nur von den österreichischen Hochschulprofessoren der Pädagogik allein. Möchte von allem der Pädagogik künftig zu teil werdenden Guten möglichst viel auch unseren angehenden Mathematiklehrern zugute kommen!

Bayreuth, im August 1911.

A. H.

Inhalt.

BERICHTE ÜBER DEN MATHEMATISCHEN UNTERRICHT IN ÖSTERREICH

VERANLASZT
DURCH DIE INTERNATIONALE MATHEMATISCHE UNTERRICHTSKOMMISSION.
HEFT 13.

DIE LEHRBÜCHER
FÜR
MATHEMATIK, DARSTELLENDE GEOMETRIE UND PHYSIK
AN DEN
MITTELSCHULEN MIT BÖHMISCHER UNTERRICHTSSPRACHE

VON

DR. K. VOROVKA, L. ČERVENKA
UND DR. V. POSEJPAL

MIT EINEM VORWORT
VON
J. SOBOTKA

WIEN 1914.
IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER, K. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

Vorwort.

Die vorliegenden Berichte über die Lehrbücher für Mittelschulen mit böhmischer Unterrichtssprache sollen eine Ergänzung zu den bereits von der österreichischen Kommission für den mathematischen Unterricht veröffentlichten Berichten über die an den deutschen Mittelschulen verwendeten Lehrbücher der betreffenden Fächer bilden. Ich glaube, daß diese Ergänzung geeignet ist, eine gewisse Beachtung sich zu verschaffen, einmal aus dem Grunde, weil die Mittelschulen mit böhmischer Unterrichtssprache einen großen Prozentsatz der österreichischen Mittelschulen überhaupt ausmachen, das anderemal deshalb, weil der unmittelbare Vergleich mit fremdsprachigen Lehrtexten für manche interessierten Kreise wegen der sprachlichen Schwierigkeiten nicht tunlich ist. Deshalb ist die Ermöglichung der Herausgabe dieses Berichtes durch die österreichische Kommission dankenswert. Die Durchführung dieses Planes hat der Verein der böhmischen Mathematiker, welcher als Förderer und Verleger der Mehrzahl der zu besprechenden Bücher an der Sache interessiert ist, in die Hand genommen und sie bewährten Schulmännern und Vertretern der betreffenden Fächer übertragen, Männern, die mit großem Eifer bemüht sind, den Reformvorschlägen und den durch sie hervorgerufenen Lehrplänen in der Schule und bei ihren Fachgenossen zum richtigen Durchbruch und zum Siege zu verhelfen. Die einzelnen Berichte wurden von verschiedenen Autoren verfaßt und über deren Wunsch schicke ich denselben, wenn auch zögernd, dieses Begleitwort voraus.

Die Aufnahme der neuen Lehrpläne und mehr noch der Lehrbücher an den Mittelschulen mit böhmischer Unterrichtssprache ist keine ungeteilte; es herrscht dermalen keine einheitliche Auffassung, wofür der Grund in der Hauptsache im Widerstreit zweier sich berührenden Generationen wurzelt. Es kann wohl gesagt werden, daß die früheren Lehrbücher wie aus einem Guß und vielfach erprobt waren; auf ihrer Grundlage sind große Lehrerfolge erzielt worden; sie zeichneten sich durch eine vollendete Form aus und waren meist

bequem als Grundlage des Unterrichtes zu benützen; ja, bei manchen konnte man förmlich die Einteilung bis in einzelne Unterrichtsstunden herauslesen. Die Durchführung der Methodik den früheren Lehrplänen entsprechend verdient im allgemeinen großes Lob und an der Vervollkommnung der Lehrbücher wurde Jahrzehnte gearbeitet. Außerdem ging der Anstoß zu den neuen Verhältnissen nicht unmittelbar von der Schule selbst aus und es fehlt hier die organische Entwicklung des Überganges. Demgegenüber galt es, eine neue Auffassung und für den Mittelschulunterricht neue Lehren und damit neuartige, dem Gang der modernen Wissenschaft mehr angepaßte Methoden einzuführen. eine diesen Bestrebungen mehr entsprechende Auswahl des Lehrstoffes zu erzielen und so die Kluft zwischen Mittelschule und Hochschule zu überbrücken. Dadurch sollte auch die Lust zum Schaffen bei dem Lehrer, welcher mit Liebe seinen Gegenstand den Schülern vermittelt, neu belebt werden. Die Vermittlung der neueingeführten Ideen, ihre Zurechtlegung für einen erfolgreichen Unterricht, ist eine Arbeit der Mühe wert, schon aus dem Grunde, weil der Einfluß eines Lehrers in der Schule um so intensiver ist, je mehr er an dem zum Vortrag Gebrachten selbsttätig beteiligt ist. Es ist klar, daß die neuen Lehrbücher und vielleicht auch Lehrpläne, die sozusagen im Zustande der inneren Gärung entstanden sind, nicht für eine lange Zeitperiode das letzte Wort bedeuten. Es wird wohl manches wieder geändert werden: das Merkmal der sich vollziehenden Bewegung wird aber erkennbar bleiben.

Ich lege meiner begründeten Ansicht nach in dem mathematischen Unterricht an der Mittelschule Gewicht auf das Prinzip: „Lieber weniger, aber gründlich" und fürchte, daß dieses Prinzip auf der Oberstufe nach einigen der neuen Lehrbücher schwer einzuhalten sein werde. Ich halte da die Fülle des Stoffes im allgemeinen für zu groß und dies mitunter schon in der Anlage, so daß selbst die zu treffende Auswahl nicht immer leicht sein dürfte. Ich meine damit nicht, daß das Gebotene die Fassungsgabe der Schüler überschätzt, sondern daß es physisch nicht möglich sein werde, den Lehrstoff nach dem Lehrbuche in den einzelnen Klassen durchzunehmen und zu verarbeiten, worin die Berichte teilweise auch schon ihre Bedenken zum Ausdruck bringen. Auf der Unterstufe hingegen will es mir scheinen, daß man die Fassungsgabe der Schüler bisweilen unterschätzt und daß man speziell in der Geometrie in der empirischen Richtung zuviel des Guten tut. Ich bin der Anschauung, daß bei unserer dermaligen Schulverfassung das Lehrbuch nur das vom Lehrplan Vorgeschriebene in einer Fassung und einer solchen Auswahl des Stoffes enthalten soll, daß es mit normal veranlagten Schülern unter normalen Verhältnissen tatsächlich durchgearbeitet werden kann, wofür noch andere als rein didaktische Gründe sprechen. Damit ist aber nicht gesagt, daß der

Lehrende in der Schule nie über dieses Ausmaß gehen dürfte. Ich stelle mir aber vor, daß neben dem für die Schule vorgeschriebenen Lehrbuch ganz gut für den Gebrauch des Lehrers ein mit Rücksicht auf den Lehrstoff der Schule verfaßtes, diesen im reichlicheren Ausmaß, von höherem wissenschaftlichen Standpunkt und in vertiefter Auffassung behandelndes, mit den nötigen Literaturnachweisen versehenes Handbuch bestehen könnte, das ja auch besonders veranlagten, strebsamen Schülern zugänglich wäre und sicher Nutzen stiften würde.

Es gibt gewiß Gegensätze hier. Im einzelnen äußern sie sich sogar in den vorgelegten Berichten selbst; das sind indessen keine Lawinen, welche das Werk selbst gefährden könnten. Es darf auch nicht vergessen werden, daß die Aufgabe für die Autoren der Lehrbücher nicht so leicht war, um mit einem Schlage vollkommen gelöst werden zu können. Aber das unausgesetzte Suchen und Ringen nach dem Richtigen und Vollkommenen ist eine Bürgschaft für die Erreichung des gesteckten Zieles, bis dann neue Zeiten wieder neue Ziele und Bestrebungen hervorrufen werden.

J. Sobotka.

Inhalt.

Die Mathematik.

Von Dr. **K. Vorovka.**

Einleitung.

Die Entwicklung der österreichischen Lehrbücher kann man, wie es Dintzl auf dem Mailänder Kongreß im Jahre 1911 getan hat, als eine Bewegung von der Methode *B* (empirische Grundlegung, logische Beweismethode) zur Methode *C* (anschauliche Betrachtung und deduktive Methode wechseln miteinander ab) charakterisieren. Diese Charakteristik gilt auch speziell für die böhmischen Lehrbücher. Es ist aber notwendig zu bemerken, daß das Lehrbuch der Geometrie für die unteren Klassen der Mittelschulen von Valouch, welches an den meisten böhmischen Schulen eingeführt ist, wo möglich die Methode *D* (anschaulich-experimentelle Methode) benützt.

Es ist interessant, die neuen Lehrbücher auch von einem anderen Standpunkte als von dem der Methode zu beurteilen. Es ist auch möglich, den Inhalt zu berücksichtigen, welcher auf den notwendigsten Lehrstoff beschränkt werden oder ein reichliches Material zur Auswahl bieten kann. Ein und derselbe Inhalt kann unter verschiedenen Formen wiedergegeben werden. Entweder ist es eine ganz kurze dogmatische Form oder es kann der Lehrstoff in einer ausführlichen Form dargeboten werden, welche sich dem wirklichen heuristischen Vortrag des Lehrers nähert.

Wie in dem weiteren Bericht näher dargelegt wird, trachtet die Mehrzahl der böhmischen Lehrbücher, einen möglichst reichlichen Lehrstoff zur Auswahl vorzulegen, damit jedem möglichen Wunsche im vorhinein Genüge getan werde, obwohl die Lehrbücher, den österreichischen Instruktionen gemäß, nur das enthalten sollten, was jedem durchschnittlichen Schüler unbedingt notwendig ist. Ein Lehrbuch mit einem reichlichen Inhalt bietet aber den Vorteil, daß der Lehrer bei einem guten Fortgang der Klasse nach eigenem Gutdünken leicht den Lehrstoff erweitern kann. Es kann der Lehrer auch die begabteren Schüler berücksichtigen, welche für die Mathematik Vor-

liebe haben, und er kann ihnen manche Partien des Lehrbuches, welche er infolge Zeitmangels nicht selbst vortragen konnte, zum privaten Studium empfehlen.

Was die Form der Wiedergabe anbelangt, ist diese, besonders in den Lehrbüchern für die unteren Klassen, meist didaktisch so ausgearbeitet, daß der Lehrer kaum mehr tun kann, als manche Seiten des Lehrbuches mit etwas schauspielerischer Kunst in der Schule zu reproduzieren. Diese Form bietet gewisse Vorteile dem Hausstudium*) des Schülers; es wird dadurch aber die schöpferische Tätigkeit des Lehrers in der Lehrstunde nicht angeregt.

Bei dem eigentlichen Referate über die Lehrbücher war es nicht zu umgehen, an manchen Stellen Kritik zu üben, welche natürlich wieder zu positiven Vorschlägen, denen auch in diesem Referate ein Platz eingeräumt wurde, verpflichtet. Besonders soll hier der Entwurf der Verteilung geodätischer Übungen auf die einzelnen Klassen**) erwähnt werden, welcher vom Herrn Schulrate K. Osovský herrührt.

An der Anordnung des ganzen Referates könnte überraschen, daß ein besonderer Abschnitt dem von Bydžovský und Vojtěch verfaßten Wiederholungsbuche: „Die Mathematik für die höchste Klasse der Mittelschulen" gewidmet ist. Dieses Buch ist zwar nur ein Hilfsbuch, aber es weist dem böhmischen mathematischen Unterricht solche Hochziele, daß es einer besonderen Beachtung würdig ist. Würde man aber über dieses Buch unter einem mit den anderen Lehrbüchern referieren, könnte ein unrichtiges Bild von dem entstehen, was in der Schule in der Regel durchgenommen wird.

I. Ein Rückblick auf die Entwicklung der böhmischen mathematischen Lehrbücher.

Die eigentliche ununterbrochene Entwicklung der böhmischen Lehrbücher für die Mittelschulen hat erst im Jahre 1861 begonnen. In jenem Jahre wurde unter Voraussetzung passender Lehrkräfte und Lehrbücher die böhmische Sprache als Unterrichtssprache für jeden Lehrgegenstand zugelassen. Gleich in demselben Jahre und in den nächstfolgenden erschien eine Reihe von Lehrbüchern, wodurch dem ersten Lehrbüchermangel abgeholfen wurde. Von diesen seien hier die „Algebra" von Šimerka (1863) und die „Geometrie" von Jandečka (1864) erwähnt. Šimerka, der in den Abhandlungen der Wiener Akademie einige bemerkenswerte Arbeiten aus der Zahlentheorie veröffentlicht hat, hat sein Buch ohne jegliches Vorbild ganz nach eigenen Erfahrungen geschrieben. Seinem durchaus originellen Buche hat er noch

---

*) Siehe Dr. A. Höfler, Zum Gebrauch der Oberstufe der Naturlehre, S. 4.

**) S. 20.

eine kurze Einführung in die Infinitesimalrechnung beigefügt. Diese Einführung mußte aber im folgenden Jahre (1864) von dem eigentlichen Lehrbuche abgesondert werden, um die Approbation des Lehrbuches nicht zu verhindern. Unseren Anforderungen würde jene Einleitung in die Infinitesimalrechnung nicht mehr genügen. Der Autor aber, der schon damals die Infinitesimalrechnung in die Mittelschulen einführen wollte, verdient jedenfalls Anerkennung.

Aus derselben Zeit stammt die Geometrie von Jandečka. Dieses Lehrbuch hat fast 40 Jahre dem böhmischen Schulwesen in zahlreichen Ausgaben gute Dienste geleistet. V. Jandečka, der auch in Gemeinschaft mit J. Dastich eine „Logik" für Gymnasien geschrieben hat, hat auch in der Geometrie mehr auf den logischen Bau als auf Anwendungen und numerische Aufgaben Gewicht gelegt. Die stereotype Methode beim Stellen und Lösen der Probleme erinnert an die euklidische Darstellungsweise. Dafür aber hat der Autor überall bei den Strecken und Winkeln auch ihren Sinn beachtet, worauf er ausdrücklich im Vorworte zur Planimetrie hinweist.

In allen Lehrbüchern jener Zeit kann man manche Partien finden, die in späteren Ausgaben weggelassen wurden. In der analytischen Geometrie zum Beispiel hat Jandečka die Krümmungsmittelpunkte und Krümmungshalbmesser der Kegelschnitte in achsialer Lage durch Rechnung bestimmt. Er hat wohl selbst vermutet, daß er nicht allgemeinen Beifall finden wird; denn in dem Vorworte zu der analytischen Geometrie sagt er: „Ich glaube, daß ich durch die Aufnahme der Lehre von dem Krümmungsmaße die Grenzen des Elementaren nicht überschritten habe; es schien mir fast verfehlt, bei der Behandlung der krummen Linien von der Krümmung, ihrer wichtigsten Eigenschaft, gar nichts zu sagen."

In den ersten zehn Jahren der böhmischen Lehrbücher dürfen nicht die fünfstelligen Logarithmentafeln von Dr. F. J. Studnička (1869) unerwähnt bleiben, welche später auch in kroatische und bulgarische Mittelschulen in geeigneter sprachlicher Bearbeitung Eingang gefunden haben und bis zum heutigen Tage ihre Stellung überall behaupten.

Im zweiten Jahrzehnt (1871—1880) ist der Versuch gemacht worden, die Lehrbücher von Močnik in die böhmischen Mittelschulen einzuführen. Für die Oberstufe hat F. A. Hora die Übersetzung besorgt, für die Unterstufe V. Starý.

V. Starý hat dann im Jahre 1877 eine eigene „Arithmetik" für die niederen Klassen der Mittelschulen verfaßt, die zahlreiche Auflagen erlebte. Sie wurde im Jahre 1886 ins Bulgarische übersetzt und an vielen bulgarischen Mittelschulen mit manchen anderen hier nicht erwähnten Lehrbüchern eingeführt.

In demselben Jahre 1877 hat Dr. F. J. Studnička, Professor an der Universität in Prag, eine „Algebra" für Mittelschulen veröffentlicht, die zu Reformzwecken geschrieben war. Leider hat dieses Buch, mit dem der Verfasser den Mittelschulunterricht auf ein höheres wissenschaftliches Niveau zu heben beabsichtigte, dem geplanten Zwecke nicht gut gedient, weil es vom Standpunkte unserer Schuldidaktik nicht einwandfrei war. Die Darstellungen werden daselbst zwar von zahlreichen historischen Bemerkungen begleitet, die Operationen mit komplexen Zahlen werden graphisch erklärt, bei der Zinseszinsrechnung wird auch die sogenannte „organische Verzinsung" erläutert, was gewiß Zustimmung verdient, aber minder passend ist eine ausführliche Bemerkung, in welcher die nichtkommutative Multiplikation der Quaternionen berührt wird. Es war aber ein gewagter Schritt, wenn der Autor, um die

Schüler möglichst bald an die verschiedensten Symbole zu gewöhnen, die Regel für die Multiplikation der Potenzen auch in der Form

$$\prod_{k=1}^{n} a^{m_k} = a^{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

geschrieben hat. Studnička hat sich darüber im Vorworte so geäußert: „Was die Symbole betrifft, die hier recht oft benützt werden, so lege ich auf diesen Umstand das größte Gewicht; denn hierin beruht meiner Überzeugung nach ein sehr wichtiger Bildungsmoment.“ Diese hier angeführte Ansicht läßt gut erkennen, wie hoch Professor Studnička die formal bildende Seite des mathematischen Unterrichtes schätzte. Damit hängt auch zusammen, daß er in seinem Lehrbuche bei der Lösung linearer Gleichungen die Determinanten und ihre wichtigsten Eigenschaften abgeleitet hat. Er hat in der pädagogischen Zeitschrift „Krok“ (1894) den Wunsch geäußert, „daß die mathematischen Darstellungen an Gymnasien immer nur solcher scharfsinniger Methoden sich bedienen sollen, welche die kürzesten logischen Wege und die zweckmäßigsten Wendungen hervortreten lassen. Brachylogisch könnten wir sagen, daß ein jeder mathematischer Prozeß mit einem Minimum der logischen Arbeit ausgeführt werden sollte. Wenn wir also das Wesen und die aus ihm folgende praktische Anwendbarkeit des Determinantenbegriffes erwägen, so müssen wir zugeben, daß er für sich allein wie auch in seinen Anwendungen zur Geistesbildung höchst geeignet ist“. Professor Studnička hat sich damals einer in mathematischen Kreisen überall sichtbaren regen Strömung angeschlossen. Die deutsche Ausgabe der Algebra von Studnička ist auch der Aufmerksamkeit des Redakteurs der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“, J. C. Hoffmann, nicht entgangen. Derselbe hat (im XI. Jahrgang, 1880) in dem Artikel „Determinanten oder nicht. Eine Gefahr“, die „Algebra“ von Studnička als das beste deutsch verfaßte Buch bezeichnet, aus dem ein Anfänger die Determinantenlehre studieren kann. Diese Behauptung war wohl begründet; denn die betreffende Partie der „Algebra“ von Studnička ist ohne Zweifel musterhaft.

Eines der wichtigsten Momente in der Entwicklung böhmischer mathematischer Lehrbücher ist die Verlagstätigkeit des Vereines der böhmischen Mathematiker. Im Jahre 1872 wurde die „Zeitschrift des Vereines der böhmischen Mathematiker“ (Časopis Jednoty českých mathematiků) begründet, in der neben wissenschaftlichen Abhandlungen auch methodische Aufsätze, Rezensionen und Aufgaben für Mittelschüler Platz gefunden haben. Später (1892) wurde der „Zeitschrift“ eine für Mittelschüler besonders redigierte Beilage beigefügt, deren Bedeutung später berücksichtigt werden wird. Der Verein der böhmischen Mathematiker hat aber neben der „Zeitschrift“ auch zahlreiche wissenschaftliche Publikationen und Lehrbücher ausgegeben. Die erste dieser Publikationen stammt aus dem Jahre 1873. Es ist die „Darstellende Geometrie in Aufgaben für die höheren Realschulen“ von V. Jarolímek. Derselbe Autor, dessen spätere Lehrbücher der darstellenden Geometrie für die böhmischen Realschulen fast klassisch geworden sind, hat auch während der folgenden Jahrzehnte im Verlage des Vereines verschiedene Lehrbücher der Geometrie für die Unterstufe veröffentlicht, die sich im Unterrichte vorzüglich bewährt haben. Jarolímek hat einmal den Grundsatz geäußert: „Das Lehrbuch sollte nur so viel enthalten, was der Schüler notwendig braucht, und den Lehrstoff so darstellen, wie ihn der Schüler braucht.“ Diesem Grundsatz ist er auch in seinen Lehrbüchern treu geblieben.

Von der euklidisch beweisenden Methode, die bei Jarolímek noch überwog, hat sich im Jahre 1888 A. Jeřábek (Geometrie für die Unterklassen der Gymnasien) teilweise befreit, indem er den Begriff der Bewegung vielfach angewendet hat. Er hat zum Beispiel auch als ein Axiom den Satz eingeführt, daß der Winkel zweier Geraden sich nicht ändert, wenn eine von beiden sich parallel zur ursprünglichen Lage verschiebt. Zu den Lehrbüchern von Jeřábek, welche schon als Vorläufer der neuen Methode betrachtet werden können, sollte noch das vortreffliche Lehrbuch von F. Hoza (Geometrie für die I. bis IV. Klasse der Realschulen) und das von M. Vaněček gezählt werden.

Im dritten Jahrzehnt (1881 bis 1890) des Bestandes unserer Mittelschulen gebührt eine besondere Beachtung der „Algebra", welche F. Machovec im Jahre 1886 für Mittelschulen verfaßt hat, in welcher eine — nicht nur scheinbare — sondern auch ernste wissenschaftliche Strenge angestrebt wurde. Wie aus dem Vorworte hervorgeht, war der Verfasser teilweise auch durch die Weierstraßsche Schule inspiriert. Er hat sich aber darin manchmal zu weit führen lassen, indem er zum Beispiel nach der Einführung der negativen Zahlen bewiesen hat, daß die Subtraktion nicht kommutativ ist. Den Unterschied zwischen Zahlen und Größen hat er im ganzen Buche klar hervortreten lassen. Bei verschiedenen Gelegenheiten (Regula falsi, Zinseszinsrechnung u. a.) hat er auch die Methode der graphischen Darstellung angewendet. Dem Beispiele Studničkas folgend, hat er an manchen Stellen ausführliche historische Bemerkungen beigefügt. Dadurch ist aber der Umfang des Buches so angewachsen, daß ihm die Approbation erst erteilt wurde, nachdem die ursprünglichen 423 Seiten auf 298 Seiten reduziert worden waren. Dabei sind leider eben jene historischen Bemerkungen, graphischen Darstellungen und manche andere wertvolle Zusätze verloren gegangen. Die Impulse aber, welche von Machovec ausgingen, sind nicht nutzlos geblieben. Die Einwirkung von Machovec läßt sich noch einige Jahre später konstatieren (1892) bei der „Algebra" von Hoza und im Jahre 1900 in der umgearbeiteten Auflage der „Algebra" von Taftl, welche J. Soldát besorgt hat. Alle diese Lehrbücher der Algebra, wie auch das früher erwähnte von Studnička, sind bei dem Schulunterrichte stets noch durch die Benützung der Aufgabensammlung von Hromádko-Strnad ergänzt worden.

Wie in dem Lehrbuche von Machovec der Versuch gemacht worden ist, den Unterricht an der Mittelschule mit zeitgemäßen Errungenschaften und Gedanken zu beleben, so hat auch im Jahre 1893 die „Geometrie" von Al. Strnad eine größere Berücksichtigung des jeweiligen wissenschaftlichen Standpunktes erstrebt. Strnad war aber mit seiner Bestrebung im Vergleich zu Machovec viel glücklicher, weil es ihm gleichzeitig gelang, den didaktischen Forderungen zu genügen. Al. Strnad, der ein Mann strenger Wissenschaft war, wie seine zahlreichen in Grunerts Archiv und andernorts veröffentlichten Arbeiten bezeugen, hat das für den Schüler unbedingt Notwendige von dem Wünschenswerten gut unterschieden und das letztere in die Aufgaben verwiesen. Sein Lehrbuch der Geometrie, das aus drei Teilen besteht, enthält mehr als 3300 Aufgaben. Diese geordneten, originellen Aufgaben haben einen großen Einfluß auch auf die neuesten Lehrbücher ausgeübt. In der Planimetrie sind es zum Beispiel manche nur mit dem Lineal auszuführende Konstruktionsaufgaben, in der analytischen Geometrie sind es Aufgaben, in denen bei der Kreislehre die Inversion und der Inversor von Paucellier vorgeführt werden usw. Die zu der Raumlehre gehörigen Figuren sind in dem Lehrbuche von Strnad durchweg korrekt und konsequent nach der Methode der Axonometrie ausgeführt worden, obgleich damals an den Gymnasien aus der Projektionslehre gar nichts vorgetragen wurde. Es ist deshalb um so bedenklicher, wenn das ganz neue Lehrbuch von Vinš, das in der Gymnasialausgabe auch teil-

weise die schräge Projektion erklärt, dennoch einige ganz unrichtige Figuren bringt, was offenbar auch der Aufmerksamkeit der Rezensenten entgangen ist.

Zwischen dem Erscheinen der „Geometrie" von Jandečka (1864) und derjenigen von Strnad (1893) waren dreißig Jahre verflossen. Im Laufe dieser Jahre, wie auch in den darauf folgenden, sind viele Abhandlungen in verschiedenen böhmischen Zeitschriften und Mittelschulprogrammen veröffentlicht worden, welche sich mit den didaktischen Fragen des Mathematikunterrichtes beschäftigen und in denen manche wertvolle Erfahrungen enthalten sind. Als Dokumente hiezu können die Programmarbeiten von J. Sommer (Raudnitz 1890, Prag III. 1905) angeführt werden. Es wird daselbst ein ähnlicher Vorkurs der Trigonometrie, wie ihn auch Höfler vorgeschlagen hat, auf Grund eigener Erfahrungen empfohlen. Aus der „Zeitschrift der böhmischen Professoren" mag hier der Artikel von Ad. Mach erwähnt werden, in welchem gezeigt wird, wie die Schüler mit Hilfe einer Potenztafel der Basis 2 in das Wesen der Logarithmen leicht eingeführt werden können.

Von Ad. Mach stammt auch eine „Sammlung geometrischer Aufgaben", deren erste Auflage im Jahre 1898 erschienen ist. In diesem Buche treten schon die modernen Tendenzen ganz deutlich zutage. Manche der Aufgaben fordern die Schüler zu Experimenten, zum Kartenlesen usw. auf. Manche Aufgaben — besonders geographische — lassen erkennen, daß sie der Verfasser auf Grund eigener Erfahrung und Anschauung gestellt hat. Bei Aufgaben, welche der technischen Praxis entnommen sind, hat der Autor über authentische Angaben verfügt. Das Buch enthält außerdem auch eine besonders reiche Auswahl von astronomischen und nautischen Aufgaben.

Nach dem Jahre 1900 wurde das Bedürfnis einer Reform des mathematischen Unterrichtes überall empfunden. Als diese Reform im Jahre 1909 durch einen neuen Lehrplan verwirklicht worden war, fand sie an den böhmischen Mittelschulen einen gut vorbereiteten Boden. Wie früher gesagt worden ist, hat Šimerka schon im Jahre 1863 die Infinitesimalrechnung an den Gymnasien einführen wollen. Im Jahre 1872 hat Professor Studnička in der „Zeitschrift der böhmischen Mathematiker" die Einführung der Infinitesimalrechnung in die Mittelschulen befürwortet. Er hat diesem neuen Lehrstoffe diejenige Zeit widmen wollen, welche damals noch in der Physik bei den sogenannten Beweisen verschwendet wurde. Was aber zu jener Zeit noch nicht vom Katheder aus geschehen konnte, das hat die Schülerbeilage der mathematischen Zeitschrift gefördert. Die Aufgaben, welche die Zeitschrift den Mittelschülern regelmäßig vorlegte, haben viele begeisterte Mitarbeiter gefunden, deren Namen sich auch später im praktischen Berufe eines guten Klanges erfreuten. Es kam alljährlich vor, daß hervorragende Schüler bei der Maturitätsprüfung, wenn es der Vorsitzende erlaubt hat, auch Kenntnisse aus der Infinitesimalrechnung erwiesen haben, was dann im Maturitätszeugnisse besonders erwähnt wurde. Der günstige Einfluß der „Zeitschrift" hat sich in den folgenden Jahren noch gesteigert, weil seit dem Jahre 1892 eine besonders für die Mittelschüler bestimmte Beilage herausgegeben wird. Sie ist im Jahre 1904 bis 1905 in 1850 Exemplaren an den Mittelschulen verbreitet worden.

Als ein weiterer Beweis dafür, daß die neuen Reformvorschläge bei uns ziemlich rasch das richtige Verständnis gefunden haben, sei hier noch etwas über die vierstelligen logarithmischen Tafeln angeführt. Dr. Ph. Freud sagt in seinem Referat *) „die Vierstelligen Tafeln von Arbes (1905) wären bisher (1910) wohl die einzigen österreichischen Verlages". Dazu bemerke ich, daß Valouch schon im Jahre 1904 vierstellige Logarithmentafeln seiner mathematischen Formelsammlung beigefügt hat. Die im Jahre 1908 von Osovský für den Bedarf der Mittelschulen herausgegebenen „Vierstelligen logarithmischen und trigonometrischen Tafeln" haben sogleich an vielen böhmischen Anstalten Eingang gefunden.

Gleich nach der Verlautbarung der neuen Lehrpläne hat der Verein der böhmischen Mathematiker den Entschluß gefaßt, sämtliche für die Mittelschulen erforderlichen mathematischen Lehrbücher im eigenen Verlage erscheinen zu lassen. Die nach einem einheitlichen Plane mit einheitlicher Terminologie und Bezeichnung bearbeiteten Lehrbücher sind von folgenden Autoren verfaßt worden: Professor L. Červenka (Arithmetik für die Unterstufe in drei Teilen). Professor und Privatdozent Dr. B. Bydžovský (Arithmetik für die Oberstufe in zwei Teilen). Professor M. Valouch (Geometrie für die Unterstufe in drei Teilen). Professor und Privatdozent Dr. V. Vojtěch (Geometrie für die Oberstufe in vier Teilen). — Über die Lehrbücher der darstellenden Geometrie und der Physik siehe weiter in den Berichten von L. Červenka und Dr. V. Posejpal.

Die Einheitlichkeit, besonders in den Bezeichnungen, ist aber an den böhmischen Mittelschulen dennoch nicht erreicht worden, weil die von dem Mathematischen Vereine proklamierten Grundsätze für andere Verlagsbuchhandlungen nicht bindend waren. Die von dem Mathematischen Vereine herausgegebenen Lehrbücher sind aber an der Mehrzahl der Mittelschulen eingeführt worden. Es war, wie es scheint, wenig Mut vorhanden, mit dem einflußreichen Mathematischen Vereine und mit den von ihm sorgfältig gewählten Autoren in Konkurrenz zu treten. So erklärt sich die den nicht Eingeweihten befremdende Erscheinung, daß zurzeit die böhmischen Mittelschulen über eine kleinere Auswahl von Lehrbüchern verfügen als vor 20 oder 30 Jahren. Einigen von dem Vereine herausgegebenen Lehrbüchern, wie der Arithmetik von Bydžovský und dem Wiederholungsbuche von Bydžovský-Vojtěch, hat sich bisher kein rivalisierendes Buch entgegengestellt.

Neben den im Verlage des Mathematischen Vereines erschienenen Lehrbüchern sind noch folgende, nach dem neuen Lehr-

*) „Berichte" Heft 6. S. 10.

plan verfaßte oder neu umgearbeitete Lehrbücher herausgegeben worden.

Im Verlage der „Unie“: V. Starý-J. Pithardt, Arithmetik für die unteren Klassen der Mittelschulen (in drei Teilen); J. Vinš, Geometrie für die unteren Klassen der Mittelschulen (in drei Teilen); J. Vinš, Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen (in vier Teilen, wovon bisher nur die ersten drei erschienen sind).

In dem Verlage des „Vereines der böhmischen Professoren“: Bendl-Muk, Arithmetik für die unteren Klassen der Mittelschulen (in drei Teilen).

In dem Verlage von J. Kytka: Strnad-Rašín, Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen (von den proponierten vier Teilen sind bisher die ersten zwei erschienen).

* * *

Um diese, nur in den Hauptzügen entworfene Skizze der Entwicklung der böhmischen Lehrbücher einigermaßen zu ergänzen, sei hier noch ein Verzeichnis aller böhmischen für die Mittelschulen bestimmten mathematischen Lehrbücher angeführt. Die angegebenen Jahreszahlen beziehen sich auf die erste Ausgabe des betreffenden Buches. Eventuell ist auch die Zahl der Auflagen angegeben.

Unterstufe:

Arithmetik:

J. Smolík, 1861, 3 Auflagen.
V. Jarolímek senior, 1863, 2 Auflagen.
A. Vosyka, 1863, 3 Auflagen.
F. X. Fischer, 1868, 6 Auflagen.
Močnik, übersetzt v. Starý, 1872.
V. Starý, 1877 (Starý-Pithardt) 9 Auflagen.
J. Šikola, 1881, 2 Auflagen.
J. Tuma, 1886, 7 Auflagen.
J. Sommer, 1896, 2 Auflagen.
L. Červenka, 1910, 2 Auflagen.

Geometrie:

F. Šanda, 1861, 5 Auflagen.
J. Dřízhal, 1862, 6 Auflagen.
Dom. Ryšavý, 1863, 4 Auflagen.
J. Juzl, 1869, 2 Auflagen.
V. Jarolímek, 1874 (IV. Klasse), 3 Auflagen.
Al. Studnička, 1874.
Močnik, übersetzt v. Starý, 1876.
F. Hoza, 1878 (IV. Klasse).
Ant. Barborka, 1881.
Th. Hess, 1881.
V. Jarolímek, 1882, 5 Auflagen.
Ant. Jeřábek, 1888, 7 Auflagen.
F. Hoza, 1898, 3 Auflagen.
M. Vaněček, 1900.
M. Valouch, 1910.
J. Vinš, 1910.

Oberstufe:

Arithmetik:

J. Fleischer, 1862, 4 Auflagen.
V. Šimerka, 1863, 3 Auflagen.
J. Smolík, 1870, 2 Auflagen.
J. Valenta, 1870.
Baltzer, übersetzt v. Pokorný, 1874.
Močnik, übersetzt v. Hora, 1876.
Dr. F. J. Studnička, 1877, 3 Auflagen.
E. Taftl, 1883 (H. Soldát-E. Taftl,) 7 Auflagen.
Fr. Machovec, 1886, 2 Auflagen.
F. Hoza, 1892, 2 Auflagen.
Dr. B. Bydžovský, 1910.

Geometrie:

Dom. Ryšavý, 1862, 3 Auflagen.
V. Jandečka, 1864 (V. Jandečka-A. Libický), 6 Auflagen.
Močnik, übersetzt v. Hora, 1876.
K. Zahradník, 1884 (nur analytische Geometrie).
A. Strnad, 1893, 3 Auflagen.
Dr. J. Vojtěch, 1910.

II. Die Arithmetik auf der Unterstufe.

Wenn sich das Lehrbuch dem Gedankenkreise 10 bis 14jähriger Knaben wirklich anpassen soll, so muß es vor allem jede vorzeitigen Abstraktionen vermeiden. Allgemeine Beweise wären auf dieser Stufe nur ein schädlicher Ballast von bloßen Worten ohne Inhalt. Allerdings muß man sehr oft die Knaben ziemlich weit auf dem Wege der Abstraktion führen; man muß aber den Ausgangspunkt immer nur in ganz konkreten Angaben wählen. Wenn also der Lehrplan die vier Grundrechnungsarten mit ganzen benannten und unbenannten Zahlen vorschreibt, so ist die Wortfolge (benannt, unbenannt) dabei pädagogisch sehr wichtig.

Beispiele mit unbenannten Zahlen ohne sachlichen Inhalt, die zur Einübung der Fertigkeit im mechanischen Rechnen unentbehrlich sind, hat Červenka fast immer so gewählt, daß das Resultat entweder ganz einfach oder auf irgendeine Weise überraschend ist. Beispiele mit sachlichem Inhalt dürfen nicht ganz fiktiv sein, sondern sollten dem wirklichen Leben entsprechen.

In dieser Hinsicht findet man in den Lehrbüchern Beispiele von ungleichem Werte. Červenka und auch Bendl-Muk haben zum Beispiel gute und konkrete Aufgaben in der Lehre vom größten gemeinschaftlichen Maße und vom kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen, wo sich die älteren Lehrbücher nur auf Aufgaben mit unbenannten Zahlen beschränkten. Eine Fiktion ist immer in einem gewissen Grade zulässig, besonders wenn sie ausdrücklich angeführt wird, wie im folgenden Beispiele (Červenka): „An dem Pulverturm in Prag sollen Wagen von fünf verschiedenen Strecken der elektrischen Straßenbahn in Pausen von 5, 6, 5, 10 und 8 Minuten vorbeifahren. Wenn zufällig

die Wagen aller Strecken dort zusammentreffen, wann wird dies, einen ganz regelmäßigen Verkehr vorausgesetzt, zum zweiten Male geschehen?

Manchmal könnte aber die Fiktion eine falsche Vorstellung herbeiführen, wie in der Aufgabe, die nach der Zeit fragt, in welcher ein Lichtstrahl um die Erde $1^1/_2$ mal kreist (Bendl-Muk). Auch sollten solche Beispiele vorsichtig gewählt werden, die das lobenswerte Ziel verfolgen, die Schüler für andere Lehrgegenstände vorzubereiten. So wird zum Beispiel jenes Ziel kaum durch folgende Aufgabe, die dem Lehrbuche für die I. Klasse (Bendl-Muk) entnommen ist, erreicht: „Der Mond dreht sich um die Erde in einem geschlossenen Kreise (360°) in 27 Tagen 7 St. 43 Min. 11 Sek. (siderischer Monat), hingegen dauert die Zeit von einem Vollmond zum folgenden 29 Tage 12 St. 44 Min. 3 Sek. (synodischer Monat), weil die Erde in derselben Zeit um fast 30° in ihrer Bahn um die Sonne vorrückt. Wieviel Sekunden beträgt der siderische Monat und wieviel der synodische?"

Allgemeine Betrachtungen über Größen und Zahlen, Mengen und Einheiten, mit denen die früheren Lehrbücher den arithmetischen Unterricht einzuleiten suchten, sind endlich weggelassen worden. Neue Lehrbücher machen bloß den Schüler darauf aufmerksam, wie er es macht oder machen soll, wenn er die Anzahl einer größeren Menge von Objekten (zum Beispiel Zündhölzchen) bestimmen will.

Bei den vier Grundrechnungsarten werden die Schüler der I. Klasse in den Gebrauch von Klammern eingeführt. In der I. Klasse kommen jedoch nie zwei ineinander gelegte Klammern vor, sondern es wird stets nur eine einzige Klammer gebraucht, um die Benutzung mancher wichtiger Rechenregeln zu zeigen, zum Beispiel wie eine Summe mit einer Zahl multipliziert wird oder auch (Červenka) wie eine Zahl durch ein Produkt dividiert wird. Dabei wird zugleich für das Rechnen mit Klammerausdrücken in der III. Klasse vorgearbeitet, vorausgesetzt, daß in der Zwischenzeit die Sache öfters rekapituliert wird. Das Addieren und Multiplizieren als kommutative Rechnungsarten zu bezeichnen, wie es bei Bendl-Muk schon in der I. Klasse geschieht, ist gewiß vorzeitig.

Die Darstellung jeder neuen Rechnungsart mit benannten Zahlen bietet große Vorteile, besonders bei schwierigen Rechnungen, wie zum Beispiel beim Aufsuchen des größten gemeinschaftlichen Maßes durch Kettendivision in der II. Klasse (Červenka). Das Rechnen mit mehrziffrigen Zahlen in der I. Klasse wird bei Červenka, teilweise auch bei Bendl-Muk, immer zuerst an mehrnamigen Zahlen mit der Überführungszahl 10 dargestellt. Die Flächen- und Inhaltsmaße sollten nicht (Červenka) zugleich mit den Längenmaßen bei der Addition sondern erst bei der Multiplikation angeführt werden. An derselben Stelle

sollten auch die Beziehungen der Gewichts- und Flüssigkeitsmaße zu den Inhaltsmaßen erläutert werden.

Daß dabei die betreffenden Einheiten ad oculos demonstriert werden müssen, ist selbstverständlich; da muß die Benutzung des Lehrbuches durch Vorführung geeigneter Modelle ergänzt werden. Besonders ein aus Pappe gefertigtes Modell eines Hektoliters ($a = 3 \cdot 16$ *dm*, $h = 1$ *m*) und eines Kubikmeters (aus Latten) sollte in den Sammlungen der Anstalten immer zur Verfügung stehen.

Bei dem Übergang von einem ganzen zu einem dezimal gebrochenen Multiplikator ist es in der I. Klasse nicht möglich, auf die ursprüngliche Definition der Multiplikation zurückzugreifen; die Autoren suchen das Multiplizieren mit einem dekadischen Bruche den Schülern auf die kürzeste Weise begreiflich zu machen, um mit den Schülern möglichst bald praktische Rechnungen üben zu können.

In der II. Klasse kommt dasselbe noch einmal und gründlicher bei der systematischen Lehre von den gemeinen Brüchen vor. Červenka legt es auf folgende Weise dar:

„Wenn der Zug in 1 Sekunde 6 *m* zurücklegt,
so legt er in 5 Sekunden 6 *m* × 5 = 30 *m*,
„ 3 „ 6 *m* × 3 = 18 *m*,
„ $^1/_3$ „ 6 *m* × $^1/_3$ = ? *m* zurück?

Wir wissen aber, daß in $^1/_3$ einer Sekunde jener Zug 6 *m* : 3 = 2 *m* zurücklegt.“

Dieselbe Rechnung wiederholt sich noch für andere Größen und es wird dann gesagt:

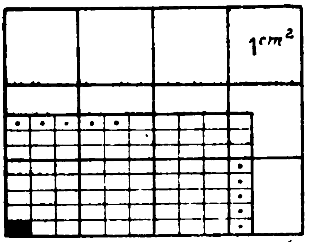
„Aus diesen und ähnlichen Beispielen kommen wir zu der Überzeugung, daß eine Zahl mit einem Drittel zu multiplizieren nichts anderes bedeuten kann, als was die Division derselben Zahl durch 3 bedeutet.“

Von hier aus geht man ähnlich zur Multiplikation mit $^4/_3$ über und so wird der Begriff der Multiplikation erweitert. Es muß bezweifelt werden, ob es gut geheißen werden kann, wenn das Lehrbuch den kindlichen Schüler noch besonders auf diesen Prozeß durch folgende Worte aufmerksam macht: „Wenn wir auch den Bruch als einen Multiplikator zulassen, so müssen wir den Begriff der Multiplikation erweitern.“ (Starý-Pithardt.)

Das erinnert an einige ältere Lehrbücher und deren Rezensionen, die ganz klar erkennen lassen, daß früher manche Lehrer sich das „erweitern“ der Begriffe naiv realistisch vorgestellt haben, als ob man zuerst den Begriff der Multiplikation ganz außerhalb der kindlichen Seele „erweitern“ müßte, bevor man zur Multiplikation mit einem Bruche übergeht.

Dagegen war es didaktisch richtiger, wenn Smolík in seinem Lehrbuche aus dem Jahre 1861 schon bei dem ganzzahligen Multiplikator, ohne jeden Anschein von Wissenschaftlichkeit zu erstreben, ganz einfach sagte: „Multiplizieren bedeutet also das Produkt aus dem Multiplikanden gerade so entstehen zu lassen, wie der Multiplikator aus 1 entstanden ist.“

Die Einführung in das Rechnen mit gemeinen Brüchen wird mittels Strecken oder auch Sektoren recht anschaulich gemacht. Červenka, wie aus nebenstehenden Figuren leicht zu erkennen ist, stellt auch das Produkt zweier Brüche durch ein Rechteck und das Produkt dreier Brüche durch einen Block graphisch dar.



$\frac{10}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{80}{15}$; $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; $\frac{80}{15} = \frac{16}{3}$.

Fig. 1.

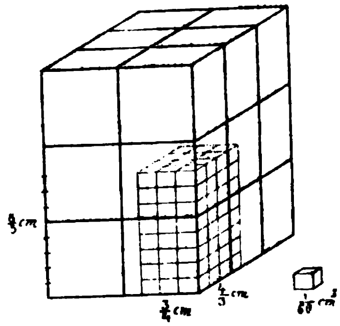


Fig. 2.

Auch bei der Prozentrechnung werden in den Lehrbüchern einige geographische und statistische Angaben graphisch behandelt. Červenka veranschaulicht zum Beispiel in der II. Klasse mittels der Kreissektoren das Verhältnis der Kontinente zu den Meeren.

Im allgemeinen werden aber graphische Darstellungen in den ersten drei Klassen noch nicht so gepflegt, wie es zu wünschen wäre. Veränderliche Größen werden erst in der „Arithmetik für die IV. Klasse" (Bydžovský) graphisch behandelt (siehe S. 26). Man könnte doch schon in der I. und II. Klasse mit graphischen Darstellungen den Anfang machen. Die Länge der Flüsse, der Eisenbahnstrecken, der Kanäle und die Gebirgshöhen können schon in der I. Klasse durch Strecken veranschaulicht werden. Das Steigen und Sinken der Preise, den Barometerstand usw. können die Schüler auf Grund eigener Untersuchungen und Beobachtungen schon in der II. Klasse durch gebrochene Linien darstellen, ohne von dem Koordinatenbegriff einen bewußten Gebrauch zu machen.

In der II. Klasse sollen dem neuen Lehrplan gemäß „direkt und verkehrt proportinale Größen (als einfachste Anlässe zu funktionalem Denken) in Schlußrechnungen" behandelt werden; mit Proportionen wird aber jetzt erst in der IV. Klasse gerechnet. Weil es hier leicht zu einem Mißverständnisse kommen könnte, wird es wohl angezeigt sein, an dieser Stelle einige Ratschläge von einem erfahrenen Schulmanne folgen zu lassen:

„Die Physiker und die Geographen machen in der letzten Zeit den Mathematikern den Vorwurf, daß die Schüler der I. und II. Klasse in der Geographie, der III. Klasse in der Physik den Begriff des Verhältnisses von zwei Größen nicht besitzen. Ich glaube, da der neue Lehrplan, obwohl er aus

der II. Klasse das Rechnen mit Verhältnissen und Proportionen ausgeschieden hat, damit nicht sagen will, daß der Begriff des Verhältnisses von zwei Größen nicht gepflegt werden sollte. Der Begriff der Proportionalität muß den Schülern schon in der I. Klasse bei der Division begreiflich gemacht werden. Dieser Begriff ist sowohl für den Geographen (beim Lesen der Karten, beim Anfertigen von Skizzen) als auch für den Physiker (gleich in den ersten Stunden bei dem Begriffe der Dichte) unentbehrlich. Es gibt ja in der Schule keinen Tag, an dem nicht von der Verkleinerung oder der Vergrößerung gesprochen würde. Der Begriff des Verhältnisses wird aber am besten wieder durch Anschauung erklärt. Die Schüler selbst können kleine Pläne ihres Wohn- oder Schulzimmers anfertigen. In den Gängen des Schulgebäudes sollten in jedem Stockwerke Karten und Pläne so aufgehängt werden, daß sie die Schüler bequem durchsehen könnten. Ein Plan des Ganges, des Stockwerkes, des Hofes, des Schulgebäudes, der Fassade, der nächsten Umgebung der Schule, der ganzen Stadt, eine Karte ihrer Umgebung, des Landes, der ganzen Monarchie, von ganz Europa — alles das sollte vorhanden sein, und zwar mit genauer Angabe des Maßstabes."

Der arithmetische Stoff der II. Klasse wird mit der einfachen Zinsrechnung beendigt. In älteren Lehrbüchern kann man oft ziemlich verwickelte kaufmännische Aufgaben finden. die zwar rechnerisch keine besonderen Schwierigkeiten bieten, die aber, weil sie kein Interesse des Schülers wecken, außerhalb der Fassungskraft zwölfjähriger Knaben liegen. In neuen Lehrbüchern dagegen werden in diesem Gebiete nur einfache Aufgaben gestellt, welche aber das Interesse des Schülers für die Volkswirtschaft in Anspruch nehmen. Starý-Pithardt fügen dem Lehrtexte eine Bemerkung für den Lehrer bei, es möge den Schülern ein Wechselblankett gezeigt werden. Bendl-Muk und Červenka haben den Lehrbüchern ein Faksimile eines ausgefüllten Wechsels. der Schuldscheine verschiedener Banken mit Couponbogen und Talon beigefügt. Červenka hat in seinem Lehrbuche für die I. Klasse auch viel Belehrendes über die verschiedenen Einrichtungen der Eisenbahnen und der Post mitgeteilt. Derselbe Autor hat in seiner Arithmetik für die II. Klasse allgemeine Ausführungen über verschiedene Steuern ganz kurz gefaßt und die Einzelheiten den Aufgaben überlassen; andere Autoren dagegen gehen in ihren allgemeinen Ausführungen gewiß zu weit. Es wäre eher zu wünschen, diesen für das praktische Leben so wichtigen Lehrstoff in den höheren Klassen an Beispielen öfter zu wiederholen. Namentlich in der IV. Klasse wäre bei den Proportionen und bei den eingekleideten Aufgaben eine gute Gelegenheit zu finden, die verschiedenen praktischen Kenntnisse in dem Gedächtnis der Schüler zu beleben. Diese Gelegenheit bleibt aber fast unberücksichtigt (Bydžovský, Arithmetik; Bydžovský-Vojtěch, Aufgabensammlung).

Das abgekürzte Rechnen, das jetzt in der III. Klasse behandelt wird, wird in den Lehrbüchern von Červenka und Starý-Pithardt in den ersten Paragraphen erklärt. Bendl-Muk haben es erst am Schlusse des Buches angeführt, alles aber so eingerichtet, daß der Lehrer ganz nach eigenem Belieben diesen Lehrstoff gleich zu Anfang

des Schuljahres durchnehmen kann. Und das muß er auch tun mit Rücksicht auf den geometrischen Unterricht, wo sehr bald Flächen- und Rauminhalte aus wirklichen Längenmessungen berechnet werden. In den älteren Lehrbüchern hat man gewöhnlich den Begriff des absoluten und relativen Fehlers weitläufig entwickelt, von dem dann zum Begriff der Genauigkeit einer Zahl übergangen wurde. So geschah es, daß viele verschiedene Regeln angehäuft wurden, die aus dem „abgekürzten“ Rechnen zu oft das Gegenteil machten. Manche Lehrer haben sehr viel darüber nachgedacht, „wie man das abgekürzte Rechnen mechanisieren soll“, und haben das Chaos in den Köpfen der kleinen Rechenkünstler durch mechanische Regeln in Ordnung gebracht. Von den neuen Lehrbüchern kann man mit Genugtuung konstatieren, daß ihre Autoren den mittleren Weg gegangen sind. Von den mechanischen Regeln bleibt eine einzige bestehen, nämlich diejenige für die Stellenwertbestimmung der ersten Ziffer im Quotienten, und sie ist als solche bei Červenka auch bezeichnet. Dieselbe Regel, die übrigens auch sehr leicht zu begründen ist, wird bei Starý-Pithardt angewendet, während nach Bendl-Muk der Schüler den Stellenwert der ersten Ziffer in jedem Falle durch freie Erwägung bestimmen soll. Auf das Abschätzen des zu erwartenden Ergebnisses im vorhinein wird in allen Lehrbüchern das größte Gewicht gelegt. Wenn zwei unvollständige Zahlen mit der größtmöglichen Genauigkeit multipliziert werden sollen, so empfehlen Červenka und Bendl-Muk, immer die mehrziffrige Zahl als Multiplikator anzuwenden, während das Buch von Starý-Pithardt es ganz der freien Erwägung des Schülers überläßt, wie die in umgekehrter Richtung geschriebene Zahl — sei sie auch minderzifferig — unter die andere zu stellen ist, damit der begangene Fehler nicht über die letzte Stelle im Produkte reiche. Der Einfluß der Fehler bei der Multiplikation zweier unvollständigen Zahlen wird bei Červenka durch die Figur eines Rechteckes dargestellt, dessen Seiten bis auf einen positiven oder negativen Fehler bekannt sind. Der Schüler sieht, daß der wirkliche Flächeninhalt jedenfalls zwischen einer unteren und einer oberen Grenze liegt, daß aber auch manchmal die Fehler sich teilweise aufheben können. In betreff der Addition unvollständiger Zahlen wird bei Starý-Pithardt eine besondere Regel angeführt: „Der bei der Addition unvollständiger Zahlen, deren niedrigste Einheiten von derselben Ordnung sind, entstehende Fehler ist kleiner, als die Summe von soviel halben Einheiten der niedrigsten Ordnung, wie es Summanden gibt.“ Bei Červenka werden die Schüler auf die Fehlergrenze durch hübsche Aufgaben aufmerksam gemacht, wie zum Beispiel: „In der Turnhalle sind 37 Schüler einer Klasse nacheinander gewogen worden, wobei das Gewicht eines jeden bis auf ein Kilogramm genau bestimmt wurde. Durch Addition aller Zahlen ergab sich 1466 *kg* als Gesamtgewicht.

Welcher größte Unterschied von dieser Zahl wäre zu erwarten, wenn alle Schüler auf einmal auf einer großen Wage (zum Beispiel Wagenwage) unter der Voraussetzung gewogen werden könnten, daß auch auf der großen Wage das Gewicht bis auf ein Kilogramm genau bestimmt werden könnte?"

Dem Unterrichte in der III. Klasse kommt jetzt eine besondere Bedeutung zu, weil in der IV. Klasse die sogenannte wissenschaftliche Einführung in die allgemeine Arithmetik dem neuen Lehrplan gemäß wegfällt, was gewiß überall als eine wichtige Besserung empfunden wurde. Wenn aber in der IV. Klasse, wie es in dem Lehrbuche von Bydžovský wirklich geschieht, die vier Grundrechnungsarten mit algebraischen Zahlen (einschließlich der Potenzen) mit der möglichsten Kürze behandelt werden, so werden die Grundlagen für den gesamten Unterricht der Algebra eigentlich schon in der III. Klasse gelegt.

Nach dem, was schon früher gesagt worden ist (S. 10), soll das Rechnen mit Klammern den Schülern der III. Klasse nicht als etwas ganz Neues vorkommen; es ist also wohlbegründet, wenn Červenka schon in der III. Klasse folgende allgemeine Regeln für die Bedeutung der Klammern anführt (Siehe auch H. Schubert, Algebra, Sammlung Schubert): „Um einer großen Anhäufung von Klammern vorzubeugen, werden diese in bestimmten Fällen weggelassen; solche Ausdrücke, die dann nicht genügend eingeklammert sind, werden in einer bestimmten Reihenfolge nach folgenden Verabredungen berechnet.

Die Addition und Subtraktion werden als Operationen erster Stufe, die Multiplikation und Division als diejenigen zweiter Stufe bezeichnet. Die Addition und Subtraktion sind Operationen von niedrigerer Stufe als die Multiplikation und Division. Klammern werden nicht geschrieben:

a) wenn höhere Operationen vor niedrigeren ausgeführt werden sollen;

b) wenn Operationen derselben Stufe in der Richtung von der Linken zur Rechten ausgeführt werden sollen.

Bei der Einführung der relativen Zahlen gehen die Lehrbücher ziemlich weit auseinander. Červenka führt sie als besondere Zahlen vor den allgemeinen Zahlen ein und lehrt, wie die vier Grundrechnungsarten mit relativen Zahlen auszuführen sind, ersichtlich um das Zusammentreffen von Schwierigkeiten bei der Einführung von allgemeinen und gleich darauf der relativen Zahlen zu vermeiden. Starý-Pithardt führen sie bei der Subtraktion der allgemeinen Zahlen ein und rechnen gleich darauf auch mit allgemeinen negativen Zahlen. Bendl-Muk lehren zuerst in einem ziemlich kurzgefaßten Kapitel, wie

mit den allgemeinen absoluten Zahlen gerechnet wird, und gehen dann zur Behandlung der negativen bestimmten Zahlen über.

In der Algebra von Šimerka (vom Jahre 1863) wird an einer Stelle behauptet, daß die Einführung der negativen Zahlen erst beim Rechnen mit allgemeinen Zahlen als notwendig erscheint. Wir lesen dort: „An allgemeinen Zahlen kann man nicht immer sehen, welche größer oder kleiner ist und deshalb kommt es manchmal vor, daß allgemeine Zahlen bei besonderen Werten einen größeren Subtrahenden als Minuenden haben. Da bleiben nur zwei Wege übrig: entweder muß man die Namen Minuend und Subtrahend vertauschen und demzufolge auch die Aufgabe anders stellen oder es ist nötig, den Sinn zu finden, der einer solchen Subtraktion entsprechen könnte.

Das Vertauschen des Minuenden mit dem Subtrahenden wäre aber umständlich; man müßte jede allgemeine Subtraktion auf zwei Arten schreiben, als $a-b$ oder $b-a$; zwei Subtraktionen würden also zu vier, drei zu acht Ausdrücken führen usw.

Aus diesem Grunde gehen die Mathematiker den anderen Weg."

In unserer Zeit, der die Hankelsche Forderung der Permanenz der Operationsgesetze mit ihrer denkökonomischen Seite ganz geläufig ist, ist es ganz leicht, den richtigen Kern aus den oben angeführten Worten herauszuschälen. Es gibt aber auch andere Gründe, die für die Voranstellung der allgemeinen Zahlen in der Bedeutung absoluter Werte sprechen. Hier sei nur noch bemerkt, daß man alle Operationen mit solchen Zahlen zugleich in der Geometrie mittels Strecken bei der Addition und Subtraktion und mittels Rechtecken bei der Multiplikation und Division zeigen kann.

Neue Lehrbücher verwirklichen teilweise das, was sich Šimerka in seiner Algebra als Ziel gesetzt hatte, nämlich den ganzen arithmetischen Lehrstoff mit der Idee der Gleichung wie mit einem Ferment durchdringen zu lassen. Červenka legt in der II. Klasse beim Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen Aufgaben folgender Art vor: „Ersetze den Buchstaben x durch eine solche Zahl, daß $\frac{3}{4} + x = 1$ gibt." Oder: „Ich denke mir eine Zahl; die Hälfte und das Drittel derselben machen zusammen 25; was für eine Zahl ist das?" Im Lehrbuche für die III. Klasse haben Bendl-Muk ein besonderes Kapitel eingereiht, wo sie ganz so vorschreiten, wie es schon Šimerka gemacht hatte, das heißt sie begründen die Lehre von den Gleichungen durch Definitionen der direkten und inversen Rechnungsarten. Červenka legt die erlaubten Veränderungen der Gleichungen durch den historisch sanktionierten Vergleich mit einer Wage dar.

Bei der Substitution verschiedener Werte in einen algebraischen Ausdruck bietet sich in der III. Klasse eine gute Gelegenheit dar, die Schüler für das Erfassen funktionaler Beziehungen vorzubereiten. Alle Autoren beeilen sich, auch diese Gelegenheit gehörig auszunützen. Eine solche Gelegenheit (die Abhängigkeit des Flächeninhaltes eines Trapezes von seiner Höhe) hat Starý-Pithardt dazu verführt, in ihrem Lehrbuche den dreizehnjährigen Knaben eine, übrigens wenig geeignete, Definition der funktionalen Beziehung vorzulegen: „Wenn jedem einzelnen Werte einer Größe, wie in den vorhergehenden Bei-

spielen, ein bestimmter Wert des ganzen algebraischen Ausdruckes zugehört, so sagen wir, daß dieser Ausdruck eine Funktion jener Größe ist.“ Diese angebliche Definition wird dann von den Schülern zu wiederholten Malen verlangt („Saget die Definition einer Funktion her!“). — Man muß dabei wirklich daran denken, was Höfler von solchen Verfrühungen in seiner Didaktik sagt (S. 27).

Die fusionistischen Bestrebungen haben auch in den neuen Lehrplan Eingang gefunden. Für die III. Klasse wird eine „vielseitige Verbindung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes“ verlangt. Und weiter wird „die graphische Darstellung der vier Rechnungsoperationen an Strecken, den Ausdrücken für $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$, $(a+b)^3$ usw., an Rechtecken, Würfeln usw.“ empfohlen. Diese von dem Lehrplane verlangten graphischen Darstellungen der algebraischen Formeln werden von allen Autoren ausgeführt und oft auch auf andere Ausdrücke wie $(a+b+c)^2$, $(a \pm b)c$ angewendet. Der Lehrer darf aber nicht solche Hilfsmittel zum Unterrichte der Algebra mit dem eigentlichen Ziele des Unterrichtes verwechseln. Im Gegenteil, der Unterricht sollte sich womöglich von diesen Hilfsmitteln emanzipieren, sobald sie den erforderlichen Dienst geleistet haben.

Es wird vielleicht nicht ganz ohne Interesse sein, hier zu erwähnen, was J. J. Rousseau darüber aus eigener Erfahrung in seinen „Confessions“ erzählt: „La première fois que je trouvai par le calcul que le carré d'un binome était composé du quarré de chacune de ses parties et du double produit de l'une par l'autre, malgré la justesse de ma multiplication je n'en voulus rien croire jusqu'à ce que j'eusse fait la figure. Ce n'était pas que je n'eusse un grand goût pour l'algèbre en n'y considérant que la quantité abstraite; mais appliquée à l'étendue je voulais voir l'opération sur les lignes: autrement je n'y comprenais plus rien.“ — Ohne J. J. Rousseau als eine große Autorität in der Mathematik ansehen zu wollen, lassen diese Zeilen vermuten, daß jene graphischen Darstellungen besser zum Einprägen fertiger Formeln geeignet sind, als zur Erklärung algebraischer Operationen. Wenn nämlich diese Operationen in der Figur Schritt für Schritt verfolgt werden sollten, müßte man dazu sehr oft auch die negativen Flächen und Rauminhalte berücksichtigen, das heißt streng die Richtung im Auge behalten, in welcher die Konturen der Figur beschrieben werden. Für die Ausdrücke $(a+b)^2$, $(a+b)^3$ ist es jedoch nicht nötig, solange die Strecken a und b für absolute Größen gehalten werden.

Bei den Regeln für die Multiplikation und Division der Polynome wird auch das Rechnen mit besonderen Zahlen im dekadischen Systeme mehr wissenschaftlich angeführt. Mit dem Hinweise auf die Rolle der negativen Zahlen bei der Thermometerskala werden dann (Červenka, Bendl-Muk) auch negative Ordnungsindizes für die Dezimalstellen eingeführt.

Der Lehrstoff der III. Klasse wird mit der Berechnung der Quadrat- und Kubikwurzeln abgeschlossen. Die beiden letztgenannten Lehrbücher sprechen dabei auch von den rein quadratischen und rein kubischen Gleichungen. Das abgekürzte Radizieren wird nur bei

Červenka gezeigt. Eine Quadratwurzel wird auf eine größere Stellenzahl berechnet und man sieht, daß „je weiter, desto mehr das Radizieren einer Division ähnlich wird, weil die Hilfsdivisoren sich nur in den letzten Stellen verändern; wenn also jemand diese letzten Ziffern aus Versehen nicht änderte, würde sich der Fehler erst einige Zeilen weiter zeigen, und zwar desto später, je mehr Ziffern schon im Resultat bekannt waren".

III. Die Geometrie auf der Unterstufe.

I. Klasse. Das Buch von M. Valouch verfolgt die Absicht, nicht nur im Schulunterrichte, sondern auch im Lehrbuche selbst die experimentell-heuristische Methode zur vollen Geltung zu bringen. Der Schüler wird auf alles mögliche aufmerksam gemacht, wo nur was Geometrisches in seiner Umgebung wahrzunehmen ist, und er wird durch Fragen, Aufgaben, praktische Winke zum Messen, zum Modellieren, überhaupt zum selbständigen Schaffen angeregt.

Der Eifer nach Reichhaltigkeit hat jedoch manchmal den Autor zu weit geführt. In einigen Aufgaben wird den Schülern der I. Klasse mitgeteilt, daß der Umfang des Kreises $3^1/_7$ mal so groß ist als sein Durchmesser, was doch mit dem Lehrplane der Arithmetik in der I. Klasse nicht im Einklang steht. Die Einführung der Ludolphschen Zahl besonders in der Form $3^1/_7$ ist verfrüht. Das, was die Schüler wirklich brauchen — und zwar schon in den ersten Stunden der Geographie — ist eine anschauliche Vorstellung von der Länge des Äquators, von der Länge eines Grades auf einem beliebigen Parallelkreise usw. Dazu genügt es, wenn sie mittels eines Fadens an verschiedenen Modellen (Kugel, Halbkugel, Zylinder) die Rektifikationen der dort befindlichen Kreise ausführen. Der Begriff des Bogengrades und sein enger Zusammenhang mit der Winkeleinheit, die gemeinsam zur Erklärung und Anwendung des Transporteurs führen, sollten nicht so weit getrennt wie bei Valouch, sondern parallel und gleich nach der Lehre von der Strecke und von der Längeneinheit behandelt werden.

Gewisse Rücksichten auf die gleichzeitigen Bedürfnisse des Geographie- und Arithmetikunterrichtes sind stets als eine Art vis major anzusehen und müssen um so eher erfüllt werden, wenn die systematische Folge und der innere Zusammenhang der einzelnen Lehren der Geometrie dadurch nicht beeinträchtigt werden.

Der Lehrplan schreibt in der I. Klasse „das Messen und Zeichnen von Gegenständen" vor. Diese Worte sind von Vinš ganz richtig aufgefaßt worden. Er zeigt in seinem Lehrbuche den Schülern an einer Figur, wie der Boden des Schulzimmers gezeichnet wird. Im Schulunterrichte wird diese Zeichnung (Grundriß) oder die Zeichnung der Wand (Aufriß) auf Grund der von Schülern selbständig ausgeführten

Messungen vorgenommen, ohne jedoch dabei von Projektionen zu sprechen. Die Zeichnung muß aber im verkleinerten Maßstabe ausgeführt werden — ein neuer Beleg dafür, daß der Begriff des Verhältnisses schon von der I. Klasse an ununterbrochen gepflegt werden soll. Der Lehrer wird deshalb bei jeder Zeichnung eine genaue Angabe des Verkürzungsverhältnisses, zum Beispiel durch Konstruktion des diesbezüglichen Maßstabes, von den Schülern verlangen. Es wäre zu wünschen, daß sich der Schüler daran gewöhne, bei der Konstruktion des Maßstabes auch links von dem Nullpunkte noch eine in Zehntel geteilte Einheit beizufügen. Alles das wird bei Valouch gewissenhaft durchgeführt.

Das Lehrbuch sollte auf dieser Stufe nicht nur neuen Wissensstoff theoretischer Natur aufweisen, sondern die Schüler auch zum richtigen Gebrauch der Zeicheninstrumente, zu einer korrekten mündlichen und schriftlichen Ausdrucksweise und zum richtigen Verständnis der geometrischen Symbole erziehen. Valouch hat in seinen Büchern keine Gelegenheit versäumt, auch in diesem Sinne auf die Schüler einzuwirken.

Dagegen kann man ihm nicht beistimmen, wenn in seinem Lehrbuche schon in der I. Klasse die Gegenwinkel, Wechselwinkel usw. definiert und zum Beweise von der Winkelsumme im Dreieck verwendet werden. Das Lehrbuch von Vinš hat diese Frage besser gelöst. Gleich bei der Teilung des Quadrates in zwei gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke wird festgestellt, daß die beiden spitzen Winkel einen Rechten zusammen ausmachen. Diese Erkenntnis wird bei dem Rechteck auf beliebige rechtwinklige Dreiecke erweitert, woraus sich dann der Übergang zum allgemeinen Dreieck sehr leicht gestaltet. Die Gegenwinkel usw. werden bei Vinš überhaupt nicht erwähnt, man kann sie ja leicht auf der Unterstufe ganz entbehren, wenn man sich mit der Erklärung der Invariabilität des Winkels bei Parallelverschiebung eines oder beider Schenkel begnügt.

Zum Begriff des gleichseitigen Dreieckes gelangt Vinš durch die Betrachtung des regelmäßigen Tetraeders, nachdem er schon den Satz von der Winkelsumme des Dreieckes allgemein bewiesen hat. So bekommt er ganz einfach für die einzelnen Winkel 60°. Valouch stützt die Lehre von dem gleichseitigen Dreieck auf Meßversuche und die Erfahrung, daß der Halbmesser sich genau sechsmal als Sehne im Kreise auftragen läßt.

Die Schüler werden bei Valouch zum Messen im Freien durch zahlreiche Aufgaben und Fragen angeregt. Das Lehrbuch gibt jedoch dem Schüler nicht eine Anleitung zu der verlangten Messung, sondern die Erteilung derselben wird dem Lehrer überlassen. Die Fundamentalaufgaben: Im Felde eine Gerade abzustecken, ihre Länge zu messen, einen Winkel zu messen usw., werden bei Valouch schon in der

I. Klasse ohne eine Anleitung gestellt, dagegen gibt Vinš diese Aufgaben erst in der IV. Klasse und fügt eine Anleitung hinzu. Die Abbildungen des Bleilotes, der Schrotwage und der Libelle fehlen bei Vinš vollkommen. Valouch bringt sie mit Hinzufügung derjenigen des Diopterlineals und des Astrolabiums.

Es herrscht überhaupt in den Fachkreisen eine gewisse Unsicherheit darüber, wann, wo und wie die grundlegenden Methoden des Feldmessens zu behandeln sind. Über die Handhabung der Instrumente wird in den niederen Klassen fast gar nichts, in den oberen wenig gesagt. Und doch ist der Hinweis des neuen Lehrplanes auf das Messen im Freien nur eine Neubelebung des geometrischen Praktikums aus den sechziger Jahren. Močniks „Anfangsgründe der Geometrie für die Unterklassen" bringen in den ältesten Ausgaben schon eine geordnete und mit Anleitungen begleitete Reihe geodätischer Aufgaben, bei welchen die verschiedensten Meßinstrumente von der Meßstange bis zum Nivellierdiopter benutzt werden.

Es wird deshalb wohl manchem Lehrer willkommen sein, wenn hier auf Grund langjähriger Erfahrung die Verteilung der fundamentalen Aufgaben auf die einzelnen Klassen vorgeschlagen wird.

Ein Entwurf der Verteilung geodätischer Übungen auf die einzelnen Klassen.

I. Klasse. Es wird gezeigt, wie die Punkte im Felde bezeichnet werden, wie die Strecken abgesteckt und verlängert werden, wie der Schnittpunkt zweier Geraden bestimmt wird und wie die Entfernung zweier Punkte direkt gemessen wird. Es werden auch kurze parallele Geraden durch Visierung auf einen entfernten Punkt abgesteckt. Das Einvisieren einer Geraden mittels des Diopterlineals.

Alles das auf einem horizontalen Terrain. Dazu werden Pflöcke, Visierstangen, Meßlatten (2 bis 4 *m*) und ein Meßband (20 *m*) gebraucht. Die Schüler werden dazu angehalten, sich ein kleines Diopterlineal selbst anzufertigen.

II. Klasse. Es werden rechte Winkel mittels eines Diopterkreuzes und schiefe mittels eines Astrolabiums gemessen und abgesteckt. Es werden parallele und senkrechte Strecken, Rechtecke, rechtwinklige Dreiecke, rechtwinklige Trapeze abgesteckt und die vorkommenden Winkel gemessen, es wird die Entfernung eines Punktes von einer Geraden mittels der senkrechten Geraden gemessen. Die Entfernungen werden auch schon auf einem Abhange gemessen, wobei auf die horizontale Lage des Meßbandes oder der Latten Gewicht gelegt wird.

III. Klasse. Es werden die einfachsten Fälle der Entfernungen von Punkten gemessen, wenn zwischen beiden ein Hindernis sich befindet. Es werden die Flächeninhalte von Parzellen durch Zerlegen in rechtwinklige Dreiecke und Trapeze berechnet. Bei den Winkelmessungen und Absteckungen kommen nur das Diopterkreuz und das Astrolabium in Anwendung.

IV. Klasse. Es werden die Pläne des Hofes, des Spielplatzes usw. mittels der Koordinatenmethode gezeichnet. Bei der Winkelmessung wird die Winkeltrommel, bei dem Fällen und Errichten von Senkrechten der Winkelspiegel benutzt. Es wird mit einfachen Latten, oder, wenn es möglich ist, mit einem Nivellierdiopter und Latten, welche mit einer verschiebbaren Zielscheibe versehen sind, nivelliert.

V. Klasse. Arbeiten mit dem Meßtisch. Das Messen der Entfernungen, wenn verschiedene Hindernisse das direkte Verfahren unmöglich machen,

wird vervollständigt. Zur Winkelmessung wird noch immer die Winkeltrommel benutzt, zum Nivellieren die Meßlatten oder ein kleines Nivellierinstrument. Andere Schülergruppen machen Aufnahmen mit einem Kroquiertisch.

VI. Klasse. Es wird ein Theodolit (oder ein Tachymeter) und die Distanzlatte zur Messung von Entfernungen und Höhen benützt.

VII. Klasse. Es werden auch andere Meßapparate und optische Instrumente, eventuell in Verbindung mit dem physikalischen, respektive astronomischen oder photographischen Praktikum, benützt.

Ein geometrisches Praktikum, das auf die eben dargelegte Weise schon von der ersten Klasse an den Mathematikunterricht begleiten würde, könnte in Verbindung mit dem geometrischen Zeichnen und mit verschiedenen Betätigungen mathematischer Natur (Verfertigung von Körpermodellen und einfacher geometrischer Instrumente usw.) zu einem wahrhaftigen Praktikum der angewandten Mathematik, wie es Professor Sobotka vorgeschlagen hat*), zusammenschmelzen.

II. Klasse. Die nicht leichte Aufgabe der Autoren bestand darin, den recht verschiedenartigen Lehrstoff dieser Klasse zu einem geschlossenen Ganzen zu verbinden.

Wie Valouch, so fängt auch Vinš mit der ebenen achsialen Symmetrie an; die räumliche Symmetrie wird bei Valouch nicht vorangestellt und bei Vinš nur eben erwähnt. Die Worte des Lehrplanes „Anschauung der Symmetrie“ sind von beiden Autoren ungleich verstanden worden. Vinš benützt die Anschauung, nur um die Eigenschaft der symmetrischen Figuren zu zeigen, daß ihre beiden Hälften durch eine Wendung zur Deckung gebracht werden können. Valouch hingegen, treu seiner experimentellen Methode, von der schon früher die Rede war, gründet auch die Definition zweier in bezug auf eine Achse symmetrisch liegender Punkte auf Beobachtung und Messung. Er sagt: „Stich mit einer Nadel in mehreren Punkten ein zusammengelegtes Papier durch! Du wirst leicht erkennen, welche Punktpaare durch einen und denselben Stich entstanden sind. Verbinde die beiden zugehörigen Punktpaare durch eine Strecke. Du kannst dich mit einem Transporteur oder mit einem rechtwinkligen Dreiecke überzeugen, daß jede Verbindungsgerade auf der Bruchkante des Papieres senkrecht steht, und mit dem Zirkel, daß beide Punkte von der Kante, das heißt von der Symmetrieachse gleich weit entfernt sind. Versuche dasselbe auch mit Tintenpunkten!“ — Bei dieser experimentellen Behandlung der Symmetrie verweilt Valouch ziemlich lange, bevor er den Schülern die genaue Konstruktion zweier symmetrisch konjugierter Punkte mit Zirkel und Lineal zeigt. Und doch handelt es sich dabei nur um die einfachsten und fast angeborenen Tatsachen der Anschauung.

Weiter untersucht Valouch kumulativ fast alle auf dieser Stufe zu behandelnden Gebilde, an denen die achsiale Symmetrie wahrzu-

---

*) Näheres darüber siehe in dem Vortrage Dintzls auf dem internationalen Mathematikerkongresse in Cambridge 1912.

nehmen ist; also nicht nur die Symmetrieachse einer Strecke, die daran sich anknüpfende Konstruktion einer Senkrechten und die Symmetrieachse eines Winkels, worauf sich das Buch von Vinš vorderhand beschränkt, sondern er behandelt auch die dem Dreiecke ein- und umbeschriebenen Kreise, die Symmetrieachsen des Quadrates, des Rechteckes, der regelmäßigen Vielecke und die diesen Gebilden ein- und umbeschriebenen Kreise und anderes. Somit wird gleich im ersten Paragraphen, der die achsiale Symmetrie behandelt, ein großer Teil des planimetrischen Lehrstoffes dieser Klasse erledigt.

Im zweiten Paragraphen wendet sich Valouch der räumlichen Symmetrie zu und glaubt, hier die beste Gelegenheit zur Behandlung der im Lehrplane angeführten Körper zu finden, wobei er den Schülern wieder alle Körperformen auf einmal vorführt. Ob auf diese Weise in den zwei ersten Paragraphen bei Valouch eine richtige Konzentration oder nur eine bedenkliche Kumulierung des Lehrstoffes entstanden ist, mag der Erfahrung zur Entscheidung überlassen bleiben. Bei Vinš wird die Betrachtung der einzelnen Körper solchen Stellen vorbehalten, wo der planimetrische Unterricht, der von einfacheren Gebilden im ganzen Lehrbuche gleichmäßig zu immer komplizierteren übergeht, es eben verlangt oder zuläßt. Der Verfasser hat sich bemüht, dem Wortlaute des Lehrplanes sich dadurch eng anzuschließen. Das Lehrbuch von Vinš schließt mit der Betrachtung der Kugel. Valouch befaßt sich am Schlusse des Buches mit den Peripheriewinkeln des Kreises, wozu auch noch etwas von der Ellipse beigefügt wird, was in der dritten Klasse beim geometrischen Zeichnen der Kegel, Zylinder usw. gut zustatten kommt.

Wie schon früher gesagt worden ist, kommt die praktische Geometrie bei Vinš auf der Unterstufe nicht in Betracht. Valouch, der den Kontakt mit dem wirklichen Leben stets im Auge behält, geht so weit, daß er in einigen Aufgaben auch Entfernungen von Punkten, zwischen denen Hindernisse sich befinden, und einfache Höhenmessungen, die sogar zur Zeichnung ähnlicher Figuren führen, behandelt.

III. Klasse. Die Hauptaufgabe dieser Klasse läßt sich zwar in wenigen Worten ausdrücken: „Flächen- und Rauminhalte und der Pythagoräische Lehrsatz“, aber die Darlegung im Sinne der Reformbestrebungen war für die Verfasser der Lehrbücher gewiß keine leichte Aufgabe. Bei Valouch werden die Flächen zuerst nur verglichen, indem die Figuren auf Millimeterpapier gezeichnet und die dadurch eingeschlossenen Quadratmillimeter gezählt werden. Dann werden die Figuren in andere Flächengleiche durch Teilung und Übertragung der Teile verwandelt, woran sich erst die Flächenberechnung anschließt. Ähnlich hat diesen Lehrstoff auch Vinš angeordnet.

Beide Autoren schließen ihre Darlegungen an das arithmetische Pensum der dritten Klasse an und benützen oft die sich darbietende

Gelegenheit, die Schüler in das Rechnen mit allgemeinen Zahlen und in die Lösung einfacher Bestimmungsgleichungen einzuführen. Rechnungsbeispiele mit unvollständigen Zahlen werden immer noch zu wenig berücksichtigt und dem arithmetischen Unterricht überlassen.

Valouch benützt das rechtwinklige, gleichschenklige Dreieck, um den Schülern das erstemal die Gültigkeit des Pythagoräischen Lehrsatzes zu zeigen und die Aufgabe zu stellen, die Wurzel aus 2 zu berechnen. Dabei wird das Resultat $\sqrt{2} = 1 \cdot 4142 \ldots$ durch mühsame Versuche gefunden und in der Formel „die Diagonale des Quadrates $= 1 \cdot 414 \ldots \times$ die Seite des Quadrates" zur definitiven Aneignung den Schülern vorgelegt. Die Gefahr eines Zeitverlustes ist bei dieser Methode nicht zu unterschätzen; denn in derselben Klasse wird dasselbe noch einmal gründlicher mit Hilfe des Pythagoräischen Lehrsatzes und des Radizierens durchgenommen.

Die Ähnlichkeit der geometrischen Gebilde wird nur bei Valouch betrachtet. In dem Lehrbuche von Vinš ist darüber gar nichts zu finden, obzwar der Lehrplan es ausdrücklich verlangt. Valouch reicht in der Ähnlichkeitslehre ganz gut ohne Proportionen aus, deren Behandlung der Lehrplan erst in die IV. Klasse verlegt. Die Proportionen werden durch Gleichungen ersetzt. Dabei fehlen weder die Teilung einer Strecke, noch der Transversalmaßstab, noch die Beziehung der Flächen- und Rauminhalte ähnlicher Gebilde, noch die Anwendung ähnlicher Dreiecke im praktischen Messen. Ob schon in der dritten Klasse die Schüler wirkliche Meßtischaufnahmen richtig ausführen können, wie es Valouch verlangt, ist zweifelhaft.

Bei der Bestimmung der Zahl π ist Valouch wieder seiner experimentellen Methode konsequent gefolgt.

Es wird zuerst der Rauminhalt verschiedener Zylinder dadurch bestimmt, daß ihre Gewichte durch die spezifischen Gewichte dividiert werden. Dann wird teils durch Versuche mit hohlen Zylindern, teils durch Hinweisung auf die funktionale Abhängigkeit des Rauminhaltes mit der Grundfläche bei den Prismen für den Rauminhalt V die Formel Bh gefunden, aus der sich der Flächeninhalt der Basiskreise $B = \frac{V}{h}$ berechnen läßt. Mit Hinweis auf analoge funktionale Abhängigkeiten bei ähnlichen Figuren wird dann der konstante Quotient $\frac{B}{r^2}$ gesucht, wobei $r = \frac{d}{2}$ mit der Schublecre gemessen wird. Aus den Ergebnissen, die gewiß voneinander recht differieren, soll das arithmetische Mittel genommen werden, was zum vorläufigen Resultat $\pi = 3 \cdot 1 \ldots$ führt oder führen sollte.

Zur Kontrolle werden dann auf dem Millimeterpapier (das Lehrbuch enthält auch eine diesbezügliche Figur hierzu) verschiedene Kreise gezeichnet und ihre Flächeninhalte möglichst genau durch Abzählen der Quadratmillimeter bestimmt, was aber wieder nicht mehr als die erste Dezimale ergibt.

Dann wird die Kreisfläche durch die des einbeschriebenen regelmäßigen Sechseckes und des umbeschriebenen Quadrates begrenzt, was jedoch für π die Grenzen 2·598 . . . und 4 ergibt, während die Betrachtung der Umfänge zu demselben Zwecke vorteilhafter (3, 4) wäre. Jetzt wird von der Möglichkeit der genaueren Eingrenzung durch Polygone gesprochen und der Wert $\pi = 3{\cdot}14159\ldots$ den Schülern mitgeteilt. — Wenn wir auch diesen didaktischen Vorgang keiner prinzipiellen Kritik unterwerfen wollen, so müssen wir wenigstens darauf hinweisen, daß die Worte des Lehrplanes „Bestätigung der Schätzungs- und Rechnungsergebnisse durch nachträgliches Messen und Wägen der berechneten Modelle" gerade den umgekehrten Weg zu empfehlen scheinen, als Valouch eingeschlagen hat. In einem Praktikum der angewandten Mathematik könnten Valouch's Messungen übrigens sehr gut durchgeführt werden.

Dieselbe experimentelle Methode wird von Valouch auch bei der Bestimmung des Kugelinhaltes benützt. Das Lehrbuch legt es so dar:

„Verfertige aus Wachs einige Kügelchen von möglichst gleichem Halbmesser. Wie viele solcher Kügelchen mußt du in eine einzige Kugel zusammenkneten, um eine Kugel von doppeltem Radius zu bekommen? Versuche es — du wirst ihrer acht verbrauchen! Erinnere dich, wie du aus Würfelchen einen zweifachen, dreifachen usw. Würfel zusammengesetzt hast und schließe, wie viele Kügelchen auf eine Kugel von dreifachem Halbmesser du verbrauchen wirst? Kontrolliere die Kugeln durch das Wägen!

Der Rauminhalt der Kugel wächst mit der dritten Potenz des Halbmessers.

Wenn wir das Gewicht der Kügelchen durch ihr spezifisches Gewicht dividieren, so bekommen wir den Rauminhalt. Weil sich aber dieser mit der dritten Potenz des Halbmessers ändert, brauchen wir nur mit der dritten Potenz des durch Messung bestimmten Halbmessers zu dividieren, damit wir noch den unbekannten konstanten Faktor der dritten Potenz von r finden. Die Faktoren, welche sich ergeben, nähern sich der Zahl 4 und sind nur angenäherte Werte; der richtige Wert ist $\frac{4\pi}{3} = 4{\cdot}18879\ldots$"

Die Darstellung bei Vinš ist viel einfacher. Er schließt den Kugelinhalt zwischen den umbeschriebenen Zylinder und den einbe-

schriebenen Doppelkegel ein und erhält so die Grenzen $\frac{6\pi r^3}{3}$ und $\frac{2\pi r^3}{3}$; dann teilt er den richtigen Wert $\frac{4\pi r^3}{3}$ mit. Daß aber hier eine vorzügliche Gelegenheit zu funktionalen Betrachtungen vorliegt, bleibt in der Darstellung von Vinš unberücksichtigt.

Der Pythagoräische Lehrsatz wird bei Valouch recht induktiv, wie es auch Höfler in seiner Didaktik empfohlen hat, abgeleitet.

Das geometrische Zeichnen

in der II. und III. Klasse der Realschulen.

Die Lehrbücher von Vinš sind nur in einer für die gesamten Mittelschulen bestimmten Ausgabe erschienen; das geometrische Zeichnen ist in denselben nicht berücksichtigt worden. Die Lehrbücher (II., III.) von Valouch enthalten in der für die Realschulen bestimmten Ausgabe instruktiv geschriebene Bemerkungen und Anleitungen zum geometrischen Zeichnen, deren Autor L. Červenka ist. Derselbe hat auch für die Ausstattung der Bücher mit einigen (3, 3) hübschen Ornamenttafeln gesorgt.

Weil das geometrische Zeichnen und der Unterricht in der Geometrie und Arithmetik sich gegenseitig ergänzen, so ist es gewiß statthaft hier etwas über die geometrischen Zeichnungen aus der Praxis erfahrener Schulmänner mitzuteilen.

In der III. Klasse wird fast allgemein das Format 34 × 48 *cm* bis 35 auf 50 *cm* benützt. In der II. Klasse hat sich aber ein kleineres, 28 × 40 *cm* besser bewährt, weil dann die Schüler bei der Ausführung nicht so leicht ermüden und die erworbenen Erfahrungen bei den darauf folgenden Zeichnungen besser verwerten können. Es werden meist 8 bis 10 kleinere oder 6 bis 8 größere Zeichnungen jährlich ausgeführt.

Zu den theoretischen Aufgaben (Dreiecksaufgaben) wird in der II. Klasse gegen das Ende des ersten oder am Anfange des zweiten Semesters übergegangen. Die ersten Zeichnungen sind ornamentalen Charakters. Es ist wünschenswert, wenigstens auf einer der späteren Zeichnungen auch einige Diagramme (Preise, Temperatur-, Barometerhöhen) auszuführen.

In der III. Klasse sind als besonders wichtig folgende Aufgaben zu nennen: Die geometrische Bedeutung algebraischer Ausdrücke des ersten, zweiten und dritten Grades, die Flächenverwandlungen, die Anwendungen des Euklidischen und des Pythagoräischen Lehrsatzes, die Ähnlichkeit der Figuren mit Verkleinerungs- oder Vergrößerungsaufgaben, die Teilung einer Strecke, der Transversalmaßstab, die Verwandlung des Kreises in ein Rechteck, die Summe zweier Kreise usw., Darstellung einfacher Parzellen nach den Vermessungen der Schüler; Messung der Entfernung nicht zugänglicher Punkte und Höhen usw.

Die sogenannten theoretischen Aufgaben dürfen nicht bloß Kopien der vom Lehrer auf der Tafel gezeichneten Figuren sein. Die Aufgaben werden zuerst nach den vom Lehrer gegebenen Zahlen als Hausaufgaben in den Übungsheften ausgeführt und dann erst in die Zeichnung übertragen. Zur

Abwechslung werden aber Aufgaben auch direkt in der Zeichnung konstruktiv gelöst und die Schüler auf diese Weise zur Selbstbetätigung angeleitet.

Geometrische Ornamente zeichnen die Schüler nach dem Vorbilde, welches der Lehrer auf der Schultafel vor ihren Augen entwirft. Nur Vorgeschrittenen wird direktes Nachzeichnen der im Schulbuche enthaltenen ornamentalen Muster erlaubt.

IV. Die Arithmetik auf der Oberstufe.

Gleichungen und Ungleichungen. In der IV. Klasse steht wieder der algebraische Unterricht schon bei der Addition und Subtraktion in engster Verbindung mit der Lösung einfacher linearer Gleichungen. Eine systematische Übersicht der Regeln, wie eine vorgelegte Gleichung behandelt werden kann, wird erst nach der Lehre von den gemeinen Brüchen gegeben. Bei den eingekleideten Gleichungen wird an geeigneten Beispielen gezeigt, wie die negativen Wurzeln zu deuten und wie solche Lösungen, die allgemeine Zahlen enthalten, einer erschöpfenden Diskussion zu unterwerfen sind. Solche Diskussionen führen oft zu Ungleichungen und darum werden diese eingehender betrachtet, als es früher in der IV. Klasse geschehen ist. Gleichzeitig werden dadurch die Schüler in „funktionalem Denken" geübt. Es werden auch Systeme von Ungleichungen vorgeführt, die durch ganze positive Zahlen gelöst werden sollen, wie z. B. $x + y > 10$, $x - y < 2$. Aufgaben dieser Art können auch erst nach der graphischen Behandlung linearer Gleichungen gelöst werden, weil sie besser als Gleichungen die Vorteile einer graphischen Lösung hervortreten lassen.

Von den komplizierteren Ungleichungen kommt noch bei den Wurzelausdrücken der Beweis vor, daß das arithmetische Mittel zweier ungleicher Zahlen immer größer ist, als das geometrische Mittel, was auch in den Geometriestunden anschaulich interpretiert wird.

Gleichungen zweiter Ordnung werden jetzt nicht nur wie früher ausschließlich algebraisch, sondern gleichzeitig auch graphisch gelöst. Die Lösung der quadratischen und der höheren Gleichungen ist bei Bydžovský konsequent als die Zerlegung eines Polynoms aufgefaßt, so daß man z. B. zu der bekannten Formel, welche die Unbekannte einer quadratischen Gleichung ausdrückt, ganz methodisch gelangt, ohne einen den Schüler überraschenden Kunstgriff benützen zu müssen.

Die graphischen Methoden. Der bedauernswerte Umstand, daß in den Lehrbüchern der Unterstufe stetig veränderliche Größen graphisch nicht dargestellt werden, zwingt Bydžovský, sich in seinem Lehrbuche für die IV. Klasse bei den Schülern das Verständnis für solche graphische Darstellungen durch Vorführung verschiedener Beispiele zu verschaffen, bevor er zur graphischen Darstellung der direkten Proportionalität $y = ax$ übergeht.

Er geht dabei von der Bestimmung eines Punktes in einer Ebene durch rechtwinklige Koordinaten aus. Er hat sich ersichtlich entschlossen, neben dem Studium der linearen Funktion auch für die spätere analytische Geometrie vorzuarbeiten, denn am Schlusse des betreffenden Paragraphen sagt er: „$y = ax$ ist die Gleichung einer durch den Koordinatenanfang gehenden Geraden." Bei der graphischen Darstellung der indirekten Proportionalität bezeichnet er die dabei auftretende Kurve sogleich als eine „gleichseitige Hyperbel", obwohl die Gymnasialschüler diesem Namen hier zum ersten Male begegnen. Diese graphische Darstellung leistet dann den sehr wichtigen Dienst, daß sie das Ergebnis einer Division durch eine sehr große oder sehr kleine Zahl anschaulich vorführt. Bei der Fortsetzung des graphischen Studiums der linearen Funktion wird viel Aufmerksamkeit den Bewegungsaufgaben gewidmet; graphische Fahrpläne erleichtern dann den Übergang zur graphischen Lösung zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten.

Bei der Potenzfunktion kommt die quadratische und kubische Parabel vor und ihre graphischen Darstellungen werden auch zur näherungsweisen Bestimmung der zweiten, respektive dritten Wurzel einer gegebenen Zahl verwendet. Bei der Exponentialfunktion wird zuerst nur die Gleichung $y = 2^x$ graphisch dargestellt. Bei der graphischen Darstellung des dekadischen Logarithmus ist gleichzeitig auch die Kurve $y = 10^x$ eingetragen und der Schüler wird aufgefordert ihren Zusammenhang mit der logarithmischen Kurve zu untersuchen.

Die graphische Lösung der quadratischen Gleichungen wird mittels einer festen Parabel und einer Geraden ausgeführt. Der Fall einer zweifachen Wurzel und derjenige einer unendlichen Wurzel wurden durch besondere Figuren anschaulich gemacht. Bei der quadratischen Funktion geht man allmählich von dem einfachsten Falle bis zu dem ganz allgemeinen über, der durch eine aus der gewöhnlichen Lage verschobene Parabel dargestellt wird. Die Gleichungen des zweiten Grades mit zwei Unbekannten werden nicht nur algebraisch, sondern auch graphisch gelöst, wobei Bydžovský besonders eingehend den Fall behandelt, der zu dem Schnitte einer Hyperbel mit einer Geraden führt. Jede Phase der algebraischen Lösung wird graphisch gedeutet; so erfahren die Schüler bei der homogenen Gleichung sogleich, daß dieselbe durch zwei Geraden dargestellt wird. Diesem Lehrstoff folgt in der Gymnasialausgabe der Arithmetik die Lehre von den extremen Werten quadratischer Funktionen, während derselbe Lehrstoff in der Realschulausgabe erst zwischen den logarithmischen Gleichungen und den arithmetischen Reihen einen weniger passenden Platz findet. Neben den hier aufgezählten graphischen Darstellungen findet man bei den verschiedensten Aufgaben noch Andeutungen zu ihrer graphischen

Behandlung (z. B. bei den arithmetischen und geometrischen Reihen, bei der Zinseszinsrechnung usw.).

Kegelschnitte, die bei den graphischen Lösungen vorkommen, werden nicht nach ihren Fokaleigenschaften, sondern nur mit Hilfe einzelner berechneter Punkte konstruiert. Die Ausdrucksweise, deren sich Bydžovský bedient, ist ganz der analytischen Geometrie entlehnt. (Z. B.: „Weil die Punkte M und M_1 auf der Parabel liegen, so genügen ihre Koordinaten der Gleichung der Parabel.") Deshalb muß sich der Lehrer in acht nehmen, von dem geometrischen Studium der arithmetischen Beziehungen nicht in das arithmetische Studium der geometrischen Eigenschaften zu verfallen.

Die Irrationalzahlen. Gegenüber den älteren Lehrbüchern haben die neuen von Bydžovský und Vojtěch auch den Vorzug, daß sie die teuere Zeit durch mühevolles Erweitern der Gültigkeit der arithmetischen Regeln und geometrischer Proportionalitätssätze auf die irrationalen Zahlen und inkommensurablen Größen nicht verlieren. Definitionen, wie „Zwei irrationale Zahlen sind einander gleich, wenn jeder Teil der einen in der anderen Zahl enthalten ist" (Hoza), kommen nicht mehr vor. Die Irrationalzahlen werden durch die folgende Aufgabe eingeführt: In einem rechtwinkligen Dreieck, dessen Katheten 1 und 2 betragen, ist die Hypotenuse zu bestimmen. — Die Frage nach der Existenz oder Nichtexistenz der Irrationalzahlen ist dabei von vornherein ausgeschlossen. Es wird dann gezeigt, daß die gesuchte Zahl durch bloßes Probieren in beliebig enge Grenzen eingeschlossen werden kann, daß sie aber durch keinen Bruch vollkommen genau darstellbar ist. Kompliziertere Betrachtungen fallen ganz weg auf Grund der ausdrücklichen Erklärung, daß eine irrationale Zahl, von der man beliebig viele Dezimalstellen auf irgend eine Weise bestimmen kann, immer für bekannt und vollständig bestimmt gehalten werden soll. Auf eine ähnliche Weise wird die Irrationalität der Logarithmen und der Zahl π behandelt.

Das Rechnen mit Wurzelausdrücken hat Bydžovský den Schülern dadurch erleichtert, daß er sie möglichst bald mit gebrochenen Exponenten rechnen läßt. Beispiele wie $\sqrt[3]{a^6} = a^{\frac{6}{3}}$ führen von selbst zu einer neuen Schreibweise aller Wurzelgrößen als Potenzen, von der dann nur zu entscheiden bleibt, ob sie berechtigt ist und ob sie zweckmäßig ist. Die Berechtigung wird dadurch nachgewiesen, daß das Kürzen oder Erweitern des im Exponenten stehenden Bruches den Wert der Wurzel nicht ändert. Die Zweckmäßigkeit dieser Schreibweise folgt daraus, daß die Potenzen wie mit gebrochenen so auch mit ganzzahligen Exponenten nach denselben Regeln behandelt werden können.

Die imaginären Zahlen. Mit imaginären Zahlen werden die Schüler nicht auf einmal überrascht, sondern sie werden zu ihrer

Erkenntnis allmählich geführt. Von geraden Wurzeln aus negativen Zahlen wird zuerst nur nebenbei gesprochen und gesagt, daß ihnen kein Sinn zukommt. Später wird bei der Lösung quadratischer Gleichungen mit negativer Diskriminante erklärt, daß eine unerfüllbare Forderung vorliegt. Erst nachdem die Schüler die Lösung quadratischer Gleichungen auch auf graphischem Wege erkannt haben, wird auch den imaginären Wurzelausdrücken ein bestimmter Sinn beigelegt und zwar ausdrücklich nur deshalb, um der Regel, daß eine quadratische Gleichung stets zwei Wurzeln hat, eine ausnahmslose Gültigkeit zu verschaffen.

Die Logarithmen. Am Anfang der Logarithmenlehre stellt Bydžovský den grundlegenden Satz auf, daß jede positive Zahl für eine Potenz der Basis 10 gehalten werden kann, indem er zeigt, wie z. B. die Gleichung $10^x = 3$ mit einer beliebigen Genauigkeit gelöst werden kann. Es folgt dann die gewöhnliche Definition des dekadischen Logarithmus und die graphische Darstellung seines Verlaufes. Die logarithmischen Rechnungen werden zuerst mit den vierstelligen Logarithmentafeln von Osovský ausgeführt, deren Interpolation auch graphisch erläutert wird. Daselbst findet man auch eine Tafel der Antilogarithmen. Es scheint indessen, daß gegen den Gebrauch von Antilogarithmentafeln noch hie und da ein gewisses Vorurteil besteht, obgleich die Antilogarithmen immer mit Vorteil benützt werden können, sobald $\log x$ durch einen endlichen Dezimalbruch mit 1, 2 oder 3 Stellen dargestellt ist, was sehr oft vorkommt. Die spätere Benützung der fünfstelligen Logarithmentafeln von Valouch macht den Schülern keine Schwierigkeiten mehr. Von dem Rechenschieber geschieht in dem Lehrbuche nur eine Erwähnung. Osovský hat seinen Tafeln eine genaue Abbildung eines logarithmischen Rechenschiebers mit instruktiver Erklärung beigefügt, auf der die Schüler mit Hilfe eines Zirkels alle wichtigeren Aufgaben ausführen können. Nach einiger Übung an dieser Figur könnte man gleich zu dem wirklichen Rechenschieber übergehen, zu dessen Anschaffung schon ein jeder Schüler verpflichtet sein sollte.*)

Die Reihen. Direktor Strnad hat in der „Zeitschrift der böhm. Professoren“ 1905 die Meinung geäußert, daß bei der Behandlung der geometrischen Reihen stets an einem Beispiel (der harmonischen Reihe) gezeigt werden sollte, daß die Bedingung $\lim_{n=\infty} U_n = 0$ für die Konvergenz zwar notwendig, aber nicht für alle Reihen hinreichend ist. In dem Wiederholungsbuche von Bydžovský-Vojtěch, das als

*) Es sind ja doch ganz billige Rechenschieber aus Kartonpapier oder Holz (z. B. von der Firma Wichmann in Berlin) in den Handel gegeben worden.

ein Hilfsbuch für die obersten Klassen der Mittelschulen bestimmt ist, wird zwar die Konvergenz der Reihen ausführlich besprochen, aber eine kurze Bemerkung in obigem Sinne hätte auch in dem eigentlichen Lehrbuche nicht unterbleiben sollen. Von den arithmetischen Reihen der höheren Ordnungen wird die sehr wichtige Summenformel für die Reihe der Quadrate der natürlichen Zahlen auf eine zwar nicht kürzeste, aber anschaulich belehrende Art entwickelt. Diese Formel wird dann in dem Lehrbuche für die Realschulen bei der Quadratur der Parabel und bei der Kubatur des Rotationsparaboloides benützt.

Die Zinseszinsrechnung. Anstatt die Schüler mit bloß schematischen Beispielen zu überhäufen, hat Bydžovský getrachtet, sie mit den wirklichen Verhältnissen des praktischen Lebens bekannt zu machen. Er macht sie also z. B. darauf aufmerksam, daß in den Sparkassen in der Regel nur Zinsen von ganzen Kronen und nicht von Hellern berechnet werden, wodurch sich die Resultate ein wenig ändern. Das Rechnen mit Bruchteilen der Verzinsungstermine wird ausführlich erklärt. Die verschiedenen Kenntnisse aus der kaufmännischen und politischen Arithmetik, die den Schülern teilweise schon in der II. Klasse beigebracht worden sind, werden jetzt in einigen mustergültig verfaßten Kapiteln erweitert. Der Schüler erfährt hier viel Belehrendes über die Staatsrente, die verschiedenen Formen von Schuldscheinen, über Kredit, Amortisationspläne, Sparkassen, Vorschußkassen und Banken, die veränderliche Höhe des Zinsfußes usw. Es ist nur Schade, daß der Zusammenhang zwischen der zweiten und sechsten (am Gymnasium der siebenten) Klasse in der vierten Klasse von dem Lehrplane so wenig gefördert wird.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach dem Lehrplane, wie er für Oberrealschulen von Schimmack entworfen wurde, wie auch nach dem vorzüglichen Lehrbuche von Behrendsen-Götting, kann man schließen, daß eine Reihe von ausgezeichneten Fachleuten bei der Einführung der Infinitesimalrechnung sich zugleich entschlossen hat, etwas von dem üblichen Lehrstoffe zu opfern. Es wäre aber zu bedauern, wenn das gerade in der Wahrscheinlichkeitsrechnung geschehen sollte. Denn eben hier bietet sich Gelegenheit, philosophische Betrachtungen anzustellen, wie es die Meraner Vorschläge fordern.

Das neue Lehrbuch von Bydžovský hat hier den Lehrstoff keineswegs beschränkt, sondern durch Aufnahme des Bernoullischen Theorems noch wesentlich vermehrt. Die grundlegenden Begriffe werden nicht wie früher dogmatisch mit möglichster Kürze eingeführt. Es werden ihnen vielmehr allgemeine philosophische Betrachtungen vorangeschickt. Man kann dort z. B. lesen: „Die Gewißheit und die Wahrscheinlichkeit sind keine objektiven Charaktere, d. h. keine den Ereignissen anhaftenden Eigenschaften. Durch die Worte „Gewißheit“ und „Wahrscheinlichkeit“ wird nur die Art unserer Erkenntnis be-

zeichnet. Von der Mehrzahl der künftigen Ereignisse kann man sagen, daß sie schon durch die Gegenwart vollständig bestimmt sind; dem Menschen fehlen nur die Mittel dazu, in der Gegenwart in jedem Falle die Einwirkung jener Ursachen wahrzunehmen, welche über das künftige Ereignis entscheiden. Aus diesem Grunde scheinen manche künftigen Ereignisse nur wahrscheinlich."

Das Bernoullische Theorem wird selbstverständlich nicht allgemein bewiesen, sondern an vollständig durchgeführten Beispielen erläutert. Es wird zuerst vorausgesetzt, daß ein Versuch, der mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$ gelingen kann, zwanzigmal wiederholt worden ist, und es wird dann die Wahrscheinlichkeit für den wahrscheinlichsten Fall (zehnmaliges Gelingen) berechnet, was den Bruch 0·176 ergibt. Dann wird auch die Abweichung ∓ 1 angenommen, was zur Wahrscheinlichkeit 0·496 . . . führt.

Wenn nun die Zahl der Versuche wächst, wird auch die Wahrscheinlichkeit für dieselbe relative Abweichung immer größer und bei hundert Versuchen beträgt sie schon 0·729. Das in dem Lehrbuche angeführte Resultat können die Schüler ganz gut kontrollieren; denn die Logarithmentafeln von Valouch enthalten auch eine Tabelle für $\log n!$ bis zu $n = 110$. So gelangen die Schüler bis zu der Überzeugung, daß bei wachsender Anzahl der Versuche die Wahrscheinlichkeit auch des wahrscheinlichsten Falles zwar unter jede noch so kleine Zahl sinkt, daß man aber zugleich mit einer der Gewißheit sich immer nähernden Wahrscheinlichkeit erwarten kann, daß die relative Abweichung innerhalb beliebig eng vorgeschriebener Grenzen bleiben wird. Das ist aber im Grunde das Bernoullische Theorem, das im Lehrbuche nicht ganz scharf als „das Gesetz der großen Zahlen" bezeichnet wird. Das Buch bleibt aber nicht bei der bloßen Theorie, sondern es fordert die Schüler zur Veranstaltung ähnlicher Versuche mit Münzen usw. auf. In dem Übungsbuche wird den Schülern sogar die Stirlingsche Formel mitgeteilt

Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, zu bemerken, daß Professor Aug. Pánek schon im Jahre 1882 auch die Bayes'sche Formel in den Mittelschulunterricht einführen wollte.

V. Die Geometrie auf der Oberstufe.

Planimetrie.

Methode und Einteilung der Planimetrie. Die „Planimetrie" von Vojtěch wird durch eine Erklärung eingeleitet, aus der einige Worte uns über das Wesen dieses Buches, das von den traditionellen Formen sich weit entfernt, sehr gut unterrichten können Es wird dort gesagt: „Die Anordnung und Darstellung des plani-

metrischen Lehrstoffes wurde auf die einfachsten Transformationen (Wendung, Verschiebung, Drehung in der Ebene, Bewegung im allgemeinen, Umwandlung in ein ähnliches Gebilde) gegründet. Das entspricht teils der gegenwärtigen Auffassung der Geometrie als der Lehre von jenen Eigenschaften geometrischer Gebilde, die bei obigen Transformationen invariant bleiben, teils wird dadurch eine natürliche Anordnung ermöglicht und der Inhalt auch bei der notwendig beschränkten Auswahl einheitlich gestaltet. Es war daher nötig, jene Transformationen (obgleich sie nur ein Hilfsmittel sind) in besonderen Abschnitten kurz zu behandeln (§§ 1, 7, 11, 20). Der letzte von diesen Paragraphen schließt die erste Abteilung der Planimetrie (die Bewegungen bilden eine Gruppe) ab. Die Anschaulichkeit ist für die Wahl dieser Methode nicht als letzter Grund anzuführen."

Dieses Programm ist auch konsequent eingehalten worden, wie schon die Aufschriften der Unterabteilungen ergeben: 1. Achsiale Symmetrie. — 2. Verschiebung. — 3. Drehung. — 4. Bewegung im allgemeinen. — 5. Homothetie und Ähnlichkeit. — 6. Allgemeinere Beziehungen.

Das hat zur Folge gehabt, daß zum Beispiel von der Gleichheit der Parallelwinkel im zweiten Kapitel, von der Gleichheit der Normalwinkel erst im dritten Kapitel gesprochen wird, wogegen die früheren Lehrbücher die beiden Regeln in engster Nachbarschaft angeführt haben. Ebenso hat der Begriff der Kongruenz erst am Anfang des vierten Kapitels Platz gefunden. Solche und ähnliche Neuerungen haben es vielleicht verursacht, daß dieses neue Buch von manchen Lehrern ziemlich kalt aufgenommen wurde.

Wir müssen darum die Anordnung und Verkettung der Lehrsätze und Beweise bei Vojtěch bis in die Einzelheiten verfolgen.

Die Symmetrie. Wie E. Borel fängt auch Vojtěch mit der Wendung der Ebene an und so wird gleich der Anfang der Planimetrie auf eine dem dreidimensionalen Raum angehörige Vorstellung gegründet. Der Schüler gelangt aber auf diese Weise sehr leicht zum Begriffe einer Senkrechten und des rechten Winkels, wozu sich auch etwas vom rechtwinkeligen Dreieck beifügen läßt.

Aus der Wendung einer Strecke in sich selbst geht der Begriff ihrer Mitte hervor und ähnlich wird der Begriff der Winkelachse bestimmt. Das gleichschenkelige Dreieck geht aus der Wendung eines rechtwinkeligen hervor. Der Beweis des Satzes von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkeligen Dreieck wirkt hier keineswegs störend wie im Euklidischen Systeme. Der Begriff des geometrischen Ortes wird an der Symmetrieachse einer Strecke erläutert; die Eigenschaft der geraden Strecke, daß sie die kürzeste Verbindung zweier Punkte herstellt, wird dabei ausdrücklich der Erfahrung ent-

nommen. Als unmittelbare Folge geht dann jener Satz, der früher zu seinem Beweise immer eine gewisse Anspannung der Schüler erfordert hat, hervor, nämlich daß die Summe zweier Seiten im Dreiecke immer größer ist als die dritte Seite. Jenes Axiom von der kürzesten Verbindung leistet dann auch bei der Besprechung der Beziehungen des Kreises zu einem Punkte, zu einer Geraden und zu einem anderen Kreise sehr gute Dienste. Die leitende Idee ist dabei immer noch die Symmetrie. Nachdem die Schüler die gegenseitige Lage dieser einfachsten Gebilde gut erkannt haben, können sie schon einfache Konstruktionsaufgaben mit Benutzung des Lineals und des Zirkels lösen. Dadurch ist der Inhalt der ersten Abteilung. die auf der achsialen Symmetrie gegründet ist, erschöpft.

Es scheint, daß hier auf den Autor das Beispiel von Méray direkt oder auch durch Vermittlung von Borel gewirkt hat.

In der weiteren Behandlung des planimetrischen Stoffes verfolgt aber Vojtěch seinen auf Transformationen gestützten Plan viel konsequenter, als es Borel gemacht hat. Ob es auch so wünschenswert ist, darüber gehen die Meinungen auseinander und die Erfahrung ist zu gering (vom Jahre 1910 an), als daß sie darüber Aufschluß geben könnte.

Die Verschiebung. Die zweite Abteilung, in der die Transformation der Verschiebung ausgenutzt wird, beginnt selbstverständlich mit der üblichen Definition der Verschiebung.

An die Spitze der weiteren Ausführungen wird dann ein neues Doppelaxiom gesetzt, das kaum anderswo in den Lehrbüchern für die Mittelschulen in solch hervorragender Bedeutung zu finden wäre: „Wenn wir ein Gebilde in der Ebene in irgendeiner Richtung in eine zweite Lage und dann von hier aus in eine dritte Lage verschieben, so können wir auch das ursprüngliche Gebilde durch eine einzige Verschiebung aus der ersten in die dritte Lage überführen; die resultierende Verschiebung ist dieselbe, wenn wir auch zuerst die zweite und dann die erste Verschiebung vornehmen."

Bei der Aufstellung dieses Axioms, das bekanntlich die Verschiebungen als einer kommutativen Gruppe angehörend darstellt, beruft sich der Autor ausdrücklich auf die Anschauung.

Parallele Geraden werden dann wie bei Borel als solche Geraden definiert, die durch eine Verschiebung zur Deckung gebracht werden können.

Durch Verschiebungen werden dann die Parallelwinkel untersucht und der Satz über die Summe der inneren Winkel im Dreieck abgeleitet, nachdem schon früher alle Arten der Parallelogramme behandelt worden sind. Dieser Abschnitt wird durch kurze Bemerkungen über das Messen der Strecken und ihre Teilung geschlossen.

Drehung in der Ebene. In dem dritten Abschnitt, der mit Drehungen in der Ebene arbeitet, folgen einander folgende Entwicklungen: Der Begriff der zentralen Symmetrie, der Satz über die Normalwinkel, die Beziehung des Zentriwinkels zur Sehne und zum Bogen, das Messen des Winkels und des Bogens, der Satz über die Peripheriewinkel mit den üblichen Applikationen.

Die Bewegung im allgemeinen. Wie schon früher gesagt worden ist, wird die Kongruenz der Dreiecke in diesem vierten Abschnitt behandelt. Die üblichen Sätze über die Kongruenz der Dreiecke werden dann bei den Beweisen und Konstruktionen benutzt. Dann folgen merkwürdige Punkte des Dreieckes; Vierecke und Vielecke; Flächeninhalte der Vielecke und ihre Verwandlungen (der Pythagoräische Lehrsatz wird hier noch nicht angeführt, sondern erst in der Lehre von der Ähnlichkeit entwickelt). Der vierte Abschnitt schließt im § 20 mit einer Übersicht aller Bewegungen, die ein Gebilde in ein mit ihm direkt oder indirekt kongruentes Gebilde überführen, wobei der Satz bewiesen wird: „Zwei direkt kongruente Gebilde können immer entweder durch eine einzige Translation oder durch eine einzige Rotation ineinander übergeführt werden."

Homothetie und Ähnlichkeit. Proportionalität der Strecken. Homothetische Gebilde. Ähnliche Gebilde. Das rechtwinkelige Dreieck und der Pythagoräische Lehrsatz. Die Potenz in bezug auf den Kreis. Konstruktion algebraischer Ausdrücke. Der Umfang und Inhalt des Kreises. Das Teilungsverhältnis. Die Sätze von Menelaos, von Pascal (für den Kreis), von Ceva.

Allgemeine Beziehungen. Das Doppelverhältnis. Homologische und homographische Punktreihen und Strahlenbüschel. Der Satz von Desargues. Harmonische Punkte und Strahlen. Der Appolonische Kreis. Das vollständige Vierseit. Der Pol und die Polare des Kreises. Der Satz von Brianchon (als polares Gegenstück zum Pascalschen Satz). Die Inversion.

Es ist nicht möglich, den Eindruck der Einheitlichkeit aus einem kurzen Referate zu erkennen, welchen das Buch von Vojtěch in einem aufmerksamen Leser hervorruft. Die „Planimetrie" von Vojtěch übertrifft durch Einheit der Methode nicht nur alle älteren böhmischen Lehrbücher, sondern auch jene, die in neuester Zeit erschienen sind.

Die Parallelen. In den neuen Lehrbüchern suchen die Autoren die Anschauung und Erfahrung an geeigneten Stellen zu Hilfe zu nehmen. So wird zum Beispiel der Satz, daß die Strecke die kürzeste Verbindung zweier Punkte ist, bei Vojtěch — wie schon früher gesagt worden ist — der Erfahrung entnommen. Derselbe Autor nimmt bei der Lehre von den Parallelen absichtlich den naiven Standpunkt ein, den die intuitive Vorstellung der Verschiebung darbietet.

Zu der schon früher angeführten Definition der Parallelen fügt Vojtěch noch eine zweite hinzu: „Zwei Geraden sind parallel, wenn sie bei einer und derselben Verschiebung durch zwei verschiedene Punkte erzeugt werden können.“ Dadurch fühlt er sich aber verpflichtet, auch den gemeinsamen Gültigkeitsbereich beider Definitionen zu beweisen, was durch eine Erwägung geschieht, bei der zwar das Gruppenaxiom hübsch zur Anwendung kommt, die aber den Schülern, wenn auch begreiflich, so mindestens als eine überflüssige Zeitvergeudung vorkommen muß.

Bedeutung des geometrischen Unterrichtes für die Logik. Es hat keinen ersichtlichen Zweck, wenn gleich am Anfang der Planimetrie, wie es noch Strnad-Rašín und Vinš tun, ganz allgemein ohne Beispiele von Axiomen, Postulaten, Definitionen, Beweisen, Lehrsätzen usw. gesprochen wird. Es empfiehlt sich vielmehr, wie es bei Vojtěch und teilweise auch bei Vinš geschieht, solche Belehrungen erst an passenden Stellen anzuführen. Vojtěch begleitet zum Beispiel den allgemeinen Begriff eines geometrischen Ortes durch folgende Bemerkung: „Beachten wir, daß der Satz über den geometrischen Ort aus zwei Teilen besteht: Im ersten wird ausgesagt, daß alle Punkte des geometrischen Ortes eine bestimmte Eigenschaft haben, im zweiten wird gesagt, daß kein Punkt, der nicht in dem geometrischen Orte liegt, jene Eigenschaft hat (negative Voraussetzung, negativer Schluß). Den zweiten Teil kann man durch einen zum ersten umgekehrten Satz ersetzen (alle Punkte, die eine bestimmte Eigenschaft haben, liegen in dem geometrischen Orte).“

Die Schüler werden durch das Buch von Vojtěch auch auf den fundamentalen Unterschied zwischen sinnlicher Beobachtung und einem logischen Schluß aufmerksam gemacht: „Messen wir (mit einem Transporteur) in einem oder mehreren Fällen den Peripheriewinkel und den ihm zugehörigen Zentriwinkel; wir finden, daß der Peripheriewinkel genau die Hälfte des Zentriwinkels ist. Kann man daher auf andere Fälle schließen, wo wir nicht messen? Der Beweis verschafft uns eine höhere Sicherheit als der Versuch, ein bewiesener Satz gilt genau und in allen möglichen Fällen. Beachtet den Unterschied zwischen der durch einen Schluß und der durch einen Versuch erlangten Sicherheit auch bei den übrigen Lehrsätzen.“ — Die Beweise der umgekehrten Sätze werden bisweilen weggelassen. In der Lehre von der Proportionalität der Strecken legt Vojtěch durch ein Beispiel — das auch Höfler in seiner „Logik“ anführt — dar, daß sich nicht jeder Satz umkehren läßt. Vinš läßt bei derselben Gelegenheit die Umkehrungssätze überhaupt unberücksichtigt, obwohl er sich ihrer später bei der Absteckung paralleler Richtungen im Freien bedienen muß. Auch bei dem Sehnen- und Tangentenviereck des Kreises führt er die Umkehrungssätze nicht an.

Konstruktionsaufgaben. Im Einklang mit dem Lehrplane werden jetzt bei den Konstruktionsaufgaben die Kunstgriffe sorgfältig vermieden und vielmehr allgemeinere Methoden erklärt, was bei Vojtěch schon durch die ganze Anordnung der Planimetrie nach den verschiedenen Transformationen erfolgt. Die Methode der geometrischen Örter und der algebraischen Lösung kommt dabei auch nicht zu kurz. Die Methode der Verschiebung und Drehung wird auch bei Vinš durch eine hinreichende Zahl von passenden Beispielen begleitet. Vojtěch versucht es, die Konstruktionsaufgaben auch dadurch interessanter zu machen, daß er oft auf die Genauigkeit der Konstruktionen bei ungleich günstigen Lagen der Bestimmungsstücke eingeht, und Konstruktionen in beschränkter Ebene oder mit beschränkten Mitteln betrachtet. Die Schüler werden auch darüber unterrichtet, wie die Kompliziertheit der Konstruktionslösungen sich durch eine Zahl beurteilen läßt. Aus den hierher gehörigen Aufgaben können folgende als Beispiele angeführt werden: Es sollen zwei Punkte durch eine Gerade verbunden werden, die sehr nahe beieinander auf einem gegebenen Kreise liegen. — Es soll die Tangente an einen Kreis in einem seiner Punkte konstruiert werden, wenn der Mittelpunkt des Kreises nicht zugänglich ist. — Eine gegebene Strecke soll bloß mit dem Lineal halbiert werden, wenn noch eine zu ihr parallele Gerade gegeben ist.

Regelmäßige Vielecke und Umfang des Kreises. Die Lehre von dem regelmäßigen Fünfeck und Zehneck ist mit der Schwierigkeit verbunden, daß die Schüler in der IV. Klasse der Gymnasien, respektive in der V. Klasse der Realschulen, von den quadratischen Gleichungen entweder gar nichts oder nur sehr wenig gehört haben. Es empfiehlt sich deßhalb, in den Beweisen womöglich dem geometrischen Wege vor dem arithmetischen den Vorzug zu geben. Der geometrische Beweis des Satzes $a_{10}^2 + a_6^2 = a_5^2$ bei Vinš ist aus diesem Grunde didaktisch höher zu schätzen als der arithmetische bei Strnad-Rašín oder Vojtěch. Die Seite des regelmäßigen überschlagenen Zehnecks wird nur bei Strnad-Rašín und Vojtěch erwähnt. Dieser Autor macht bei der graphischen Lösung der quadratischen Gleichungen die Schüler darauf aufmerksam, daß dieselben Konstruktionen schon früher bei dem regelmäßigen Zehneck vorgekommen sind. In allen Lehrbüchern werden auch jene regelmäßigen Vielecke berührt, die nach Gauß mit Lineal und Zirkel konstruierbar sind. Vojtěch führt außerdem auch einige Konstruktionen bloß mit dem Zirkel an (Mascheroni).

Alle Autoren berechnen die Zahl π auf die Archimedische Art und machen die Schüler mit der approximativen Rektifikation nach Kochański bekannt. Ausführliche historische Bemerkungen werden dabei nicht außer acht gelassen.

Anfangsgründe der projektiven Geometrie. Dem Inhalte nach unterscheiden sich die neuen Lehrbücher der Planimetrie von den

älteren hauptsächlich dadurch, daß sie den Schülern die Sätze von Pascal und Brianchon am Kreise vorführen und daß sie bei der Polare des Kreises auch ihre Konstruktion auf Grund des vollständigen Vierecks zeigen. Vinš und Strnad-Rašín haben sich bemüht, dabei die Schranken des Elementaren nicht zu überschreiten. Vojtěch hingegen hat sich ein höheres Ziel gesetzt, nämlich die Schüler auch mit der Methode der projektiven Geometrie bekannt zu machen. Die Reihenfolge der Lehrsätze ergibt sich bei ihm aus den führenden Begriffen des Teilungsverhältnisses, des Doppelverhältnisses und der harmonischen Elemente. Der Begriff des Teilungsverhältnisses genügt zur Ableitung der Sätze von Menelaos, Pascal, Monge (Ähnlichkeitszentren und Achsen) und Ceva. Dann wird auf einem Strahlenbüschel ausdrücklich eine Invariante für die durch einen Schnitt mit einer Geraden erzeugten Punktreihen gesucht („Welcher Ausdruck, der die gegenseitige Lage der Punkte auf einer Transversale betrifft, bleibt ungeändert, wenn wir zu entsprechenden Punkten einer anderen Transversale übergehen?") und als das Doppelverhältnis gefunden. Das Doppelverhältnis der Strahlen wird durch das der entsprechenden Punkte auf einer beliebigen Transversale definiert. Darnach wird die Projektivität durch die Gleichheit der Doppelverhältnisse definiert, und es werden die Bedingungen aufgestellt, wann die projektive Beziehung in eine perspektive übergeht. Auf Grund dieser neuen Begriffe kann Vojtěch den Desarguesschen Satz bequemer beweisen, als es Strnad und Vinš durch die wiederholte Anwendung des Satzes von Menelaos tun. Die Homologie der Dreiecke wird durch eine kleine Bemerkung über die Affinität begleitet. Jetzt erst geht der Autor zum harmonischen Doppelverhältnis über und behandelt die Eigenschaften des Appolonischen Kreises und des vollständigen Vierecks. Bei dem letzteren bedient er sich nicht der Sätze von Menelaos und Ceva (wie es Strnad-Rašín und Vinš tun), sondern er beweist mittels perspektivischer Punktreihen und Strahlenbüschel, daß der Wert des Doppelverhältnisses auf der Diagonale durch die Gleichung $x^2 = 1$ bestimmt ist. Endlich wird die Polare eines Punktes in bezug auf einen Kreis definiert und ihre Konstruktion mittels des vollständigen Vierecks dargelegt. Aus dem Pascalschen Satze wird dann der Satz von Brianchon als polares Gegenstück abgeleitet.

Einige Bemerkungen über den Pascalschen Satz. Über den Mangel an Zeit, der in den meisten Fällen die Behandlung des eben angeführten reichlichen Lehrstoffes gewiß sehr einschränken wird, soll hier nicht gesprochen werden. Wir wollen ideale Verhältnisse voraussetzen. Da läßt sich jedoch gegen die jetzige Behandlung des Pascalschen Satzes einwenden, daß sein ärmliches, nur auf den Kreis beschränktes Anwendungsgebiet der ziemlich großen bei seiner Ableitung geleisteten Arbeit gar nicht entspricht. Eine solche Beschrän-

kung der Anwendbarkeit des Pascalschen Satzes ist kaum empfehlenswert. Wenn der Schüler schon etwas vom Pascalschen Satze erfahren soll, so soll ihm auch die allgemeine Bedeutung des Satzes vorgeführt werden. Wenn das etwa erst in der letzten Klasse in den Wiederholungsstunden oberflächlich ohne Begleitung genauer Konstruktionen geschehen sollte, dann wäre davon kein didaktischer Erfolg zu erwarten. Die einzige Lösung dieser Schwierigkeit wäre darin zu finden, daß in der VI. Klasse die darstellende Geometrie alles das, was in der V. Klasse durch den planimetrischen Unterricht wie in einem Vorkurs vorbereitet wurde, von neuem womöglich mittels räumlicher Beziehungen begründe und erweitere. Es wird ganz von den jeweiligen Verhältnissen und von der Verständigung der Lehrer der Mathematik und der darstellenden Geometrie abhängen, wie weit in einer Klasse auf diesem Gebiete zu gehen wäre. Die Sätze der projektiven Geometrie, der Desarguessche Satz, die Affinitätsbeziehungen usw., alles das hat seinen begrifflichen Ursprung in räumlichen Betrachtungen. Schulrat K. Osovský hat im Programm der Realschule in Žižkov (Prag) 1913 einige Ratschläge zur Behandlung dieses Lehrstoffes gegeben.

Die Dualität. In dem Lehrbuche von Strnad-Rašín werden am Beginn der Stereometrie einfache, sich dual entsprechende Aussagen über Ebenen, Punkte und Geraden zusammengestellt, und so das Gesetz der Dualität vorgeführt. Vojtěch spricht von diesem allgemeinen Gesetze erst in dem Wiederholungsbuche und gibt in der Planimetrie und Stereometrie dem Begriffe der polar entsprechenden Gebilde den Vorzug. Das ist auch didaktisch vorteilhafter, denn der Schüler kann dabei durch eine genau ausführbare Konstruktion ganz konkret von einem Gebilde zu dem korrespondierenden übergehen, wogegen das allgemeine Prinzip der Dualität nur abstrakte Begriffe vertauscht, so daß es die Schüler manchmal nur mit Mißtrauen anwenden.*)

Inversion. Vojtěch und Vinš haben dem planimetrischen Stoffe auch die Inversion beigefügt, die früher in der analytischen Geometrie von Strnad in einigen Aufgaben sozusagen versteckt war. Es scheint aber, den persönlichen Auskünften des Verfassers dieses Referates nach, daß nur ausnahmsweise sich der Unterricht hie und da so günstig gestaltet, daß auch zu einer gründlichen Durchübung dieser Transformation genug Zeit übrig bleibt. Zur Lösung konstruktiver Aufgaben wird die Inversion bei Vojtěch und auch bei Vinš benützt. Die Invarianz der Winkel wird nur bei Vojtěch bewiesen. Derselbe benützt

---

*) Ohne die vollständige Aufzählung der betreffenden Axiome könnte die ausnahmslose Geltung jenes Prinzipes nicht bewiesen werden. Auf eine Intuition der bloßen logischen von dem Inhalte abgelösten Form, die zwei dual entsprechenden Aussagen gemeinschaftlich ist, könnte man nur bei besonders begabten Schülern sich verlassen.

die Inversion auch zum nochmaligen Beweise des Ptolemäischen Satzes. In dem Wiederholungsbuche wird die Inversion von einem allgemeineren Standpunkte aus noch mehrmals erwähnt.

Stereometrie.

Methode. Früher war das Ausarbeiten der grundlegenden stereometrischen Begriffe und Lehrsätze mit vielen Schwierigkeiten verbunden, weil dabei wenig Gelegenheit zu praktischen Aufgaben, aber desto mehr zu künstlichen und manchmal indirekten Beweisen vorhanden war. Eine gute Vorstellung — clara et distincta perceptio — kann aber auch anders als durch Beweise erreicht werden. Von jener früheren beweisenden Methode hat sich Vojtěch insofern gut befreit, als er gleich an den Anfang die Vorstellung von der Bewegung gestellt hat. So macht er z. B. bei dem Begriffe einer zu einer Ebene senkrechten Geraden die Schüler darauf aufmerksam, daß eine zu einer Rotationsachse senkrechte Gerade auch während der Rotation zu ihr senkrecht bleibt und eine Ebene erzeugt. Daran wird die Definition angeknüpft: Eine Ebene steht senkrecht auf einer Geraden, wenn sie sich bei der Rotation um diese Gerade in sich selbst bewegt. Der Satz: „Eine Gerade steht senkrecht auf einer Ebene, wenn sie auf zwei Geraden senkrecht steht, die in der Ebene liegen und durch ihre Spur gehen", bedarf dann keines Beweises mehr. Bei Vinš haben die Bewegungen erst nach den Beweisen Platz gefunden. Er konstruiert zuerst in einem Punkte einer Geraden zwei Senkrechte und legt durch dieselben eine Ebene. Dann wird der übliche Beweis geführt, daß jene Gerade zu allen Geraden der Ebene senkrecht steht, welche durch ihren Spurpunkt gehen. Zum Schluß wird die Senkrechte als eine Rotationsachse behandelt.

Anfangsgründe der schrägen und orthogonalen Projektion. Dem Lehrplane folgend befaßt sich Vojtěch in seinem Lehrbuche für die V. Gymnasialklasse auch mit einer Einführung in die Theorie der Abbildung von Raumgebilden mittels schräger und orthogonaler Projektion; es soll damit die räumliche Anschauung gefördert werden. Vojtěch schickt dieser Anleitung zum richtigen Abbilden der räumlichen Gebilde und Vorgänge eine Wiederholung der Grundbegriffe der Stereometrie voran, welche zum vollen Verständnis des Projizierens unbedingt notwendig sind. Die schräge Projektion erklärt er zuerst am Schlagschatten des Drahtmodells eines Würfels auf eine vertikale Ebene, welche zu einer Seitenfläche des Würfels parallel ist. Da diese Erklärung von einer Abbildung nicht begleitet ist, setzt er augenscheinlich die Benützung eines Modells voraus, was nur zu loben ist. Es werden dann verschiedene Körper in gewöhnlichen Lagen in schräger Projektion abgebildet: neben Bildern von Pyramiden, Prismen, Kegeln, Zylindern und der Kugel begegnen wir hier auch Schrägrissen von

verschiedenen Krystallformen, welche dem krystallographischen Unterrichte gewiß von großem Nutzen sein werden.

Die orthogonale Projektion auf drei zueinander senkrechte Ebenen wird zuerst an einem Block erklärt; dann geht man zur Projektion eines Punktes über, welcher durch seine Raumkoordinaten bestimmt ist. Anfangs werden alle drei Hauptprojektionen in Erwägung gezogen; später begnügt sich Vojtěch mit den ersten zwei Hauptprojektionen und erklärt den Zusammenhang zwischen dem Grund- und Aufrisse nach der Umlegung der Grundrißebene in die Aufrißebene. Auf diese Weise werden die einfachsten Körperformen in besonderen Lagen abgebildet; zum Schluß wird an einem Würfel gezeigt, wie man einen Körper aus einer besonderen Lage durch zwei nacheinander folgende Rotationen um zwei zu je einer Projektionsebene senkrechte Achsen in eine ganz allgemeine Lage bringt.

Symmetrie. Vinš und Vojtěch haben den verschiedenen Arten der räumlichen Symmetrie viel mehr Aufmerksamkeit gewidmet, als es in den früheren Lehrbüchern üblich war. Es scheint, daß auf beide das Beispiel von Borel gewirkt habe. Dadurch soll aber nicht behauptet werden, daß das Buch von Borel als die einzige Quelle gedient hat. Borel bemerkt z. B., daß die zentrisch, aber nicht zugleich nach einer Ebene symmetrischen Gebilde ziemlich selten vorkommen (schiefwinkliges Parallelepiped). Vojtěch verfügt über ein hübsches Beispiel: Es genügt die Hände so zu halten, daß die Daumenspitzen einander berühren, die Finger entgegengesetzt parallel sind und die eine Handfläche uns zugekehrt, die andere von uns abgekehrt ist, um ein zentrisch symmetrisches Gebilde zu erhalten. Bei Vojtěch und Vinš werden auch Symmetrieachsen höherer Ordnungen behandelt. Vojtěch berechnet dann wie Borel, in wieviele mit der ursprünglichen zusammenfallenden Lagen der Würfel übergeführt werden kann. Dies hat in Zusammenhang mit dem früher in der Planimetrie angeführten Gruppenaxiom und mit der Einteilung des planimetrischen Lehrstoffes nach verschiedenen einfachen Transformationen bei einigen Lehrern den, wahrscheinlich falschen, Eindruck hervorgerufen, daß Vojtěch als das höchste Ziel des geometrischen Unterrichtes das Verständnis des Begriffes der Transformation und der Transformationsgruppe gestellt hat, analog dem Funktionsbegriff in dem arithmetischen Unterricht. Wie dem auch sei, so ist das eingehende Studium der Symmetrieelemente doch ein wirksames Mittel zur Ausbildung der räumlichen Anschauung.

Der Eulersche Lehrsatz und die regelmäßigen Polyeder. Der Eulersche Lehrsatz über die Polyeder wird bei Strnad-Rašín mit Hilfe der Winkelsumme in einer ebenen Projektion, bei Vinš durch Zusammenstellen des Polyeders aus einzelnen Seitenflächen bewiesen. Diese Beweise lassen die Gültigkeitsbedingungen des Eulerschen Lehr-

satzes nicht gut erkennen. Vojtěch bedient sich zum Beweise eines Schnittes, wodurch die dabei vorkommenden Voraussetzungen über die Zusammenhangszahl in den Vordergrund gestellt werden. Solche Körper, für die der Eulersche Satz nicht gilt, werden bei Vojtěch durch hübsche Figuren den Schülern vorgeführt.

Wie das Dodekaeder mit dem Würfel in Beziehung gebracht werden kann, wird wie bei Vinš so auch bei Vojtěch durch Figuren klargelegt. Die dualen Beziehungen zwischen Würfel und Oktaeder usw. läßt Vinš unberücksichtigt. Vojtěch leitet sie durch die polare Transformation ab, Strnad-Rašín durch das allgemeine Gesetz der Dualität.

Ebene und sphärische Trigonometrie.

Anordnung des Lehrstoffes. Höfler hat in seiner „Didaktik" für die Trigonometrie einen Vorkurs empfohlen. Es ist schon früher (Seite 6) bemerkt worden, daß in der Tat einige Lehrer schon im Jahre 1890 ihre Darstellungen auf diese Weise geordnet haben. Bei Strnad und Vinš werden alle sechs goniometrischen Funktionen gleich am Anfang definiert. Vojtěch hingegen hat den Lehrstoff im Sinne eines solchen Vorkurses angeordnet. Er erklärt zunächst den Begriff des Sinus und berechnet die Werte dieser Funktion für einige Winkel (30°, 60°, 45°, 18°, 72°). Für andere Winkel werden durch Konstruktion und Messen die Sinuswerte approximativ bestimmt und in eine Tafel zusammengestellt, aus der sich die graphische Darstellung ergibt. Die Nützlichkeit des neuen Begriffes wird den Schülern sogleich durch einfache praktische Beispiele erwiesen. Auf ähnliche Weise wird der Kosinus eingeführt und durch die Fundamentalgleichung $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ mit dem Sinus in Zusammenhang gebracht. Weiter folgen die Funktionen $\operatorname{tg}\alpha$ und $\operatorname{cotg}\alpha$ und ihre Beziehungen. Zum Schlusse des ersten Abschnittes, der die „Grundlagen" behandelt, wird die Lösung der rechtwinkligen Dreiecke in einem zusammenfassenden Paragraphen (A) noch einmal systematisch dargestellt und durch verschiedene Beispiele und Aufgaben aus der Stereometrie, aus der praktischen Geometrie, aus der Geographie usw. begleitet.

Nach diesem Vorkurs wird in der „Goniometrie" der Begriff der goniometrischen Funktionen auch auf andere als spitze Winkel erweitert. Die Funktionen werden dann durch die üblichen Formeln in verschiedene gegenseitige Beziehungen gesetzt.

Die dritte Abteilung, die „Trigonometrie", fängt mit einem Paragraphen (B) an, in dem noch einmal die Lösung des rechtwinkligen Dreieckes vorgenommen wird, diesmal aber mit Benutzung von logarithmisch-trigonometrischen Tafeln, während im Abschnitt A nur mit Tafeln für die natürlichen goniometrischen Funktionen gerechnet wurde.

Graphische Darstellung der goniometrischen Funktionen. Gleich bei der ersten graphischen Darstellung der Funktion Sinus trägt Vojtěch als Abszissen die Bögen desselben Kreises auf, dem er die Ordinaten abnimmt. Auf diese Art sind auch alle weiteren graphischen Darstellungen ausgeführt worden, so daß sie bei derselben Funktion insgesamt ähnlich sind. Vinš bemerkt bei der ersten graphischen Darstellung, daß als Abszissen solche Strecken aufgetragen werden können, die entweder gleich oder proportional den Kreisbögen sind, und gibt graphische Darstellungen, die bei derselben Funktion verschiedenartig aussehen, so daß zum Beispiel für die Funktion $\operatorname{tg} x$ die Kurve im Punkte $x = 0$ einmal unter einem Winkel, der kleiner als 30°, das andere Mal unter einem, der größer als 60°, niemals aber unter einem Winkel von 45° steigt.

Die graphischen Darstellungen in den Lehrbüchern sollten zweckmäßiger, das heißt durch so feine Linien dargestellt werden, daß die Schüler sie zu wirklichen Messungen mit größtmöglicher Genauigkeit (bis 0·1 *mm*) verwenden könnten. Das Lehrbuch sollte den Schülern mit gutem Beispiele vorangehen und ihnen als Vorbild dienen. Diesen Anforderungen entsprechen am besten graphische Darstellungen in der Arithmetik von Bydžovský. Kurven, die als Streifen bis 0·6 *mm* Breite gezeichnet sind, wie bei Vinš, sind für die praktische Anwendung nicht viel wert. Zu diesem Zwecke wäre zu empfehlen, alle goniometrischen Funktionen auf das Millimeterpapier möglichst genau in dieselbe Figur einzuzeichnen.

Beziehungen zur Planimetrie und Stereometrie. Der neue Lehrplan schreibt „wiederholende Vergleichung der trigonometrischen Sätze und Methoden mit planimetrischen und stereometrischen“ vor. Die Instruktionen zu den früheren Lehrplänen haben in demselben Sinne verlangt, daß die rechnerische Lösung der Dreiecke von Konstruktionen begleitet werde. Das hat sich in den früheren Lehrbüchern auch dadurch gezeigt, daß zum Beispiel die Sätze für die schiefwinkligen Dreiecke durch verschiedene Methoden bewiesen wurden. In den neuen Lehrbüchern findet man außerdem zum Beispiel die Formel für $\sin 2\alpha$ auch mittels des Peripheriewinkels entwickelt, oder trigonometrisch bewiesen, daß die Achse eines Winkels im Dreiecke die gegenüberliegende Seite im Verhältnisse der anliegenden Seiten teilt usw.

In den Aufgaben werden die verschiedenartigsten Applikationen berücksichtigt und rein formelle Aufgaben ohne konkret geometrischen Inhalt gibt es fast überall nur so viel, als es zur Erlangung rechnerischer Fertigkeit unumgänglich notwendig ist. Nur die goniometrischen Gleichungen lassen in dieser Hinsicht noch manches zu wünschen übrig, indem sowohl die Lehrbücher als auch die Aufgabensammlungen nur fertige goniometrische Gleichungen vorlegen, anstatt

sie durch Schüler aus geometrischen Daten aufstellen zu lassen. Wenn man nicht an erster Stelle goniometrische Gleichungen der Geodäsie anführen will, so können doch einfachere auf folgende Art ersonnen werden: 1. Die Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes zu bestimmen, wenn das Verhältnis einer Kathete zur Summe aus der anderen Kathete und der Hypotenuse gegeben ist. Führt auf die Gleichung $\sin\alpha = k[1 + \cos\alpha]$. 2. In welchem gleichschenkligen Dreieck ist die Basishöhe gleich der Summe der beiden anderen Höhen? ($2 \sin\alpha = \cos\frac{\alpha}{2}$). 3. In welchem rechtwinkligen Dreieck ist der Umfang gleich dem n-fachen Radius des eingeschriebenen Kreises? ($\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} + \operatorname{cotg}(45° - \frac{\alpha}{2}) = p$).

Aufgaben, die — in der Realschule — einen engeren Zusammenhang der Trigonometrie mit der darstellenden Geometrie fördern sollten, sind nicht in genügender Anzahl vorhanden.

Praktische Geometrie. Dintzl*) sagt mit Recht: „Das Lehr- oder Übungsbuch, selbst wenn es noch so sehr die Beispiele der Wirklichkeit anzupassen sucht, nimmt dadurch, daß es die Bestimmungsstücke dem Schüler als gegeben in die Hand liefert, gerade das Wertvollste vorweg." Es ist deshalb eine der wichtigsten Fragen des gegenwärtigen mathematischen Unterrichtes, wie die praktischen Meßübungen eingerichtet sein sollten. Aus diesem Grunde ist schon früher ein kurzer Entwurf vorgelegt worden (Seite 20), in dem für jede Klasse und jede Altersstufe passende Meßinstrumente und Aufgaben zusammengestellt sind. Ein eingehendes Referat über den diesbezüglichen Inhalt der Lehrbücher kann nicht viel wert sein, weil hier das tatlustige Eingreifen des Lehrers das Allerwichtigste ist. Nichtsdestoweniger soll hier bemerkt werden, daß bei Vojtěch und bei Vinš hübsche Abbildungen von dem Theodolit, der Winkeltrommel, dem Meßband, Astrolabium (ähnlich dem Ohmannschen Winkelmeßinstrumente) u. a. vorkommen. Vojtěch bringt auch eine Karte des Triangulationsnetzes für Böhmen, Mähren und Schlesien (Dreiecke erster Ordnung). Die Lösung geodätischer Aufgaben durch die Koordinatenmethode kommt in den böhmischen Lehrbüchern wohl bei Vojtěch und Vinš zum ersten Male vor.

Es darf aber keineswegs gebilligt werden, daß die neuen Lehrbücher, die zwar schon manchen wichtigen Schritt von bloßer Theorie zur wirklichen Praxis gemacht haben, dennoch auf halbem Wege stehen bleiben und den Schüler gar nicht über die Ordnungsgröße des möglichen Fehlers bei ver-

---

*) Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich, Heft 3, Seite 65.

schiedenen Messungen orientieren. Man würde in den Aufgabensammlungen vergebens nach Aufgaben suchen, bei denen zugleich die Genauigkeit der Messung angegeben wäre. Die Schüler werden in eine fiktive Welt absoluter Genauigkeit eingeführt; dabei plagt sich so mancher Schüler mit einer fünfstelligen Logarithmentafel, um Winkel bis auf Sekunden, Längen bis auf die fünfte Stelle zu berechnen. Manche Schüler bleiben in der falschen Meinung, daß sie mit mehrstelligen Tafeln bei derselben Unvollkommenheit der Daten eine größere Genauigkeit erlangen könnten. Und doch geben die vierstelligen Logarithmentafeln in der überwiegenden Mehrzahl der Aufgaben der niederen Geodäsie ebensogut brauchbare Resultate wie die fünfstelligen! — Im Gegensatze hiezu sollten auch den Schülern die äußerst genauen Messungen der höheren Geodäsie und Astronomie mitgeteilt werden, die mit den fünfstelligen Logarithmen überhaupt nicht vollständig ausgenützt werden können.

Sphärische Trigonometrie. Dem neuen Lehrplane nach soll sich der Unterricht in der sphärischen Trigonometrie nur auf die allerwichtigsten Sätze beschränken. Vinš führt beim rechtwinkligen Dreieck die Nepersche Regel, beim schiefwinkligen Dreieck den Sinussatz, die beiden Kosinussätze, die Halbwinkelsätze und Halbseitensätze an. Alles das kommt auch bei Vojtěch vor, der aber noch die L'Huiliersche Formel hinzufügt. Er muß deswegen zuerst die Delambreschen Gleichungen beweisen, um sie dann bei den weiteren goniometrischen Berechnungen zum Ausgangspunkte zu machen.

In dem Lehrbuche von Strnad wurde früher gezeigt, wie die kartographischen Koordinaten aus den geographischen bei der stereographischen Projektion berechnet werden können. Dieser Lehrstoff ist aus den neuen Lehrbüchern weggefallen. Dafür wird jetzt in der darstellenden Geometrie dieselbe Aufgabe auf konstruktivem Wege gelöst.

Die Lösung von Dreikanten bietet die beste Gelegenheit zur Fusion der rechnerischen Methoden der sphärischen Trigonometrie mit den konstruktiven Methoden der darstellenden Geometrie. Die Lehrbücher der Trigonometrie deuten die Möglichkeit einer konstruktiven Lösung nicht einmal an, obgleich sie wenigstens als Kontrolle dienen könnte. Und doch hat Ad. Mach die konstruktiven Lösungen der astronomischen Aufgaben in der „Zeitschrift der böhm. Mathematiker“ (im Jahre 1899) fast erschöpfend behandelt.

Die astronomischen Begriffe und Aufgaben werden bei Vojtěch wie auch bei Vinš bloß durch schematische Figuren begleitet. Obgleich von dem Schüler ein geometrisch korrektes Bild bei der Wiederholung vielleicht nicht verlangt werden muß, sollte das Lehrbuch doch nur korrekt ausgeführte Figuren enthalten. Das Lehrbuch von Strnad hat zur Darstellung der Himmelskugel die klinogonalaxonometrische Projektion verwendet, die aber durch den elliptischen Umriß nicht so gut geeignet ist, wie die orthogonalaxonometrische Projektion, deren sich das Lehrbuch der Physik von B. Mašek bedient.

Die Lehrbücher sollten bei der Berechnung der Tagesdauer auch auf die Korrektionen aufmerksam machen, die nötig sind, um die berechnete Zeit des Sonnenaufganges mit der im Kalender angeführten in Übereinstimmung zu bringen. Hier kommt nicht nur die Zeitgleichung, sondern auch die Refraktion des Lichtes in Betracht.

Analytische Geometrie.

Anordnung des Lehrstoffes. Von der früheren Anordnung der analytischen Geometrie ist Vojtěch hauptsächlich in zwei Punkten abgewichen. Er läßt erstens dem Kreise die Parabel folgen und zweitens behandelt er die Ellipse und Hyperbel womöglich parallel, so daß z. B. die Konstruktionen der Tangente von einem Punkte außerhalb an eine Ellipse und Hyperbel nebeneinander auf derselben Seite des Lehrbuches stehen. Die Lehre von den Kegelschnitten wird noch durch zwei Zusätze erweitert. Im ersten werden auch einige höhere Kurven behandelt, deren geometrische Definitionen zu ihren Gleichungen führen, die dann diskutiert werden. (Die Cissoide, die Lemniskate, die Zykloide). Bei den anderen Kurven (Parabeln und Hyperbeln höherer Ordnungen) wird von ihren analytischen Definitionen zu ihren geometrischen Eigenschaften übergegangen. Im zweiten Zusatz wird die graphische Lösung numerischer Gleichungen erklärt. Bei den Gleichungen des 3. und 4. Grades wird auch ihre Lösung mittels einer festen Parabel 2. Grades und eines Kreises, die Strnad in den Aufgaben nur eben erwähnt hat, ausführlich dargestellt. Das Lehrbuch der analytischen Geometrie schließt mit einer Einführung in die Infinitesimalrechnung, von der weiter berichtet wird.

Methode. Die Berücksichtigung der Vorzeichen aller Größen wurde in den früheren Lehrbüchern nicht ganz konsequent durchgeführt. So hat z. B. das in anderer Hinsicht sehr gute Buch von Strnad den Sinn eines Winkels nicht immer berücksichtigt. Ein Schüler, der den geometrischen Ort der Punkte, von denen aus eine gegebene Strecke unter einem bestimmten Winkel zu sehen wäre, analytisch gesucht hat, mußte bei der Lösung die Empfindung haben, auf eine fremde Intelligenz zu stossen, wenn er als Resultat einen einzigen geschlossenen Kreis bekommen hat, während in der Planimetrie zwei Kreisbogen als Lösung erschienen. Bei Vojtěch wird die betreffende Aufgabe anders gestellt: „Es ist der geometrische Ort der Punkte zu untersuchen, von denen aus eine feste Strecke unter einem konstanten Winkel bestimmten Sinnes zu sehen ist.“ Hier wird im vorhinein klar, daß die Aufgabe doppelt gestellt werden kann, und in dem gefundenen Kreise erscheint auch der unerwartete Kreisbogen als eine richtige Lösung der Aufgabe. Ganz analog kann der Schüler bei der Lösung der Aufgabe, die inneren Winkel eines durch

seine Ecken gegebenen Dreieckes zu berechnen, ohne irgendeine Figur auskommen, wenn er die Regeln des Lehrbuches von Vojtěch beachtet. Er läßt nämlich die Ecken des Dreieckes in beliebiger Ordnung aufeinander folgen und kann dann aus der Formel für den Flächeninhalt des Dreieckes den Sinn der gewählten Anordnung bestimmen. Daraus ergibt sich dann auch der Sinn der inneren Winkel und ihre Berechnung. Bei der Hesseschen Gleichung der Geraden werden die positive und die negative Seite der Geraden unterschieden, wie es auch J. Sommer in der „Zeitschrift böhmischer Professoren" 1904 verlangt hat.

Die Schüler werden also gleich von Anfang an belehrt, daß durch die analytische Methode die geometrischen Aufgaben vollständig ohne graphische Darstellung gelöst werden können. Das Zeichnen der Figuren wird aber andrerseits nicht vernachlässigt und das Lehrbuch macht die Schüler darauf aufmerksam, daß die graphische Darstellung auch als Probe der Richtigkeit einen großen Wert hat.

Vojtěch bedient sich bei der Behandlung der Kegelschnitte keiner anderen Methode als der analytischen. Den allgemeineren Lagen der Kegelschnitte wird mehr Aufmerksamkeit gewidmet, als es in den früheren Lehrbüchern der Fall war. Die angeführten Aufgaben über geometrische Örter führen oft auf parallel verschobene Kegelschnitte.

Zusammenfassende Behandlung der Kegelschnitte. Vojtěch beweist ganz einfach, daß ein ebener Schnitt eines Kegels immer eine Kurve erzeugt, deren Scheitelgleichung $y^2 = 2px + qx^2$ lautet. Er fügt dazu noch einen zweiten, den Schülern der Realschulen aus der darstellenden Geometrie bekannten Beweis, in dem die Fokaleigenschaften des Schnittes mittels einbeschriebener Kugeln leicht abgeleitet werden. Zuletzt wird die allgemeine Gleichung zweiten Grades untersucht und es wird gezeigt, daß durch eine Drehung der Koordinatenachsen das xy enthaltende Glied immer abgeschafft werden kann. Die so transformierte Gleichung wird dann einer erschöpfenden Diskussion unterworfen, wobei auch alle Fälle des Zerfallens eingehend betrachtet werden. Es ist nur schade, daß der Verfasser bei der Gelegenheit nicht erwähnt hat, wie aus dem charakteristischen Binom die Art des Kegelschnittes bestimmt werden kann. Es könnte dadurch die graphische Lösung quadratischer Gleichungen, wie sie schon in der V. Klasse der Realschulen durch die Arithmetik von Bydžovský verlangt wird, bei der Wiederholung in der letzten Klasse wesentlich erleichtert werden.

VI. Die Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung.

Von der IV. Klasse an werden die Schüler an das graphische Studium der Funktionen und ihrer Veränderungen gewöhnt. In der

VI. Klasse der Realschule (VII. des Gymnasiums) wird das Studium der quadratischen Funktion, deren graphische Darstellung den Schülern aus dem vorhergehenden Schuljahre gut bekannt ist, von neuem aufgenommen, um über die Extremwerte jener Funktion entscheiden zu können. Die Entscheidung erfolgt zuerst auf rein algebraischem Wege, indem die betrachtete Funktion auf die Form $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ gebracht wird. Es ergibt sich daraus, daß sie wächst oder fällt, je nachdem der Ausdruck $2ax + b$ positiv oder negativ ist, und daß aus $2ax + b = 0$ das Maximum, beziehungsweise Minimum sich berechnen läßt. Dem Ausdruck $2ax + b$ wird der Name „Derivation" beigelegt. Ohne sich aber dabei lange aufzuhalten, geht das Lehrbuch zur geometrischen Behandlung derselben Aufgabe über. Für den Richtungskoeffizienten $tg\alpha$ einer Sekante wird das Verhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2ax + b + a.\Delta x$ abgeleitet, aus dem durch den wohlbekannten Grenzprozeß der Richtungskoeffizient der Tangente als $\lim_{\Delta x = 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2ax + b$ hervorgeht. Die Schüler erkennen, daß die „Derivation" einer quadratischen Funktion (im obigen algebraischen Sinne) für jeden bestimmten Wert der Variablen dem Richtungskoeffizienten der Parabeltangente gleich ist. Für die Derivation wird dann noch die Bezeichnung y' oder $\frac{dy}{dx}$ und der Terminus „Differentialquotient" eingeführt. Vor einer falschen Auffassung desselben als eines bei der Division $dy : dx$ entstandenen Bruches werden die Schüler mit Nachdruck gewarnt. Es ist dann ganz leicht, denselben Begriff auch auf kubische und andere höhere Funktionen zu erweitern.

In demselben Jahre — aber nur an der Realschule — werden auch zur Einführung des Begriffes des Integrales verschiedene Vorbereitungen getroffen. Der Inhalt des parabolischen Segmentes wird als die gemeinsame Grenze der Summe der eingeschriebenen und umgeschriebenen Rechtecke bestimmt. Die Darstellung geschieht zuerst in besonderen Zahlen und die Breite der Rechtecke wird immer kleiner und kleiner gewählt. So wird die Darstellung mit allgemeinen Zahlen vorsichtig vorbereitet. Als zweites Beispiel dient die Berechnung des Inhaltes eines Rotationsparaboloides. Auf dieselbe Weise sollen dann die Schüler auch den Inhalt der Kugel, der Kugelschichte usw. bestimmen, ohne von dem Integrationszeichen Gebrauch zu machen. Der ganze Prozeß wird aber durch das Wort „Integration" charakterisiert. Die systematische Einführung in die Infinitesimalrechnung findet man erst in dem Lehrbuche der analytischen Geometrie von Vojtěch.

Dieses Buch wird in der VII. Klasse der Gymnasien und Realschulen benützt. Die betreffenden Kapitel folgen am Schlusse des Lehrbuches. nachdem das übliche Pensum der analytischen Geometrie mit gewöhnlichen Methoden absolviert worden ist. Es wird von der allgemeinen Definition des Differentialquotienten ausgegangen. Um sie aber auch bei implizite vorgelegten Funktionen anwenden zu können, werden bei der Berechnung vier verschiedene Stufen unterschieden. Es werden 1. zwei Gleichungen aufgestellt, welche die Bedingung ausdrücken. daß die Punkte (x_1, y_1) und $(x_1 + \Delta x_1, y_1 + \Delta y_1)$ auf der Kurve liegen; dann wird 2. durch Subtraktion der Ausdruck für Δy und 3. durch Division der Ausdruck für $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ berechnet. Endlich wird 4. der Grenzwert des Quotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ für $\Delta x = 0$ bestimmt. — Diese Methode kann die Differentiation impliziter Funktionen vollständig ersetzen und bietet auf der Mittelschule auch den Vorteil, daß man auf die Bildung der Differentialquotienten der Funktionen von Funktionen, welche z. B. bei Kegelschnitten bei expliziter Darstellung von y vorkommen, nicht eingehen muß.

Jene allgemeine Vorschrift kann aber durch verschiedene Regeln der Differentialrechnung wesentlich verkürzt werden. Deshalb werden die Formeln für die Derivation der Ausdrücke $y = a x^n$, $\sin x$, $\cos x$, $tg\, x$, $cotg\, x$ und der aus ihnen zusammengesetzten Polynome abgeleitet. (Der Satz $\lim\limits_{\Delta x = 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} = 1$ wird dabei nicht streng bewiesen, sondern der Überzeugung durch die Anschauung überlassen.) Die Regel für die Derivation eines Produktes wird nicht angeführt; die Differentialquotienten von Exponential- und logarithmischer Funktion werden nicht gebildet. Alles das wird dem Wiederholungsbuche als ein fakultativer Nachtrag überlassen. Das Studium des Verlaufes verschiedener Kurven bietet den Schülern eine Fülle von Beispielen zur Aneignung rechnerischer Fertigkeit. Den graphischen Darstellungen der betreffenden Funktionen werden auch ihre Derivationskurven beigezeichnet. So wird auch das Verständnis für die zweite Derivation und ihre geometrische Bedeutung wesentlich gefördert. Die Kurven können dann auf ihre Krümmung und auf das Vorhandensein von Inflexionspunkten untersucht werden.

In den Realschulen wird der Begriff des Integrales wie schon früher bei den Reihen wieder in der Bedeutung eines Flächeninhaltes eingeführt und als die Grenze einer Summe

$$\lim \sum f(a + k \cdot \Delta x)\, \Delta x = \int_a^b f(x)\, dx$$

allgemein definiert. Das Lehrbuch geht dann zur Darstellung des Integrales als der primitiven Funktion über. An einem einfachen Beispiele sehen die Schüler leicht, daß der Flächeninhalt der Kurve $y = f(x)$ als eine Funktion der oberen Grenze aufgefaßt werden kann, und daß der Differentialquotient dieser Flächenfunktion mit der Ordinate der vorgelegten Kurve identisch ist. So werden die Schüler vor die Aufgabe gestellt, aus der Derivationskurve $y = f(x)$ ihre Integralkurve $y = \varphi(x)$ zu finden, wobei auf Grund der früheren graphischen Darstellung auch die Bedeutung der Integrationskonstante nicht nur algebraisch, sondern auch graphisch erläutert wird. Die früheren Formeln der Differentialrechnung werden jetzt von neuem in Gestalt von unbestimmten Integralen geschrieben und mittels des Satzes

$$\int_a^b f(x)\,dx = \varphi(b) - \varphi(a)$$

werden weitere einfache Quadraturen und Kubaturen vorgenommen.

Aus diesem Referate ergeben sich auch Antworten auf einige der Fragen, welche von der IMUK hinsichtlich der Infinitesimalrechnung an den Mittelschulen vorgelegt worden sind. Dazu mögen noch zwei Bemerkungen gemacht werden:

1. Es muß mit Anerkennung konstatiert werden, daß der neue Lehrstoff nicht als eine Ergänzung dem bisherigen angefügt, sondern in den früheren eingearbeitet wird.

2. Minder günstig gestaltet sich die Antwort auf die Frage, ob dadurch eine ökonomischere Behandlung des bisherigen Lehrstoffes herbeigeführt wird.

Die Integralrechnung, welche von den Gymnasien dem Lehrplane nach ausgeschlossen bleibt, kommt auch auf der Realschule zu spät, als daß sie eine Zeitersparnis herbeiführen könnte. In der Stereometrie wird noch immer der Inhalt der Pyramide mittels des Cavalierischen Prinzips untersucht und die Fläche der Ellipse durch Projektion aus der Kreisfläche abgeleitet. Die Parabelfläche wird in den Lehrbüchern einmal als der Grenzwert einer Summe eingeschriebener Rechtecke berechnet und ein zweitesmal durch die Exhaustionsmethode bestimmt.

Günstiger gestaltet sich die Sache bei der Differentialrechnung. Vor allem bedient sich jetzt die Lehre vom Maximum und Minimum der Derivation. Auch kann man in der VII. Klasse — wie es auch einige Lehrer gemacht haben — zuerst die Differentialrechnung vortragen, um dann bei allen Kegelschnitten die Tangenten mit Hilfe von Differentialquotienten zu berechnen.

Man kann also nicht von einer Ökonomie der Zeit und der Arbeit, wohl aber mit gutem Rechte von einer Denkökonomie sprechen, welche wahrscheinlich erst auf der Hochschule dem Schüler zugute kommt.

Wie sich die Begriffe und Methoden der Infinitesimalrechnung im Physikunterricht bewährt haben, darüber verweise ich auf das folgende Referat des Privatdozenten Dr. V. Posejpal.

Hier sei nur noch bemerkt, daß die physikalischen Anwendungen erst in dem Wiederholungsbuche mehr in Betracht gezogen werden, daß aber auch bei solchen Applikationen die Autoren keineswegs mit Differentialen, sondern ausschließlich mit Differentialquotienten und mit streng durch eine zweifache Ungleichung definierten Integralen gerechnet haben.

VII. Das Wiederholungsbuch.

Das Buch von Bydžovský-Vojtěch „Mathematik für die oberste Klasse der Gymnasien“ (respektive Realschulen) ist kein eigentliches Lehrbuch, sondern nur ein Hilfsbuch. Es ist ebenso für den Schüler wie auch für den Lehrer bestimmt. Bei zusammenfassenden Wiederholungen in der obersten Klasse schreibt der Lehrplan auch „Erweiterungen und Vertiefungen an einzelnen Stellen“ vor. Das betreffende Hilfsbuch erweitert und vertieft den ganzen mathematischen Lehrstoff der Mittelschule. Der Lehrer kann nach eigenem Gutdünken diese oder jene Partie aus dem Hilfsbuch in dem Klassenunterrichte durcharbeiten. Es wäre dagegen ganz unmöglich, den ganzen reichhaltigen Inhalt dieses Buches allen Schülern in der knapp bemessenen Zeit auch nur begreiflich zu machen. Wenn aber einst die Realschule noch durch die achte Klasse erweitert werden sollte, so ist schon für ein vorzügliches Lehrbuch gesorgt. Was als besonders wichtig für die Realschule in diesem Buche schon jetzt gehalten werden muß, sind die darin enthaltenen Elemente der Logik und teilweise auch der Philosophie, die gewiß die allgemeine Bildung des Realisten auch nach der sogenannten humanistischen Richtung hin vervollständigen können. Die letzte Abteilung des Buches gibt einen historischen Überblick über die Entstehung und Entwicklung der mathematischen Erkenntnisse. Das Interesse der Schüler wird auch durch hübsche Porträts hervorragender Mathematiker belebt.

Ein noch so ausführliches Referat kann das Buch nicht so erkennen lassen, wie es dies wirklich verdient. Deshalb wird es angezeigt sein, hier einige Proben aus diesem Buche folgen zu lassen.

„Das numerische Rechnen. — Jener Teil der Arithmetik, welcher die Anwendung der Vorschriften über die Grundoperationen an besonderen Zahlen, das sogenannte numerische Rechnen, lehrt, ist für die weite Praxis am wichtigsten. Dieses Rechnen gehört zu den Grundlagen der allgemeinen

Bildung. Man erlangt einen verschiedenen Grad der Fertigkeit, je nach Bedarf und Fähigkeit. Die Hauptbedingung für die erhöhte Fertigkeit ist natürlich die Übung, welche bei verschieden talentierten Personen zu verschiedenen Resultaten führt. Der Erreichung einer Rechenfertigkeit hilft vor allem das Zahlengedächtnis.

Der Berufsrechner und überhaupt jeder, der öfter rechnet, erlangt die Fähigkeit, mechanisch zu rechnen, das heißt zu rechnen, ohne sich der Bedeutung der Ziffern bewußt zu werden. (Eine Analogie dessen ist das Spielen auf einem Instrumente nach Noten; das Auge sieht bestimmte Zeichen und die Hand ruft mechanisch die entsprechenden Töne hervor, ohne daß sich der Spieler der Bedeutung der Zeichen bewußt wird.) Versuchet, wie ihr mechanisch rechnen könnt!"

Aus dem Kapitel über den natürlichen Logarithmus:

„Stetiges Wachstum." — Ein Beispiel des stetigen (negativen) Wachstums ist die Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe. Bezeichnen wir diesen Druck mit y; er ist eine Funktion der Seehöhe, welche wir mit x bezeichnen wollen. In der Höhe $x + \Delta x$ ist der Druck $y + \Delta y$ (wobei Δy negativ ist, wenn Δx positiv ist). Steigen wir um Δx, so wird der Luftdruck um das Gewicht der in einem Prisma von der Basis 1 und der Höhe Δx enthaltenen Luft vermindert; es bedeutet daher $-\Delta y$ dieses Gewicht.

Wenn das spezifische Gewicht der Luft in der Höhe x s_1 und in der Höhe $x + \Delta x$ s_2 ist, so ist das Gewicht der Luft in dem erwähnten Prisma (dessen Volumen $1 . \Delta x$ Kubikzentimeter ist) kleiner als $s_1 . \Delta x$ und größer als $s_2 . \Delta x$, das heißt:

$$s_2 . \Delta x < -\Delta y < s_1 . \Delta x.$$

Nach dem Boyleschen Gesetz ist das spezifische Gewicht eines Gases dem Drucke gerade proportioniert; es gilt also

$$s_1 = ky \qquad s_2 = k(y + \Delta y).$$

Setzen wir dies in die obige Ungleichung, so wird

$$k \Delta x (y + \Delta y) < -\Delta y < ky \Delta x.$$

Dividieren wir durch Δx:

$$k(y + \Delta y) < -\frac{\Delta y}{\Delta x} < ky.$$

Wenn sich Δx der Null nähert, so tut es auch Δy, und $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nähert sich dem Werte y'; die obige Ungleichung gibt das Resultat

$$y' = -ky$$

was eine Gleichung einer schon bekannten Form ist."

„Die elementare Geometrie. In der sogenannten elementaren oder metrischen Geometrie untersuchen wir solche Eigenschaften der geometrischen Gebilde, welche bei allen Transformationen in ähnliche Gebilde (Verwandlungen in kongruente und symmetrische Gebilde eingerechnet) invariant bleiben, das heißt bei der Gruppe der Ähnlichkeitstransformationen. In diesem Sinne gehört die elementare Geometrie zu der Gruppe der Ähnlichkeitstransformationen.

Die Hauptaufgabe der elementaren Geometrie ist also die Untersuchung der Kongruenz und Ähnlichkeit geometrischer Gebilde. Das wichtigste ebene Gebilde (und ein Element der komplizierten Gebilde) ist das Dreieck; wiederholt die Sätze über die Kongruenz und Ähnlichkeit der Dreiecke! Wie werden aus den Bedingungen der Kongruenz die Bedingungen der Ähnlichkeit erhalten? Im Raume ist das Element der zusammengesetzten Gebilde das Dreikant. Wiederholt die Bedingungen der Kongruenz und der Ähnlichkeit der Dreikante!"

Aus der Abhandlung über die Definition:

„Bei der ersten Erkenntnis eines Begriffes (besonders eines komplizierten) oder bei einer originellen wissenschaftlichen Untersuchung bilden wir einen neuen Begriff, indem wir die Merkmale zusammensetzen (wir führen eine Synthese aus). Dieser Art ist zum Beispiel die Definition der Ellipse als des geometrischen Ortes der Punkte, für welche die Summe der Entfernungen von zwei festen Punkten konstant ist, u. a. m. Eine häufige (aber weniger genaue) Form einer solchen Definition ist eine solche, in welcher die Entstehung des definierten Gegenstandes angegeben wird (eine genetische „Definition"); z. B. die Kegelschnitte sind Schnitte einer Kegelfläche; die Kreislinie ist eine Kurve, welche durch die Rotation eines Punktes in einer Ebene um einen festen Punkt entstanden ist usw. Hieher gehören auch die verschiedenen „Definitionen" auf Grund der Konstruktion, zum Beispiel bei Kurven (der Cissoide u. a.). Die geringere Genauigkeit der genetischen Definition entsteht dadurch, daß sie auf Grund des Entstehens (der Bewegung, der Konstruktion) geschieht, welches nicht zu den Merkmalen des Begriffes gehört."

Aus dem Kapitel „Der Beweis":

Bei der Durchführung des regressiven Beweises ist Vorsicht nötig. wie wir an dem Beispiele eines fehlerhaften Beweises zeigen werden. Jemand würde durch die Multiplikation zu dem Resultate gelangen

$$\sqrt{-1} \,.\, \sqrt{-1} = 1$$

(er würde unberechtigterweise sich der Regel für die Multiplikation der Wurzeln bedienen

$$\sqrt{-1} \,.\, \sqrt{-1} = \sqrt{-1 \,.\, -1} = \sqrt{+1} = 1.$$

Dieses Resultat würde er dann durch einen regressiven Beweis so bestätigen: Quadrieren wir beide Seiten der Gleichung

$$\sqrt{-1} \,.\, \sqrt{-1} = 1$$

so erhalten wir

$$-1 \,.\, -1 = 1^2 = 1$$

das ist ein richtiges Resultat. Dieser Schluß ist aber unberechtigt; denn zu demselben Resultate können wir nämlich auch von der Voraussetzung

$$\sqrt{-1} \,.\, \sqrt{-1} = -1$$

gelangen. Es führen also zu demselben Schluß zwei Voraussetzungen; aus der Richtigkeit des Schlusses kann man auf die Richtigkeit einer von ihnen schließen, nicht aber entscheiden — auf Grund des regressiven Beweises — welcher von beiden die Richtigkeit zukommt.

Man kann also auf Grund der Richtigkeit des Schlusses nur dann die Richtigkeit der Voraussetzung beurteilen, wenn wir wissen, daß keine andere Voraussetzung zu demselben Schlusse führt. Wenn wir diesbezüglich irgend welche Zweifel hegen, müssen wir den regressiven Beweis durch einen progressiven, bei dem keine solche Bedenken vorkommen, ergänzen.

Es ist also der progressive Beweis der vollkommenere, da er keiner Ergänzung bedarf; dafür ist der regressive Beweis, besonders in komplizierten Fällen, der natürlichere."

Aus dem Abschnitte „Die kulturelle Bedeutung der Mathematik". „Die Mathematik bildet eine Grundlage der Bildung und jeder, der dieser teilhaftig werden will, muß eine gewisse Kenntnis der Mathematik besitzen. Die Pflege der Mathematik verschärft die Verstandesfähigkeiten des Menschen: Sie führt zu einer bestimmten Anschauung, zum logisch richtigen Denken, zu einer kurzen und übersichtlichen Ausdrucksweise und bildet das Gedächtnis und die Phantasie. Die Gesetzlichkeit der Zahlen- und Raumgebilde wirkt ästhetisch. Die Gestalt und der Inhalt der Mathematik spenden jedem die Möglichkeit einer selbständigen Tätigkeit und führen zum Bewußtsein der eigenen Geisteskraft. Mathematische Erwägungen lehren ein nüchternes unparteiisches Denken, lehren für jede Behauptung Gründe zu suchen, gleichzeitig führen sie jedoch zu einer unwandelbaren Konsequenz. In dieser Anregung zur Selbständigkeit und Konsequenz liegt eine große ethische und daher auch erzieherische Bedeutung der mathematischen Bildung."

Aus dem Kapitel über die Geschichte der Mathematik.

„In der analytischen Geometrie zeigt sich schon, wodurch sich die ganze moderne Mathematik von der des Altertums unterscheidet. In dieser kommen einzelne und für jedes Gebilde verschiedene Erwägungen vor, in jener ein allgemeiner Gedanke und ein einheitliches Vorgehen. Die analytische Methode hat einen Umsturz in den geometrischen Erwägungen und eine neue Entwicklung der Geometrie hervorgerufen; die volle Bedeutung der neuen Methode liegt darin, daß die Begriffe einer veränderlichen Größe und Funktion eingeführt wurden, wodurch es ermöglicht wurde, die Naturprozesse rechnerisch zu verfolgen und wodurch auch die Vorbedingung für die Erfindung der Infinitesimalrechnung geschaffen wurde.

Die Begründer der analytischen Methode in der Geometrie sind zwei berühmte französische Mathematiker, Descartes und Fermat. Descartes gab in seiner Géométrie vom Jahre 1637 eine Skizze der neuen Methode für die Ebene an und wies auch auf ihre Erweiterung für den Raum hin. Eine Veranlassung dazu gab eine Erwägung über den geometrischen Ort; die große Bedeutung dieser Koordinatenmethode konnte man gleich aus ihrer Anwendung auf die Untersuchung der Kurven beurteilen. Daher folgte auch unmittelbar die Berechtigung der negativen Zahlen; das angeführte Werk Descartes' enthält auch wichtige algebraische Neuerungen und Regeln (die Bezeichnung der Unbekannten durch die letzten Buchstaben des Alphabets, die jetzige Bezeichnung der Potenz, die Benennungen reell und imaginär u. a.) Gleichzeitig und gründlicher begriff der geistreiche Mathematiker Fermat den Grundgedanken der analytischen Geometrie. Seine fragmentarischen Erwägungen (auf die Ebene beschränkt) überragen in mancher Hinsicht die Skizzen Descartes'. Zahlreiche Fachleute haben den neuen Gedanken ergriffen, seine Vorteile erprobt

und haben seine Methoden bei der Untersuchung der höheren Kurven ausgebildet."

Ich bemerke bei dieser Gelegenheit noch, daß alle neuen Lehrbücher, besonders die für die Oberstufen bestimmten, manche inhaltsreiche historische Bemerkungen enthalten.

VIII. Logarithmentafeln und Aufgabensammlungen.

Die ältesten Logarithmentafeln mit böhmischem Text waren siebenstellig und von F. Macek in Jahre 1862 herausgegeben. Ihnen sind fünfstellige Tafeln im Taschenformat für Mittelschulen von Dr. F. J. Studnička gefolgt. Vom Jahre 1893 an wurden an manchen Schulen auch die fünfstelligen Tafeln von V. Jelínek eingeführt. Vom Jahre 1904 an wurden diese Tafeln fast ausnahmslos durch die von Valouch ersetzt, welche im Verlage des „Vereines der böhmischen Mathematiker" erschienen sind. Ein großer Vorteil dieses Buches sind die zahlreichen astronomischen und physikalischen Tabellen. Schon früher wurde erwähnt, daß sie auch Tabellen für $\log n!$ bis $n = 110$ enthalten. Von den anderen mathematischen Hilfstabellen, die oft in der Schule benützt werden können, seien noch die für $\frac{\pi n^2}{4}$, πn, $\frac{n}{\pi}$ (für Werte von n bis 250) und für $\log q$ (10 stellig), wobei p einen oft gebrauchten Bruch, wie z. B. $\frac{5}{12}$ oder $\frac{1}{20}$ bezeichnet*), erwähnt. Vierstellige Logarithmentafeln wurden bei uns zum erstenmal im Jahre 1904 von Valouch in seinem Büchlein „Übersicht der Mathematik" herausgegeben.

Im Jahre 1909 erschienen im Verlage des „Vereines der böhmischen Mathematiker" für den Schulgebrauch vierstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln von K. Osovský. Den Tabellen sind Abbildungen der logarithmischen Kurven für die Basis 10 und 2 sowie eine genaue Abbildung des logarithmischen Rechenschiebers beigefügt. Unter diesen Tafeln befindet sich auch eine der Antilogarithmen nach dem Muster von Borel.

Wie schon früher erwähnt worden ist, berücksichtigen die Lehrbücher von Bydžovský und von Vojtěch auch vierstellige, ja sogar auch dreistellige Logarithmentafeln. Man gelangt zu der Überzeugung, daß die vierstelligen Tafeln mit Rücksicht auf die Bedürfnisse des praktischen Lebens ebenso wie mit Rücksicht auf die knapp bemessene Unterrichtszeit vorteilhaft sind. Deshalb hat Valouch in die zweite Auflage seiner Logarithmentafeln (1913) auch vierstellige Logarithmen-

---

*) $q = 1 + \frac{p}{100}$.

tafeln aufgenommen. Zu der Sterblichkeitstafel der zwanzig englischen Gesellschaften der ersten Ausgabe hat er noch eine Sterblichkeitstafel auf Grund der Selektionszählung von Männern und Frauen nach dem neuen Material aus dem Werke Absterbe-Ordnungen aus Beobachtungen an österreichischen Versicherten, Bd. I. Wien 1907, beigefügt. In dieser Ausgabe sind auch die astronomischen und physikalischen Tafeln auf volle 37 Seiten erweitert worden.

Der „Verein der böhmischen Mathematiker" hat im Jahre 1876 die erste böhmische Sammlung von Aufgaben aus der Algebra von Hromádko und Strnad herausgegeben, welche 11 Auflagen erlebt hat. Ein Teil dieser Aufgaben wurde in die neue Aufgabensammlung aus Arithmetik und Geometrie von Bydžovský und Vojtěch 1912 übernommen. Diese Aufgabensammlung ist den neuen Lehrbüchern vollkommen angepaßt. In Übereinstimmung mit der Einteilung der Planimetrie nach Vojtěch sind dort die Aufgaben wie folgt gruppiert: Achsiale Symmetrie, Verschiebung, Drehung u. a. In der Stereometrie ist ähnlicherweise ein besonderer Abschnitt der senkrechten und schrägen Projektion, ein anderer der räumlichen Symmetrie usw. gewidmet. Das Wiederholungsbuch ist in besonderen Abschnitten berücksichtigt worden, nämlich aus der Arithmetik: Reelle Zahlen, komplexe Zahlen, Kongruenzen, unbestimmte Gleichungen, algebraische Gleichungen (besonders kubische), Reihen und Funktionen (Differential- und Integralrechnung); aus der Geometrie: Transformation, Konstruktion, Messung und Koordinaten.

Die schon früher erwähnte Sammlung geometrischer Aufgaben von Ad. Mach wurde im Jahre 1911 nach dem neuen Lehrplane umgearbeitet. Die neu aufgenommenen Aufgaben sind in folgende Gruppen eingeteilt: Graphische Darstellung verschiedener Beobachtungen, statistische Daten, Funktionen des 1. und 2. Grades, gebrochene, irrationale und transzendente Funktionen, Funktionen des 3. Grades und graphische Lösung von Gleichungen. Dabei wird überall die Vorbereitung zur Differentialrechnung berücksichtigt. Der Nachtrag enthält: Graphische Lösung von Gleichungen höheren Grades, Differentialquotienten, Maxima und Minima, Integrationen.

Manche Lehrer greifen noch jetzt gern zu der „Sammlung von Aufgaben aus der analytischen Geometrie" von Zdráhal (1893) zurück. Sie enthält 745 Aufgaben mit insgesamt rationellen Angaben und Resultaten. Auch die Sammlung der Maturitätsfragen von J. Sommer und V. Hübner aus dem Jahre 1905 wird oft benützt. Den wertvollsten Teil dieser Aufgabensammlung bilden 40 Aufgaben aus der Astronomie (von denen jede drei- bis vierfältig ist). Diese Aufgaben sind von Dr. J. Kaván, Adjunkten des astronomischen Instituts der böhmischen Universität, nach genauen Daten aufgestellt worden.

Nachwort.

Zum Schluß fühle ich mich verpflichtet, dem Herrn Schulrate K. Osovský zu danken, der mir beim Verfassen dieses Referates mit seinen Ratschlägen, seiner jahrelangen Erfahrung und dadurch, daß er mir seine Handschriften zur Verfügung gestellt hat, mit besonderer Liebenswürdigkeit und Opferwilligkeit behilflich war. Wenn ich genau aufzählen wollte, wie und wo mir bei diesem Referate seine Gedanken als Grundlage dienten, hätte ich fast auf jeder Seite, seinem ausdrücklichen Wunsche entgegen, seinen Namen anführen müssen. Manche Seiten rühren ausschließlich von ihm her.

Die darstellende Geometrie.

Von **Ladislav Cervenka**, Professor an der k. k. Oberrealschule in Prag—VII.

A. Historisches.

I. Wie bereits Herr Adler in seinem Berichte über den Unterricht der darstellenden Geometrie in Österreich*) erwähnt hatte, erfreute sich dieser Lehrgegenstand an unseren Realschulen seit jeher einer höheren Gunst als an analogen Schulen des deutschen Reiches. An den Realschulen Böhmens fand sich bald eine Schar guter Lehrer dieser Disziplin, so daß dieselbe etwa seit dem Jahre 1864 an den damals noch utraquistischen Realschulen in böhmischer Sprache vorgetragen werden konnte.

Diese Lehrer waren Zöglinge der Prager Technischen Hochschule, an welcher schon seit dem Jahre 1830 der darstellenden Geometrie spezielle Vorlesungen gewidmet waren**); im Jahre 1854 wurde dort eine ordentliche Lehrkanzel errichtet, welche dem jungen Böhmen Rudolf Skuherský verliehen wurde. Die ersten Lehrer unseres Gegenstandes an den böhmischen Realschulen waren meist Schüler Skuherskýs. Skuherský wird von ihnen als ein sehr beliebter Lehrer von hervorragender Beredsamkeit geschildert. Er las an der damals zweisprachigen Technischen Hochschule vom Jahre 1861—1862 auch böhmisch und war somit der Begründer der böhmischen Terminologie in der darstellenden Geometrie; dabei***) waren ihm behilflich der spätere Landesschulinspektor Josef Weber v. Pravomil, sein Hörer, der später bekannte Prof. der Baumechanik an der böhmischen Technischen Hochschule in Prag Josef Šolín, sowie auch der Prof. der Prager Realschule D. Ryšavý. Als

*) Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich. Heft 9. Prof. August Adler, Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den Realschulen und Realgymnasien.

**) Berichte Heft 9. Dr. E. Müller. Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den technischen Hochschulen. — A. V. Velflík, Dějiny technického učení v Praze (Geschichte der Technischen Hochschule in Prag), Band I, 1906—1909, Band II 1910.

***) Nach Lavička, Historie deskriptivní geometrie, Pardubice 1878.

Skuherský im Jahre 1864 als 35jähriger Mann eines vorzeitigen Todes starb, wurde nach einjährigem Supplieren durch R. Morstadt die Lehrkanzel der darstellenden Geometrie in zwei ordentliche Professuren geteilt; von diesen wurde die böhmische an Franz Tilšer, die deutsche an Dr. Wilhelm Fiedler übertragen, welche Männer erst vor kurzem als hochbejahrte Greise aus dem Leben schieden. Zu dieser Zeit erfreute sich die darstellende Geometrie in Prag einer ausgezeichneten Pflege und die beiden technischen Hochschulen erzogen eine stattliche Reihe von vorzüglich ausgebildeten Mittelschullehrern. An der deutschen Technik folgte dem bald nach Zürich berufenen W. Fiedler Prof. K. Küpper, an der böhmischen Hochschule wurde Prof. Tilšer, als er sich später mehr und mehr der politischen Tätigkeit widmete, von einer Reihe seiner Schüler und Assistenten vertreten, von welchen die Namen Strnad, Sucharda, Machovec, Sobotka und Procházka genannt werden sollen. Es ist bemerkenswert, daß noch in den 90er Jahren die meisten Lehrer der darstellenden Geometrie an sämtlichen Realschulen Österreichs aus Böhmen stammten und somit wahrscheinlich Schüler der Prager Technischen Hochschulen waren.

II. An der ersten Prager böhmischen Realschule wirkte vom Jahre 1853 als Adjunkt, vom Jahre 1860 als Prof. der darstellenden Geometrie ein Schüler und Freund Skuherskýs, Dominik Ryšavý; aus dieser Tätigkeit entstand das erste böhmische zweibändige Lehrbuch der darstellenden Geometrie*). Schlägt man jetzt in dem kleinen Bändchen vergilbten Papiers mit weißen Figuren auf schwarzem Grunde nach, so kann man sich nicht einer gewissen Verwunderung erwehren, was für eine Fülle gut geordneten Materials in einer einwandfreien Bearbeitung man hier vorfindet. Ausgenommen einige Fälle unbeholfener Ausdrucksweise einer nach passenden Termini noch etwas unsicher tastenden Sprache, begegnet man hier sehr guten, einfachen und richtigen Lösungen aller einschlägigen Elementaraufgaben von einer wissenschaftlichen Strenge, die man in manchen neueren Lehrbüchern nicht antrifft. Es wird dort z. B. bewiesen, daß die orthogonale Projektion des Kreises eine Ellipse ist (analytisch), unter den Aufgaben über das Dreikant wird auch die Aufgabe a, α, β direkt gelöst, durch zwei aufeinander folgende Rotationen eines auf der Grundrißebene ruhenden Würfels um eine zur Grundrißebene und eine zur Aufrißebene senkrechte Achse wird dieser Würfel in eine ganz allgemeine Lage gebracht, einem Tetraeder wird eine Kugel um- und eingeschrieben etc. Im zweiten Teile werden die Grundbegriffe der allgemeinen Kurventheorie

*) Zobrazující měřictví (géométrie descriptive) pro vyšší realní školy. Sepsal D. Ryšavý. Oddělení první s 90 vyobrazeními, Praha. Kober 1862. Oddělení druhé se 140 vyobrazeními. Praha, Kober 1863.

erklärt, worauf eine kurzgefaßte Theorie der Focaleigenschaften der Kegelschnitte folgt. Die Elementaraufgaben über den Kegel und Zylinder werden in allgemeiner Fassung gelöst, dann ebene Schnitte von Kegeln und Zylindern 2. Grades ziemlich eingehend, jedoch ohne Ausnützung von kollinearen Eigenschaften, dargestellt.

Den gegenseitigen Durchdringungen von Zylindern und Kegeln folgt eine umfangreiche Darstellung der Beleuchtungskonstruktionen, wobei nicht nur die Eigen- und Schlagschattengrenzen bei paralleler und zentraler Beleuchtung, sondern auch die Isophoten (Lichtgleichen) bei paralleler Beleuchtung auf Kegeln, Zylindern und Kugeln ermittelt werden.

Das Buch enthält keine Übungsaufgaben und man findet darin keine einzige Kote.

Im Jahresberichte der ersten böhmischen Realschule in Prag vom Jahre 1858*) findet man einen ausführlichen Lehrplan, von welchem ich mir den die darstellende Geometrie betreffenden Teil zu zitieren erlaube, einerseits seines allgemeinen Interesses wegen, andrerseits auch zum Vergleich mit dem vom Herrn Adler im zitierten Berichte angeführten Lehrplan der Staatsrealschule in Wien—VII vom Jahre 1853:

Oberabteilung.**)

I. Jahrgang. Die wichtigsten Sätze über die gegenseitige Lage der Linien (sic) und Ebenen. Allgemeine Regeln der geometrischen Projektion. Abbildung der Punkte, Linien (Geraden) und Flächen (Ebenen) wie selbständig so auch in gegenseitigen Beziehungen. Darstellung von Polyedern, ihren Schnitten und Netzen. Erzeugung und Konstruktion von krummen Flächen und ihren ebenen Schnitten.

2 Stunden wöchentlich.

D. Ryšavý,

II. Jahrgang. Die Auflösung der körperlichen Ecke. Durchdringungen der Polyeder und Körper mit gekrümmter Oberfläche. Erzeugung und graphische Darstellung krummer Flächen. Bestimmung von tangierenden Ebenen an Zylinder-, Kegel- und Umdrehungsflächen. Geometrische Schattenkonstruktion und ihre Anwendung bei voll-

*) In diesem Berichte, welcher böhmisch und deutsch herausgegeben wurde, findet sich eine hübsche Abhandlung Ryšavý's „Über die Darstellung von Kristallgestalten“ in schiefer Axonometrie, wo die Gesetze dieser Darstellung wohl zum erstenmal streng geometrisch abgeleitet wurden.

**) In der Unterabteilung (3 Klassen) wurde unter dem „geometrischen Zeichnen“ auch die perspektivische Abbildung von geometrischen Körpern aus freier Hand und deren Schattierung, dann das Lineal- und Zirkelzeichnen und zuletzt auch die Baukonstruktionen verstanden.

ständiger Durchführung von Darstellungen verschiedener Objekte in orthogonaler Projektion. Grundzüge der schiefen und isometrischen Projektion.

4 Stunden wöchentlich.

D. Ryšavý.

III. Jahrgang. Theorie der freien Perspektive und der Schattenkonstruktionen an perspektivisch dargestellten Bildern verschiedener Objekte. Von den krummen Linien im allgemeinen und den Kegelschnitten insbesondere.

Die Schraubenlinie, die abwickelbare und windschiefe Schraubenfläche und ihre Anwendung bei Schrauben mit scharfem und flachem Gewind. Darstellung (Abbildungen) verschiedener Objekte aus dem Maschinen- und Hochbau vollständig ausgeführt in orthogonaler, schiefer und perspektivischer Projektion.

4 Stunden wöchentlich.

D. Ryšavý.

III. Nach der Ernennung Ryšavýs zum Bezirksschulinspektor an den Volksschulen im Hořovicer Bezirke (1869) folgte ihm im Lehramte an der I. böhmischen Realschule in Prag II sein damals 23jähriger Assistent Vincenc Jarolímek, Absolvent der Prager Technischen Hochschule, welcher nach einer langen Mittelschulkarriere, die er als Landesschulinspektor in Mähren endete, vor mehreren Jahren (1907) als ordentlicher Professor der darstellenden Geometrie an die Prager böhmische Technische Hochschule berufen wurde und bis jetzt in dieser wichtigen Stellung erfolgreich wirkt. Schon im Jahre 1873 erschien von Jarolímek eine „Darstellende Geometrie in Aufgaben", wo an 1000 teils gelösten, teils mit einer Anleitung zur Lösung versehenen Übungsaufgaben die Elemente dieser Wissenschaft gelehrt werden. Manche Aufgaben sind bereits kotiert. Dieses Buch war nur ein Vorgänger des eigentlichen Lehrbuches Jarolímeks, welches in seiner ersten Auflage dreibändig im Verlage der „Jednota českých mathematiků" in den Jahren 1875, 1876 und 1877 erschien und von dieser Zeit an mehr als 30 Jahre an allen böhmischen Realschulen mit ganz geringen Ausnahmen das einzig gebrauchte Lehrbuch unseres Gegenstandes war.*)

Das Buch, welches zum Schlusse die Werke von Tilšer, Gugler, Leroy, Fiedler, Burmester, Olivier und de la Gournerie als seine Quellen zitiert, behandelt den an der Oberrealschule in seiner ganzen

*) Dieses Lehrbuch wurde von Prof. Šourek in's Bulgarische übersetzt und an bulgarischen Mittelschulen eingeführt.

Ausdehnung und mit Rücksicht auf die vielen Anwendungen nur schwer zu bewältigenden Stoff in einer sehr klaren Weise. Die Terminologie wurde in diesem Buche, welches die darstellende Geometrie in einem solchen Umfange in böhmischer Sprache zum ersten Male bearbeitet, teilweise ganz neu geschaffen und wird bis heute anerkannt und allgemein benützt. Die Bezeichnung der dargestellten Gebilde geschieht mit strenger Konsequenz und beruht auf Grundsätzen, welche für Professor Tilšer in seinem System der organischen Geometrie der Form, wie er den methodischen Teil der darstellenden Geometrie zu nennen pflegte, geltend waren.

Die Grundsätze der Bezeichnungweise Jarolímeks, welche sich bis jetzt im großen und ganzen erhält, sind folgende: Die Grund-, Auf- und Kreuzrißebene werden mit π, ν und μ bezeichnet und I., II. und III. Hauptprojektionsebene genannt; diese Ebenen bilden ein orthogonales Koordinatensystem mit drei Achsen X, Y, Z und dreierlei Punktkoordinaten ganz analog der analytischen Geometrie des Raumes. Die Punkte werden mit kleinen Buchstaben, zum Beispiel a, b, und ihre Hauptprojektionen mit a_1, a_2 und a_3 bezeichnet. Die Geraden und Linien überhaupt werden mit großen lateinischen, die Ebenen mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet. Die Spurpunkte einer Geraden heißen p, n, m, die Spurlinien einer Ebene ρ bezeichnet man P^ρ, N^ρ, M^ρ usw.

Da dieselbe Bezeichnung auch in die Lehrbücher der Geometrie von Strnad eingeführt wurde, so besaßen wir in den 90er Jahren eine einheitliche Bezeichnung im ganzen geometrischen Unterricht. Das ist ein nicht zu unterschätzender Vorteil, etwas, was anderwärts nur angestrebt wird und lange noch nicht erreicht ist.

Den Inhalt des wirklich reichhaltigen Lehrbuches anzuführen, verbietet uns die Rücksicht auf den eigentlichen Zweck dieses Berichtes; dennoch wollen wir hier zum Vergleich mit dem zitierten Lehrplan aus dem Jahre 1858 den im Jahre 1883 im Schulprogramme derselben Realschule in Prag II veröffentlichten und von Jarolímek selbst herrührenden Lehrplan für den Unterricht der Darstellenden Geometrie in der Oberrealschule anführen. Aus diesem Lehrplane ersieht man auch den Inhalt des genannten Lehrbuches, obzwar das Buch in mancher Richtung viel mehr enthält: zum Beispiel Darstellung von einigen windschiefen Flächen, Konstruktion der Lichtgleichen auf einigen Flächen usw.

V. Klasse. Wöchentlich 3 Stunden. Lehrbuch von Jarolímek, Band I. Übungsbuch: Aufgabensammlung aus der deskriptiven Geometrie von Jarolímek; II. Auflage.

Grundsätze und Arten des Projizierens überhaupt. Das orthogonale Projizieren von Punkten, Geraden und Ebenen α) auf eine, β) auf zwei zu einander senkrechte Projektionsebenen. Aufgaben über die wahre

Länge von Strecken, über die Neigungswinkel einer Geraden zu den Projektionsebenen. Proportionalität der Strecken auf einer Geraden und deren Projektionen; Teilung von Strecken. Parallele, sich schneidende und windschiefe Geraden. Entfernung eines Punktes von einer zu einer Projektionsebene parallelen Geraden, Winkel zweier sich schneidenden Geraden. Geometrie der Ebene; Punkt in der Ebene. Eine zu einer gegebenen Ebene α) parallele, β) senkrechte Gerade. Durch einen Punkt ist eine Ebene senkrecht zu einer Geraden zu legen. Durchschnittspunkt einer Geraden mit einer Ebene; Entfernung eines Punktes von einer Ebene und von einer Geraden, Abstand zweier Parallelen. Neigungswinkel einer Geraden gegen eine Ebene. Transversale zweier windschiefer Geraden α) durch einen zugänglichen oder unendlich fern liegenden Punkt; β) kürzeste Transversale. Zwei zu einander parallele oder senkrechte Ebenen. Schnitt zweier und dreier Ebenen. Transformation von Projektionen; Benützung einer dritten α) zu beiden, β) nur zu einer Projektionsebene senkrechten Projektionsebene. Neigungswinkel einer Ebene gegen eine Projektionsebene. Rotation eines Punktes und einer Geraden um eine Achse in allen Lagen; Umklappung einer Ebene um ihre Spurlinie in die Projektionsebene. Die Affinitätsgesetze. Planimetrische Konstruktionsaufgaben in einer in allgemeiner Lage befindlichen Ebene; Projektionen von Polygonen. Beleuchtungskonstruktionen an Punkten, Geraden und Vielecken bei paralleler Beleuchtung. Alle 6 Wochen eine Reinzeichnung und eine Schularbeit.

VI. Klasse. Wöchentlich 3 Stunden. Lehrbuch von Jarolímek, II. Band. Übungsbuch wie in der V. Klasse.

Begriff, Eigenschaften und Konstruktion des Dreikantes. Abbildung der Projektionen von Pyramiden, Prismen und regelmäßigen Vielflachen; ihre Netze. Ebene Schnitte von Prismen und Pyramiden; Gesetze der Homologie zweier Vielecke im Raume; Ähnlichkeit, Affinität und Kongruenz. Ebene Schnitte von Pyramiden und Prismen. Durchschnittspunkte von Geraden mit Polyederoberflächen. Gegenseitige Durchdringungen und geometrale Beleuchtung der Polyeder; Schlagschatten eines Polyeders auf ein anderes. Allgemeine Eigenschaften ebener Kurven; homologische Transformation in der Ebene mit Rücksicht auf besondere Fälle, namentlich auf Affinität. Wiederholung der konstruktiven Geometrie der Kegelschnitte. Projektionen und Schlagschatten eines Kreises in allen Lagen. Bildungsgesetz und Projektion der Schraubenlinie. Eigenschaften und Projektionen der Kegel-, Zylinder-, Kugel- und Rotationsflächen zweiten Grades; Konstruktion von Berührungsebenen und Normalen. Schnitte von Flächen mit Ebenen und Geraden; Netz eines schief abgestumpften Kegels. Berührungsebenen an Kegel-, Zylinder- und Kugelflächen α) durch einen

Punkt, β) parallel zu einer Geraden. Geometrale Beleuchtung von Kegeln und Zylindern.

Alle 6 Wochen eine Reinzeichnung mit 6—8 Aufgaben und eine Schularbeit.

VII. Klasse. Wöchentlich 3 Stunden. Lehrbuch von Jarolímek, III. Band. Übungsbuch wie in der V. Klasse.

Konstruktion von Kegel- und Zylinderflächen, welche Rotationsflächen umschrieben sind. Geometrale Beleuchtung der Kugel. Berührungsebenen zu den Flächen α) durch eine gegebene Gerade, β) parallel zu einer gegebenen Ebene. Gegenseitige Durchdringungen zweier Kegel-, Zylinder- und Rotationsflächen. Schlagschattenkonstruktionen auf krummen Flächen, besonders Beleuchtung von hohlen Körpern mit krummer Oberfläche (hohler Kegel, Zylinder, Halbkugel und Nische). Grundsätze der Zentralprojektion; Zentralprojektion eines Punktes, einer Geraden mittels Spur- und Fluchtpunktes. Länge einer Strecke und deren Neigungswinkel zur Projektionsebene; gegenseitige Lage von zwei Geraden. Abbildungen von Ebenen und Lösung einfacher Aufgaben über Punkt, Gerade und Ebene auf Grund der Zentralprojektion. Abbildung von Vielecken, Pyramiden, Prismen, Kreisen, Kegeln, Zylindern und Kugeln. Perspektivische Darstellung einiger in der technischen Praxis vorkommenden Objekte, auch mit Hilfe der reduzierten Distanz. Konstruktion von perspektiven Bildern mit Hilfe des Grund- und Aufrisses mittels Raumkoordinaten. Beleuchtungskonstruktionen in perspektiver Darstellung bei geometraler und zentraler Beleuchtung.

Alle 6 Wochen eine Reinzeichnung mit 3—8 Aufgaben und eine Schularbeit.

Č. Jarolímek.

Es möge noch eine Gruppe von Maturitätsfragen aus dieser Zeit (1885, Realschule Prag II) hier abgedruckt werden, um eine Vorstellung von den erzielten Resultaten des Unterrichtes zu ermöglichen:

1. Auf einer von zwei gegebenen parallelen Geraden ist ein Punkt m bezeichnet. Es sollen die orthogonalen Projektionen eines Würfels, dessen zwei parallele Grundkanten in den gegebenen Parallelen liegen und der eine Ecke im gegebenen Punkt hat, dargestellt werden.

2. Dasselbe soll in zentraler Projektion dargestellt werden.

3. Auf der Mantelfläche eines Rotationskegels [Mittelpunkt der Basis in π s $(-3, 7, 0)$, $r = 5$, $h = 12$] ist ein Punkt u $(x = -1$, $y = 5{\cdot}5)$ gegeben. Aus diesem Punkte als Mittelpunkt soll eine Kugel beschrieben werden, welche die Kegelfläche in einem Punkte berührt.

Es soll dann die Durchdringung beider Körper und die Beleuchtung der Gruppe bei einer gegebenen Lichtrichtung abgebildet werden.

Das Lehrbuch Jarolímek's wurde in fünf immer mehr reduzierten Auflagen (1875—1877 bis 1905), den Reduktionen der Lehrpläne entsprechend, herausgegeben, und wurde später mit einer stattlichen Anzahl von kotierten Übungsaufgaben versehen.

In der Zeit 1875—1910 erschienen außer dem Buche von Jarolímek nur zwei böhmische Lehrbücher der darstellenden Geometrie für Mittelschulen von anderen Autoren. Das erste war das Lehrbuch von F. Šanda.*) Dieses Buch, welches nur an wenigen Realschulen und nur vorübergehend eingeführt wurde, enthält eine große Menge von etwas zu kleinen Abbildungen und stützt sich auf das Lehrbuch Ryšavýs, welches in demselben Verlage erschienen war; es hat auch einige Abbildungen aus diesem Lehrbuche übernommen. Darin werden auch einige technische Objekte (Schrauben, Beleuchtung von architektonischen Gegenständen etc.) dargestellt.

Kurz vor dem Erscheinen der neuen Lehrpläne von 1909 wurde die erste Auflage des Lehrbuches von K. Klír**) herausgegeben. Das Buch wurde in dieser Form nur an wenigen Realschulen eingeführt: die zweite, im Jahre 1910 erschienene und den neuen Lehrplänen angepaßte Auflage wird hier später besprochen.

B. Lehrbücher nach den neuen Lehrplänen vom Jahre 1909.

Die neuen, im Berichte des Herrn Adler zitierten Lehrpläne vom Jahre 1909 ließen bei uns bis zum heutigen Tage eine neue Bearbeitung des Lehrbuches für die Oberklassen von K. Klír (mit einer neuen Einführung für die IV. Klasse von K. Klír und J. Rašín***) und ein ganz neues, im Auftrage der „Jednota českých mathematiků" von zwei Realschulprofessoren Josef Pithardt und Ladislav Seifert abgefaßtes Lehrbuch†) aufkommen.

---

*) „Deskriptivní geometrie pro vyšší třídy škol reálných" von F. Šanda, Vizedirektor des Realgymnasiums (einer kombinierten Kommunal-Reform-mittelschule) in Tabor. Prag, Kober 1877. Mit 238 Abbildungen.

**) „Deskriptivní geometrie pro vyšší třídy reálných škol" von K. Klír, Realschulprofessor in Kuttenberg. Prag 1906, Unie.

***) Rašín-Klír, Počátky deskriptivní geometrie s naukou o kuželosečkách pro IV. tř. škol reálných. Mit 73 Figuren, Prag, Unie 1911; gebunden K 1·50. K. Klír, Deskriptivní geometrie pro vyšší třídy reálných škol. Mit 180 Abbildungen. Preis gebunden 3 K.

†) Pithardt-Seifert, Základy deskriptivní geometrie pro IV., V., VI. a VII. tř. reálek. Band I, mit 74 Fig., K 2·—; Band II, mit 90 Fig., K 2·40; Band III u. IV mit 126 Fig., K 2·80. Prag, Jednota českých mathematiků, 1910—11.

Zu den beiden eben genannten Lehrbüchern wurden Bearbeitungen für die V. und VI. Klasse der Realgymnasien herausgegeben*); es wurden dabei natürlich die Lehrtexte sowie die Abbildungen der Realschulausgaben reichlich benützt und nur den Lehrplänen für Realgymnasien angepaßt.

In der **IV. Klasse** wird für die der darstellenden Geometrie gewidmeten Lehrstunden zuerst ein Abriß der Theorie der Kegelschnitte vorgeschrieben, wahrscheinlich hauptsächlich aus dem Grunde, um den Schülern die Möglichkeit zu geben, beim Reinzeichnen auch den Gebrauch des Kurvenlineals zu erlernen; freilich dürfte die Wichtigkeit der Kegelschnitte überhaupt auch maßgebend gewesen sein. Klír-Rašín beschränken sich bei der Behandlung der Kegelschnitte in dieser Klasse auf deren Fokaleigenschaften und leiten aus ihnen die Grundaufgaben für die Konstruktion der Tangenten ab. Pithardt-Seifert verfahren bei dieser Gelegenheit ganz ähnlich; nur geben sie auch noch die Konstruktion der Achsen einer Ellipse aus ihren konjugierten Durchmessern ohne Beweisführung an; da sich dasselbe in der Sexta wiederholt und dort auch der Beweis gegeben wird, so könnte man es an dieser Stelle ruhig übergehen.

Die Anfänge der Projektionslehre werden dann dem Lehrplane gemäß in beiden Lehrbüchern zuerst nur aus der Anschauung abgeleitet, wobei man die Grundsätze der Stereometrie teilweise von der Unterstufe her als bekannt voraussetzt, teilweise neu begründet. Nachher wird bei den Grundaufgaben über Punkte, Strecken, Geraden, begrenzte Ebenenstücke sowie über einfache geometrische Körper in gewöhnlichen und besonderen Lagen etwas exakter vorgegangen. Natürlich beschränkt sich der Unterricht auf dieser Stufe auf geometrische Gebilde, welche oberhalb der Grundrißebene und vor der Aufrißebene sich befinden. Die Benützung der Kreuzrißebene sowie der Seitenebenen wird an passenden Aufgaben gelehrt. Auch die Anfänge der klinogonalen Projektion (schiefe Axonometrie) auf eine zu der x- und z-Achse parallele Ebene werden gut erklärt und zur Abbildung einfacher Gegenstände mit vorwiegend zu den Projektionsachsen parallelen Kanten angewendet.

Zuletzt wird auch die geometrische Beleuchtung von Prismen und Pyramiden in einfachen Aufgaben sowohl in orthogonaler wie in klinogonaler Projektion dargelegt.

In der **V. Klasse** sollen zuerst die Grundaufgaben über allgemein gelegene Punkte, Gerade und Ebenen in orthogonaler Projektion

---

*) Rašín-Klír, Základy deskriptivní geometrie pro osmitřídní reál. gymnasia, mit 109 Fig., Prag, Unie, K 2·10.

Pithardt-Seifert, Základy deskriptivní geometrie pro V. a VI. tř. reál. gymn. Band I, mit 66 Abbild., Preis K 2·40; Band II, mit 79 Abbild. K 2·20.

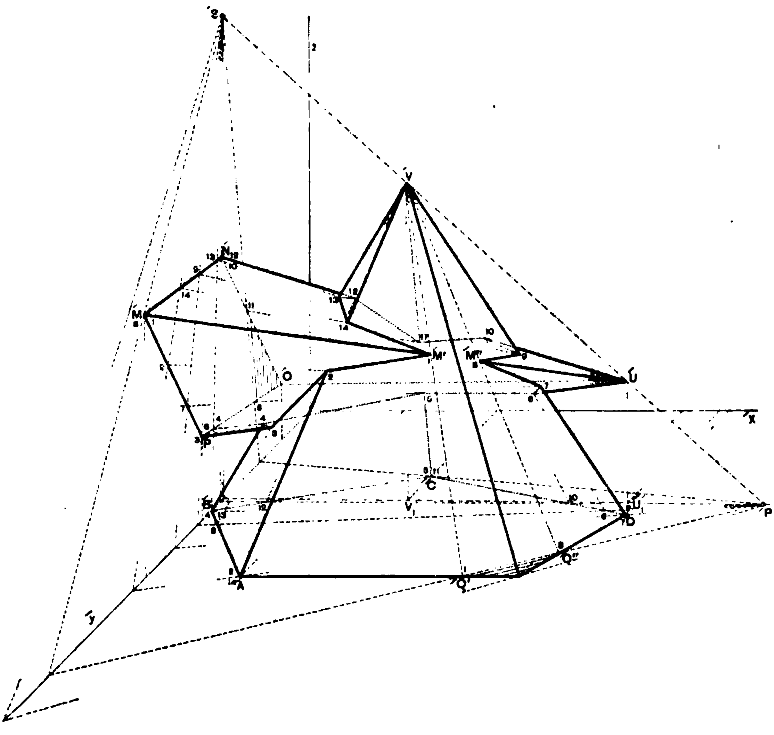
gelöst werden. Dies geschieht bei P. S.*) in der Weise, daß am Anfang einige in der IV. Klasse bereits gelöste Aufgaben auf Grund einer einzigen orthogonalen Projektion ausgearbeitet werden und dann eine etwas tiefer eingehende Theorie der kotierten Projektion von Ebenen angegeben wird. Die Ebenen sind durch die Spurlinie und Fallinie (also durch den Neigungswinkel gegen die Projektionsebene) bestimmt. Es werden dann in der kotierten Projektion die Grundaufgaben entweder im Buche selbst gelöst oder ihre Lösung wird in den Übungsaufgaben gefordert; es werden zum Schluß reguläre Vielecke in allgemein gelegenen Ebenen projiziert, ja sogar die Projektion einer regulären Pyramide über einem gegebenen Sechseck in allgemeiner Lage in einer Übungsaufgabe verlangt. Dagegen wiederholt Klír am Anfang dieser Klasse allgemeine Betrachtungen über die Projektion überhaupt, bildet in Parallelperspektive einige einfache Körpergruppen ab und wendet sich erst dann der kotierten Projektion zu. Mit dieser Methode werden da nur einige ganz einfache Aufgaben über Punkte, Gerade und Ebenen gelöst, so daß zum Beispiel nicht einmal der Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene bestimmt wird.

Die Autoren beider Lehrbücher betrachten natürlich die kotierte Projektion nur als eine Einführung in die eigentliche Aufgabe der Realschule, die Schüler mit der Projektion auf zwei zu einander senkrechten Projektionsebenen vertraut zu machen. P. S. halten es augenscheinlich für den späteren Fortgang als sehr nützlich, die Schüler zuerst mit den Regeln der kotierten Projektion, also mit der Anwendung einer einzigen Projektionsebene gut bekannt zu machen; Klír mißt dieser Methode keinen so großen didaktischen Wert bei und beeilt sich so schnell als möglich zu zwei Projektionsebenen zu kommen. Es werden an unseren Lehrbüchern gerade die beiden Strömungen bemerkbar, welche in dieser Beziehung unter den Lehrern vorherrschen. Die große praktische Bedeutung der „kotierten Ebenen" für angehende Ingenieure, welche sich einst mit dem Terrainzeichnen viel befassen werden, ist unleugbar; es ließen sich aber diese Anwendungen erst bei der Wiederholung in der letzten Klasse gut anführen, wenn dort nicht ein großer Mangel an Zeit herrschen würde. Ich glaube, daß das Richtige für die V. Klasse wie immer so ziemlich in der Mitte liegt, nicht allzu viel und nicht zu wenig. Jedenfalls sollte auch im späteren Lehrgange keine Gelegenheit versäumt werden, die kotierte Projektion, wo sie die passendste ist, auch anzuwenden. Es sind hier zum Beispiel die Aufgaben über das Dreikant und die Körperdurchdringungen, wo zwei Projektionen zeitraubend wären oder ein zu großes Zeichenfeld erheischen würden, zu

*) Das heißt: im Lehrbuche von Pithardt-Seifert.

erwähnen. In der letzten Klasse sollen unbedingt einige Aufgaben aus der Terraindarstellung mittels Schichtenlinien gelöst werden.*)

Die elementaren Grundaufgaben der Projektion mittels zweier zu einander senkrechter Projektionsebenen werden dann in gewohnter Weise in beiden Büchern erläutert. Nur in wenigen unwesentlichen Sachen weisen sie gewisse Unterschiede auf: z. B. bei Klír wird zuerst die unbegrenzte Gerade und dann die Strecke behandelt, bei P. S. wird umgekehrt vorgegangen. Bei den Schnittgebilden von Geraden und



Ebenen und von Ebenen unter einander werden richtigerweise auch begrenzte Ebenenstücke vorausgesetzt. P. S. erklären die Beleuchtung von Geraden und ebenen Vielecken bereits dort, wo sie von der Schnittlinie zweier Ebenen sprechen, wogegen Klír sämtliche Beleuchtungskonstruktionen von ebenflächigen Gebilden an den Schluß der Quinta

*) Es läßt sich bei der Wiederholung sogar ein wenig von der Zyklographie sagen, z. B. wie die Konstruktion der Spurlinie einer durch drei Punkte bestimmten Ebene mit der Ähnlichkeitsachse dreier Kreise wunderbar zusammenhängt.

verlegt, ohne sich eigentlich um mehr zu kümmern, als um die Beleuchtung von Polyedern.

Was die Kreuzrißebene und die anderen Seitenrißebenen betrifft, so macht Klír zwischen einer zu den beiden und einer zu einer einzigen Hauptprojektionsebene senkrechten neuen Projektionsebene keinen Unterschied; er führt eine solche „Hilfsprojektionsebene“ ein, wie er sie braucht. P. S. setzen die Benützung der Kreuzriß- und der Seitenrißebenen als aus der Quarta bekannt voraus und lösen mit ihrer Hilfe gleich anfangs einige Aufgaben, welche von den Neigungswinkeln der Ebenen gegen die Projektionsebenen und von den zu einander senkrechten Geraden und Ebenen handeln, gerade so wie Klír.

Der Konstruktion der Drehung wird natürlich in beiden Büchern eine große Sorgfalt gewidmet, wobei sie sich häufig der Transformation der Projektionen (d. h. der Einführung ueuer Projektionsebenen) bedienen. Es scheint dem Referenten, daß diese Transformationen nach Jarolímeks Vorbild etwas zu häufig benützt werden. Darin mag unser Altmeister der darstellenden Geometrie am meisten seinen Einfluß auf die Nachfolger ausgeübt haben. Etwas vernachlässigt werden die Drehungen der Ebene um eine Spurparallele in eine zur Projektionsebene parallele Lage, was bekanntlich sehr oft zu geometrographisch einfacheren Lösungen vieler Aufgaben führt.

Der Kursus für die Quinta schließt mit der Benützung der Grundaufgaben auf die Behandlung von Polyedern, hauptsächlich von Pyramiden, Prismen und von regelmäßigen Polyedern (12- und 20-Flach nur bei P. S.).

Bei der Konstruktion ebener Schnitte von Prismen- und Pyramidenmänteln wird von der Affinität und der Kollineation, sowohl im Raume als auch in den Projektionen, ausdrücklich und konsequent Gebrauch gemacht.*)

Durchdringungen von Polyedern werden hauptsächlich an Pyramiden und Prismen geübt und es wird dabei in beiden Büchern die bereits bei Jarolímek vorkommende Methode der gemeinsamen Scheitelebenen gebraucht.

Die Methode ist auf der vorstehend abgedruckten Figur 68 aus dem Buche von P. S. ersichtlich, sobald man die fortschreitende Numerie-

*) Bei der Kollineation sollten die Begriffe der Flucht- und Gegenlinie eingeführt werden, welche bei der Konstruktion der Kegelschnitte als kollinearer Gebilde zum Kreise sehr wichtig sind und sich projektiv sehr leicht erklären lassen. Der aus Raumbetrachtungen leicht hervorgehende Desarguesche Satz, welcher bereits aus der Planimetrie bekannt ist, wäre einer besonderen Erwähnung würdig. Auch die Aufgabe: „Eine beliebige vierseitige Pyramide nach einem Parallelogramm zu schneiden“, sollte nicht fehlen, wegen ihrer Wichtigkeit für die Beweisführung, daß die harmonischen Eigenschaften des Kreises in der Kollineation erhalten bleiben.

rung auf den beiden Grundvielecken verfolgt. Die betreffenden Aufgaben werden bei P. S. mit gut angebrachter Vorliebe für diese Projektionsart in schiefer Projektion dargestellt.

VI. Klasse. Diese Klasse beginnt nach dem Lehrplane in beiden Büchern mit der Erklärung der orthogonalen und klinogonalen Projektion des Kreises. Zuerst wird die Identität dieser Projektion mit der Ellipse, wie sie in der IV. Klasse fokal definiert wurde, bewiesen.*) Dann werden zahlreiche Sätze, die aus der Affinität der Ellipse mit dem Kreise folgen und sich hauptsächlich auf ihre konjugierten Durchmesser beziehen, bewiesen und zur Konstruktion benützt. Bei P. S. wird auch eine Konstruktion der Achsen einer Ellipse aus einem Paar konjugierter Durchmesser elegant abgeleitet. Klír konstruiert dann auch gleich den Schlagschatten eines Kreises bei paralleler Beleuchtung, was ganz gut hieher paßt, aber auch den Schlagschatten eines Kreises bei zentraler Beleuchtung, was entschieden verfrüht ist.

Sodann werden Aufgaben über die Konstruktion von Kreiszylindern und Kreiskegeln mit ihren Berührungsebenen, sowie ihre Beleuchtung in gewöhnlicher Weise erklärt, wobei sich P. S. öfters der klinogonalen Projektion bedienen.

Nachher kommt wohl die schönste Partie der darstellenden Geometrie an der Mittelschule — die Konstruktion der Kegelschnitte als ebener Schnitte von Kreiskegeln und Zylindern. Der Dandelinsche Satz über die Brennpunkte der ebenen Schnitte einer Rotationskegelfläche wird in beiden Büchern für alle drei Fälle bewiesen und benützt.

Sonst unterscheiden sich aber unsere beiden Lehrbücher in der Bearbeitung dieser Partie ganz gewaltig. Klír konstruiert ebene Schnitte von schiefen Kreiskegeln neben solchen Schnitten von Rotationskegeln und setzt die Gleichartigkeit der Kegelschnitte bei allen Kreiskegelflächen stillschweigend voraus. P. S. absolvieren dagegen zuerst alle drei Arten von Kegelschnitten am Rotationskegel, streng auf dem Dandelinschen Satze fußend. Im weiteren benützen sie die Gelegenheit zur Einführung der ersten Anfänge der Geometrie der Lage in die Mittelschule, beweisen die Invariabilität der harmonischen Eigenschaften des Kreises bei der Zentralprojektion und konstruieren die ebenen Schnitte eines schiefen Kreiskegels als kollineare Gebilde zur Kreislinie. Dieser Vorgang ist gewiß logischer. Er ist auch ein gutes Pendant zu der bereits seit langem benützten Affinität der Ellipse mit dem Kreise, welche nun bloß als ein besonderer Fall der Kollineation aller drei Arten der Kegelschnitte mit dem Kreise hervortritt. Zugleich ist es

*) Durch analytisch-geometrische Erwägungen, welche wahrscheinlich ihrer Kürze wegen gewählt wurden, hier jedoch etwas befremdend wirken. Passendere rein synthetische Beweise dieses Satzes siehe von Dr. Kounovský (Čas. pro p. m. a f. 1912) und Havlíček (Věstník českých professorů).

eine gute Ausnützung der in der Planimetrie der V. Klasse erworbenen Kenntnisse über die harmonischen Eigenschaften des Kreises, welche erst hier ihre Nutzanwendung finden. Es ist leider noch immer zu wenig Kontakt zwischen den beiden an der Realschule betriebenen Geometriezweigen; hier ist ein solcher Berührungspunkt ersten Ranges.

Klír wiederholt nach Absolvierung dieses Abschnittes etwas über die Fokaleigenschaften der Kegelschnitte, definiert die Kegelschnitte von neuem als geometrischen Ort von Punkten, welche von einem festen Punkte und einem festen Kreise gleiche Abstände haben, und konstruiert die Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kegelschnitte, welcher durch seine Achsen und Brennpunkte gegeben ist, jedoch nicht gezeichnet vorliegt.

P. S. haben die Kreiszylinderschnitte als affine Gebilde mit dem Grundkreise schon früher konstruiert; Klír wendet sich zu dieser Aufgabe erst nachher.

Die darauf folgenden gegenseitigen Durchdringungen von Kegel- und Zylinderflächen zweiten Grades werden in beiden Büchern natürlich analog zu den Pyramiden- und Prismendurchdringungen konstruiert. Die Raumkurve 4. Ordnung, in welcher sich die Flächen durchdringen, wird punktweise konstruiert, in einzelnen Punkten werden auch Tangenten ermittelt. Das Zerfallen dieser Raumkurve in zwei Kegelschnitte wird in beiden Lehrbüchern angeführt; bei P. S. kommt das Kreuz- und Klostergewölbe vor. Der Fall, wo die Durchdringungskurve in eine Gerade und eine Raumkurve 3. Ordnung zerfällt, wird nur bei Klír angedeutet. Die Schlagschatten auf krumme Flächen werden aus dem Schlagschatten auf eine Projektionsebene durch Zurückführung der Lichtstrahlen konstruiert.

Klír faßt die Schlagschattengrenze im Innern eines hohlen Zylinders und Kegels als einen Teil der Durchdringungskurve zweier Flächen 2. Grades auf und schließt daraus, daß es ein Kegelschnitt sein muß; P. S. lassen diese Auffassung unbeachtet.

Die orthogonale Projektion der Kugel wird in beiden Büchern ziemlich gleich behandelt; die klinogonale Projektion der Kugel wird nur bei P. S. mittels des Dandelinschen Satzes erklärt, bei Klír ist sie leider nicht durchgeführt. Die Kugel wird zum Unterschied von anderen Körpern in beiden Büchern zentral beleuchtet, was für den Schlagschatten zu einer interessanten Benützung des Dandelinschen Satzes führt; dies tun jedoch nur P. S., wogegen sich Klír bei der Zentralbeleuchtung auf die Eigenschattengrenze beschränkt.

In der **VII. Klasse** werden bei P. S. im Anschluß an die Kugelprojektionen die Rotationsflächen abgebildet; es werden hauptsächlich die Rotationsflächen zweiten Grades besprochen, ihre Berührungsebenen und ebenen Schnitte konstruiert. Das einschalige Hyperboloid wird auch als durch die Rotation einer Geraden um eine zu ihr wind-

schiefe Achse erzeugt; es wird jedoch diese Entstehungsweise nur flüchtig berührt. Klír, welcher den Lehrgang der VII. Klasse mit den Dreikantkonstruktionen eröffnet und erst dann sich den Rotationsflächen zuwendet, verweilt etwas länger bei den allgemeinen Rotationsflächen.

Die Frage, wie man in einigen Lehrstunden etwas Wesentliches über die Perspektive sagen kann, haben P. S. in der Weise gelöst, daß sie an einem Beispiele die sogenannte Durchschnittsmethode erklären und sodann sich der Distanzmethode zuwenden, indem sie die perspektivische Abbildung eines Punktes aus seinen orthogonalen Raumkoordinaten ableiten. Klír wendet gleich das zweite Verfahren an. Beide lehren auch, wie man mit der reduzierten Distanz verfährt. Der Zusammenhang dieser Perspektive mit der allgemeinen Zentralprojektion konnte leider bei der auf das Minimum reduzierten Unterrichtszeit nicht gut berücksichtigt werden.

In beiden Büchern vermissen wir wenigstens einige Worte über das perspektivische Bild des Kreises, obzwar, namentlich bei P. S., diese Aufgabe in der Kegelschnittslehre sehr gut vorbereitet wurde.

Ebenso spärlich, aber gut, sind in beiden Büchern auch die Grundsätze der orthogonalen Axonometrie behandelt. Die Maßstäbe für die einzelnen Achsen werden natürlich nur graphisch durch Drehung in die axonometrische Projektionsebene abgeleitet und diese Darstellungsmethode wird auf Grund der Projektion eines Punktes aus seinen Koordinaten so weit erklärt, daß man diesbezügliche einfachere Aufgaben ohne besondere Schwierigkeit lösen kann.

Die von den Lehrplänen in die Wiederholungsstunden der VII. Klasse überwiesenen Dreikantaufgaben löst Klír in der orthogonalen Projektion, indem er eine Seite des Dreikants in die Projektionsebene legt. Er befaßt sich nur mit den Grundaufgaben, bei welchen 1. a, b, c; 2. α, β, γ: 3. a, α, b (auf Grund des Polardreikantes), 4. α', a', b' gegeben sind. P. S. behandeln denselben Lehrstoff als graphische Lösung sphärischer Dreiecke und geben die Konstruktion für die folgenden Fälle an: 1. a, b, c; 2. a, b, γ: 3. a, β, γ. Die Fälle a, β, α und a, b, α werden überhaupt nicht in Erwägung gezogen und beim Fall α, β, γ wird auf die Zuhilfenahme des Polardreikantes verwiesen. Merkwürdigerweise benützte dabei keines von den beiden Lehrbüchern die Gelegenheit, darauf hinzuweisen, daß es sich hier um die graphische Lösung derselben Aufgaben handelt, welche rechnerisch aus der sphärischen Trigonometrie den Schülern bereits bekannt sind, und nur P. S. legen in den Übungsaufgaben zwei Aufgaben aus der mathematischen Geographie zur graphischen Lösung vor. Nämlich: 1.) es ist die Länge des Schlagschattens einer 6 m langen Telegraphenstange am 1. Mai 10^h vormittags graphisch zu bestimmen und 2.) es soll graphisch das Azimut der aufgehenden Sonne am

1. Juni in unserer geographischen Breite gefunden werden. Eine systematische Lösung aller einschlägigen Grundaufgaben wäre in dem Schulunterricht sicher am Platze und es wäre somit ein neuer wichtiger Berührungspunkt der übrigen Schulmathematik mit der darstellenden Geometrie gewonnen.

Weiters werden in beiden Büchern die orthographische und stereographische Kartenprojektion, bei Klír überdies die Projektionen auf umschriebene Zylinder- und Kegelflächen (auch die Lambertsche) und die Mercator-Projektion erklärt.

Beide Bücher enthalten dann noch die Konstruktion von Sonnenuhren. Damit schließt das Lehrbuch Klírs. P. S. führen zum Schluß noch etwas über die Schraubenlinie an, geben eine Zusammenstellung von 26 Wiederholungsaufgaben aus dem Lehrstoffe der VI. und VII. Klasse und einen kurzen Abriß der Geschichte der darstellenden Geometrie.

Das Lehrbuch von Pithardt und Seifert ist den Forderungen des Schulunterrichtes gut angepaßt. Vom sachlichen Standpunkte aus ist die Richtigkeit sämtlicher Konstruktionen und Erklärungen zu loben; nur an sehr wenigen Stellen wird bloß der Glaube des Schülers an die Worte des Lehrers in Anspruch genommen, was in einigen Fällen begreiflich erscheint (zum Beispiel, wenn die Konstruktion der Krümmungshalbmesser einer Ellipse in ihren Scheiteln ohne Beweis angegeben wird,*) weil das zu einer weit genaueren Zeichnung führt; in anderen Fällen (zum Beispiel in dem bereits angeführten Falle der Konstruktion der Achsen einer Ellipse aus ihren konjungierten Durchmessern in der IV. Klasse) sollten die betreffenden Behauptungen erst später angeführt und gleichzeitig begründet werden.

Vom methodischen und didaktischen Standpunkte aus bringt das Buch ziemlich viel Neues und Gutes. Es sind vor allem übersichtliche, korrekte Figuren, welche in einem Lehrbuche der darstellenden Geometrie mehr als anderswo angenehm berühren, weil sie dem lernenden Schüler auf einen einzigen Blick mehr sagen als ein weitschweifiger, wenn auch gründlicher Text.**) Jede neue Theorie wird auf Grund eines konkreten, in einer Figur dargestellten Musterbeispiels erklärt; jede bei der Erklärung benützte Aufgabe enthält die zu ihrer Darstellung nötigen Angaben, so daß der Schüler die Aufgabe genau nachkonstruieren und sich an der Zeichnung im Buche überzeugen kann, ob er richtig vorgeht. Besonders ist die schöne Behandlung der Kegelschnitte in der VI. Klasse hervorzuheben.

---

*) Übrigens kann das in der analytischen Geometrie mit Leichtigkeit nachträglich bewiesen werden.

**) Da das Buch in dieser Beziehung so glänzend ausgestattet ist, ist mit Sicherheit zu erwarten, daß die ganz vereinzelt vorkommenden Unrichtigkeiten oder minder geschickt gewählten Lagen in einigen Abbildungen aus den Neuauflagen verschwinden werden.

Die Bezeichnung ist mit der in den Lehrbüchern der „Jednota českých mathematiků" eingeführten konform, das heißt, es werden Punkte mit großen, Gerade und Linien überhaupt mit kleinen Buchstaben bezeichnet. Im übrigen deckt sich die Bezeichnung mit der bei uns tief eingewurzelten von Jarolímek. Die Zentralprojektionen werden durch den Index *o*, zum Beispiel A_0, p_0 gekennzeichnet; die axonometrischen Bilder werden mit einem schrägen Strich, zum Beispiel *á* bezeichnet.

Das Lehrbuch Klírs zeichnet sich durch seine Kürze und Bündigkeit aus, ein Umstand, welcher sicher die Einführung des Buches in nicht geringem Maße förderte. Es wird nichts Überflüssiges, was man in der Schule nicht hervorheben müßte, gesagt, das unnütze Wiederholen wird sorgfältig vermieden, der Lehrstoff ist korrekt bearbeitet und wohlgeordnet. Die Bilder sind zwar nicht so anschaulich wie bei P. S., immerhin jedoch auch in dieser Hinsicht vollkommen befriedigend. Für eine Neuauflage wäre größere Berücksichtigung der schiefen Projektion wünschenswert. Die Bezeichnung ist der von Jarolímek angepaßt; es werden Punkte mit kleinen, Linien mit großen Buchstaben bezeichnet.

Dem Jahresberichte der Jednota českých mathematiků für das Jahr 1913 entnehmen wir, daß von diesem Verein eine neue Bearbeitung des Lehrbuches von Jarolímek durch die Herrn V. Hrubeš und K. Osovský in Verlag genommen worden ist. Der Referent bedauert, daß in diesem Berichte diese zurzeit noch nicht in Druck befindliche, handschriftlich jedoch schon fertiggestellte Neuausgabe des bewährten Buches nicht berücksichtigt werden konnte. Es unterliegt keinem Zweifel, daß diese Vermehrung unserer Lehrbücher der darstellenden Geometrie diesem Lehrfache zu großem Nutzen gereichen wird.

C. Übungsaufgaben in den Lehrbüchern und selbständige Aufgabensammlungen aus der darstellenden Geometrie.

An Übungsaufgaben aus der darstellenden Geometrie hat es bei uns nicht lange gefehlt. Schon das erste Lehrbuch Jarolímeks (Darstellende Geometrie in Aufgaben) war nichts anderes als eine ziemlich große Aufgabensammlung mit teilweise gelösten Aufgaben. Nachdem dann Jarolímek sein vollständiges Lehrbuch herausgegeben hatte, ließ er ihm bald ein eigentliches und reichhaltiges Übungsbuch folgen, welches in zwei Auflagen*) erschien und wesentlich die Pflege der darstellenden Geometerie an unseren Mittelschulen förderte.

*) 1880 und 1904.

Die zweite Auflage enthält 1190 Aufgaben, von denen 200 den Jahresberichten der böhmischen Realschulen aus den Jahren 1890 bis 1903 entnommen sind, wo sie als Maturitätsfragen abgedruckt waren; diese am Schluß des Buches als Anhang angeführten Aufgaben bilden ein gutes Material für die Wiederholung; da sie jedoch der Zeit des eingeschränkten Lehrplanes vom Jahre 1898 entstammen, sind dort einige jetzt in den Lehrplänen enthaltene Partien nicht vertreten.

Die dritte Auflage des Lehrbuches von Jarolímek wurde durch zahlreiche (449) durchaus kotierte Aufgaben ergänzt, welche von den in der erwähnten Sammlung enthaltenen Aufgaben verschieden sind. Alle diese methodisch geordneten und immer von den einfachsten zu recht komplizierten Fällen aufsteigenden Aufgaben sind die Frucht einer langjährigen und bewährten Praxis des Autors. Ihre Einschaltung an geeigneten Stellen des Textes und ihre Verläßlichkeit erhöhen den Wert des Lehrbuches ganz besonders.

Auch die neuen Lehrbücher sind reichlich mit Aufgaben bedacht: Klírs Lehrbuch (V.—VII.) enthält 341 kotierte Aufgaben (darunter leider nur 17 für die VII. Klasse). P. S. schalteten ihrem Lehrbuche für die V. Klasse 211, für die VI. Klasse 110 und für die VII. Klasse 92, also insgesamt 413 wiederum kotierte Aufgaben ein. Die Aufgaben Klírs zeichnen sich durch eine passende Wahl der Koordinaten aus; auch S. P. taten in jeder Hinsicht das möglichste, um dem Lehrer die Arbeit zu erleichtern und den Schüler zur selbständigen Tätigkei anzuspornen.

Noch vor dem Erscheinen seines Lehrbuches gab Klír eine Aufgabensammlung heraus*). Schon in dieser Sammlung findet man passend gewählte Lagen der gegebenen Gebilde, welche zu klaren Resultaten führen. Die Sammlung umfaßt 886 durchwegs kotierte Aufgaben. Die für die Reinzeichnung passenden Aufgaben sind mit Sternchen kenntlich gemacht**). Bei allen Aufgaben ist die Größe des zur Lösung nötigen Zeichenblattes angegeben (meist 10 *cm* × 12 *cm* und 16 *cm* × 20 *cm*).

---

*) K. Klír, Sbírka kotovaných příkladů z deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. Kuttenberg 1906. Preis K 1·20.

**) Bei dieser Gelegenheit möchte ich darauf aufmerksam machen, wie bei uns diese Reinzeichnungen ausgeführt werden, (darüber spricht sich nämlich Herr Adler in seinem Berichte nicht aus). Den Reinzeichnungen, d. h. den vollkommen ausgeführten, mit Tusche ausgezogenen, manchmal auch kolorierten und schattierten Konstruktionen von verschiedenen Aufgaben auf dem Zeichenpapier, wird bei uns eine ziemlich große Sorgfalt gewidmet. Man kann das geometrische Zeichnen mit Recht als ein Praktikum der Geometrie ansehen und die Leistungen mancher Schüler in dieser Richtung sind beachtenswert. Es werden in einem Jahre 5 bis 10 solche Reinzeichnungen mit je 2 bis 6 Aufgaben fertiggestellt. In den Stunden, welche dieser Arbeit gewidmet werden

Dem Lehrbuche von P. S., welches, wie gesagt, selbst schon eine bedeutende Anzahl von Übungsaufgaben enthält, schließt sich eine besondere, im Verlage der Jednota českých mathematiků erschienene große Aufgabensammlung von Kálal*) an, welche 2008 Aufgaben umfaßt und wahrscheinlich eine der größten Aufgabensammlungen dieser Art überhaupt ist. Die Aufgaben sind wieder durchwegs kotiert und erheischen zur Lösung zumeist ein Blatt von höchstens 19 *cm* × 24 *cm* Ausmaß. Grundaufgaben über Punkte, Gerade und Ebenen in orthogonaler Projektion auf eine, zwei oder drei Projektionsebenen und in schiefer Projektion gibt es hier 874; Projektionen, ebene Schnitte, gegenseitige Durchdringungen und Beleuchtung von Polyedern weisen 228 Aufgaben auf; Kreis, Zylinder und Kegel 340 Aufgaben, Kugel 187, Rotationsflächen 95, Perspektive 159, orthogonale Axonometrie 72 und außerdem finden sich noch 24 Ergänzungsaufgaben vor.

Die Aufgaben sind sehr verschieden; einerseits werden da zahlreiche Aufgaben zur direkten Einübung des Lehrstoffes, dann Aufgaben aus der konstruktiven Stereometrie überhaupt angeführt, (z. B. es ist eine Kugelfläche durch drei gegebene Punkte A, B, C, [A (2, 2, 8), B (5, 3, 2·5), C (1, 6, 4)] zu legen, welche zugleich die Grundrißebene berührt). Dann gibt es hier zahlreiche Aufgaben, welche die Lösung mancher in der Technik vorkommenden praktischen Beispiele verlangen (z. B. Beleuchtung verschiedener Gesimse, Abbildung und Beleuchtung einiger Gewölbe, Perspektive architektonischer Gegenstände, einige Maschinenteile; Dachausmittelungen u. a.) Das Übungsbuch geht richtigerweise in mancher Hinsicht etwas weiter als das Lehrbuch; so wird hier z. B. auch die Perspektivdarstellung von Kegeln, Zylindern, Beleuchtungsverhältnissen und die Lösung einiger apollonischer Aufgaben über die Kugeln mittels Rotationsflächen zweiten Grades u. a. zur Lösung vorgelegt. Zahlreiche Aufgaben sind den Jahresberichten unserer Realschulen, wo sie als Maturitätsfragen veröffentlicht worden sind, entnommen.

Selten begegnet man da Aufgaben, welche nicht gerade passende Angaben enthalten, was mitunter dem Unterlaufen von Durckfehlern zuzuschreiben sein dürfte.

---

kommen Lehrer und Schüler näher zusammen, es werden auch von den Schülern selbständig erdachte Aufgaben gelöst. An einigen Lehranstalten werden am Schlusse des Schuljahres Ausstellungen solcher von den Schülern ausgeführter Zeichnungen (natürlich auch der Arbeiten aus Freihandzeichnen und Modellieren) veranstaltet und auch der daran interessierten Öffentlichkeit zugänglich gemacht.

*) Sbírka úloh z deskriptivní geometrie. Vydání pro reálky. Sepsal J. Kálal. Mit 33. Fig. Prag, J. C. M., 1912, Preis geb. K 2·60.

Neben der Hauptausgabe für Realschulen wurde eine Ausgabe mit einer Auswahl dieser Aufgaben für Realgymnasien besorgt.

Zum Schluß soll auf die Verdienste aufmerksam gemacht werden, die sich auch um den Unterricht in der darstellenden Geometrie an unseren Realschulen die für Schüler bestimmte Beilage des „Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky“ erworben hat. In allen ihren Jahrgängen findet man gute, den Schülern leicht verständliche Aufsätze aus verschiedenen Gebieten der darstellenden Geometrie. Es werden dort schöne Aufgaben*) aus diesem Lehrgegenstande vorgelegt, an deren Lösung sich unsere Studenten in erfreulicher Anzahl beteiligen; für die besten Lösungen werden gut gewählte Preise erteilt. Unter den Lösern solcher Aufgaben liest man in den älteren Jahrgängen Namen, welche jetzt bekannten Ingenieuren und Mathematikern von Beruf gehören.

*) In der Nummer 1 des Jahrganges 1913/14 werden unter anderen diese zwei Aufgaben gestellt:

Es ist ein Rotationshyperboloid zu konstruieren, welches zwei gegebene windschiefe Geraden a, b und einen gegebenen Punkt M enthält.

Es ist eine Kugel zu konstruieren, wenn gegeben sind: ein Punkt A auf ihrer Oberfläche, eine Tangente t derselben und eine durch ihren Mittelpunkt gehende Gerade p.

Bemerkung. Auch beim Zusammenstellen dieses Referates über die Darstellende Geometrie an unseren Mittelschulen war der Herr Schulrat Professor K. Osovský dem Referenten durch manche gute Ratschläge aufs liebenswürdigste behilflich; der Referent kann nicht umhin, ihm an dieser Stelle seinen innigsten Dank auszusprechen.

Die Mathematik im Physikunterrichte.

Von Dr. **Václav Posejpal.**

Das 11. Heft dieser Berichte bringt unter dem Titel „Die Mathematik im Physikunterricht der österreichischen Mittelschulen" eine ausführliche Bearbeitung der diesbezüglichen Fragen aus der Feder des Herrn Schulrat Dr. Alois Lanner in Innsbruck. Die Stützpunkte dieser Arbeit liegen einerseits in den zahlreichen Normallehrplänen und Instruktionen, sowohl den älteren wie den aktuell für die Mittelschulen Österreichs in Geltung stehenden, andrerseits in den in Betracht kommenden Lehrbüchern. Da aber die böhmischen Lehrbücher vom Autor nicht in Betracht gezogen sind, soll an dieser Stelle erörtert werden, wie die böhmischen Lehrbücher die Frage von der Wechselwirkung zwischen dem Physikunterricht und der Mathematik lösen. Diese Lösung ist naturgemäß wie überall das letzte Glied einer längeren Entwicklungsreihe und es wäre wohl nicht uninteressant diese Entwicklung historisch zu verfolgen. Ich beschränke mich im folgenden jedoch auf eine kurze Diskussion des gegenwärtigen Standes.

Die Benützung der Mathematik im Mittelschulphysikunterrichte bringt diesem bekanntlich wertvolle Vorteile, aber auch ernste, nicht zu unterschätzende Nachteile. Beides wurde öfters diskutiert und durch hervorragende Vertreter sowohl der Wissenschaft wie auch der Unterrichtskunst gründlich dargelegt.

So lautet es in den „Bemerkungen" zum Normallehrplan der Realschulen vom 8. April 1909:

„Auf der Oberstufe ist großer Wert auf die genaue Formulierung der Definizionen und Gesetze zu legen. Die mathematische Behandlung muß sich aber von allen formellen Schwierigkeiten fernhalten, denn nicht der mathematische Beweis, sondern das Verständnis des physikalischen Vorganges ist die Hauptsache. Wenn eine Deduktion die Kräfte der Schüler übersteigt oder der erforderliche Zeitaufwand in keinem Verhältnisse zur Wichtigkeit des Ergebnisses steht, begnüge man sich mit einer bloßen Mitteilung und Erläuterung desselben. Beispiele und Aufgaben führen bei sorgfältiger Auswahl und Behandlung zu einer gründlichen Durcharbeitung des Stoffes ohne weitere Belastung des Gedächtnisses. Auch die graphische Darstellung physikalischer Ergebnisse wird zuweilen mit großem Vorteil Verwendung finden können."

Die Gefahr eines Schadens, der dem Physikunterrichte durch die Mathematik entstehen kann, charakterisiert sehr trefflich Paul Volkmann durch das zutreffende Wort „Mathematisierung"*) und unterscheidet zwischen einer Mathematisierung des physikalischen Unterrichts in einem engeren und in einem weiteren Sinne des Wortes. Die Gedanken Volkmanns sind sehr beachtenswert, nicht wohl deswegen, daß sie das jüngste Datum tragen, aber daß sie von einem hervorragenden akademischen Lehrer eben der mathematischen Physik gepredigt werden.

Unter Mathematisierung des physikalischen Unterrichts im engeren Sinne versteht P. Volkmann „eine Behandlung des physikalischen Unterrichts, bei der die Physik selbst eine nur ganz äußerliche Rolle spielt, ein ganz äußerliches Gewand bildet, ihr tatsächlicher Inhalt jedenfalls erheblich zu kurz kommt — eine Behandlung, welche der Auffassung Vorschub leisten möchte, daß es sich in der Physik eigentlich nur um Anwendungen der Mathematik handelt, daß die Physik vielleicht nur selbst eine Form der Mathematik ist — eine Behandlung, welche Aufgaben für den Unterricht schafft und zurechtlegt, ohne daß diesen Aufgaben die Beziehungen zur Wirklichkeit und Erfahrung innewohnen, welche gerade die Eigenart und den Hauptreiz der physikalischen Wissenschaft bilden und ausmachen" (S. 25).

Unter der Mathematisierung des physikalischen Unterrichtes im weiteren Sinne wird verstanden „eine Behandlung, welche für die Schule Abschnitte und Teile der Physik auswählt und sichtlich bevorzugt, in denen der physikalische Gehalt des Gegenstandes auf einen mathematischen Ausdruck beschränkt bleibt, im weiteren aber alles auf rechnerische Verfolgung hinausläuft" (S. 26).

Ich habe hier diese schönen Worte Volkmanns so ausführlich wiedergegeben, da sie völlig meinem Standpunkte entsprechen, von dem aus ich hier meiner Aufgabe entgegentrete. Meine Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Physikunterricht und Mathematik, wie sie durch die heutigen böhmischen Lehrbücher dargeboten wird, soll dahinzielen, zu zeigen, in wieweit diese Lehrbücher es zustandegebracht haben, der physikalischen Erkenntnis ihre natürlichen Wege der Induktion zu wahren und zugleich völlig jene Dienste, welche die Mathematik dem physikalischen Schulunterrichte leisten kann, auszunützen.

Es wird sich vorzugsweise um die Oberstufe handeln. An der Unterstufe aller drei Schultypen: Gymnasium, Realgymnasium und Realschule, steht das gutbewährte Buch des verewigten Realschuldirektors Karl Brož in Verwendung. Es wurde den Lehrplänen vom Jahre 1909 durch Stan. Petíra angepaßt. In den oberen Klassen aller österreichischen Mittelschulen mit böhmischer Unterrichtssprache sind neue Lehrbücher der drei Autoren Dr. J. Jeništa, Dr. B. Mašek und Dr. Fr. Nachtikal eingeführt. Das seinerzeit sehr bemerkenswerte Buch

---

*) Fragen des physikalischen Schulunterrichtes. Vier Vorträge von Paul Volkmann. Leipzig und Berlin 1913. XVI + 65 S.

von Fr. Reiss und Dr. J. Theurer wurde den neuen Lehrplänen vom Jahre 1909 nicht mehr angepaßt und ist bloß an einer Mittelschule noch im Gebrauche. Da die drei obengenannten Autoren ihre Bücher gemeinschaftlich und einheitlich für alle Schultypen ausgearbeitet haben, werden dadurch die folgenden Betrachtungen wesentlich erleichtert.

Ich beginne mit der Mechanik und werde im wesentlichen so vorgehen, daß ich zuerst durch einen kurzen Vergleich des durch den Normallehrplan vom Jahre 1909 gegebenen Pensums und des tatsächlichen Inhalts der Bücher die Tiefe der Durcharbeitung dieses Lehrstoffes zu erkennen, sowie auch den Schluß zu ziehen ermögliche, ob der Fall einer Mathematisierung des physikalischen Unterrichts vorliegt oder nicht. Nachher werden eventuelle bemerkenswerte Einzelheiten zur Diskussion gebracht.

Indem wir also das, was der neue Lehrplan aus der Mechanik vorschreibt, mit dem vergleichen, was die in Rede stehenden böhmischen Lehrbücher bringen, finden wir zuerst eine entschiedene Bevorzugung des induktiven Vorganges. Ich nenne zum Beleg dafür die Einleitung des Aufsatzes über den freien Fall durch eine Diskussion des im Buche reproduzierten Graphikons, das durch die Projektion der Bewegung einer tönenden Stimmgabel auf eine frei fallende photographische Platte entsteht. Durch direkte Ausmessung des reproduzierten Bildes wird die Erdbeschleunigung annähernd $\left(979 \frac{cm}{sec^2}\right)$ bestimmt. Aus weiteren Beispielen soll nur noch die Art, in welcher die Astronomie behandelt wird, erwähnt werden. Wir finden dort die Reproduktion einer photographischen Aufnahme der Himmelspolgegend zur Darlegung der täglichen Bewegung der Weltkugel, eine Abbildung eines Theodoliten, eines Meridianinstrumentes und eines Äquatoreals, eine graphische Darstellung der Praecession, der Zeitgleichung, der scheinbaren Bahn des Jupiters in den Jahren 1908 bis 1910, die Ptolemäische und die Kopernikanische Darstellung dieser Bewegung, eine graphische Darstellung der wirklichen heliozentrischen Bahn des Mondes, der Abhängigkeit seiner Position von der Parallaxe, eine Reproduktion eines Limnigrammes des Adriatischen Meeres usw. Dieser induktive Vorgang findet sich überall, vor allem aber in der Behandlung der Astronomie, bekräftigt durch eine systematische Berücksichtigung der historischen Entwicklung.

Einzelne Fragen werden von den Autoren ziemlich erschöpfend behandelt. So, um wieder einige Beispiele zu nennen, finden wir das Kräftedreieck aus der graphischen Statik vor, das weiter bei der Zusammensetzung paralleler Kräfte benützt wird, die zentripetale Kraft und Beschleunigung werden an einer willkürlichen krummen

Bewegung eines Punktes ganz allgemein definiert und abgeleitet, ebenso das Flächengesetz der Zentralbewegung; bei der graphischen Darstellung der harmonischen Bewegung eines Punktes begnügt man sich nicht mit der Sinusoide der Elongationen, sondern man entwickelt graphisch auch die Geschwindigkeiten und Akzelerationen und weist auch ihre Phasendifferenzen nach usw. Sehr gründlich werden die Bewegungen der Himmelskörper beschrieben.

Um schließlich die Anwendungen der Mathematik, zu denen bekanntlich in der Mechanik das dankbarste Feld vorliegt, zu charakterisieren, sei gesagt, daß die mathematische Ausdrucksweise bei keiner passenden Gelegenheit fehlt, längeres Rechnen oder mathematische Deduktionen findet man aber nicht. Die Zusammensetzung der Bewegungen und Kräfte ist durchaus vom Standpunkte der vektoriellen Summierung durchgeführt, wobei vorzugsweise das Vektorendreieck oder das Vektorenpolygon verwendet wird. Die Begriffe der augenblicklichen Geschwindigkeit und Beschleunigung einer ungleichmäßigen Bewegung werden durch die Differentialquotienten $\frac{ds}{dt}$ und $\frac{dv}{dt}$ charakterisiert und die Brauchbarkeit dieser Ausdrücke durch eine Anwendung an der gleichmäßig beschleunigten Bewegung gezeigt. Ebenso wird die Arbeit einer veränderlichen Kraft f durch das Integral $\int f\,ds$ definiert und auf den Fall einer elastischen Spirale angewendet.

Um die Art, mit der die Probleme mathematischer Natur behandelt werden, näher darzulegen, führe ich als ein klassisches Beispiel das mathematische Pendel an. Nachdem durch die allgemein benützte Zerlegung der Schwerkraft die tangentielle Beschleunigung a des materiellen schwingenden Punktes B, durch die Formel $a = g\frac{y}{l}$ (in der l die Fadenlänge und $\frac{y}{l}$ den Sinus der augenblicklichen Elongation bedeutet), ausgedrückt worden ist, fährt man folgendermaßen fort: „Die Beschleunigung in der Richtung der Tangente zur Schwingungsbahn des Pendels ist proportional dem senkrechten Ausschlage. Solange die Amplitude genügend klein ist (bis zu 5°), fällt der senkrechte Ausschlag y beinahe mit dem Bogen AB, der die wirkliche Elongation mißt, zusammen. Unter dieser Einschränkung ist die Beschleunigung mit einer großen Annäherung der augenblicklichen Elongation proportional, wodurch aber eben die harmonische Bewegung charakterisiert wird. Bei einer genügend kleinen Amplitude ist die Pendelbewegung sehr annähernd eine harmonische Bewegung.

Würde man dem materiellen Punkte B, wenn er wenig von seiner Gleichgewichtslage entfernt ist, eine entsprechende Geschwindigkeit senkrecht zu der Schwingungsebene erteilen, so würde er als ein sphärisches Pendel eine gleichmäßige Kreisbewegung beschreiben. Ohne diese Geschwindigkeit vollzieht er also nur eine Komponente der gleichmäßigen Kreisbewegung, was eben eine harmonische Bewegung ist."

Und nun geht es weiter im Sinne der früher durchstudierten harmonischen Bewegung.

Der induktive Charakter des Vorganges, den ich hier des Näheren beschrieben habe, bleibt überall in den besprochenen Lehrbüchern streng gewahrt.

In der Hydromechanik, für welche der Lehrplan neben den allgemeinen Eigenschaften des flüssigen Zustandes den Einfluß der Molekularkräfte auf das Gleichgewicht, dann das Strömen einer Flüssigkeit zur Behandlung vorschreibt, kommt alles Wünschenswerte zur Besprechung, gerechnet wird dabei aber sehr wenig. Eine Erwähnung verdienen: Die Berechnung des hydrodynamischen Druckes, die zwar den Herren Autoren in dem zuerst erschienenen Buche für die Realschulen gewisse Schwierigkeiten gemacht hat, die aber in den späteren Ausgaben klar und einfach durchgeführt wird; die Bestimmung der Oberflächenspannung durch die Tropfenmethode und direkt durch ein Gewicht bei den Seifenlamellen, wobei der numerische Zusammenhang zwischen der Oberflächenspannung und der Oberflächenenergie dargelegt wird; die Berechnung der Steighöhe in den Kapillarröhrchen; die Definition der Phase und der kritischen Auflösungstemperatur bei dem Besprechen von Lösungen, wobei der Begriff einer Lösung im physikalisch-chemischen Sinne ganz allgemein aufgefaßt wird (z. B. Lösung eines festen Körpers in einem festen oder flüssigen Lösungsmittel usw.); die Beschreibung der halbdurchlässigen Membran von Pfeffer und die daraus folgende Definition des osmotischen Druckes P und seiner Relation zu dem Volumen V, $PV =$ konst., usw.

In der Aëromechanik sollen Eigenschaften der Gase, Barometer, Manometer, Mariottesches Gesetz, Wasser- und Luftpumpen, Heber, Auftrieb in den Gasen, barometrische Höhenmessung (ohne Ableitung der Formel), Saugwirkung eines Gasstrahles, Diffusion, Absorption zur Besprechung kommen.

Wir finden bei der Diskussion des Mariotteschen Gesetzes, das in unseren Lehrbüchern nicht Mariottesches, sondern Boylesches Gesetz genannt wird, die Bestimmung des Moduls der Volumelastizität eines Gases, die graphische Darstellung dieses Gesetzes und der Arbeit, die durch die Kompression eines Gases vom Volum V' und Drucke P' auf V und P, verbraucht oder umgekehrt bei einer Dilatation des Gases vom V, P auf V', P' geleistet wird. Das führt weiter zur Definition einer neuen Arbeitseinheit, nämlich der Liter-Atmosphäre

und zu Bemerkungen über das Indikatordiagramm einer kalorischen Maschine.

Das Daltonsche Gesetz für ein Gemisch der Gase wird allgemein durch Ableitung der Formel $VP = \Sigma\, vp$ formuliert.

Von den Luftpumpen kommt auch die Ölpumpe von Geryk und die Tropfpumpe von Sprengel zur eingehenden Besprechung. Beim Dasymeter wird auch quantitativ gezeigt, wie das Instrument die spezifische Masse der verdünnten Luft angibt. Dann folgt die Formel für die Reduktion des Wägens in der Luft auf den leeren Raum.

Nun folgt die Lehre von der Wärme. Die Volum- und Spannungsänderungen durch die Wärme geben Gelegenheit genug zu graphischen Darstellungen. So finden wir graphisch dargestellt: Die lineare Ausdehnung von Hartgummi, Zink und Blei, Silber und Messing, Glas und Platin, die räumliche Ausdehnung von Äther, Alkohol, Wasser, Quecksilber und Glas, dann nochmals im größeren Maßstabe die absolute räumliche Ausdehnung des Wassers und die relative in Beziehung auf das Glas, beides im Bereiche von 4° C, in einem vergleichenden Diagramm die räumliche Ausdehnung von Quecksilber und von einem idealen Gase, die Spannung des gesättigten Dampfes von Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff und Äther, dann weiter von verflüssigtem Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff, Kohlendioxyd, Ammoniak, Chlor und Schwefeldioxyd usw. Erwähnt seien weiter die zahlreichen meteorologischen Diagramme, wie z. B. das der jährlichen relativen und absoluten Feuchtigkeit in Prag, der täglichen Temperatur in Prag im Winter und im Sommer, des jährlichen Temperaturganges für fünf verschiedene Orte der Erdkugel, des Abnehmens der Temperatur mit der Höhe über dem Meeresspiegel (einmal für den Temperaturgang über dem Kontinent, das anderemal über dem Meere), des täglichen Verlaufes von Luftdruckänderungen über dem Ozean und über Prag usw. Das induktive und empirische Element des Vorganges ist durch diese Beispiele klargelegt.

Zur weiteren Charakterisierung des von der Wärme handelnden Abschnittes diene noch folgendes: Nach dem Ableiten der Boyle-Gay-Lussacschen Zustandsgleichung wird gleich die Gaskonstante R für ein Gramm-Molekül Wasserstoff in Liter-Atmosphären bestimmt und das Gesetz von Avogadro erwähnt. Die Dichtigkeit der Gase wird eingehend besprochen und durch die Annahme der Dichtigkeit für den Sauerstoff gleich 32 wird die einfache Gleichung zur Bestimmung der spezifischen Masse eines Gases bei normalen Verhältnissen aus seinem molekularen Gewicht abgeleitet. Man behandelt die Kondensationskerne und den diesbezüglichen Versuch Aitkens, das Aspirationspsychrometer Assmanns, die Indikatordiagramme der Dampf- und Explosionsmotoren. Selbstverständlich fehlt auch die Reproduktion und Besprechung einer synoptischen Wetterkarte, ebenso wie

auch der Luftbewegungen und der Verteilung von Flächen gleichen Drucks usw. nicht. Besonders aber sei die elegante Behandlung des festen, flüssigen und gasförmigen Zustandes der Materie vom Standpunkte der Phasenlehre, die in der Bestimmung des Tripelpunkts von Wasser ausläuft, hervorgehoben.

Der bisher besprochene Lehrstoff schließt das Pensum der VI. Realschul- oder der VII. Gymnasialklasse ein. Die Bearbeitung des Nächstfolgenden ist also für Schüler berechnet, die eine gewisse Schulung in der Physik bereits erworben haben und eines reiferen Urteils fähig sind. Damit ist also die Möglichkeit einer weiteren Vertiefung des Lehrvorganges gegeben, von der in den besprochenen Lehrbüchern durchaus ausgiebiger Gebrauch gemacht wird. Diese Vertiefung äußert sich sowohl in dem Umfange des Lehrstoffes*) als auch in der Form, welch letztere sich besonders in dem Umfange der verwendeten mathematischen Mittel sichtbar macht. Ich werde mir bei der Vorführung diesbezüglicher Beispiele und Tatsachen eine noch weitergehende Zurückhaltung auferlegen müssen, als ich es bisher getan habe, da sie überaus zahlreich sind.

Ich übergehe den Magnetismus und trete gleich an die Elektrizitätslehre heran.

Der vektorielle respektive skalare Charakter der Feldintensität und des Potentials wird in den Lehrbüchern besonders betont. Die Erklärung dieses letzteren wichtigen Begriffes geschieht zuerst für das Gravitationsfeld und erst nachher folgt eine Anwendung desselben auf das elektrische Feld und auf die Berechnung des Feldpotentials eines kugelförmigen Leiters.

Erwähnung verdienen weiter: Die graphische Darstellung des elektrischen Feldes und der Flächen gleichen Potentials im Falle zweier punktförmigen Ladungen; dasselbe für den Fall der Induktion einer punktförmigen Ladung auf einen kugelförmigen Leiter, und zwar erstens, wenn die Kugel isoliert ist, zweitens bei Verbindung derselben mit der Erde; die Betonung des Zusammenhanges der Dielektrizitätskonstante mit dem Coulombschen Gesetz; graphische Darstellung und Berechnung der Energie eines geladenen Leiters; Diskussion der Clausius-Mossottischen Theorie der dielektrischen Polarisation und Einführung des Begriffes einer Induktionslinie; die Ableitung des Biot- und Savartschen Gesetzes aus dem Elementargesetze von Laplace; die Berechnung des Bewegungsantriebes eines linearen stromdurchflossenen

*) Wir finden physikalische Tatsachen und Begriffe diskutiert, die wir oft selbst in großen Lehrbücher vermissen, wie, um gleich einige Beispiele zu nennen, die Perspektivität des Bild- und Objektraumes bei den sphärischen Spiegeln und Linsen, die allgemeine Behandlung eines optischen Systems von Linsen, den Unterbrecher von Wehnelt usw.

Leiters durch ein homogenes magnetisches Feld; die graphische Darstellung der Leitfähigkeit und Konzentration der Elektrolyte $Zn\ SO_4$, $Ag\ NO_3$, $Na\ Cl$, KOH, $H_2\ SO_4$, HNO_3; die Besprechung des Widerstandstemperaturkoeffizienten, der Wismutspirale, der Wheatstonschen Brücke und des Bolometers; die Definition der absoluten elektromagnetischen Einheit der Potentialdifferenz und des Widerstandes; die Besprechung der elektrolytischen Dissoziationstheorie von Clausius, Helmholtz und Arrhenius, der magnetischen Permeabilität und Induktion; experimenteller Beweis der magnetischen Hysteresis und Diskussion der Hystresisschleife; die Berechnung der induzierten elektromotorischen Kraft; der Wehneltsche Unterbrecher: die eingehende Besprechung des Wechselstromes und Undulationsstromes; die Bestimmung der elektromotorischen Kraft einer Dynamomaschine: graphische Darstellung des Entladungspotentials in der Luft sowie des Potentialfalles in einer Geißlerschen Röhre; die Röhre von Braun, die Entladungsröhre für Kathoden- und Kanalstrahlen; die Besprechung der Gasionisation und des gesättigten Stromes; die Holtzsche Röhre für die oscillatorische Entladung; Demonstration der elektromagnetischen Wellen durch zwei Resonanzkreise; das Marconische und Braunsche Telefunkensystem sowie überhaupt ausführliche Behandlung der einschlägigen Partien der Elektrotechnik.

Es folgt dann die Wellenlehre. Ich charakterisiere die Bearbeitung derselben durch das Folgende: Die harmonische Bewegung wird sowohl graphisch wie mathematisch dargestellt und die Zusammensetzung mehrerer harmonischer Bewegungen vom Standpunkte der vektoriellen Summation durchgeführt. Dabei wird die Fouriersche Reihe und die harmonische Analyse des Schalles kurz erwähnt. Ebenso wird die graphische Darstellung der Wellenbewegung mit einem diesbezüglichen mathematischen Ausdruck begleitet und die Zusammensetzung zweier gegeneinander fortschreitenden Wellenbewegungen sowohl graphisch als rechnerisch durchgeführt und die resultierende stehende Welle diskutiert. Bei dem Huygensschen Prinzip wird die Arbeit Fresnels erwähnt und aus dem Prinzipe werden die Gesetze der Reflexion und Refraktion geometrisch abgeleitet. Der Begriff der Intensität einer Wellenbewegung wird vom Standpunkte der Energie definiert und mit Hilfe der mittleren kinetischen Energie einer harmonischen Bewegung, für die der entsprechende Ausdruck sehr einfach ermittelt wird, als dem Quadrate der Amplitude proportional dargestellt. Besonders glücklich ist die Behandlung des Dopplerschen Prinzipes und die daraus folgende mathematische Feststellung der scheinbaren Frequenz bei einer relativen Bewegung des Beobachters und der Wellenquelle. Zum Schluß wird eine Verallgemeinerung der Wellenbewegung gegeben und die elektromagnetischen sowie auch Lichtwellen derselben subsumiert und der Begriff einer polarisierten Welle klargestellt.

Aus dem Kapitel über **Akustik** erwähne ich: Die ausführliche Behandlung der Tonleiter; die Krigar-Menzelsche Registriermethode und die durch sie erhaltene graphische Darstellung der Bewegung einer tönenden Saite; die Klangfiguren von Chladni, den manometrischen Brenner, die mechanischen Wirkungen von Resonatoren; die Galtonsche Pfeife, die Kundtsche Röhre, die Buys-Ballotsche Verifikation des Dopplerschen Prinzipes, den Interferenzversuch von Rayleigh usw.

Die Behandlung der **Optik**, wie wir sie in den besprochenen Lehrbüchern finden, hat in der älteren böhmischen Schulliteratur absolut kein Vorbild. Dies gilt ebensogut von der geometrischen Optik und den optischen Instrumenten, deren Behandlung vollständig auf den Arbeiten von Abbe und Csapski fußt, wie auch von der physikalischen Optik, die durch ihre klare und konzise Abfassung beispielgebend ist.

Gleich bei der Camera obscura (Lochkammere) wird die punktförmige Abbildung der durch kleine Zerstreuungsflächen stattfindenden gegenübergestellt. Die Behandlung der Finsternisse wird quantitativ verfolgt unter Berücksichtigung der Rolle, die hier die Sonnen- und Mondparallaxe sowie die scheinbaren Durchmesser dieser Körper spielen. Bei Behandlung der Römerschen Methode wird eine graphische Darstellung der scheinbaren Änderung der Umlaufzeiten des ersten Jupitermondes im Jahre 1910 bis 1911 vorgeführt. In der Photometrie finden wir ein photometrisches Diagramm des Auerbrenners und einer 16kerzigen Glühlampe. Bei Behandlung der Winkelspiegel werden die Spiegel unter 45 Grad, der Sextant, das Goniometer sowie die Poggendorffsche Messmethode erörtert. Die Newtonsche Bezeichnung $xx' = f^2$ wird sogleich bei Behandlung des sphärischen Konkavspiegels eingeführt und weiter bei den Linsen stets betont. Dasselbe gilt von der perspektivischen Beziehung zwischen Objekt und Bild und dem harmonischen Verhältnisse von Objektpunkt und Bildpunkt zu den zwei bekannten Hauptpunkten der Hauptachse. Dem Irrtum, den man oft selbst in guten Lehrbüchern findet, daß ein unendlich entferntes Objekt sich in einem Punkt abbildet, wird schon beim sphärischen Konkavspiegel durch das Abbilden einer unendlich entfernten Ebene entgegengetreten. Es wird gezeigt, daß zwei Punkte dieser Ebene, die vom Spiegel aus unter dem Sehwinkel α erscheinen, sich in der Brennebene in einer Distanz $FF' = f.\ tg\alpha$ abbilden. Zum Beispiel: ein Konkavspiegel ($f = 200\ cm$) entwirft ein kreisförmiges Bild der Sonne ($\alpha = 31'$) vom Durchmesser $200\ tg\ 31' = 1{\cdot}8\ cm$. Ebenso wird gleich beim Konkavspiegel die Abhängigkeit der Lichtstärke des entstandenen Bildes von der Apertur, respektive von der Eintrittsblende und der Brennweite hergeleitet, was natürlich bei den Linsen und optischen Instrumenten überhaupt weiterbenutzt wird.

Die Behandlung der Lichtbrechung bringt eine graphische Darstellung der Abhängigkeit des Brechungswinkels vom Einfallswinkel, sowie der Deviation bei einem Prisma von dem Einfallswinkel. Dieses letztere Diagramm erlaubt eine einfache Erläuterung des Minimums der Deviation. Die Reversibilität des Strahlenganges wird betont, die Schlierenmethode beschrieben. Wir finden krumme Strahlen, Scintillation, Prismen von sehr kleinem Brechungswinkel, das Spektrometer, die Refraktometer vor. Bei den Linsen werden zuerst unendlich dünne Linsen diskutiert, und wir finden wieder die Newtonsche Gleichung, die Perspektivität des Objekt- und Bildraumes, die Abbildung der unendlich entfernten Ebene, die Bedeutung der Apertur usw. vor analog wie bei den sphärischen Spiegeln. Es sei weiter die hier gegebene Definition eines kollektiven und eines dispansiven Systems berührt sowie auch die Diskussion der Abbildung eines Raumes auf einer gegebenen Projektionsebene.

Nach den unendlich dünnen Linsen kommen solche von endlicher Dicke zur kurzen Behandlung, wobei die Hauptebenen und Hauptpunkte sowie die äquivalente Brennweite erörtert werden. Nachher wird ganz allgemein ein System von zwei Linsen diskutiert, das Intervall des Systems eingeführt, seine äquivalente Brennweite bestimmt und das so gewonnene Resultat auf zwei sich berührende Linsen angewendet. Selbstverständlich wird der Astigmastismus sowie die sphärische Abweichung überall gründlich besprochen. Einer Erwähnung ist auch die Untersuchung der Brechung einer ebenen Welle durch eine plankonvexe Linse vom Standpunkte der Wellentheorie des Lichtes wert. Auch hat man nicht vergessen, auf die Rolle des umgebenden Mediums zu verweisen und zu zeigen, daß die sogenannten Sammellinsen in einem optisch dichteren Medium dispergierend werden und umgekehrt.

Bei der Behandlung der Dispersion des Lichtes wird vieles über Farbenanalyse und Farbensynthese gesagt, es wird ein achromatisches Prisma und eine achromatische Linse berechnet, wobei der große Unterschied zwischen dem alten und dem neuen optischen Glase eingehend besprochen wird.

Ich übergehe die tiefgehenden Partien über die Spektralanalyse und Astrophysik und gehe zu den optischen Instrumenten über. Bei dem photographischen Objektiv wird eingehend die Funktion der Brennweite f sowie der relativen Öffnung $\frac{d}{f}$ besprochen. Bei den Projektionsapparaten wird das richtige Verhältnis der Brennweiten vom Kondensor und der Projektionslinse klar hervorgehoben. Das Auge wird sehr ausführlich besprochen. Die Irradiation wird richtig als eine Folge der sphärischen Abweichung erklärt, der Astigmatismus und die